

공학석사 학위논문

이족보행로봇의 양팔 설계 및 동역학
해석

Two Arms Design and Dynamic Analysis of Biped Walking
Robot

지도교수 최형식

2007년 2월

한국해양대학교 대학원

기계공학과

임근화

本 論 文 을 林 根 花 의 工 學 碩 士 學 位 論 文 으 로 認 准 함 .

위원장 왕 지 석 (인)

위 원 최 형 식 (인)

위 원 조 종 래 (인)

2007년 2월

한국해양대학교 대학원

Two Arms Design and Dynamic Analysis of Biped Walking Robot

Guen-Wha Lim

*Department of Mechanical Engineering
Graduate School, Korea Maritime University*

ABSTRACT

In this paper, I designed and constructed two light-weighted 12 d.o.f robot arms for the humanoid robot and studied its kinematics model. The weight of one arm is light enough to be 9 Kg but capable of delivering 10Kg pay load.

To find out the characteristics of the robot arm, an analysis on the kinematics and dynamics was performed. For appropriate design of the motor capacity, a computer simulation based on the analysis on the kinematics and dynamics was performed. Through this, the required torques for delivering the payload were capable of measuring.

Since an ultra-light robot arm despite of heavy pay load was designed, an FEM analysis was performed using ANSYS tool to estimate deformation of the robot link. The accuracy of the analysis was verified through the actual pay load test measuring the deformation of the robot link.

기 호 설 명

K	매니플레이터에 작용하는 총 운동에너지
m_i	회전링크 i 의 질량
V	매니플레이터에 작용하는 총 포텐셜에너지
L	Lagrangian($L = K - V$)
$S(\vartheta)$	왜대칭 행렬(skew symmetric matrix)
I_i	링크 i 의 관성 모멘트(inertia moment)
J_{vci}	링크 i 의 선속도 자코비안(Jacobian)
J_{oi}	링크 i 의 각속도 자코비안
D	회전 관절 공간에서의 관성 행렬
C	회전 관절 공간에서의 원심력과 코리올리(Coriolis)력
Φ_i	기저 좌표계에 대한 링크 i 의 위치에너지
O_i	기저 좌표계에 대한 각 관절 i 의 회전 중심
q_i	회전관절 i 의 관절 변위
l_i	회전 링크 i 의 길이
l_{ci}	회전 링크 i 의 질량 중심 거리
d_i	각 관절의 볼나사의 미끄럼변위
F_i	각 관절에 가해지는 미끄럼 방향의 힘
τ_i	각 관절의 회전중심에 작용하는 토크
H	미끄럼 관절 공간에서의 관성행렬
Q	미끄럼 관절 공간에서의 원심력 및 코리올리력
M_i	각 관절 구동기에 작용하는 자중

목 차

Abstract

사용기호

표목차

그림목차

제 1 장 서론	1
제 2 장 이족보행로봇의 양팔 구성	3
2.1 이족보행로봇의 양팔 관절 구동기 설계	5
2.2 이족보행로봇의 전체 시스템	8
2.3 이족보행로봇의 양팔 기구부 구성	11
제 3 장 양팔의 기구학 및 동역학 해석	13
3.1 양팔의 기구학 해석	13
3.2 자코비안	17
3.3 회전관절 공간의 동역학식	21
3.4 직선관절 공간의 동역학식	28
3.4.1 어깨 회전관절과 직선관절 간의 관계식	28
3.4.2 팔꿈치 회전관절과 직선관절 간의 관계식	31
3.4.3 손목 회전관절과 직선관절 간의 관계식	33

3.3.4 직선관절 공간에서의 제어입력	35
3.3.5 직선관절 공간의 동역학 방정식 유도	35
제 4 장 양팔의 관절 구동기 해석	37
4.1 4 절 링크구조의 관절 구동기 부하토크 해석	37
제 5 장 양팔의 기구부 구조해석 및 실험	42
5.1 유한요소 모델	42
5.2 유한요소 해석	43
5.3 로봇 팔의 변형 시험	45
5.4 실험결과 및 고찰	45
제 6 장 결론	48
참고문헌	49

표 목 차

Table 2.1 Specification of the KUBIR-2	10
Table 2.2 Degrees-of-freedom of the KUBIR-2	10
Table 3.1 Link parameter for the KUBIR-2 arm	14
Table 4.1 Constants of the load torque in each joint	39
Table 5.1 Material property	43
Table 5.2 Element type and number	43
Table 5.3 Displacement FEM of the KUBIR-2 arm	43
Table 5.4 Experiment result of displacement of the KUBIR-2 arm	46
Table 5.5 Adjusted displacement by servo motor	46

그림 목 차

Fig. 2.1 Structure of the KUBIR-1 arm	3
Fig. 2.2 Structure of the KUBIR-2 arm	4
Fig. 2.3 Structure of for bar link	5
Fig. 2.4 3 dimensional model of the one axis actuator	6
Fig. 2.5 Structure of the one axis actuator.....	7
Fig. 2.6 Structure of the two axis actuator.....	7
Fig. 2.7 System composition of the KUBIR-2 arm	8
Fig. 2.8 3 dimensional model of the KUBIR-2 arm	12
Fig. 3.1 D-H coordinate frame assignment for the KUBIR-2 arm ..	14
Fig. 3.2 Four-bar-link structure for shoulder joint	28
Fig. 3.3 Four-bar-link structure for elbow joint	31
Fig. 3.4 Four-bar-link structure for wrist joint	33
Fig. 4.1 Torque analysis of the shoulder joint	37
Fig. 4.2 Torque analysis of the elbow joint	38
Fig. 4.3 Torque analysis of the wrist joint	38
Fig. 4.4 Load torque of the shoulder joint	40
Fig. 4.5 Load torque of the elbow joint	40
Fig. 4.6 Load torque of the wrist joint	41
Fig. 5.1 Finite element model	42
Fig. 5.2 FEM result of KUBIR-2 arm	44
Fig. 5.3 Comparison result of FEM analysis and experiment	47
Pic. 5.1 Experiment setup of the KUBIR-2 arm for displacement measure	45

제 1 장 서론

현재 전 세계적으로 개발된 이족보행로봇은 인간의 보행에 맞춰 걷는 동작이나 뛰는 동작이 가능하다. 그러나 대부분의 이족보행로봇들이 보행 성능 면에서는 인간의 것과 유사할 정도로 개발 되었으나 로봇의 팔은 성능 한계로 고하중의 물체를 들거나 이송하기 어렵다. 이러한 예로 혼다의 아시모, 가와다의 HRP-2, 도요다의 I-FOOT, KAIST의 휴보등이 있으며[1-3] 대부분이 50kg내외의 경량으로 개발되었으나 보행능력 외에 작업물체의 이송능력이 거의 없다. 이는 기존의 이족보행로봇의 실용성을 제한하는 중요한 요인이다. 그러므로 경량인 로봇으로 인간의 생활공간에서 문턱, 층계 및 경사면과 같은 복잡한 환경에서 인간을 위해 고중량물 이송과 같은 작업을 할 수 있는 성능을 구비하는 것은 필수적인 로봇의 기능이며, 이는 시급히 해결해야 할 중요한 과제이다.

로봇 팔에 대한 연구는 공압식 러버 액츄에이터를 사용한 경량 로봇 팔의 제작에 관한 연구[4], 2R SCARA 형태와 수직관절형 3R 링크 로봇 팔의 기구학적 해석, 동역학적 해석, 최적설계에 관한 연구[5], 주어진 작업영역에 대해서 표준작업을 정하고 속도관점에서 이를 최대화하는 퓨마로봇의 링크길이에 관한 연구[6], 일반 관성행렬 방법을 이용하여 일반적인 다관절 링크 로봇 매니플레이터의 구동 토크를 구하고 작업 영역 내에서 두 점 사이를 이동할 때 걸리는 구동 토크를 최소화하는 운동해석에 관한 연구[7], A Mechatronics Approach to the design of light-weight arms and multifingered hands[8] 등 활발하게 이루어지고 있다.

본 논문에서는 경량으로 고하중을 이송할 수 있는 새로운 구조를 가진 이족보행로봇의 양팔 개발에 목표를 두고 있다. 2장에서는 개발된 양팔의 전체 시스템과 기구부의 구성 및 제원에 대하여 설명하고 양팔의 전반적인 성능향상을

설명하였다. 3장에서는 양팔의 기구학 해석 및 동역학 해석을 수행하여 구동에 따른 동역학 방정식을 유도하였다. 4장에서는 개발된 구동기의 일반적인 방정식을 유도하였으며 부하토크를 해석하여 이론과 실제적용의 타당성을 검증하였다. 5장에서는 양팔의 기구부 와 링크의 유한요소 해석 및 실험을 실시하였다. 마지막으로 6장에서는 결론 및 향후 과제에 대하여 논하였다.

제 2 장 이족보행로봇의 양팔 구성

기존에 개발된 이족보행로봇의 양팔(KUBIR-1)은 각각 5자유도를 가지고 있다. 몸체로부터 0, 1축은 DC서보모터에 감속기인 하모닉드라이브를 직결하여 구동하는 방식이며 2축은 헤드기어가 부착된 DC서보모터에 폴리-타이밍벨트를 연결하여 구동하는 방식이며 동작제어를 위한 그리퍼(gripper)의 3, 4축은 RC서보모터를 사용하였다. Fig. 2.1은 기존에 개발된 이족보행로봇의 한팔 조립도이며 무거운 물건을 들어 올려 이송이 불가능한 형태로 제작되었다.

이런 문제점을 개선하여 경량이면서 고가반 하중을 들어 올려 이송이 가능하도록 개선된 이족보행로봇의 양팔(KUBIR-2)을 개발 및 제작 하였다. 개발된 양팔은 각각 6자유도를 가지고 있다. 몸체로부터 0, 4축은 DC서보모터에 향상된 하모닉드라이브를 직결하였고 1, 2, 3, 4축은 4 절 링크구조의 관절구동기를 사용하였다. Fig. 2.2는 개선된 이족보행로봇의 한팔 조립도이다.

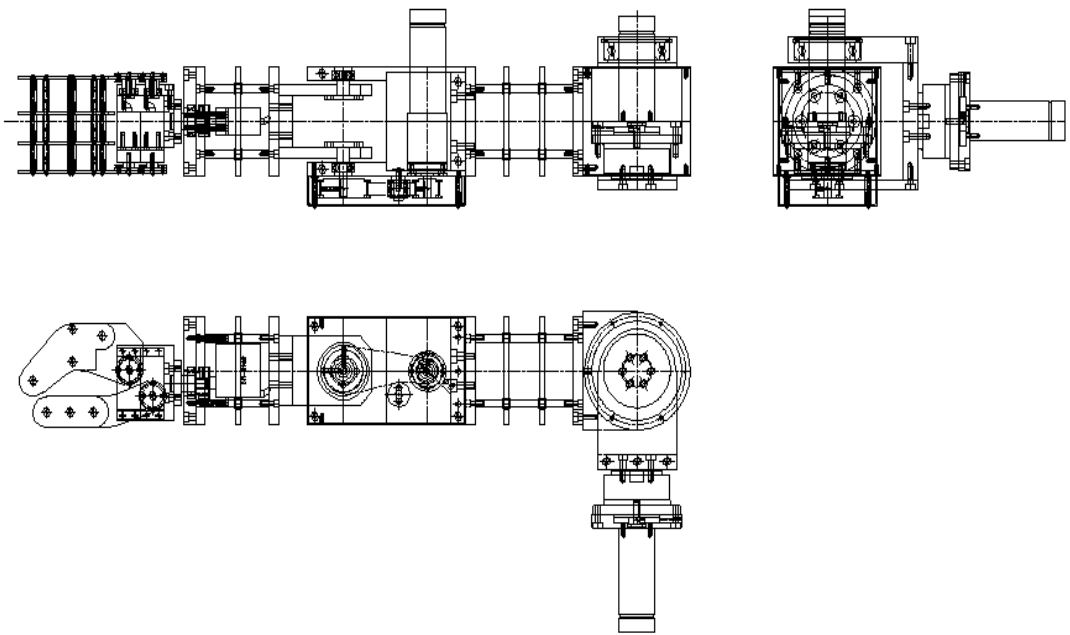


Fig. 2.1 Structure of the KUBIR-1 arm

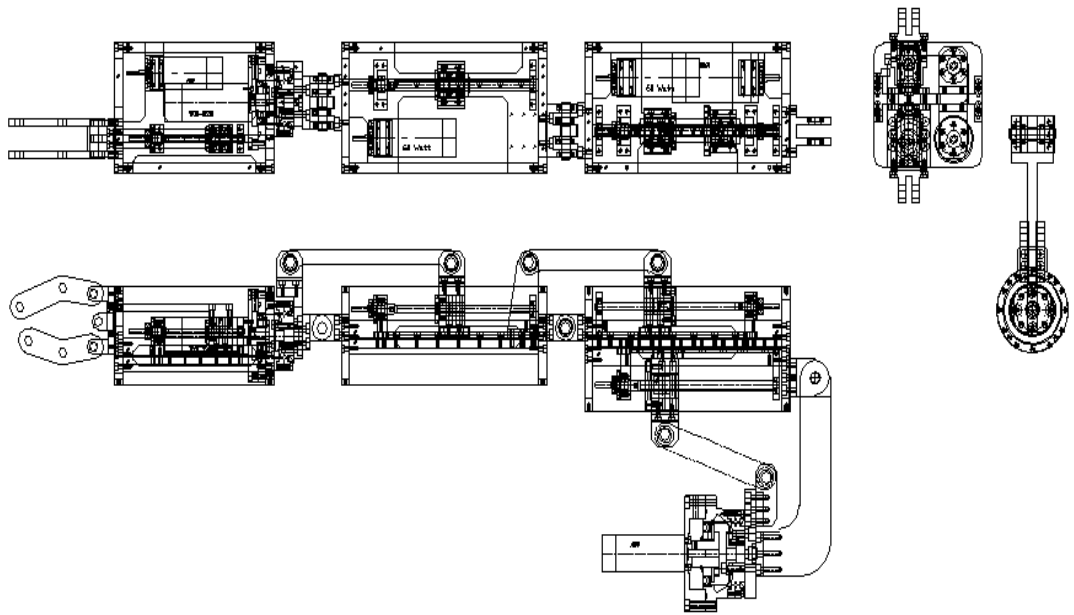


Fig. 2.2 Structure of the KUBIR-2 arm

2.1 이족보행로봇의 양팔 관절 구동기 설계

KUBIR-2의 양팔은 초경량 및 고토크를 지향하고 있으므로 그에 적합한 관절 구동기의 개발은 필수적이다. 현재, 로봇을 비롯한 다관절로봇의 관절 구동기는 일본의 하모닉 드라이브로 독점적으로 유통하고 있으며 관절 구동기의 가격이 높고 내구성이 현저히 떨어지는 문제점을 안고 있다. 따라서 이들에 보편적으로 사용할 수 있는 모듈형태의 소형, 경량 고토크 관절구동기의 개발이 이루어졌다. KUBIR-2 양팔의 관절 구동기는 4절 링크구조로 한번을 강성이 높은 볼나사를 적용하여 모멘트를 발생 시키는 방법으로 상대적으로 높은 관절구동력을 발생시킬 수 있는 장점과 볼나사의 용이한 교체로 관절 회전 속도를 상황에 맞게 다양하게 구성할 수 있는 장점이 있다. 볼나사는 강성과 정도가 매우 높으며 위치 결정력이 탁월하다. Fig. 2.3은 사절 링크 구조의 개념도이다.

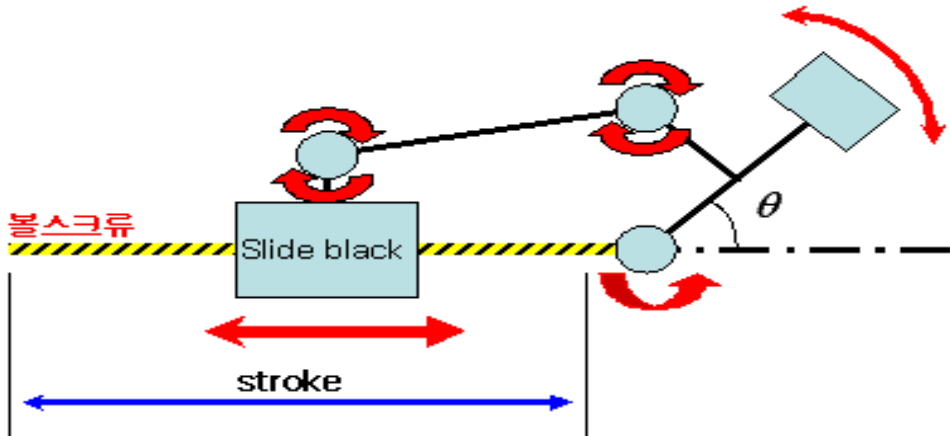


Fig. 2.3 Structure of four bar link

관절 구동기는 1축 및 2축 구동기로 나눌 수 있으며 1축 구동기의 무게는 1.5kg 2축 구동기의 무게는 3.5kg 이다. Fig. 2.5는 내부 공간 확충 및 경량화를 위하여 3차원 모델링을 수행한 모습이며 Fig. 2.6, 2.7은 1축 및 2축 구동기의 조립도면이다.

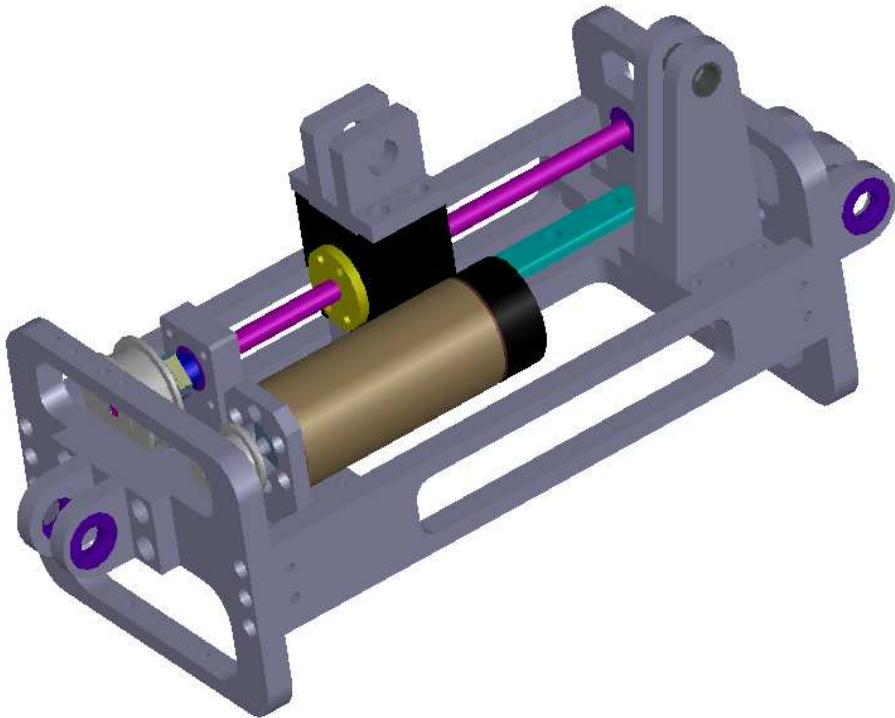


Fig. 2.4 3 dimensional model of the one axis actuator

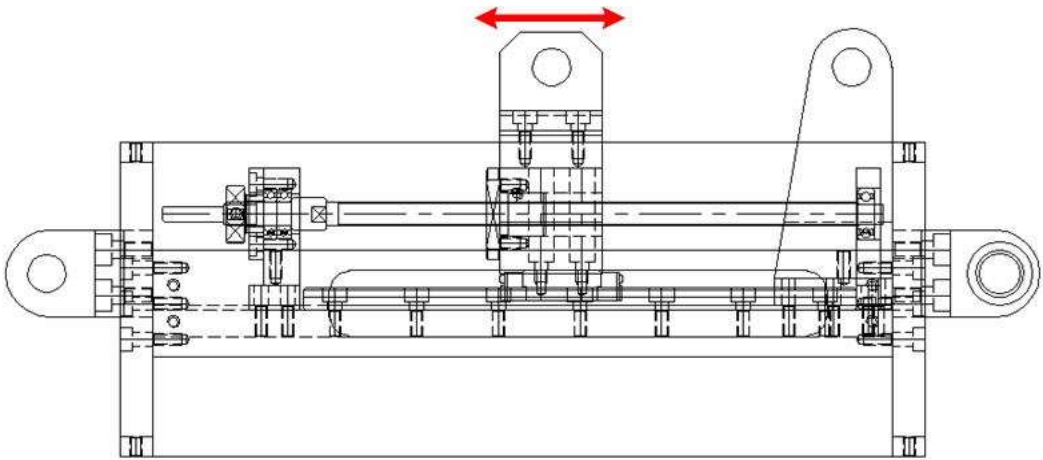


Fig. 2.5 Structure of the one axis actuator

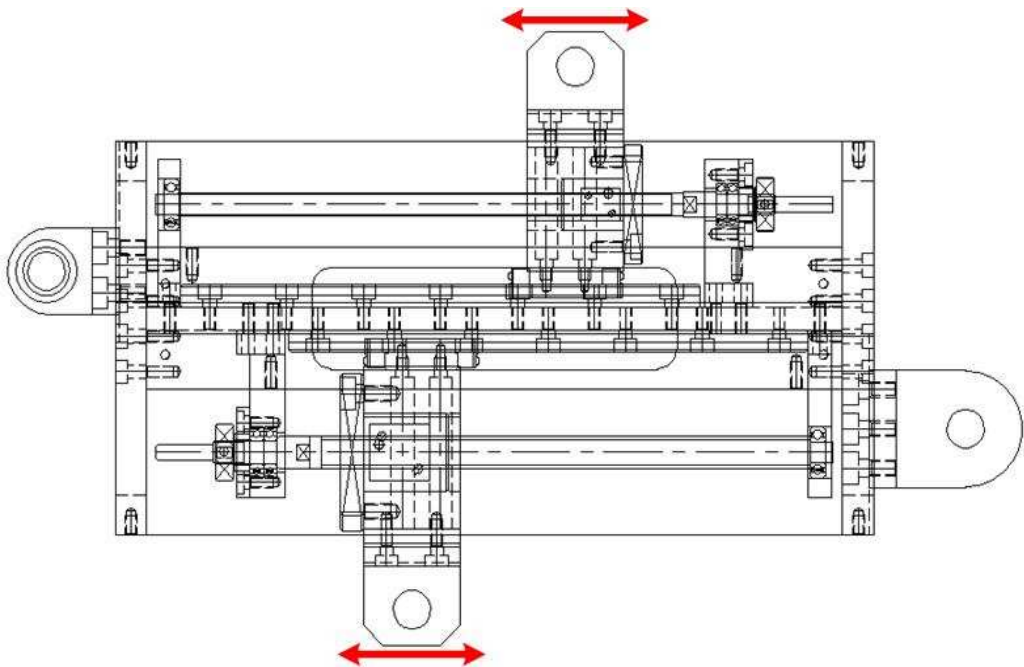


Fig. 2.6 Structure of the two axis actuator

2.2 이족보행로봇의 전체 시스템

개발된 이족보행로봇(KUBIR-2)은 키 173cm, 무게 92kg, 하체 13자유도, 상체 12자유도, 머리 4자유도로 구성되어 총 29자유도를 가진 로봇이다.

머리 부분의 눈은 CCD 카메라 2대가 장착 되어 각각 요운동이 가능하고 목은 피치운동과 롤운동이 가능한 구조로 구성이 되어있다. 팔의 6자유도는 어깨에서부터 yaw-pitch-pitch-pitch-roll-pitch의 구조로 되어 있으며 피치운동 관절은 모두 볼나사(ball screw)를 응용한 4 절 링크구조로 되어있어 고중량물을 이송 가능한 구조로 설계하였다. 다리의 6자유도는 허리에서부터 yaw-roll-pitch-pitch-pitch-roll의 구조로 되어 있어 인간과 유사한 보행을 할 수 있는 최소한의 자유도를 가지고 있으며 피치운동 관절은 팔과 같은 구조로 설계하였다.

OVERVIEW

Height : 173 cm

Weight : 92 kg

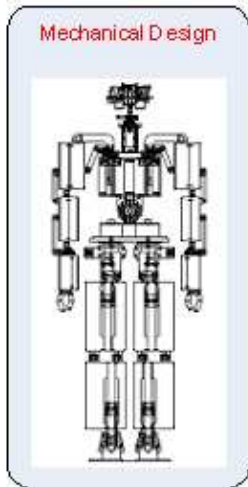
Total DOF : 29 DOF

- HEAD : 4 DOF
- ARM : 12 DOF
- LEG : 13 DOF

Main Computer OS :
ARM Board

Motion Controller :
DSP (TMS320LF2407A)

Sensors : Tilt Sensor
FSR
CCD Camera



HEAD

- DSP (TMS320LF2407A)
- 2 CCD camera
- DC Motor

ARM

- DSP (TMS320LF2407A)
- 60W DC Servo Motor
- Harmonic Drive

LEG

- DSP (TMS320LF2407A)
- 150W DC Servo Motor
- Harmonic Drive
- Tilt Sensor
- FSR

Fig. 2.7 System composition of the KUBIR-2

Table. 2.1 Specification of the KUBIR-2

Height	160[cm]	
Weight	75[kg]	
Actuator	Arm	DC Servo motor + Harmonic speed reducer
		DC Servo motor + Ball screw
	Leg	DC Servo motor + Harmonic speed reducer
		DC Servo motor + Ball screw
Head	DC motor	
Control unit	Arm	TMS320LF2407 + Motor Driver
	Leg	
	Head	
Power Capacity	Arm	24V/50AH
	Leg	
	Head	
Sensor	USB cam, Tilt sensor, FSR, Magnetic sensor, Proximity sensor	

Table. 2.2 Degrees-of-freedom of the KUBIR-2

Head	Neck	2 DOF
	Eye	$1 \text{ DOF} \times 2_{\text{eye}} = 2\text{DOF}$
Arm	Left	5 DOF(shoulder 2 + elbow 1 + wrist 1)
	Right	5 DOF(shoulder 2 + elbow 1 + wrist 1)
	Hand	$1 \text{ DOF} \times 2_{\text{hand}} = 2\text{DOF}$
Leg	Left	6 DOF(hip 3 + knee 1 + ankle 2)
	Right	6 DOF(hip 3 + knee 1 + ankle 2)
	Waist	1 DOF
Total	29 DOF	

2.3 이족보행로봇의 양팔 기구부 구성

이족보행로봇의 양팔은 전체 길이 76cm, 무게 9kg의 제원과 동작제어를 위한 그립퍼(gripper) 외에 2자유도의 손목관절(roll-pitch), 1자유도의 팔꿈치관절(pitch), 그리고 2자유도의 어깨관절(pitch-yaw)을 포함하여 총 6자유도로 설계 및 제작되었다.

구체적으로 그립퍼(gripper)는 고하중의 물건을 잡고 지탱하기 위해 4 절 링크구조를 이용 하였는데, 모터의 회전을 직선운동으로 변환시킨 것이다. 각 관절의 피치축은 그립퍼(gripper)와 마찬가지로 고가반 하중의 물건을 지탱하기 위해 4 절 링크구조를 이용하였다. 손목 롤관절 및 어깨 요관절은 4 절 링크구조가 아닌 DC모터와 감속기의 직결형태이다.

로봇 팔의 손목 롤관절 과 어깨 요관절은 공간의 협소함 및 고가반 하중의 지탱시 많은 하중이 발생하지 않는 관절로 4절 링크 구조를 적용하지 않았다. Fig. 2.4는 로봇 팔의 3차원 모델이다.



Fig. 2.8 3 dimensional model of the KUBIR-2 arm

제 3 장 양팔의 기구학 및 동역학 해석

양팔의 안전된 동작을 위해서는 로봇의 동특성을 알아야한다. 그래서 그리퍼(gripper)의 위치와 방향은 순기구학(kinematics)을 통해 구하고 이를 이용하여 자코비안(jacobian) 행렬을 구하여 속도 관계를 알아봄과 동시에 동역학 방정식을 유도하였다. 본 논문에서는 로봇이 고하중을 지지하는가에 주안점을 두고 있으므로, 어깨쪽 요축을 기준으로 하여 5축의 매니퓰레이터(manipulator)를 적용하였다. 또한 모터 선택의 타당성을 확인하기 위하여 부하 토크 시뮬레이션을 하였다.

3.1 양팔의 기구학 해석

로봇 팔의 어깨쪽 요축을 기준점으로 하여 손끝의 좌표를 알아내기 위해서는 기구학에서 사용하는 동차변환(homogeneous transform)을 이용하면 간편하다. 로봇 팔의 각 관절의 각도가 주어졌을 때 말단장치의 위치와 방향을 결정하기 위한 순기구학 방정식은 Denavit - Hartenberg(D-H)규약에 의해 정의된 좌표계를 이용하여 유도한다. 이 규약은 각 동차변환 A_i 를 4개의 ‘기본’ 변환행렬의 곱으로 표현하는 것이다.

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$A_i = Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i}$$

여기서 θ_i , a_i , d_i , α_i 는 링크 i 와 관절 i 의 4개의 파라미터(parameter)이다. 이 파라미터들은 일반적으로 a_i 는 길이(length), α_i 는 비틀림(twist), d_i 는 오프셋(offset), θ_i 는 각도(angle)로 불린다. 행렬 A_i 는 단일변수의 함수이기 때문에 위의 4개의 파라미터 중 3개는 상수이고 1개만이 변수이다. 즉, 회전관절에서는 θ_i 가, 직선관절에서는 d_i 가 관절변수이다.

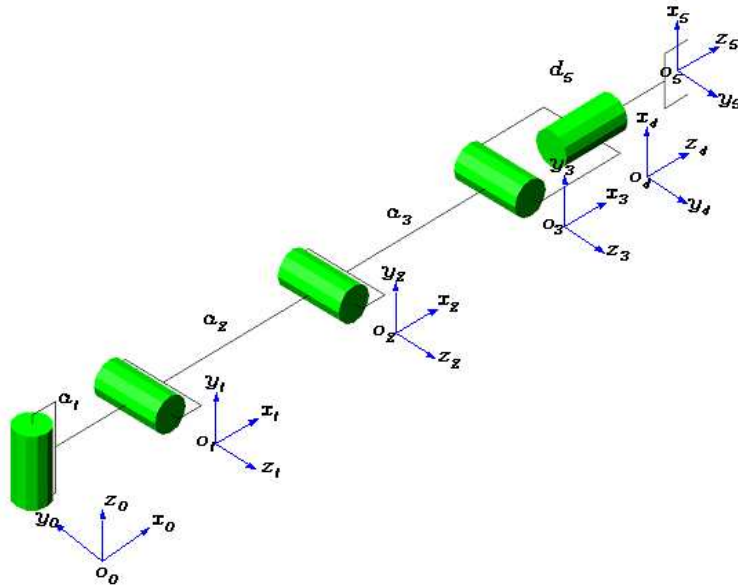


Fig. 3.1 D-H coordinate frame assignment for the KUBIR-2 arm

Table 3.1 Link parameter for the KUBIR-2 arm

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	90	0	θ_1^*
2	a_2	0	0	θ_2^*
3	a_3	0	0	θ_3^*
4	0	90	0	θ_4^*
5	0	0	d_5	θ_5^*

각 동차변환 A_i 는 다음과 같이 얻어진다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1^* & 0 & \sin \theta_1^* & a_1 \cos \theta_1^* \\ \sin \theta_1^* & 0 & -\cos \theta_1^* & a_1 \sin \theta_1^* \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2^* & -\sin \theta_2^* & 0 & a_2 \cos \theta_2^* \\ \sin \theta_2^* & \cos \theta_2^* & 0 & a_2 \sin \theta_2^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3^* & -\sin \theta_3^* & 0 & a_3 \cos \theta_3^* \\ \sin \theta_3^* & \cos \theta_3^* & 0 & a_3 \sin \theta_3^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4^* & 0 & \sin \theta_4^* & 0 \\ \sin \theta_4^* & 0 & -\cos \theta_4^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5^* & -\sin \theta_5^* & 0 & 0 \\ \sin \theta_5^* & \cos \theta_5^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

동차변환 A_i 를 이용하여 변환 행렬 $T_5^0 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ 을 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$T_0^5 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$r_{11} = c_5 \{ c_1 c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - c_1 s_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) \} + s_1 s_5$$

$$r_{12} = -s_5 \{ c_1 c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - c_1 s_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) \} + s_1 c_5$$

$$r_{13} = c_1 s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + c_1 c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3)$$

$$r_{21} = c_5 \{ s_1 c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - s_1 s_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) \} - c_1 s_5$$

$$r_{22} = -s_5 \{ s_1 c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - s_1 s_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) \} - c_1 c_5$$

$$r_{23} = s_1 s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + s_1 c_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3)$$

$$r_{31} = c_5 \{ c_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) + s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \}$$

$$r_{32} = -s_5 \{ c_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) + s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \}$$

$$r_{33} = -c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + s_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3)$$

이며, 말단장치 위치 벡터 p 는 다음과 같다.

$$P_x = d_5 \{ c_1 c_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) + c_1 s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \} + c_1 (a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 c_2 - a_3 s_3 s_2)$$

$$P_y = d_5 \{ s_1 c_4 (s_2 c_3 + c_2 s_3) + s_1 s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \} + s_1 (a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 c_2 - a_3 s_3 s_2)$$

$$P_z = d_5 \{ s_4 (c_3 s_2 + c_2 s_3) - c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \} + a_2 s_2 + a_3 s_3 c_2 + a_3 c_3 s_2$$

3.2 자코비안

앞서 정의한 순기구학 방정식을 이용하여 속도관계를 구하려면 자코비안을 유도해야 되며, 관성 좌표계에 대한 말단 장치의 위치와 방향은 다음과 같이 주어진다.

$$T_0^n(q) = A_1(q_1), \dots, A_n(q_n) \\ = \begin{pmatrix} R_0^n(q) & d_0^n(q) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad n = 1, \dots, 5 \quad (3. 1)$$

여기서, $q = (q_1, \dots, q_5)^T$ 는 관절변수의 벡터이다. 말단장치 좌표계로부터 기저 좌표계로의 변환을 나타내면, 로봇 팔이 움직임에 따라 관절변수 q_i 와 말단장치 위치 벡터 d_0^n 와 방향 R_0^n 는 시간의 함수가 된다. 여러 개의 링크로 연결되어 있는 로봇 팔의 구동시 각각의 링크는 각기 다른 선속도와 각속도를 가진다. 따라서 말단장치의 선속도와 각속도를 기저 좌표계에 대한관절속도의 벡터 $\dot{q}(t)$ 와 연관 지어야 한다.

X 및 Y 축에 대하여 각 링크의 위치를 d_0^n 로 표현한다면,

$$S(\omega_0^n) = \dot{R}_0^n (\dot{R}_0^n)^T \quad (3. 2)$$

여기서 $S(\omega)$ 는 왜대칭 행렬이다. 위의 식이 각속도 벡터 ω_0^n 를 정의한다.

$$v_0^n = \dot{d}_0^n \quad (3. 3)$$

위의 식이 말단장치의 선속도를 나타내며, 다음의 관계를 구할 수 있다.

$$v_{ci} = J_{v_i}(q)\dot{q}, \quad \omega_i = R_i^T(q)J_{\omega_i}(q)\dot{q}, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (3.4)$$

여기서 $J_{v_i}, J_{\omega_i} \in R^{3 \times 5}$ 행렬로서 선속도 자코비안과 각속도 자코비안이다.

로봇 팔의 관절은 전부 회전관절로 구성되어 있으므로 선속도 및 각속도를 포함하는 자코비안은 아래와 같이 정의된다.

$$J_i = \begin{pmatrix} z_{i-1} \times (O_n - O_i) \\ z_{i-1} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (3.5)$$

여기서 $z_{i-1} \times (O_n - O_i)$ 부분이 선속도 자코비안이며, z_{i-1} 는 각속도 자코비안이다. 또한 앞서 지적했듯이 각속도는 각 링크에 부착된 좌표계로 나타낼 필요가 있으며 Fig. 3.1에서 보는 바와 같이 로봇 팔의 각 관절은 회전관절로만 구성 되어있다. 위에서 나타내어진 로봇 팔에 대한 각 링크의 질량중심 길이를 각각의 관절각으로 편 미분하여 구해진 선속도 자코비안은 아래와 같이 정의되며, 각속도들은 같은 좌표계로 나타내면 벡터끼리 더해질 수 있어 각 링크의 각속도를 기저 좌표계로 나타낸 뒤 더하여 각속도 자코비안을 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$J_{v_{c1}} = \begin{pmatrix} -\sin[q_1] l_{c1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos[q_1] l_{c1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{v_{c2}} = \begin{pmatrix} -\sin[q_1] l_{c1} - \cos[q_1] \sin[q_2] l_{c2} & -\cos[q_1] \sin[q_2] l_{c2} & 0 & 0 & 0 \\ \cos[q_1] l_{c1} - \sin[q_1] \sin[q_2] l_{c2} & -\sin[q_1] \sin[q_2] l_{c2} & 0 & 0 & 0 \\ l_1 - l_{c1} + \cos[q_2] l_{c2} & l_1 - l_{c1} + \cos[q_2] l_{c2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
Jv_{c3} = [& \{ \{-\cos[q_1] \sin[q_2] l_2 - \sin[q_1] l_{c1} - \cos[q_1] \sin[q_2 + q_3] l_{c3}, -\cos[q_1] (\sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\cos[q_1] (\sin[q_2] l_2 - \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), 0, 0\}, \\
& \{-\sin[q_1] \sin[q_2] l_2 + \cos[q_1] l_{c1} - \sin[q_1] \sin[q_2 + q_3] l_{c3}, -\sin[q_1] (\sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\sin[q_1] (\sin[q_2] l_2 - \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), 0, 0\}, \{l_1 + \cos[q_2] l_2 - l_{c1} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& l_1 + \cos[q_2] l_2 - l_{c1} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \cos[q_2] l_2 - \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, 0, 0\} \}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Jv_{c4} = [& \{ \{-2 \cos[q_1] \sin[q_2] l_2 - \cos[q_1] \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_1] l_{c1} + \\
& \cos[q_1] \sin[q_2] l_{c2} - \cos[q_1] \cos[q_3] \sin[q_2] l_{c3} - \cos[q_1] \cos[q_2] \sin[q_3] l_{c3}, \\
& -\cos[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\cos[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - 2 \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\cos[q_1] (\sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2}), 0\}, \\
& \{-2 \sin[q_1] \sin[q_2] l_2 - \sin[q_1] \sin[q_2 + q_3] l_3 + \cos[q_1] l_{c1} + \sin[q_1] \sin[q_2] l_{c2} - \\
& \cos[q_3] \sin[q_1] \sin[q_2] l_{c3} - \cos[q_2] \sin[q_1] \sin[q_3] l_{c3}, \\
& -\sin[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\sin[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - 2 \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\sin[q_1] (\sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2}), 0\}, \\
& \{l_1 + 2 \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - l_{c1} - \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& l_1 + 2 \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - l_{c1} - \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& 2 \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - 2 \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - \cos[q_2] l_{c2}, 0\} \}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Jv_{c5} = [& \{ \{-2 \cos[q_1] \sin[q_2] l_2 - \cos[q_1] \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_1] l_{c1} + \\
& \cos[q_1] \sin[q_2] l_{c2} - \cos[q_1] \cos[q_3] \sin[q_2] l_{c3} - \cos[q_1] \cos[q_2] \sin[q_3] l_{c3}, \\
& -\cos[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\cos[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - 2 \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\cos[q_1] (\sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2}), 0\}, \\
& \{-2 \sin[q_1] \sin[q_2] l_2 - \sin[q_1] \sin[q_2 + q_3] l_3 + \cos[q_1] l_{c1} + \sin[q_1] \sin[q_2] l_{c2} - \\
& \cos[q_3] \sin[q_1] \sin[q_2] l_{c3} - \cos[q_2] \sin[q_1] \sin[q_3] l_{c3}, \\
& -\sin[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\sin[q_1] (2 \sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - 2 \sin[q_2] l_{c2} + \sin[q_2 + q_3] l_{c3}), \\
& -\sin[q_1] (\sin[q_2] l_2 + \sin[q_2 + q_3] l_3 - \sin[q_2] l_{c2}), 0\}, \\
& \{l_1 + 2 \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - l_{c1} - \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& l_1 + 2 \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - l_{c1} - \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& 2 \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - 2 \cos[q_2] l_{c2} + \cos[q_2 + q_3] l_{c3}, \\
& \cos[q_2] l_2 + \cos[q_2 + q_3] l_3 - \cos[q_2] l_{c2}, 0\} \}]
\end{aligned}$$

$$Jw_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Jw_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sin[q_1] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos[q_1] & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Jw_3 = \begin{pmatrix} 0 & \sin[q_1] & \sin[q_1] & 0 & 0 \\ 0 & -\cos[q_1] & -\cos[q_1] & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Jw_4 = \begin{pmatrix} 0 & \sin[q_1] & \sin[q_1] & \sin[q_1] & 0 \\ 0 & -\cos[q_1] & -\cos[q_1] & -\cos[q_1] & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Jw_5 = \begin{pmatrix} 0 & \sin[q_1] & \sin[q_1] & \sin[q_1] & \cos[q_1] \sin[q_2 + q_3 + q_4] \\ 0 & -\cos[q_1] & -\cos[q_1] & -\cos[q_1] & \sin[q_1] \sin[q_2 + q_3 + q_4] \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -\cos[q_2 + q_3 + q_4] \end{pmatrix}$$

3.3 회전관절 공간의 동역학식

양팔에 대한 회전관절 공간의 동역학 방정식을 유도하기 위해서 Euler-Lagrange 방정식을 사용하였으며, 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\sum_j d_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum c_{ijk}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j + \Phi_k(q) = \tau_k, \quad k = 1, \dots, 5 \quad (3.6)$$

여기서 q 는 관절각을 나타내며 $k = 1, \dots, 5$ 은 각 축을 나타낸다. 식 (3.6)의 첫 번째 항은 일반화 좌표의 2차 미분을 포함하는 양의 행렬인 관성행렬이고, 두 번째 항은 관절각 q 의 1차 미분의 곱으로 구성된 원심력 및 Coriolis 항으로 구성되었으며, 세 번째 항은 관절각 q 만 가지고 미분꼴을 가지는 항으로 포텐셜에너지를 미분하여 얻어지는 항이다. 중력을 포함하는 항인 세 번째 항은 토크입력 τ_i 가 없을 경우 외력으로 간주된다. 위의 5자유도에 관한 Euler-Lagrange 방정식에 대하여 관성행렬을 이용하여 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \Phi(q) = \tau \quad (3.7)$$

여기서, $D(q) \in R^{5 \times 5}$, $C(q, \dot{q}) \in R^{5 \times 5}$, $\Phi(q) \in R^{5 \times 1}$ 이다.

양팔 로봇의 동역학 방정식을 유도하기 위해서는 통상 형상에 좌우되는 대칭인 양의한정행렬인 관성행렬 $D(q)$ 를 구해야 한다. 관성행렬의 구성요소 중에서 선속도를 포함하는 부분은 단지 질량과 선속도 자코비안의 이중곱으로 구성되지만, 각속도를 포함하는 부분에서는 각속도를 각 링크에 부착된 좌표계로 나타내어야 한다. 그러나 양팔 로봇 관절구성은 전부 회전관절로 구성되어 있으

므로 모든 축의 방향은 동일하다. 또한 ω_i 는 k 방향이므로 삼중곱 $\omega_i^T I \omega_i, i = 1, \dots, 5$ 는 단순히 관성모멘트와 각속도 크기의 제곱임을 알 수 있다. $\text{Cos}^2\theta + \text{Sin}^2\theta = 1, \text{Cos}\alpha\text{Cos}\beta + \text{Sin}\alpha\text{Sin}\beta = \text{Cos}(\alpha - \beta)$ 을 이용하여 전체 시스템에 있어서 관성행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
D_{11} = & \dot{\mathbf{i}}_1 + \dot{\mathbf{i}}_2 + \dot{\mathbf{i}}_3 + \dot{\mathbf{i}}_4 + \dot{\mathbf{i}}_5 + l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_3 + 2 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_3 + l_{c3}^2 m_3 + 4 l_2^2 m_4 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_3 m_4 + \\
& l_3^2 m_4 - 4 l_2 l_{c2} m_4 - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_4 + l_{c2}^2 m_4 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_4 + 2 l_3 l_{c3} m_4 - \\
& 2 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + l_{c3}^2 m_4 + 4 l_2^2 m_5 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_3 m_5 + l_3^2 m_5 - 4 l_2 l_{c2} m_5 - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_5 + \\
& l_{c2}^2 m_5 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_5 + 2 l_3 l_{c3} m_5 - 2 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 + l_{c3}^2 m_5 + l_1^2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5) + \\
& l_{c1}^2 (m_1 + 2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5)) - \\
& 2 l_{c1} (\text{Cos} [q_2] l_2 m_3 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_3 + 2 \text{Cos} [q_2] l_2 m_4 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 m_4 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_4 + \\
& \text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + 2 \text{Cos} [q_2] l_2 m_5 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 m_5 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_5 + \\
& l_1 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5)) + \\
& 2 l_1 (\text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \text{Cos} [q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{12} = D_{21} = & l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_3 + 2 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_3 + l_{c3}^2 m_3 + 4 l_2^2 m_4 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_3 m_4 + l_3^2 m_4 - \\
& 4 l_2 l_{c2} m_4 - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_4 + l_{c2}^2 m_4 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_4 + 2 l_3 l_{c3} m_4 - 2 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + \\
& l_{c3}^2 m_4 + 4 l_2^2 m_5 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_3 m_5 + l_3^2 m_5 - 4 l_2 l_{c2} m_5 - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_5 + l_{c2}^2 m_5 + \\
& 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_5 + 2 l_3 l_{c3} m_5 - 2 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 + l_{c3}^2 m_5 + l_1^2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5) + \\
& l_{c1}^2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5) - \\
& 2 l_1 (-\text{Cos} [q_2] l_2 m_3 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_3 - 2 \text{Cos} [q_2] l_2 m_4 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 m_4 - \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_4 - \text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) - 2 \text{Cos} [q_2] l_2 m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 m_5 - \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_5 + l_{c1} (m_2 + m_3 + m_4 + m_5)) - \\
& 2 l_{c1} (\text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \text{Cos} [q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{13} = D_{31} = & \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} m_3 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_3 - \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_3 + l_{c3}^2 m_3 + l_3^2 m_4 - \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_4 - 3 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_4 + 2 \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} m_4 + 2 l_{c2}^2 m_4 + 2 l_3 l_{c3} m_4 - \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_4 - 3 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + l_{c3}^2 m_4 + l_3^2 m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_5 - \\
& 3 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_5 + 2 \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} m_5 + 2 l_{c2}^2 m_5 + 2 l_3 l_{c3} m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_5 - \\
& 3 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 + l_{c3}^2 m_5 + l_2^2 (m_3 + 4 (m_4 + m_5)) + \\
& l_1 (\text{Cos} [q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) - \text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& \text{Cos} [q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) - \\
& l_2 (\text{Cos} [q_2] l_{c1} (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + l_{c2} (m_3 + 6 (m_4 + m_5)) - \\
& 2 \text{Cos} [q_3] (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5))))
\end{aligned}$$

$$D_{14} =$$

$$D_{41} =$$

$$(2 l_2^2 + l_3^2 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 l_{c1} - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} + \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} + l_{c2}^2 + l_1 (\text{Cos} [q_2] l_2 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 - \text{Cos} [q_2] l_{c2}) + l_3 l_{c3} - \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} + l_2 (3 \text{Cos} [q_3] l_3 - \text{Cos} [q_2] l_{c1} - 3 l_{c2} + \text{Cos} [q_3] l_{c3})) (m_4 + m_5)$$

$$D_{22} = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 + \dot{m}_4 + \dot{m}_5 + l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_3 + 2 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_3 + l_{c3}^2 m_3 + 4 l_2^2 m_4 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_3 m_4 + l_3^2 m_4 - 4 l_2 l_{c2} m_4 - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_4 + l_{c2}^2 m_4 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_4 + 2 l_3 l_{c3} m_4 - 2 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + l_{c3}^2 m_4 + 4 l_2^2 m_5 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_3 m_5 + l_3^2 m_5 - 4 l_2 l_{c2} m_5 - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_5 + l_{c2}^2 m_5 + 4 \text{Cos} [q_3] l_2 l_{c3} m_5 + 2 l_3 l_{c3} m_5 - 2 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 + l_{c3}^2 m_5 + l_1^2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5) + l_{c1}^2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5) - 2 l_1 (-\text{Cos} [q_2] l_2 m_3 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_3 - 2 \text{Cos} [q_2] l_2 m_4 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 m_4 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_4 - \text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) - 2 \text{Cos} [q_2] l_2 m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c3} m_5 + l_{c1} (m_2 + m_3 + m_4 + m_5)) - 2 l_{c1} (\text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \text{Cos} [q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \text{Cos} [q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5)))$$

$$D_{23} = D_{32} = \dot{m}_3 + \dot{m}_4 + \dot{m}_5 + \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} m_3 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_3 - \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_3 + l_{c3}^2 m_3 + l_3^2 m_4 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_4 - 3 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_4 + 2 \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} m_4 + 2 l_{c2}^2 m_4 + 2 l_3 l_{c3} m_4 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_4 - 3 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + l_{c3}^2 m_4 + l_3^2 m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_5 - 3 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} m_5 + 2 \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} m_5 + 2 l_{c2}^2 m_5 + 2 l_3 l_{c3} m_5 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_5 - 3 \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 + l_{c3}^2 m_5 + l_2^2 (m_3 + 4 (m_4 + m_5)) + l_1 (\text{Cos} [q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) - \text{Cos} [q_2] l_{c2} (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \text{Cos} [q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) - l_2 (\text{Cos} [q_2] l_{c1} (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + l_{c2} (m_3 + 6 (m_4 + m_5)) - 2 \text{Cos} [q_3] (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5))))$$

$$D_{24} =$$

$$D_{42} =$$

$$\dot{m}_4 + \dot{m}_5 +$$

$$(2 l_2^2 + l_3^2 - \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 l_{c1} - 2 \text{Cos} [q_3] l_3 l_{c2} + \text{Cos} [q_2] l_{c1} l_{c2} + l_{c2}^2 + l_1 (\text{Cos} [q_2] l_2 + \text{Cos} [q_2 + q_3] l_3 - \text{Cos} [q_2] l_{c2}) + l_3 l_{c3} - \text{Cos} [q_3] l_{c2} l_{c3} + l_2 (3 \text{Cos} [q_3] l_3 - \text{Cos} [q_2] l_{c1} - 3 l_{c2} + \text{Cos} [q_3] l_{c3})) (m_4 + m_5)$$

$$D_{33} = \dot{\mathbf{q}}_3 + \dot{\mathbf{q}}_4 + \dot{\mathbf{q}}_5 + l_{c3}^2 m_3 + l_3^2 m_4 + 2 l_3 l_{c3} m_4 + l_{c3}^2 m_4 + l_3^2 m_5 + 2 l_3 l_{c3} m_5 + l_{c3}^2 m_5 + l_2^2 (m_3 + 4 (m_4 + m_5)) + l_{c2}^2 (m_3 + 4 (m_4 + m_5)) - 2 \text{Cos}[q_3] l_{c2} (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5))) + l_2 (-2 l_{c2} (m_3 + 4 (m_4 + m_5)) + 2 \text{Cos}[q_3] (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5))))$$

$$D_{34} =$$

$$D_{43} =$$

$$\dot{\mathbf{q}}_4 + \dot{\mathbf{q}}_5 + (2 l_2^2 + l_3^2 + l_3 (-3 \text{Cos}[q_3] l_{c2} + l_{c3}) + l_{c2} (2 l_{c2} - \text{Cos}[q_3] l_{c3}) + l_2 (3 \text{Cos}[q_3] l_3 - 4 l_{c2} + \text{Cos}[q_3] l_{c3})) (m_4 + m_5)$$

$$D_{44} = \dot{\mathbf{q}}_4 + \dot{\mathbf{q}}_5 + (l_2^2 + l_3^2 + 2 l_2 (\text{Cos}[q_3] l_3 - l_{c2}) - 2 \text{Cos}[q_3] l_3 l_{c2} + l_{c2}^2) (m_4 + m_5)$$

$$D_{45} = D_{54} = 0$$

$D_{55} = \dot{\mathbf{q}}_5$ 이며, 각 파라미터 들은 다음과 같이 정의 된다.

l_1 : 어깨에서 팔꿈치까지의 링크 길이

l_{c1} : 어깨 좌표계(O_1)에서 l_1 상의 무게중심까지의 길이

l_2 : 팔꿈치에서 손목부까지의 링크길이

l_{c2} : 팔꿈치 좌표계(O_2)에서 l_2 상의 무게중심까지의 길이

l_3 : 손목에서 Gripper까지의 링크 길이

l_{c3} : 손목 좌표계(O_3)에서 l_3 의 무게중심까지의 거리

i_i : 각 관절의 관성 모멘트

Chrostoffel항은 곱의 꼴 \dot{q} 을 가지는 원심력 항과 $i \neq j$ 일 때 곱의 꼴 $\dot{q}_i \dot{q}_j$ 을 가지는 Coriolis 항으로 구성되며 위에서 구해진 관성행렬 $D(q)$ 를 각 링크의 관절 각 q_i 로 편미분해서 구해진다. 다시 말하면 양팔 로봇이 움직일 경우 로봇을 구성하는 여러 링크부분이 서로 연결되어 같거나 혹은 다른 방향으로 운동할 때 발생하는 간섭력 항을 포함한다.

$$\begin{aligned}
C_{11} = & -l_1 (\sin[q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \sin[q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& 2 \sin[q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) + \\
& l_{c1} (\sin[q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \sin[q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& 2 \sin[q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) + \\
& \sin[q_3] (l_{c2} (l_3 + l_{c3}) (m_4 + m_5) - l_2 (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{12} = & \frac{1}{2} (\sin[q_2 + q_3 + q_4] \dot{\mathbf{i}}_5 - 2 \sin[q_3] l_2 l_{c3} m_3 - 4 \sin[q_3] l_2 l_3 m_4 + 2 \sin[q_3] l_3 l_{c2} m_4 - \\
& 4 \sin[q_3] l_2 l_{c3} m_4 + 2 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 - 4 \sin[q_3] l_2 l_3 m_5 + 2 \sin[q_3] l_3 l_{c2} m_5 - \\
& 4 \sin[q_3] l_2 l_{c3} m_5 + 2 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 - \\
& l_1 (\sin[q_2] l_{c2} (4 m_2 - m_3 - 7 (m_4 + m_5)) + \sin[q_2] l_2 (5 m_3 + 11 (m_4 + m_5)) + \\
& \sin[q_2 + q_3] (8 l_3 (m_4 + m_5) + 7 l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) + \\
& l_{c1} (\sin[q_2] l_{c2} (4 m_2 - m_3 - 7 (m_4 + m_5)) + \sin[q_2] l_2 (5 m_3 + 11 (m_4 + m_5)) + \\
& \sin[q_2 + q_3] (8 l_3 (m_4 + m_5) + 7 l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{13} = & \frac{1}{2} (\sin[q_2 + q_3 + q_4] \dot{\mathbf{i}}_5 + 2 \sin[q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_3 + 2 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_3 + 3 \sin[q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_4 + \\
& 8 \sin[q_3] l_3 l_{c2} m_4 + 2 \sin[q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_4 + 7 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + 3 \sin[q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_5 + \\
& 8 \sin[q_3] l_3 l_{c2} m_5 + 2 \sin[q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_5 + 7 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 - \\
& \sin[q_2 + q_3] l_1 (3 l_3 (m_4 + m_5) + 2 l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5)) - \\
& \sin[q_3] l_2 (11 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (4 m_3 + 9 (m_4 + m_5))))
\end{aligned}$$

$$C_{14} = \frac{1}{2} \sin[q_2 + q_3 + q_4] \dot{\mathbf{i}}_5$$

$$C_{15} = 0$$

$$\begin{aligned}
C_{22} = & -l_1 (\sin[q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \sin[q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& 2 \sin[q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) + \\
& l_{c1} (\sin[q_2] l_{c2} (m_2 - m_4 - m_5) + \sin[q_2] l_2 (m_3 + 2 (m_4 + m_5)) + \\
& 2 \sin[q_2 + q_3] (l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5))) + \\
& \sin[q_3] (l_{c2} (l_3 + l_{c3}) (m_4 + m_5) - l_2 (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{23} = & \frac{1}{2} (2 \sin[q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_3 + 2 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_3 + 3 \sin[q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_4 + 8 \sin[q_3] l_3 l_{c2} m_4 + \\
& 2 \sin[q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_4 + 7 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_4 + 3 \sin[q_2 + q_3] l_3 l_{c1} m_5 + 8 \sin[q_3] l_3 l_{c2} m_5 + \\
& 2 \sin[q_2 + q_3] l_{c1} l_{c3} m_5 + 7 \sin[q_3] l_{c2} l_{c3} m_5 - \sin[q_2 + q_3] l_1 (3 l_3 (m_4 + m_5) + 2 l_{c3} (m_3 + m_4 + m_5)) - \\
& \sin[q_3] l_2 (11 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (4 m_3 + 9 (m_4 + m_5))))
\end{aligned}$$

$$C_{24} = 0$$

$$C_{25} = 0$$

$$C_{33} = -\sin[q_3] (l_2 - l_{c2}) (2 l_3 (m_4 + m_5) + l_{c3} (m_3 + 2 (m_4 + m_5)))$$

$$C_{34} = \sin[q_3] l_3 (l_2 - l_{c2}) (m_4 + m_5)$$

$$C_{35} = 0$$

$$C_{44} = 0$$

$$C_{45} = 0$$

$$C_{55} = 0$$

양팔의 매니플레이터 포텐셜에너지는 단순히 5개의 링크 포텐셜에너지의 합이다. 각 링크에 대해서 포텐셜에너지는 질량중심에 중력가속도 곱하기 질량중심의 높이이다. 다시 말하면 물체의 총 포텐셜에너지는 대상물의 전체 질량이 질량중심에 모였을 때와 같다. 구해진 총 포텐셜에너지를 각 링크의 관절변수

에 대하여 편미분하면 Euler-Lagrange 방정식에 포함되는 포텐셜에너지 항을 구할 수 있다. 구한 매니플레이터의 포텐셜에너지는 벡터 q 에 좌우되고 \dot{q} 에 좌우되지 않는다. 구한 각 링크의 포텐셜에너지는 다음과 같다.

$$\phi_1 =$$

$$g (l_{c1} (\cos [q_1] m_1 + \cos [q_1 + q_2] m_2) + \cos [q_1 + q_2] l_2 m_3 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_{c3} m_3 + \cos [q_1 + q_2] l_2 m_4 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_3 m_4 + \cos [q_1 + q_2 + q_3 + q_4] d_{c5} m_5 + \cos [q_1 + q_2] l_2 m_5 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_3 m_5 + \cos [q_1] l_1 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5))$$

$$\phi_2 =$$

$$g (\cos [q_1 + q_2] l_{c1} m_2 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_{c3} m_3 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_3 m_4 + \cos [q_1 + q_2 + q_3 + q_4] d_{c5} m_5 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_3 m_5 + \cos [q_1 + q_2] l_2 (m_3 + m_4 + m_5))$$

$$\phi_3 = g (\cos [q_1 + q_2 + q_3] l_{c3} m_3 + \cos [q_1 + q_2 + q_3 + q_4] d_{c5} m_5 + \cos [q_1 + q_2 + q_3] l_3 (m_4 + m_5))$$

$$\phi_4 = g \cos [q_1 + q_2 + q_3 + q_4] d_{c5} m_5$$

$$\phi_5 = 0$$

3.4 직선관절 공간의 동역학식

본 논문에서 개발된 양팔의 관절 운동은 4 절 링크구조의 관절 구동기에서 볼나사의 구동에 의해 이루어진다. 기존의 로봇들은 구동모터가 관절에 직결되어 있어서 로봇 동역학식이 관절공간에서 표현되었으나 개발된 양팔의 관절 구동기는 볼나사에 엔코더가 부착된 서보모터를 직결하여 구동하므로 직선운동 공간에서 로봇의 동역학식이 표현되는 것이 바람직하다. 양팔의 관절운동과 직선운동 간의 관계를 다음과 같이 해석하였다.

3.4.1 어깨 회전관절과 직선관절 간의 관계식

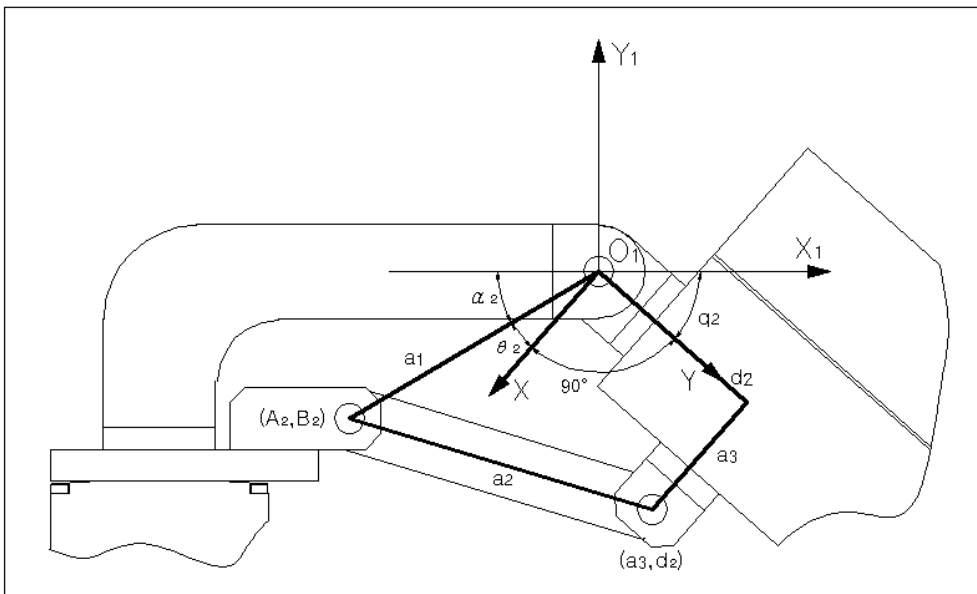


Fig. 3.2 Four-bar-link structure for shoulder joint

직선 운동을 회전운동으로 변환하는 4 절 링크를 이용하여 어깨관절의 회전 각 q_2 로 구동하는 구조를 Fig. 3.2에서 나타낸 것이다. 관절각 $q_2 = 90^\circ - \alpha_2 - \theta_2$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 α_2 은 고정된 각이다. 볼나사 구동의 직선운동 변위

는 d_2 이고 어깨관절의 관절각을 결정한다. q_2 와 d_2 의 관계는 다음과 같다.

중심 (A_2, B_2) 인 원의 방정식 $(X-A_2)^2 + (Y-B_2)^2 = a_2^2$ 에 중심점 $A_2 = a_1 \cos \theta_2$, $B_2 = a_1 \sin \theta_2$ 와 점 (a_3, d_2) 을 원의 방정식에 대입하여 변위 d_2 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$d_2 = a_1 \sin \theta_2 + \sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2} \quad (3. 8)$$

식(3. 8)을 이용하여 1차 및 2차 미분을 하면 다음과 같다.

$$\dot{d}_2 = a_1 \left(\cos \theta_2 + \frac{\sin \theta_2 (a_1 \cos \theta_2 - a_3)}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} \right) \dot{\theta}_2 \quad (3. 9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{d}_2 = & a_1 \left(-\sin \theta_2 - \frac{a_1 \sin \theta_2^2 (-a_1 \cos \theta_2 + a_3)^2}{(a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2)^{\frac{3}{2}}} \right. \\ & \left. \frac{a_1 \sin \theta_2}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} + \frac{\cos \theta_2 (a_1 \cos \theta_2 - a_3)}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} \right) \dot{\theta}_2 + \\ & a_1 \left(\cos \theta_2 + \frac{\sin \theta_2 (a_1 \cos \theta_2 - a_3)}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} \right) \ddot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (3. 10)$$

관절각 q_2 의 각속도 \dot{q}_2 와 관절의 회전을 결정하는 θ_2 의 속도 관계는 다음과 같다.

$$\dot{\theta}_2 = \dot{q}_2 \quad (3. 11)$$

따라서 q_2 와 d_2 의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{R_{21}} \dot{d}_2 \quad (3.12)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{1}{R_{21}} \ddot{d}_2 - \frac{R_{22}}{R_{21}^2} \dot{d}_2 \quad (3.13)$$

여기서

$$R_{21} = a_1 \left(\cos \theta_2 + \frac{\sin \theta_2 (a_1 \cos \theta_2 - a_3)}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} \right)$$

$$R_{22} = a_1 \left(-\sin \theta_2 - \frac{a_1 \sin^2 \theta_2 (-a_1 \cos \theta_2 + a_3)^2}{(a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2)^{\frac{3}{2}}} \right. \\ \left. - \frac{a_1 \sin \theta_2}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} \right. \\ \left. + \frac{\cos \theta_2 (a_1 \cos \theta_2 - a_3)}{\sqrt{a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1 a_3 \cos \theta_2}} \right)$$

3.4.2 팔꿈치 회전관절과 직선관절 간의 관계식

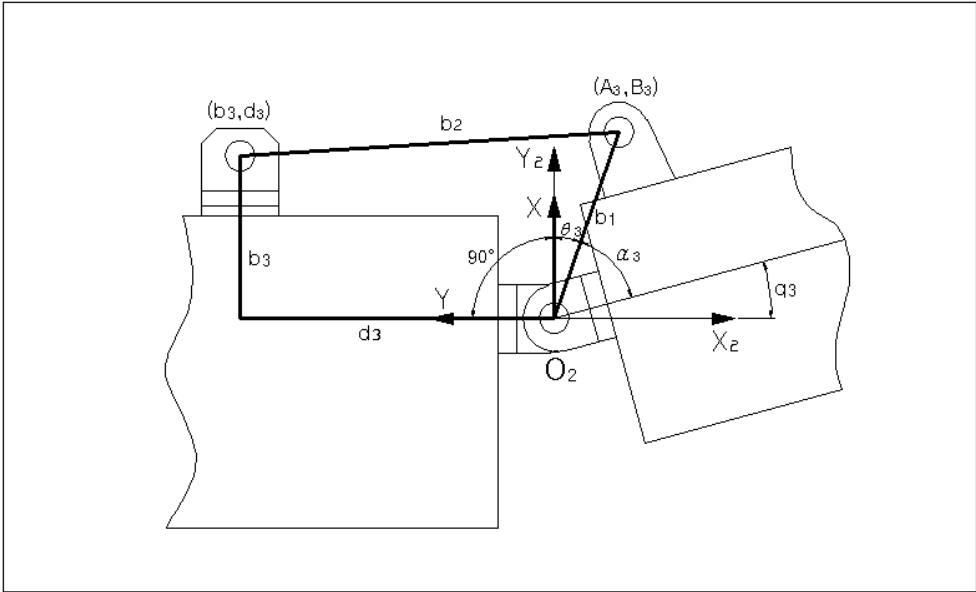


Fig. 3.3 Four-bar-link structure for elbow joint

팔꿈치관절 부분에 적용된 4 절 링크는 Fig. 3.3에 나타난 바와 같이 손목관절의 구조와 유사하다. 관절각 $q_3 = 90^\circ - \alpha_3 - \theta_3$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 α_3 은 고정된 각이다. 볼나사 구동의 직선운동 변위는 d_3 이고 어깨관절의 관절각을 결정한다. q_3 와 d_3 의 관계는 다음과 같다.

중심 (A_3, B_3) 인 원의 방정식 $(X - A_3)^2 + (Y - B_3)^2 = b_2^2$ 에 중심점 $A_3 = b_1 \cos \theta_3$, $B_3 = b_1 \sin \theta_3$ 와 점 (b_3, d_3) 을 원의 방정식에 대입하여 변위 d_3 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$d_3 = b_1 \sin \theta_3 + \sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3} \quad (3.14)$$

식 이용하여 1차 및 2차 미분을 하면 다음과 같다.

$$\dot{d}_3 = b_1 \left(\cos \theta_3 + \frac{\sin \theta_3 (b_1 \cos \theta_3 - b_3)}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} \right) \dot{\theta}_3 \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \ddot{d}_3 = & b_1 \left(-\sin \theta_3 - \frac{b_1 \sin^2 \theta_3 (-b_1 \cos \theta_3 + b_3)^2}{(b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3)^{\frac{3}{2}}} - \right. \\ & \left. \frac{b_1 \sin \theta_3}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} + \frac{\cos \theta_3 (b_1 \cos \theta_3 - b_3)}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} \right) \dot{\theta}_3 + \\ & b_1 \left(\cos \theta_3 + \frac{\sin \theta_3 (b_1 \cos \theta_3 - b_3)}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} \right) \ddot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (3.16)$$

관절각 q_3 의 각속도 \dot{q}_3 와 관절의 회전을 결정하는 θ_3 의 속도 관계는 다음과 같다.

$$\dot{\theta}_3 = \dot{q}_3 \quad (3.17)$$

따라서 q_3 와 d_3 의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{R_{31}} \dot{d}_3 \quad (3.18)$$

$$\ddot{q}_3 = \frac{1}{R_{31}} \ddot{d}_3 - \frac{R_{32}}{R_{31}^2} \dot{d}_3 \quad (3.19)$$

여기서

$$R_{31} = b_1 \left(\cos \theta_3 + \frac{\sin \theta_3 (b_1 \cos \theta_3 - b_3)}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} \right)$$

$$\begin{aligned} R_{32} = & b_1 \left(-\sin \theta_3 - \frac{b_1 \sin^2 \theta_3 (-b_1 \cos \theta_3 + b_3)^2}{(b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3)^{\frac{3}{2}}} - \right. \\ & \left. - \frac{b_1 \sin \theta_3}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} \right. \\ & \left. + \frac{\cos \theta_3 (b_1 \cos \theta_3 - b_3)}{\sqrt{b_2^2 - b_3^2 - b_1^2 \cos^2 \theta_3 + 2b_1 b_3 \cos \theta_3}} \right) \end{aligned}$$

3.4.3 손목 회전관절과 직선관절 간의 관계식

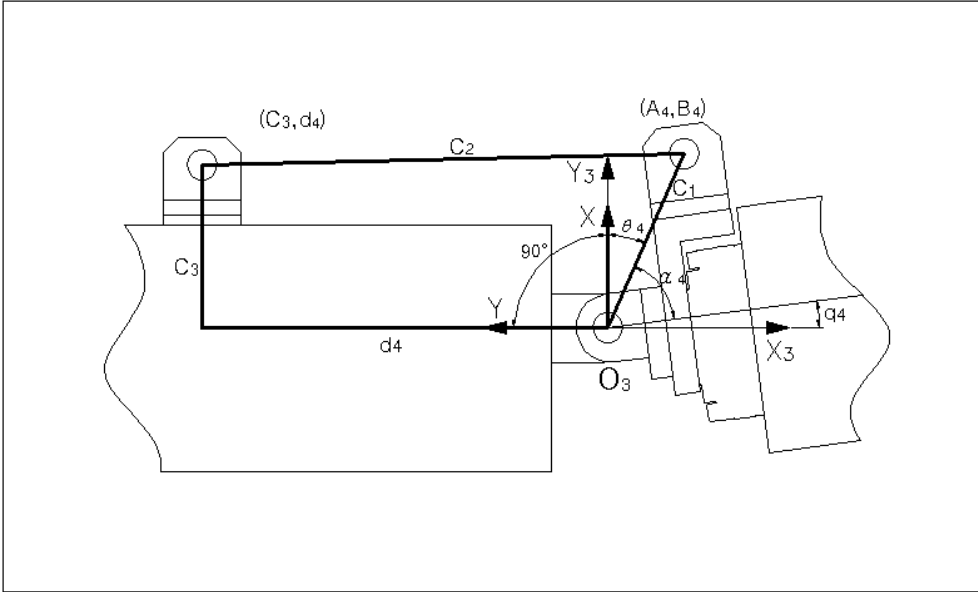


Fig. 3.4 Four-bar-link structure for wrist joint

손목관절 부분에 적용된 4 절 링크도 Fig. 3.4에 나타난 바와 같이 다른 관절의 구조와 유사하다. 관절각 $q_4 = 90^\circ - \alpha_4 - \theta_4$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 α_4 은 고정된 각이다. 볼나사 구동의 직선운동 변위는 d_4 이고 어깨관절의 관절각을 결정한다. q_4 와 d_4 의 관계는 다음과 같다.

중심 (A_4, B_4) 인 원의 방정식 $(X - A_4)^2 + (Y - B_4)^2 = c_2^2$ 에 중심점 $A_4 = c_1 \cos \theta_4$, $B_4 = c_1 \sin \theta_4$ 와 점 (c_3, d_4) 을 원의 방정식에 대입하여 변위 d_4 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$d_4 = c_1 \sin \theta_4 + \sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4} \quad (3. 20)$$

식 이용하여 1차 및 2차 미분을 하면 다음과 같다.

$$\dot{d}_4 = c_1 \left(\cos \theta_4 + \frac{\sin \theta_4 (c_1 \cos \theta_4 - c_3)}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} \right) \dot{\theta}_4 \quad (3. 21)$$

$$\begin{aligned} \ddot{d}_4 = & c_1 \left(-\sin \theta_4 - \frac{c_1 \sin^2 \theta_4 (-c_1 \cos \theta_4 + c_3)^2}{(c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4)^{\frac{3}{2}}} - \right. \\ & \left. \frac{c_1 \sin \theta_4}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} + \frac{\cos \theta_4 (c_1 \cos \theta_4 - c_3)}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} \right) \dot{\theta}_4 + \\ & c_1 \left(\cos \theta_4 + \frac{\sin \theta_4 (c_1 \cos \theta_4 - c_3)}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} \right) \ddot{\theta}_4 \end{aligned} \quad (3. 22)$$

관절각 q_4 의 각속도 \dot{q}_4 와 관절의 회전을 결정하는 θ_4 의 속도 관계는 다음과 같다.

$$\dot{\theta}_4 = \dot{q}_4 \quad (3. 23)$$

따라서 q_4 와 d_4 의 관계는 다음과 같다.

$$\dot{q}_4 = \frac{1}{R_{41}} \dot{d}_4 \quad (3. 24)$$

$$\ddot{q}_4 = \frac{1}{R_{41}} \ddot{d}_4 - \frac{R_{42}}{R_{41}^2} \dot{d}_4 \quad (3. 25)$$

여기서

$$\begin{aligned} R_{41} = & c_1 \left(\cos \theta_4 + \frac{\sin \theta_4 (c_1 \cos \theta_4 - c_3)}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} \right) \\ R_{42} = & c_1 \left(-\sin \theta_4 - \frac{c_1 \sin^2 \theta_4 (-c_1 \cos \theta_4 + c_3)^2}{(c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4)^{\frac{3}{2}}} - \right. \\ & \left. - \frac{c_1 \sin \theta_4}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} + \frac{\cos \theta_4 (c_1 \cos \theta_4 - c_3)}{\sqrt{c_2^2 - c_3^2 - c_1^2 \cos^2 \theta_4 + 2c_1 c_3 \cos \theta_4}} \right) \end{aligned}$$

3.4.4 직선관절 공간에서의 제어입력

회전관절 공간의 로봇 동역학식이 직선관절 공간에서 표현됨에 따라 회전관절 공간의 토크 τ 도 직선운동 방향의 구동력 F 로 표현되어야 한다. 이의 관계식을 유도하기 위하여 관절 공간상의 점 O_1, O_2, O_3 에서 각각의 볼 나사의 직선 운동 방향에 접선을 그렸을 때, 이 접선의 길이와 볼 나사에 가해지는 구동력 F_i 의 곱이 각 관절에서 발생하는 토크가 되며 이의 관계식은 다음과 같다.

$$\tau_i = F_i \cdot p_i \sin \phi_i \quad (3.26)$$

여기서 ϕ_i, p_i 을 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_i = a \cos(d_i / p_i) \quad (3.27)$$

$$p_i = \sqrt{d_i^2 + a^2}$$

여기서 $i=1,2,3$ 은 어깨, 팔꿈치, 손목 관절로 이어지는 순서이며 a 는 관절에 따라 b, c 로 대체 될 수 있다.

3.4.5 직선관절 공간의 동역학 방정식 유도

본 논문에서 제작한 양팔은 사절 링크구조에서 회전링크의 한 변을 볼 나사를 사용하여 직선운동으로 대체함으로써 볼나사의 길이변화에 의한 서로 연결된 다른 링크의 회전각을 변환시키고 궁극적으로 로봇 팔의 회전축을 구동한다. 유도된 어깨, 팔꿈치 및 손목의 회전관절 각의 변위 q_i 와 볼나사 길이 방향의 미끄럼 변위 d_i 의 관계식을 회전관절구조에서의 Euler-Lagrange 방정식에 대입함에 따라서 관절각 변위 $[q_2, q_3, q_4]$ 가 $[d_2, d_3, d_4]$ 인 미끄럼 변위로 대체되었다. 또한 제어입력에 대하여 식 (3.26)처럼 관절구동을 위한 토크 입력을 볼나

사 구동방향에 대한 힘의 입력으로 변환하였다. 즉, 회전관절 공간과 미끄럼 관절공간의 관계식과 토크 τ_i 와 구동력 F_i 관계를 이용하여 5 자유도에 관한 회전관절공간의 Euler-Lagrange 방정식인 식(3.6)을 다음의 미끄럼 관절공간의 식으로 표현하였다.

단, 여기서 어깨관절 요축과 손목관절 롤축의 q_1, q_5 는 경우 회전관절이므로 회전관절 변위 및 토크 제어입력을 그대로 사용한다.

$$H(d)\ddot{d} + Q(d, \dot{d})\dot{d} + h_f(d) = LF \quad (3.28)$$

여기서, $i, j = 1, \dots, 5$ 일 때

$$H(d)_{ij} = D(d)_{ij} R_{3i}(d), \quad Q(d, \dot{d})_{ij} = C(d, \dot{d}) + H(d)R_{1j}(d)\dot{d}_j$$

로 표현된다. 식(3.28)에서 L은 각관절의 2번째 링크의 길이(a_3, b_3, c_3)를 의미한다.

제 4 장 양팔의 관절 구동기 해석

이 장에서는 로봇 팔이 구동할 때 피치운동을 하는 4 절 링크 구조의 어깨관절, 팔꿈치관절, 손목관절의 유동적인 부하토크를 구하는 일반적인 방정식을 구한다. 이 경우는 로봇에 10kg의 하중과 자중을 그리퍼(gripper)의 중심에 적용하여 가장 큰 부하가 발생하는 형태를 초기 위치로 정하고 모든 하중을 어깨요관절에서 지지한다는 조건에서 이루어졌다. 또한 어깨, 팔꿈치, 손목관절이 기구적인 연쇄동작을 하므로 하나의 독립적인 구동이라고 보기엔 어렵다. 따라서 모든 관절이 동시에 구동하며, 동작에 따른 각 관절의 부하토크를 계산하여 선택된 모터의 적합성을 알아보려 한다.

4.1 4 절 링크구조의 관절 구동기 부하토크 해석

각 관절 구동기의 부하토크 방정식을 유도하기 위해 도식화 하면 Fig. 4.1~4.3과 같다.

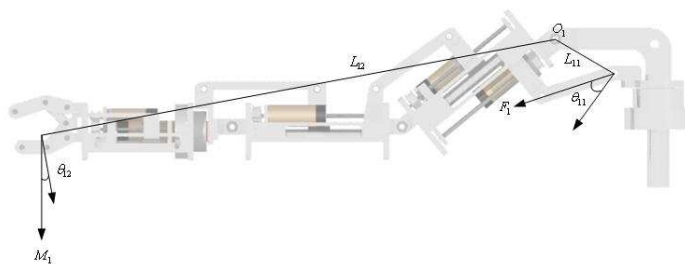


Fig. 4.1 Torque analysis of the shoulder joint

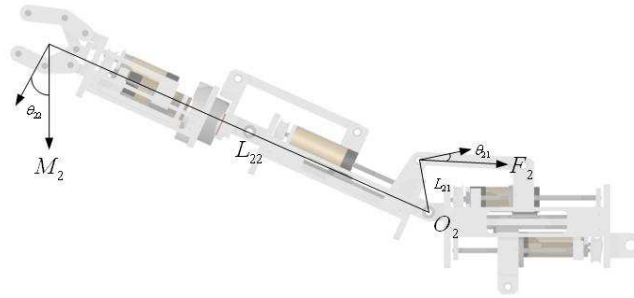


Fig. 4.2 Torque analysis of the elbow joint

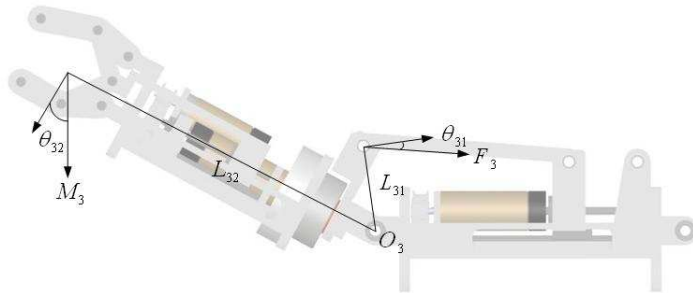


Fig. 4.3 Torque analysis of the wrist joint

로봇 팔의 구동시에는 볼 나사의 길이 변화에 따라 θ_{i1} 이 변하게 되므로 회전 중심 O_i 에 대한 모멘트 크기가 변하게 된다. 모멘트 합 원리에서 외력 F_i 에 대한 각 관절부의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_1 = \frac{M_1 \cdot L_{12} \cdot \text{Cos}\theta_{12}}{L_{11} \cdot \text{Cos}\theta_{11}} \quad (4.1)$$

$$F_2 = \frac{M_2 \cdot L_{22} \cdot \text{Cos}\theta_{22}}{L_{21} \cdot \text{Cos}\theta_{21}} \quad (4.2)$$

$$F_3 = \frac{M_3 \cdot L_{32} \cdot \text{Cos}\theta_{32}}{L_{31} \cdot \text{Cos}\theta_{31}} \quad (4.3)$$

여기서, M_i 는 로봇 팔이 들어 올릴 하중과 로봇 팔의 자중이다. M_1 은 16.7kgf, M_2 는 13.2kgf, M_3 는 11.7kgf 이다. 각 관절부의 외력 F_i 와 볼나사에 작용하는 축 방향의 부하 하중 F_a 의 관계는 식 (4.4)와 같으며, 부하 하중 F_a 에 대한 모터 토크를 계산하는 방정식은 식 (4.5)와 같다.

$$F_a = \frac{F_i}{\text{Cos}\theta_i} \quad (4.4)$$

$$\tau_{i(\text{Motorload})} = \frac{F_a \cdot l_b}{2\pi \cdot \eta \cdot A} \quad (4.5)$$

위 식에서 l_b 는 볼나사의 리드, η 은 볼나사의 효율, A 는 모터의 감속비이며 각 관절의 사양을 Table 4.1에 나타내었다.

Table 4.1 Constants of the load torque in each joint

Body name	Lead of ballscrew l_b [mm]	Efficiency of ballscrew η [%]	Reduction	Motor Max. continuous torque
Shoulder	2 mm	90%	1 : 4.3	181Nmm
Elbow	1 mm	90%	1 : 1.75	94.8Nmm
Wrist	1 mm	90%	1 : 1.75	94.8Nmm

따라서, 식(4.5)을 적용하여 로봇이 구동할 때 마다 구동기에 작용하는 부하 토크를 계산하여 시뮬레이션 결과를 Fig. 4.4~4.6 에 나타내었다.

여기서, 각 관절각의 범위는 통상적으로 반복된 실험에 의해서 경험적으로 정해진 것이다.

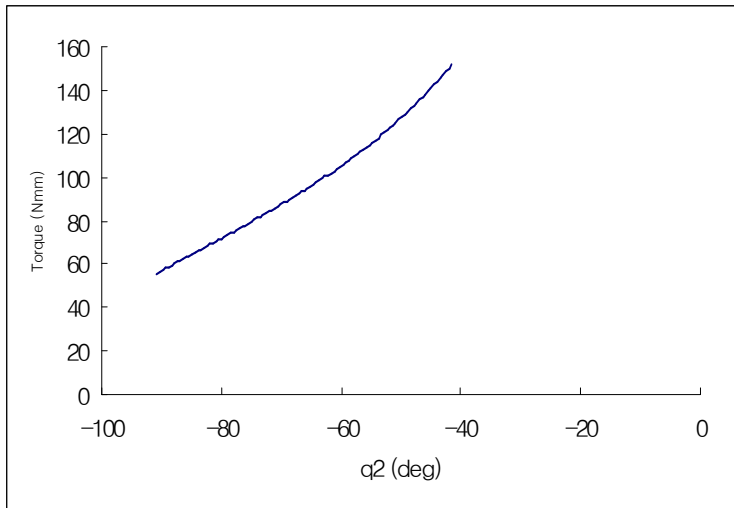


Fig. 4.4 Load torque of the shoulder joint

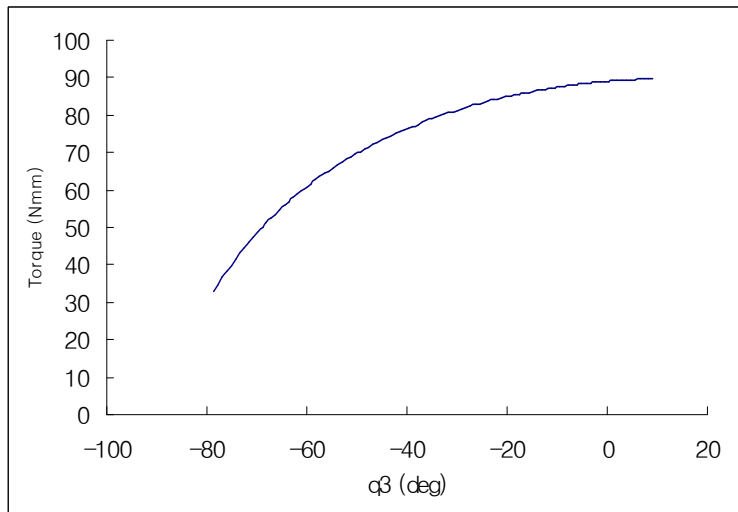


Fig. 4.5 Load torque of the elbow joint

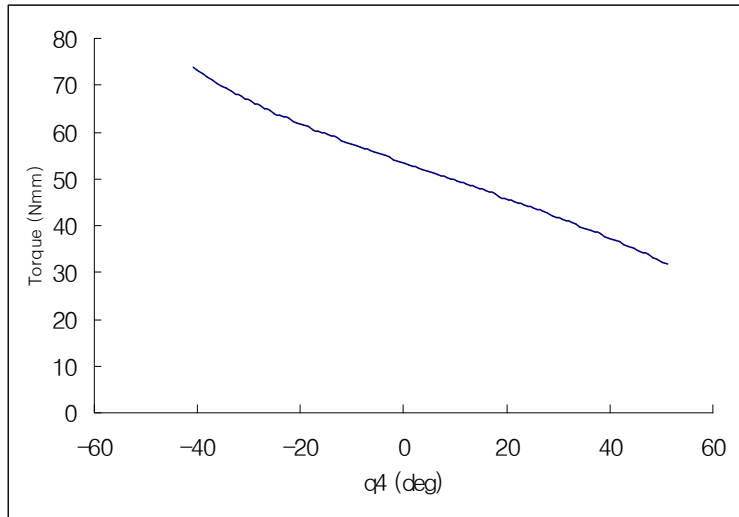


Fig. 4.6 Load torque of the wrist joint

각 관절의 관절각 q_i 가 변함으로써 Fig. 4.4~4.6 에서 나타난 바와 같이 관절에 필요한 토크의 크기도 항상 변화 한다는 것을 알 수 있다. 또한 관절에 필요한 토크의 크기가 항상 모터의 정격토크 아래에 있으므로 선정된 모터의 안전성을 확인 할 수 있다.

제 5 장 양팔의 기구부 구조해석 및 실험

이 장에서는 로봇 팔의 경량화로 인한 기구부 및 링크의 변형을 해석하기 위하여 CATIA 프로그램을 사용하여 로봇 팔의 모델을 구하고 ANSYS 프로그램을 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다. 또한, 로봇 팔의 처짐 시험을 하여 유한요소 해석의 정확성을 검증하였다. 유한요소 해석 및 실험방법은 동일하게 어깨부분을 변형이 없는 강체에 고정하고 그리퍼의 중앙 부분에 1kg의 부하를 가하고 점진적으로 10kg까지 1kg씩 단계별로 하중을 증가하였다.

5.1 유한요소 모델

유한요소 모델에서는 로봇 팔의 기구부 부분은 SOLID 요소를 사용하였으며, 각 관절을 연결하는 링크와 그리퍼는 BEAM 요소를 사용 하였다. 로봇 팔의 관절 구동부가 4 절 링크 구조로 유한요소 모델을 세우기가 매우 복잡하여 링크의 지지에 영향이 상대적으로 적은 볼나사와 모터는 모델링에서 생략하였다. Fig. 5.1은 해석을 위한 유한요소 모델이다.

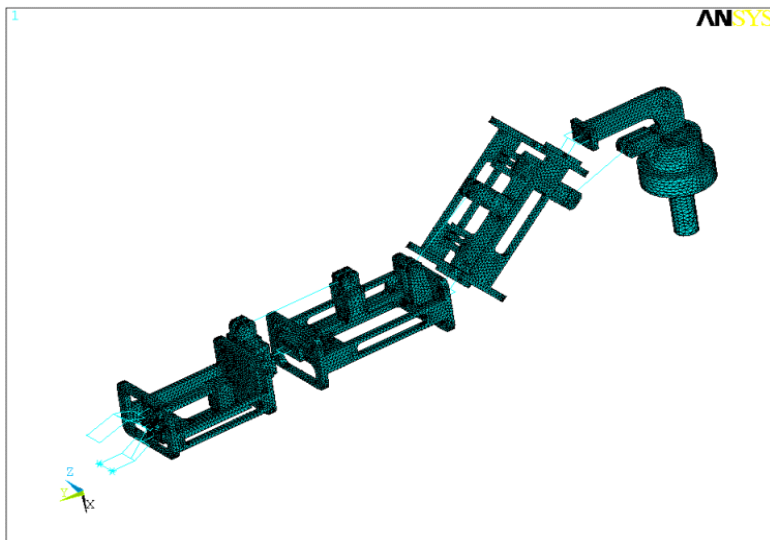


Fig. 5.1 Finite element model

로봇 팔의 기구부 및 구성부품의 재질은 알루미늄(AL6061)을 사용하였다. 재료에 적용한 물성치는 Table 5.1과 같으며, 모델 요소의 개수 및 절점수는 Table 5.2에 나타내었다.

Table 5.1 Material property

	Elastic Modulus(<i>GPa</i>)	Tensile Strength(<i>MPa</i>)	Poisson's Ratio	Density(<i>kg/m³</i>)
AL6061	68.9	225	0.35	2710

Table 5.2 Element type and number

	요소 종류	요소 개수	절점수
기구부	SOLID	104642	283229
링크	BEAM	360	691

5.2 유한요소 해석

그리퍼의 중앙 부분에 1kg의 부하를 가하고 점진적으로 10kg까지 1kg씩 단계별로 하중을 증가하여 해석을 수행하였다. 로봇 팔의 변형에 대한 FEM 결과는 Table 5.2와 같으며, Fig. 5.2는 10kg의 로드에서 발생한 최대 처짐의 결과이다.

Table 5.3 Displacement FEM of the KUBIR-2 arm

Weight(kg)	Displacement(mm)
1	1.47
2	2.94
3	4.43
4	5.93
5	7.42
6	8.92
7	10.41
8	11.9
9	13.4
10	14.76

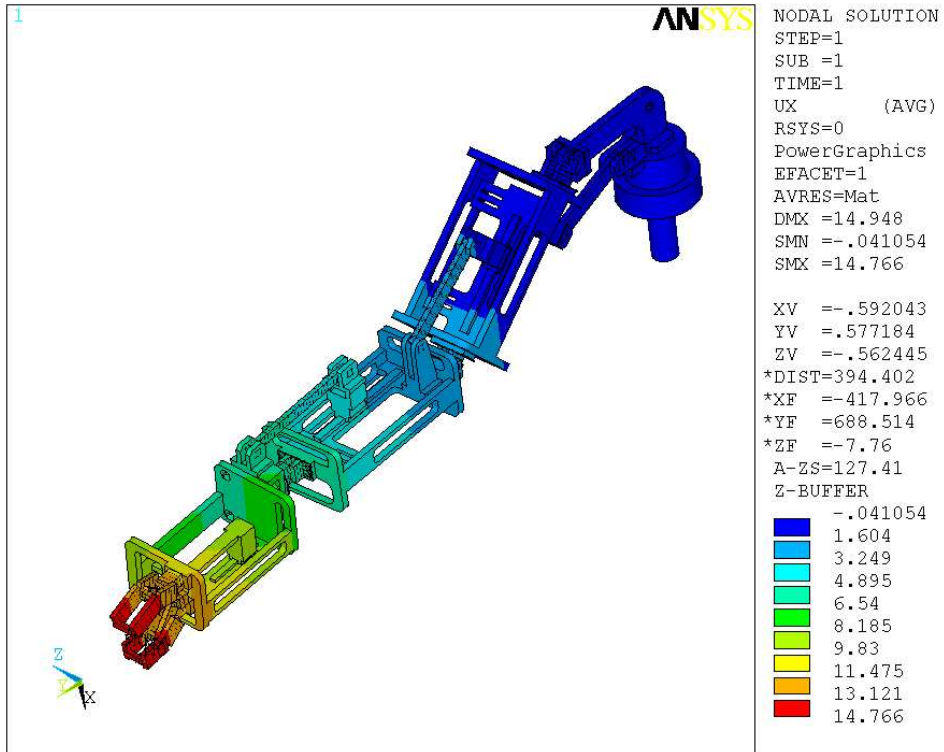


Fig. 5.2 FEM result of KUBIR-2 arm

5.3 로봇 팔의 변형 실험

로봇 팔의 그리퍼(gripper)에 직접 1kg의 부하를 가하고 점진적으로 10kg까지 1kg씩 단계별로 하중을 증가하여 각 하중에 대한 변형량을 직접 측정하는 실험을 하였다. Pic. 5.1은 하중을 지지하는 실험장면의 사진이다.



Pic. 5.1 Experimental setup of the KUBIR-2 arm for displacement measure

5.4 실험결과 및 고찰

실험결과는 Table 5.3과 같으며, 해석결과와 비교해 보면 많은 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 여기서 발생한 오차는 모터서보에 의해 발생한 것으로 실험을 수행할 때 각 로드에 대하여 모터서보의 펄스 값을 측정하여 로봇 팔의 처짐으로 계산하여 Table 5.4에 나타내었다.

Table 5.4 Experiment result of displacement of the KUBIR-2 arm

Weight(kg)	Displacement(mm)
1	3
2	6
3	8
4	11.5
5	13.5
6	16
7	18
8	21
9	23
10	26

Table 5.5 Adjusted displacement by servo motor

Weight(kg)	Wrist (pulse)	Elbow (pulse)	Shoulder (pulse)	Displacement of gripper(mm)
1	46.4	80	566.7	1.53
2	92.7	160.7	1133.3	3.05
3	104.3	180.9	1275	3.42
4	150.6	261.5	1841.7	4.94
5	185.4	322	2266.7	6.08
6	208.6	362.4	2550	6.84
7	231.7	402.7	2833.3	7.59
8	278	483.3	3400	9.1
9	289.6	503.5	3541.7	9.49
10	336	584.18	4108.3	11

실험결과에서 모터서보 오차를 빼고 두 결과를 비교해보면 실험 결과와 해석 결과는 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5.3과 같은 결과가 나타난다. 이로써 본 논문에 적용한 FEM 해석방법 및 실험 결과는 신뢰성을 갖는다.

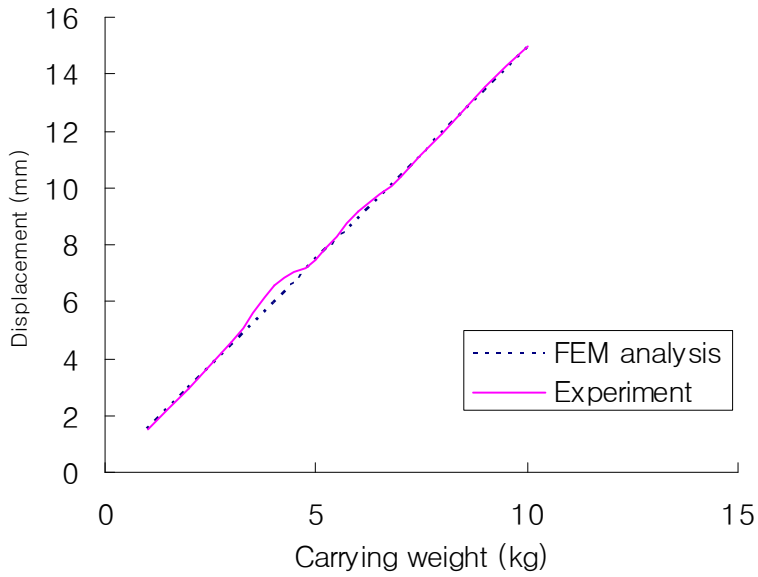


Fig. 5.3 Comparison result of FEM analysis and experiment

제 6 장 결론

본 논문에서는 기존에 개발된 이족보행로봇 양팔의 가진 구조적 문제점을 보완하기 위하여 새로운 구조의 이족보행로봇 양팔을 설계하고 제작하였다. 이족보행로봇 양팔의 개발 목표는 폐쇄인(closed chain) 관절 구동방식을 채택한 초경량이면서 고가반 하중의 이송이었다.

이족보행로봇 양팔의 한쪽 팔 중량은 9kg으로 경량화 하였고, 가반 하중은 10kg으로 고가반 하중의 이송을 가능하게 하였다. 개발된 양팔의 특성을 파악하기 위하여 실제 구동시 중요한 역할을 하는 사절링크 구조의 기구학 및 동역학 방정식을 유도하였다. 또한, 현재 개선된 양팔에 사용된 구동기가 적합한지를 검증하기 위해서 로봇 팔에서 피치운동을 하는 사절링크구조의 어깨관절, 팔꿈치관절, 손목관절의 유동적인 부하토크를 구하는 일반적인 방정식을 유도하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 토대로 각 관절에 작용하는 부하토크를 분석하여 선정된 모터의 적합성을 확인 함으로써 이론과 실제 적용의 타당성을 확인할 수가 있었다. 마지막으로 로봇 팔의 경량화로 인한 기구부 와 링크의 변형을 해석하기 위하여 ANSYS 프로그램을 이용하여 유한요소 해석을 실시하였으며, 유한요소 해석의 타당성은 하중 지지 시험을 통하여 검증 하였다.

개발된 이족보행로봇 양팔은 경량화 및 고가반 하중의 이송에 성공 하였으나 무거운 물체를 들었을 때 변형이 발생하여 그립퍼의 위치오차가 발생하는 단점이 있다. 향후 제작한 로봇 팔의 상대적으로 큰 변형을 해소하기 위해서는 리드가 적은 볼나사의 사용이나 구동모터의 용량변화를 통해 서보 오차를 줄이는 설계와 로봇 팔의 기구부 와 링크의 변형을 줄이기 위해 FEM해석 프로그램을 이용한 구조설계를 수행해야 한다.

참고문헌

- [1] <http://asimo.honda.com/>
- [2] K. Harada, et al, "A Humanoid Robot Carrying a Heavy Object", Proc. IEEE International Conf. on Robotics and Automation, pp. 1724-1729, 2005.
- [3] J.H Kim, S.W Park, I.W Park, and J. H. Oh, "Development of a Humanoid Biped Walking Robot Platform KHR-1 - Initial Design and Its Performance Evaluation", in Proceedings of 3rd IARP Int.Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics, pp. 14-21, Tsukuba, Japan, Dec. 2003.
- [4] 김연호, 정명진, "공압식 러버 액츄에이터를 사용한 경량 로봇 팔의 제작에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 제15권 제2호, pp. 523-536, 1991.
- [5] 조선휘, 김기식, 문홍기, 김영진, "로봇 팔의 최적설계에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 제15권 제2호, pp. 515-522, 1991.
- [6] 김충영, 윤용산, "다관절 로봇 팔의 최적설계에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 제1권 제1호, pp. 178-181, 1991.
- [7] 조선휘, 김영일, 임홍재, 임태홍, "로봇 팔의 운동해석에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 제10권 제5호, pp. 611-617, 1986.
- [8] G. Hirzinger, J. Batterfag, M. Fischer, M. Grebenstein, M. Hahnle, H. Liu, I. Schaefer, and N. Sporer, "A Mechatronics Approach to the Design of Light Weight Arms and Multi-Singered Hands", ICRA, pp. 46-54, 2000.
- [9] 최형식, 오주환, 이상준, "KSME 25 자유도 인체크기 이족보행로봇의 개발", 대한기계학회 춘계학술대회 논문집