

공학석사 학위논문

심해용 무인잠수정 케이블의
비선형 동적해석

Nonlinear Dynamic Analysis of a Cable
for a Deep-Sea Unmanned Underwater Vehicle

지도교수 박한일

2005년 2월

한국해양대학교 대학원

해양개발공학과

권 도 영

본 논문을 권도영의 공학석사 학위논문으로 인준함

주임 공학박사 최 경 식 (인)

위원 공학박사 김 재 수 (인)

위원 공학박사 박 한 일 (인)

2005년 2월

한국해양대학교 대학원

해양개발공학과

권 도 영

Nonlinear Dynamic Analysis of a Cable for a Deep-Sea Unmanned Underwater Vehicle

By

Do-Young Kwon

Department of Ocean Development Engineering
Graduate School of Korea Maritime University

ABSTRACT

Ocean developments gradually move to deep-sea in the 21 century. A deep-sea unmanned underwater vehicle(UUV) is one of important tools for ocean resource survey. A marine cable plays an important role of the safe operation of a deep-sea UUV. An umbilical cable of a deep-sea UUV is excited by surface vessel motion and shows nonlinear dynamic behavior. A numerical method is necessary for analysing the dynamic behavior of the marine cable.

In this thesis, the dynamic behavior of a umbilical cable of deep-sea UUV is numerically studied. Governing equations are introduced. The equations are three dimensional, dynamic, nonlinear and coupled. In the numerical analysis, an implicit finite difference method is applied for the fast calculation of huge size of matrix. The nonlinear problem is solved by Newton-Raphson iteration. The program is applied to a 6,000m long cable for a deep-sea UUV and shows reasonable results.

목 차

Abstract	i
목차	ii
표 목차	iv
그림 목차	v
기호 목차	vi
1. 서 론	1
2. 케이블의 3차원 지배방정식	5
2.1 해석을 위한 가정	5
2.2 케이블 운동학	6
2.3 케이블에 작용하는 하중성분	8
2.3.1 자중과 부력	9
2.3.2 동수역학적 하중성분	10
2.4 지배방정식 유도	11
2.4.1 운동방정식	12
2.4.2 모멘트 평형방정식	13
2.4.3 적합조건식	15
3. 수치해석을 이용한 지배방정식의 풀이	18
3.1 음해법을 이용한 지배방정식의 차별화	18
3.2 비선형 방정식을 풀기 위한 뉴턴-랩슨 방법	23
4. 프로그램을 이용한 예제 해석	31
4.1 심해무인잠수정 1차 케이블의 물성치	31
4.2 상하동요 가진에 대한 1차 케이블 동적 거동해석	32
4.2.1 상하동요에 대한 1차 케이블의 장력변화	33
4.2.2 상하동요에 대한 1차 케이블 하부끝단의 변위변화	34

4.3 결합가진을 적용했을 때의 1차 케이블 거동해석	36
4.3.1 결합가진에 따른 주기별 1차 케이블의 장력변화	36
4.3.2 결합가진에 대한 1차 케이블 끝단의 변위변화	38
4.4 불규칙가진을 적용했을 때의 1차 케이블 거동해석	40
4.4.1 불규칙가진 하에서의 1차 케이블에 작용하는 장력값	40
4.4.2 불규칙가진 하에서의 1차 케이블 끝단의 수직변위	42
4.5 선박의 항진에 대한 1차 케이블 동적거동해석	43
4.5.1 항진속도 변화에 따른 1차 케이블 형상변화	44
4.5.2 항진속도 변화에 따른 1차 케이블 장력변화	45
5. 결 론	46
참고문헌	47

표 목 차

Table 4-1 Specifications of the ROV cable	32
---	----

그림 목차

Fig. 1-1 Umbilical cable of deep-sea unmanned underwater vehicle(UUV)	1
Fig. 2-1 Coordinate system and Euler rotation sequence	6
Fig. 2-2 Free body diagram	12
Fig. 3-1 Block structure of Jacobian	27
Fig. 4-1 Specification of ROV cable	32
Fig. 4-2 Cable tension variation at top-end point for various excitation periods with heave excitation amplitude being 1m	34
Fig. 4-3 Cable displacement at bottom-end point for various excitation periods with heave excitation amplitude being 1m	36
Fig. 4-4 Cable tension variation at top-end point for several excitation periods for combined heave and surge excitations where the amplitudes of heave and surge excitation and 1m and 3m	38
Fig. 4-5 Cable displacement variation at top-end point for several excitation periods for combined heave and surge excitations where the amplitudes of heave and surge excitation and 1m and 3m	39
Fig. 4-6 Time history of vertical and horizontal excitations of Case 1	40
Fig. 4-7 Time history of tension response by irregular excitation of Case 1	41
Fig. 4-8 Time history of vertical and horizontal excitations of Case 2	41
Fig. 4-9 Time history of tension response by irregular excitation of Case 2	41
Fig. 4-10 Time history of vertical and horizontal excitations of Case 3	42
Fig. 4-11 Time history of tension response by irregular excitation of Case 3	42
Fig. 4-12 Time history of vertical displacements by irregular excitations	43
Fig. 4-13 Cable configurations for several ship speeds with heaving amplitude being 1m	44
Fig. 4-14 Cable tension variation for several ship speeds with heaving amplitude being 1m	45

기호 목차

A		: 1차 케이블의 단면적
$[B]$: 굽힘강성 매트릭스
C_{dj}		: j 번째 방향의 항력계수
C_i		: 부가 관성계수
d		: 1차 케이블의 직경
e		: 변형률($e = \varepsilon - 1$)
F_B		: 단위길이 당 작용하는 부력
f_i		: i 번째 지배방정식
g		: 중력가속도
G, E		: 전단탄성계수, 탄성계수
I		: 단면 2차 모멘트
I_p		: 단면 2차 극모멘트
L		: 변환행렬
m		: 1차 케이블의 질량
\vec{M}		: 내부모멘트 벡터
N		: 노드의 수
\vec{Q}		: 외부모멘트 벡터
\vec{R}		: 외력벡터
\vec{R}_w		: 1차 케이블의 self-weight 벡터
R_{di}		: 항력
S		: 전단력
s, s'		: 1차 케이블의 변형 전, 변형 후 길이
T		: 장력
\vec{T}		: 내력벡터
t		: 시간
t, n, b		: 국부 좌표계
$\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}$: 국부 좌표계의 단위벡터

$u_{t,n,b}$: 국부 좌표계상의 유체입자의 각 방향 속도성분
$v_{t,n,b}$: 국부 좌표계상의 1차 케이블의 각 방향 속도성분
$v_{1r,2r,3r}$: 국부 좌표계상의 상대속도
\vec{V}	: 속도 벡터
w_0, w	: 1차 케이블의 단위길이 당 유효중량, 중량
X, Y, Z	: 전체 좌표계
\vec{Y}	: 미지수 벡터
y	: 수평좌표
z	: 수직좌표
$\delta s', \delta s$: 늘어났을 때와 늘어나지 않았을 때의 1차 케이블의 미소 길이
ε	: 축 방향 신장률 ($\varepsilon = e + 1$)
Ω	: 곡률
$\vec{\Omega}$: 국부 곡률벡터
ρ_m	: 1차 케이블의 밀도
ρ_w	: 유체의 밀도
ϕ, θ, Ψ	: 오일러 변환 각
ω	: 국부 좌표계의 각속도

1. 서론

육상자원의 고갈로 인하여 세계 각국은 21세기에 와서 심해저 자원개발에 더욱 많은 노력을 기울이고 있다. 우리나라도 최근 들어 심해저자원인 망간 단괴나 열수 광산 주변자원 등을 개발하려는 노력이 활발해지고 있다.

해양 케이블은 해양 자원개발을 위하여 사용되는 심해 자원 탐사를 위한 중요한 해양구조물의 한 종류로서, 인류가 관심영역으로 하는 수심이 깊어짐에 따라 해양 케이블의 사용은 점차 증가되고 있는 추세이다. 심해 자원 탐사를 위한 많은 기기들이 있지만 그중에서도 중요한 기기중의 한 가지가 무인잠수정인데, 이 논문에서 다루려고 하는 케이블에 연결되어진 무인잠수정은 대단히 고가이므로 장비 운용중의 사고로 인한 피해는 매우 크다. 실제의 예로 최근 일본에서는 실제 무인 잠수정의 유실사고가 발생하였으며 이로 인해 무인잠수정의 안전에 대한 국제적인 관심을 환기시켰다.

무인잠수정의 종류에는 지지 케이블의 유무에 따라 유삭식과 무삭식으로 나누어지는데 유삭식인 경우는 해양 케이블이 무인잠수정의 안전에 중요한 역할을 한다. Fig. 1-1에서 심해 무인잠수정(deep-sea unmanned underwater vehicle)의 구성시스템을 살펴보면, 지원모선(support vessel)의 제어시스템으로부터 1차 케이블(umbilical cable)이 런처(launcher)에 연결되고, 다시 2차 케이블(tether)이 런처와 ROV를 연결하는 형태로 되어있다.

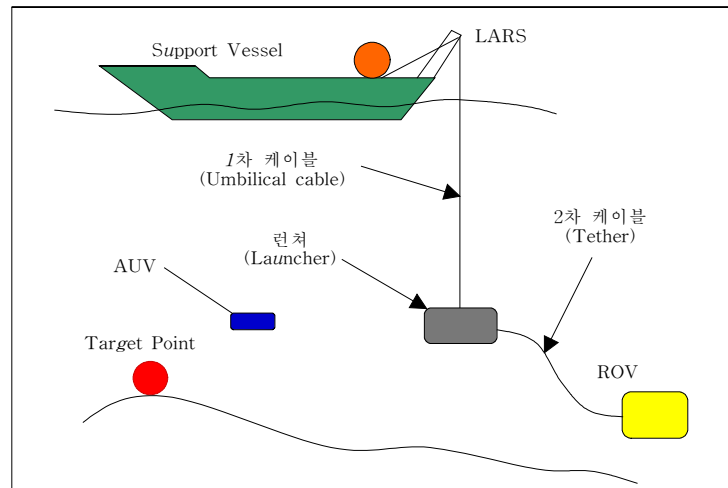


Fig. 1-1 Umbilical cable of deep-sea unmanned underwater vehicle(UUV)

각 구성요소들을 간단히 소개하면 런처는 ROV(remotely operated vehicles)와 지원모선(support vessel)을 연결하는 중간 매개체인 동시에 소형 자율 심해 무인잠수정인 AUV (autonomous underwater vehicles)의 진수 및 회수가 가능하도록 하는 기지의 역할을 병행

하고 있고, 1차 케이블은 지원모션에서 ROV를 제어하기 위한 신호를 보냄과 동시에 ROV를 지지하여 전체시스템의 안정성을 유지하는 역할을 한다. 케이블은 수 천 미터에 달하는 깊은 수심에서 운용되므로 지원모션의 6자유도 운동과 외부 간섭력에 의해 비선형적인 거동을 일으킨다.

따라서 연구선박의 운동이나 환경외력에 대한 심해 무인잠수정의 1차케이블의 안전을 확보하기 위해 정적해석에서 나아가 동적 거동특성을 알아보는 것이 중요하다.(정 외, 2002).

일반적인 해양 케이블을 해석함에 있어서 장력의 크기가 굽힘강성(bending stiffness)의 크기에 비하여 지배적이므로, 굽힘강성 성분을 무시하고 구조해석을 수행한다. 그러나 장력성분(component of tension)이 작아지는 경우가 발생하는데 이것을 저장력 케이블(low-tension cable)이라고 한다. 저장력 케이블의 가장 중요한 특징 중의 하나는 비선형성이 강하게 나타난다는 것인데, 케이블의 주요 내력 성분의 하나인 장력의 크기가 작기 때문에 외력에 의해서 쉽게 변형하여 대 변위(large deflection)가 발생한다. 따라서 기하학적 비선형이 발생하게 되며, 이 외에도 항력에 의한 동수역학적 비선형이 발생한다. 저장력 케이블의 문제를 해결하기 위해서는 굽힘강성에 대한 성분을 고려하여 수치적 안정성을 가져야 한다.

심해무인잠수정의 1차 케이블 거동에 대한 해를 구하는 방법은 크게 이론적인 해석방법과 수치적인 해석방법이 있다. 이론적인 방법은 간단하게 해를 구할 수 있다는 장점이 있는 반면에, 복잡한 현상을 구할 수 없다는 한계에 부딪힌다. 반면에 수치적인 방법에서는 복잡한 구조물 단면 형상 및 현상들을 고려할 수 있지만, 어려운 수학적 기법을 적용해야하는 문제점이 있다. 여러 가지 구조해석을 위한 수치해석 방법 중에서 대표적인 두 가지를 소개한다면, 그 하나는 유한요소법(FEM, finite element method)이고 다른 하나는 유한차분법(FDM, finite difference method)이다.

한편 수치해석 방법을 해석 영역 관점에서 살펴보면, 시간영역 해석(time domain analysis)과 주파수영역 해석(frequency domain analysis)으로 나눌 수 있다. 시간영역 해석은 비선형 성분을 고려할 수 있다는 장점에 비하여 해석시간이 많이 소요된다는 단점이 있다. 반면 주파수영역 해석은 다양한 파랑 주파수에 대한 구조물의 응답을 한눈에 파악할 수 있다는 장점이 있으나, 중요한 비선형 성분을 고려할 수 없다는 단점이 있다.

다음은 해양 케이블에 대한 기존의 연구내용을 간단히 소개하기로 한다.

저장력 케이블은 고장력 케이블에 비해서 최근에 들어서 연구가 시작되었다. 저장력 케이블에 관한 연구는 Leonard and Recker에 의해 1972년도에 처음으로 시도되었으며 축방향 신장과 굽힘변형 효과는 무시하였다. 또한 증분변형법(incremental deformation method)을 이용하여 준정적 지배방정식을 풀이하였다.

Ablow and Schechter(1983)는 중앙차분법을 이용하는 박스법(box-method)을 적용하여 케이블 동적해석을 하였으며 유한차분법을 사용하였다.

Delmer *et al.*(1988)는 저장력 예인 케이블의 수치해석적인 연구와 실험을 병행하였다. 그는 두가지 결과를 비교, 분석하여 유한요소법이 비선형 문제에 적당하지 못하다는 것을 밝혀냈다.

Howell(1992)은 저장력 케이블 문제에서, 양해법(explicit finite-difference algorithm)과 음해법을 서로 비교하였다. 양해법과 음해법은 굽힘강성의 포함여부에 따라 적용방법이 달라지는데, 이 연구로 굽힘강성이 포함되는 음해법이 비선형 케이블에 적합하다는 것을 밝혀냈다.

해양환경에 의해 해양 케이블에 작용하는 외력을 산정하기 위해서는 정확한 유체력 계수의 추정이 필수적이다. 유체력 계수에 관해서 지금까지 많은 연구가 수행되어 왔다(Sarpkaya, 1987; Chacrabarti, 1980).

Griffin *et al.*(1973)은 실린더 구조물에 조류가 작용할 때 와동유기진동 현상을 실험, 분석하였고 록-인 상태에서 항력계수 C_D 가 75% 정도 증가하는 것을 증명하였다. Griffine *et al.*(1973)은 조류의 작용에 의한 와동유기진동을 예측하기 위해서 간단한 이론적인 모델을 제시하였고, 결과를 여러 가지 실험결과와 검증하여 타당성을 입증하였다.

법선방향 항력계수에 비하여 접선방향 항력계수에 대한 연구는 상대적으로 미비한 편이며 접선방향 항력계수는 대부분이 실험에 의한 자료에 의존하고 있다. 이에 반해 Taylor(1951)는 열전달과 경계층 이론의 유사성을 고려하여 접선항력 계수를 추정하였다. 더 자세한 기존연구와 국외 연구내용은 정동호(2002)에 잘 정리 되어있다.

국내 연구에서 현재, 다양한 해양 케이블의 정적해석을 위한 프로그램은 많이 연구되었지만 동적해석을 위한 프로그램은 미흡한 편이다. 본 논문에서는 정동호(2002)의 검증된 프로그램을 심해무인잠수정의 1차 케이블에 맞게 적용하여, 동적 거동해석을 살펴보고자 한다.

본 논문의 목적은 개발된 프로그램을 이용하여 6,000m급 심해무인잠수정의 케이블에 대한 동적 거동해석을 수행하여 다양한 가진조건에서의 장력 변화값과 변위를 구하여 가장 적절한 6,000m급 심해무인잠수정의 케이블을 설계하는 데 있다.

케이블의 동적해석 과정은 다음과 같다. 런처(Launcher)를 케이블 끝단에 집중 질량화(lumped mass) 시켜 케이블의 상부끝단에 수직가진(heave oscillation)과 수평가진(surge oscillation) 그리고 불규칙가진(irregular oscillation)을 가하여 케이블에 작용하는 장력의 동적변화를 시간영역 해석(time domain analysis)으로 살펴본다. 이때 가진주기와 주파수를 달리하였을 경우를 비교 분석해보고, 이에 추가하여 지원모선이 수직가진 하면서 동시에 항진하

는 경우의 케이블 거동에 대해서도 알아보기로 한다.

마지막으로 본 논문의 연구범위는 다음과 같다. 먼저 2장에서는 케이블의 지배방정식을 유도한다. 지배방정식은 3차원 동적, 비선형 방정식이며, 연성되는(coupled) 방정식이다. 지배방정식상에서 국부 좌표계와 전체좌표계의 관계는 오일러 각(Euler angle)을 이용하여 변환되며, 지배방정식은 행렬(matrix) 형태로 표현된다. 3장에서는 유도된 지배방정식을 수치해석적(numerical analysis) 방법을 적용하여 풀이하는 과정에 대해서 다룬다. 선형 행렬식 풀이는 일반적인 가우스-조단(Gauss-Jordan) 방법을 사용하고, 뉴턴-랩슨 방법의 자코비안 행렬은 블록 삼중대각행렬(block-triple diagonal matrix)을 이룬다. 4장에서는 본 논문 프로그램의 결과에 대한 고찰 후, 마지막으로 5장에서는 본 논문에 대한 결론을 맺는다.

2. 케이블의 3차원 지배방정식

2장에서는 강제가진(forced oscillation)에 의한 1차 케이블의 동적 거동해석을 위해 케이블에 대한 3차원 지배방정식을 유도하기로 한다. 먼저 지배방정식을 유도하기에 앞서 좌표계를 정의하고, 다음으로 케이블에 작용하는 하중성분에 대하여 알아보며, 마지막으로 최종 지배방정식을 유도하기로 한다.

2.1 해석을 위한 가정

본 논문에서는 심해무인잠수정의 케이블 거동해석을 위한 방정식을 세우기에 앞서 아래와 같은 가정을 둔다. 아래의 세 가지 가정을 두고 2.2절에서는 해양 케이블의 운동학적(kinetics) 해석에 대하여 설명하고, 2.3절에서는 적합조건(compatibility)을, 2.4절에서는 해양 케이블에 작용하는 외력요소에 대해서 소개하며, 그리고 2.5절에서는 최종 지배방정식을 유도하기로 한다.

케이블은 균질(homogeneous), 등방성(isotropic), 탄성재질로 가정한다.

축 방향 변형률(longitudinal strain)인 $\varepsilon (= \frac{ds'}{ds})$ 는 미소하며 식(2-1)과 같이 정의된다.

$$e = \lim_{\delta s \rightarrow 0} \frac{\delta s' - \delta s}{\delta s} = \frac{ds'}{ds} - 1 \quad (2-1)$$

여기서,

$\delta s'$, δs : 각각 늘어났을 때와 안 늘어났을 때의 케이블 구조물의 미소길이

따라서 늘어난 길이와 늘어나지 않았을 때 길이는 $ds' = \varepsilon ds$ 관계로 설명된다. 여기서 ε 는 축 방향 변형률(longitudinal strain)로서 $\varepsilon = e + 1$ 이다.

또한, 전단변형 효과는 무시하는 것으로 가정한다.

2.2 케이블 운동학

구조물의 운동에 대한 위치정보를 구하기 위해서는 좌표계의 정의가 이루어져야하는데 일반적으로는 물체가 운동할 때 물체와 좌표계가 함께 움직이는 국부 좌표계와(local coordinate) 반대로 고정되어있는 전체좌표계(global coordinate)가 있다. 국부 좌표계를 t, n, b 로 정의하고 전체좌표계를 X, Y, Z 로 정의한다(Fig. 2-1). 국부 좌표계의 기본단위벡터는 $\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}$ 와 같이 정의되며, 구조물의 상태는 구조물의 내력, 모멘트, 속도, 그리고 위치와 방향으로 정의된다.

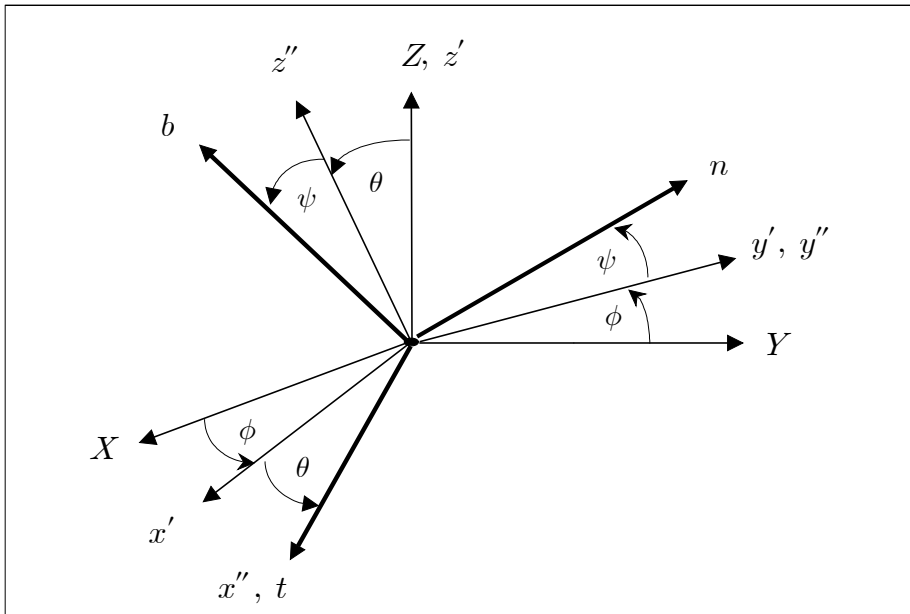


Fig. 2-1 Coordinate system and Euler rotation sequence

ϕ : Z 축을 중심으로 회전한 각도

θ : y' 축을 중심으로 회전한 각도

ψ : t 축을 중심으로 회전한 각도

본 논문에서는 Fig. 2-1과 같은 오일러 3차원 좌표계를 사용하였다.

2차원 평면상에서 어떤 물체의 기준이 되는 축에 대하여 설명하기 위해서는 하나의 각도로 설명할 수 있다. 또한 3차원 좌표계에서는 3개의 각도 성분이 있어야 기준이 되는 축에 대한 물체의 방향을 설명할 수 있는데, 이에 가장 흔히 쓰이는 방법이 오일러 각이다(Bedford, 1995).

국부 좌표계 $t n b$ 와 전체 좌표계 $X Y Z$ 사이의 변환은 오일러 각(Euler angle)을 통하여 수행된다. Fig. 2-1에서 보듯이 먼저 Z 축에 대하여 ϕ 만큼 회전하면 $x' y' z'$ 좌표계로 변환된다. 그 후에 y' 축을 중심으로 θ 만큼 회전하면 $x'' y'' z''$ 좌표계로 변환되고 마지막으로 t 축을 중심으로 ψ 만큼 회전하면 $t n b$ 좌표계로 변환된다.

이 좌표계에 대한 변환은 다음 행렬식을 통하여 수행된다.

$$\begin{pmatrix} t \\ n \\ b \end{pmatrix} = L_{\psi} L_{\theta} L_{\phi} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

여기서 각각의 행렬변환은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} L_{\phi} &= \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ L_{\theta} &= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \\ L_{\psi} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-3)$$

위에서 변환 된 3개의 행렬을 곱하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} L &= L_{\psi} L_{\theta} L_{\phi} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\phi \cdot \cos\theta & \cos\phi \cdot \sin\theta & \sin\theta \\ -\sin\phi \cdot \cos\psi - \cos\phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\psi & \cos\phi \cdot \cos\psi - \sin\phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\psi & \cos\theta \cdot \sin\psi \\ \sin\phi \cdot \sin\psi - \cos\phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi & -\cos\phi \cdot \sin\psi - \sin\phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi & \cos\theta \cdot \cos\psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-4)$$

만약 심해무인잠수정 1차 케이블의 접선방향의 비틀림의 영향을 무시한다면 ψ 각이 0이 되므로 다음과 같이 행렬식이 간단해진다.

$$L = L_{\psi}L_{\theta}L_{\phi} \quad (2-5)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\phi \cdot \cos\theta & \sin\phi \cdot \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ -\cos\phi \cdot \sin\theta & -\sin\phi \cdot \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

그리고 국부적 곡률 성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Omega_t &= -\frac{\partial\phi}{\partial s} \sin\theta \\ \Omega_n &= \frac{\partial\theta}{\partial s} \\ \Omega_b &= \frac{\partial\phi}{\partial s} \cos\theta \end{aligned} \quad (2-6)$$

여기서 Ω_t 은 Ω_b 과 θ 의 향으로 표현되므로 다음과 같이 서로 관계성을 가지도록 변환시킬 수 있다.

$$\Omega_t = -\Omega_b \tan\theta \quad (2-7)$$

위와 유사하게 국부 좌표계에서 각속도 벡터성분도 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega_t &= -\frac{\partial\phi}{\partial t} \sin\theta \\ \omega_n &= \frac{\partial\theta}{\partial t} \\ \omega_b &= \frac{\partial\phi}{\partial t} \cos\theta \end{aligned} \quad (2-8)$$

2.3 케이블에 작용하는 하중성분

케이블이 물속에 있을 때는 자체의 자중과 부력, 그리고 해양환경에 의한 동수력학적 하중을 받게 된다. 동수력학적 하중은 다시 항력(drag force)과 부가질량력(added mass force)으로 나눌 수 있다.

2.3.1 자중과 부력

케이블의 변형도(e)는 앞에서의 가정과 동일하게 다음과 같이 정의된다.

$$e = \lim_{\delta s \rightarrow 0} \frac{\delta s' - \delta s}{\delta s} = \frac{ds'}{ds} - 1 \quad (2-9)$$

여기서,

s = 케이블의 초기길이

s' = 변형 후의 케이블의 길이

이 때 케이블이 탄성재료라고 앞에서 가정하였으므로 후크의 법칙(Hook's law)을 만족하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e = \frac{T}{AE} \quad (2-10)$$

여기서,

T : 인장력 (tension)

E : 탄성계수 (Young's modulus)

A : 케이블의 단면적 (area of mooring line)

물속에 있는 모든 물체는 물체표면에 중력 반대방향(연직방향)의 수압, 즉 부력을 받게 되는데, 부력을 단위길이 당 힘으로 나타내면 다음과 같다.

$$F_B(1 + e) = \rho_w g A \quad (2-11)$$

여기서,

F_B = 단위길이 당 작용하는 부력

ρ_w = 물의 밀도

g = 중력 가속도

A = 케이블의 단면적(area of cable)

위와 같은 부력의 영향으로 케이블의 수중중량은 자체중량에서 부력을 뺀 값이 된다. 공기 중에서의 중량을

$$w = mg \tag{2-12}$$

라고 하면, 1차의 유효중량 w_0 는 다음과 같다.

$$w_0 = (m - \rho_w A)g \tag{2-13}$$

케이블에 작용하는 유효중량의 성분을 국부 좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{R}_w(1 + e) = -w_0 \vec{k} = w_0 (n_1 \vec{t} + n_2 \vec{n} + n_3 \vec{b}) \tag{2-14}$$

여기서,

$$n_1 = -\cos\phi \cos\theta$$

$$n_2 = \sin\phi$$

$$n_3 = -\cos\phi \sin\theta$$

2.3.2 동수력학적 하중 성분

해양구조물에 작용하는 동수력학적 하중을 산정하는 방법에는 모리슨 방정식(Morison equation), 프루드-크릴로프 이론(Froude-Krylov theory), 회절이론(Diffraction theory) 등이 있다. 이 중, 본 논문에서 다루는 케이블의 직경은 파장에 비해 매우 작은 영역 ($D/L < 0.2$)에 속하므로 모리슨 방정식을 사용한다.

모리슨 방정식을 사용하기 위해선 먼저, 유체의 속도성분을 각 방향으로 나누어야 한다. 본 논문에선 상대속도 개념을 적용했는데, 국부 좌표계에서의 케이블 각 방향 속도성분을

v_t, v_n, v_b 라 하고, 유체입자의 각 방향 속도성분을 각각 u_t, u_n, u_b 라고 표시하면 각 방향의 상대속도는 식(2-15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{1r} &= v_t - u_t \\ v_{2r} &= v_n - u_n \\ v_{3r} &= v_b - u_b \end{aligned} \quad (2-15)$$

각 방향으로 작용하는 항력을 벡터로 나타내면 식(2-16)과 같이 나타낸다.

$$\overrightarrow{R_d}(1+e) = R_{d1}\hat{t} + R_{d2}\hat{n} + R_{d3}\hat{b} \quad (2-16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} R_{d1} &= -\frac{1}{2}\rho_w d\pi C_{d1} v_{1r} |v_{1r}| (1+e)^{\frac{1}{2}} \\ R_{d2} &= -\frac{1}{2}\rho_w d\pi C_{d2} v_{2r} \sqrt{v_{2r}^2 + v_{3r}^2} (1+e)^{\frac{1}{2}} \\ R_{d3} &= -\frac{1}{2}\rho_w d\pi C_{d3} v_{3r} \sqrt{v_{2r}^2 + v_{3r}^2} (1+e)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

위 식에서 C_{d1}, C_{d2}, C_{d3} 는 각 방향 항력계수를 나타내는데, 양 법선 방향의 항력은 연성효과를 고려하였다. 모리슨 방정식을 적용할 때 유체력 계수를 적절히 선정해야 하는데, 유체력 계수는 보통 구조물의 직경(diameter), Re(Reynolds number), KC(Keulegan-Carpenter number) 등의 영향을 받는다.

2.4 지배방정식 유도

케이블미소요소에 대한 자유물체도(degree of freedom)는 Fig. 2-2와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, 우리가 알고자 하는 미지수는 총 10개가 되며 이것들은 Fig. 2-2에 나타나 있는 $T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \Omega_n, \Omega_b$ 와 Fig. 2-1에 나타나 있는 ϕ, θ 이다. 본 논문에선 비틀림의 영향을 무시하였기 때문에 ψ, Ω_t 성분은 고려되지 않는다.

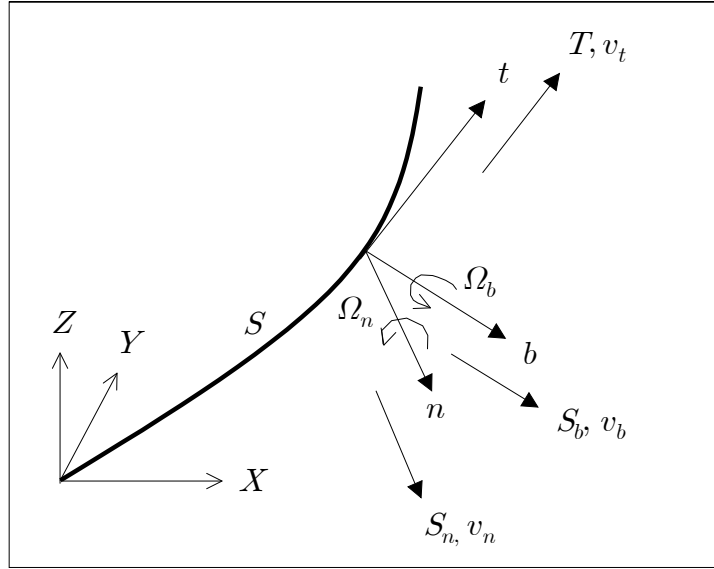


Fig. 2-2 Free body diagram

10개의 미지수 $T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \phi, \theta, \Omega_n, \Omega_b$ 에 대한 지배방정식을 얻기 위해선 10개의 방정식이 필요하다. 본 절에서는 운동방정식, 모멘트 평형방정식, 적합조건식, 곡률 관계를 이용하여 지배방정식을 유도한다. 운동방정식을 통해 T, S_n, S_b 에 대한 식을 얻을 수 있고, 모멘트 평형방정식을 통해 Ω_n, Ω_b 를 얻을 수 있다. 또, 적합조건식을 통해서 v_t, v_n, v_b 를 얻을 수 있고, 마지막으로 곡률 관계를 통해서 ϕ, θ 를 얻을 수 있다.

2.4.1 운동방정식

지배방정식은 늘어나지 않은 미소요소 ds 와 늘어난 미소요소 ds' 에 대하여 고려한다. 먼저 속도벡터와 내력벡터를 각각 \vec{V}, \vec{T} 로 식(2-17)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \vec{V} &= v_t \hat{t} + v_n \hat{n} + v_b \hat{b} \\ \vec{T} &= T \hat{t} + S_n \hat{n} + S_b \hat{b} \end{aligned} \quad (2-17)$$

케이블의 미소길이에 대하여 뉴턴의 제2법칙을 적용하면 식(2-18)과 같다.

$$m \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{D\vec{T}}{Ds} + \Sigma \vec{R}(1+e) \quad (2-18)$$

위 식을 전미분(material derivative)으로 전개하면 식(2-19)와 같다.

$$m \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V} \right) = \frac{\partial \vec{T}}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{T} + \Sigma \vec{R} (1 + e) \quad (2-19)$$

비틀림을 무시하고, 위 식을 전개하여 3방향 성분으로 분해하여 나타내면 식(2-20)과 같다.

$$\begin{aligned} m \left(\frac{\partial v_t}{\partial t} + v_b \frac{\partial \theta}{\partial t} - v_n \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \right) &= \frac{\partial T}{\partial s} + S_b \Omega_n - S_n \Omega_b + w_0 n_1 + R_{d1} \\ m \left(\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} (v_t \cos \theta + v_b \sin \theta) \right) + m_a \frac{\partial v_{2r}}{\partial t} &= \frac{\partial S_n}{\partial s} - \Omega_b (T + S_b \tan \theta) + w_0 n_2 + R_{d2} \\ m \left(\frac{\partial v_b}{\partial t} - v_n \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta - v_t \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) + m_a \frac{\partial v_{3r}}{\partial t} &= \frac{\partial S_b}{\partial s} - S_n \Omega_b \tan \theta - T \Omega_n + w_0 n_3 + R_{d3} \end{aligned} \quad (2-20)$$

2.4.2 모멘트 평형방정식

다음은 내력 모멘트(internal moment (\vec{M}))와 외부 분포 모멘트(distributed moment (\vec{Q})) 벡터 사이의 평형을 고려한다.

탄성계수(Young's modulus)를 E , 전단탄성계수(shear modulus)를 G , 1차 케이블의 밀도를 ρ_m , 단면 2차 모멘트(sectional second moment)를 I , 단면 2차 극 모멘트(polar moment)를 I_p 라 정의한다. 늘어나지 않은 내력 모멘트 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{M} = M_1 \hat{t} + M_2 \hat{n} + M_3 \hat{b} \quad (2-21)$$

케이블이 원형이고 동질한(homogeneous) 실린더라 가정하면,

$$\begin{aligned} M_1 &= GI_p \Omega_t \\ M_2 &= EI \Omega_n \\ M_3 &= EI \Omega_b \end{aligned} \quad (2-22)$$

여기서, Ω_t 은 재료의 비틀림에 의한 곡률을 나타낸다.

동일한 원형단면의 실린더에 대한 관성 모멘트 행렬 $\rho_m I$ 는 다음과 같다.

$$\rho_m I = \begin{bmatrix} I_p & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

늘어난 양과 늘어나지 않은 양 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{M}_s (1+e)^2 \\ \rho_m I &= \rho_m I_s (1+e)^2 \end{aligned} \quad (2-24)$$

케이블의 왼쪽 점에 대하여 모멘트를 적용하고 늘어나지 않은 양으로 표현하면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{D}{Dt} \left[\frac{\rho_m \vec{I} \omega}{(1+e)} \right] = \frac{D}{Ds} \left[\frac{\vec{M}}{(1+e)^2} \right] + \vec{Q}(1+e) + \vec{dr} \times \vec{R}(1+e) + \frac{\vec{dr}}{ds} \times \vec{T} \quad (2-25)$$

이 문제에 대해서는 외부에서 작용하는 모멘트는 0 이다. 또한 극한에서 $\vec{dr} \rightarrow 0$ 으로 취함으로써 아래의 식(2-26)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{dr} \times \vec{R} &\rightarrow 0 \\ \frac{1}{(1+e)} \frac{\vec{dr}}{ds} &\rightarrow \hat{t} \end{aligned} \quad (2-26)$$

따라서 모멘트 평형 방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{D}{Dt} \left[\frac{\rho_m \vec{I} \omega}{(1+e)} \right] = \frac{D}{Ds} \left[\frac{\vec{M}}{(1+e)^2} \right] + \hat{t} \times \vec{T}(1+e) \quad (2-27)$$

위 식은 외력뿐만 아니라 장력과 전단력과 같은 내력도 포함한다.

위 식은 벡터 방정식이다. 따라서 비틀림을 무시하기 때문에 접선방향 모멘트식은 무시하

고 정리하면 다음 식과 같이 재정리된다.

$$\begin{aligned}
 EI \frac{\partial \Omega_n}{\partial s} &= \Omega_b^2 EI \tan \theta - S_b (1+e)^3 \\
 EI \frac{\partial \Omega_b}{\partial s} &= -\Omega_n \Omega_b EI \tan \theta - S_n (1+e)^3
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

2.4.3 적합조건식

마지막으로 적합조건을 적용시킨다. 케이블의 속도, 방향, 변형률에 관계하는 적합관계는 인접하는 케이블 요소 사이에서 적합성을 만족해야 한다. 그러나 변형률이 0인 경우의 적합조건이란 케이블 길이가 보존된다는 것이다.

케이블 형상에서 불연속성이 없는 경우는 두개의 변수에 대하여 연속함수의 특성을 이용할 수 있다. 그리고 그 특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{Dr}{Ds} \right) = \frac{D}{Ds} \left(\frac{Dr}{Dt} \right) \tag{2-29}$$

접선벡터와 속도벡터의 정의에 의해서

$$\begin{aligned}
 \vec{V} &= \frac{D\vec{r}}{Dt} \\
 \hat{t} &= \frac{D\vec{r}}{Ds'} = \frac{1}{(1+e)} \frac{D\vec{r}}{Ds}
 \end{aligned} \tag{2-30}$$

여기서,

s' = 늘어난 상태의 케이블 길이

두 벡터를 적합관계식에 대입하면 다음과 같은 관계식이 유도된다.

$$\frac{D}{Dt} [(1+e)\hat{t}] = \frac{D\vec{V}}{Ds} \tag{2-31}$$

위식을 다시 전개하면 다시 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial e}{\partial t} \hat{t} + (1+e) \vec{\omega} \times \hat{t} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{V} \quad (2-32)$$

다시 방향별로 구분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_t}{\partial s} + \Omega_n v_b - \Omega_b v_n &= \frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial v_n}{\partial s} - \Omega_b (v_t + v_b \tan \theta) &= - \left(1 + \frac{1}{EA}\right) \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \\ \frac{\partial v_b}{\partial s} - \Omega_b v_n \tan \theta - \Omega_n v_t &= - \left(1 + \frac{1}{EA}\right) \frac{\partial \theta}{\partial t} \end{aligned} \quad (2-33)$$

곡률의 정의에 의하여 다음의 두 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Omega_n &= \frac{\partial \theta}{\partial s} \\ \Omega_b &= \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta \end{aligned} \quad (2-34)$$

이상과 같이 운동방정식(뉴턴의 제 2법칙), 모멘트 평형방정식, 적합조건식, 곡률 관계를 이용하여 10개의 지배방정식을 구하였다. 이 10개의 지배방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m \left(\frac{\partial v_t}{\partial t} + v_b \frac{\partial \theta}{\partial t} - v_n \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \right) &= \frac{\partial T}{\partial s} + S_b \Omega_n - S_n \Omega_b + w_0 n_1 + R_{d1} \\ m \left(\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} (v_t \cos \theta + v_b \sin \theta) \right) + m_a \frac{\partial v_{2r}}{\partial t} &= \frac{\partial S_n}{\partial s} - \Omega_b (T + S_b \tan \theta) + w_0 n_2 + R_{d2} \\ m \left(\frac{\partial v_b}{\partial t} - v_n \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta - v_t \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) + m_a \frac{\partial v_{3r}}{\partial t} &= \frac{\partial S_b}{\partial s} - S_n \Omega_b \tan \theta - T \Omega_n + w_0 n_3 + R_{d3} \\ \frac{\partial v_t}{\partial s} + \Omega_n v_b - \Omega_b v_n &= \frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial v_n}{\partial s} - \Omega_b (v_t + v_b \tan \theta) &= - \left(1 + \frac{1}{EA}\right) \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v_b}{\partial s} - \Omega_b v_n \tan \theta - \Omega_n v_t = - \left(1 + \frac{1}{EA}\right) \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\Omega_b = \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta$$

$$\Omega_n = \frac{\partial \theta}{\partial s}$$

$$EI \frac{\partial \Omega_n}{\partial s} = \Omega_b^2 EI \tan \theta - S_b (1 + e)^3$$

$$EI \frac{\partial \Omega_b}{\partial s} = - \Omega_n \Omega_b EI \tan \theta - S_n (1 + e)^3$$

(2-35)

3. 수치해석을 이용한 지배방정식의 풀이

이번 장에서는 2장에서 세운 지배방정식(governing equation)을 풀이한다. 지배방정식을 풀이하는 방법에는 이론적인 방법과 수치해석적인 방법이 있다. 이론적인 방법은 일반해를 얻을 수 있지만 복잡한 해석을 하는 데는 한계가 있고 수치해석적인 방법은 일반해를 얻을 수 없지만 복잡하고 좀 더 현실적인 문제는 접근할 수 없는 한계가 있다. 지배방정식을 수치해석으로 푸는 방법은 여러 가지가 있지만, 본 논문에서는 유한차분법(FDM, finite difference method)을 이용하기로 한다. 보통 구조해석분야에서는 유한차분법과 유한요소법(FEM, finite element method)을 많이 사용하고 있다.

유한요소법은 해석 대상을 유한개의 특정 유한요소로 나눈 후 특정 등가의 식을 에너지 최소화 원리에 의해서 풀이하는 방법이다. 이 방법은 비틀강성, 굽힘강성 등 여러 요소들을 모두 고려할 수 있고 정확한 해석 결과를 얻을 수 있으나 긴 계산시간이 필요하다. 반면 유한차분법은 유한개의 정방격자를 이용해서 특정 미분방정식을 유한차분 근사식에 의해 대수방정식으로 변환 후 풀이하는 방법이다. 이 방법은 모델내의 변수 및 하중처리가 쉽고, 계산시간이 유한요소법에 비해 짧다. 유한차분법에서 시간적분법은 양해법(explicit method)과 음해법(implicit method)으로 나눌 수 있다. 양해법은 시간과 공간의 조건에 따라서 안정하기도 하고 불안정하기도 하지만 음해법은 조건에 상관없이 항상 안정하기 때문에 본 논문에서는 음해법을 사용하였다. 유한차분법에는 전진, 중앙 및 후진 차분법이 있다. 각각의 방법에는 서로 장단점이 있지만 여기에서는 중앙차분법을 사용한다.

3.1 음해법을 이용한 지배방정식의 차분화

2장에서 유도한 지배방정식을 행렬형태로 나타내면 아래의 식(3-1)과 같다.

$$[M] \overrightarrow{Y}' = [M] \overrightarrow{\dot{Y}} + \overrightarrow{Q} \quad (3-1)$$

여기서, \overrightarrow{Y} 가 계산에서 구해야 할 최종의 미지벡터 행렬이며 $\overrightarrow{\dot{Y}}$, \overrightarrow{Q} 는 다음 식과 같다.

$$\overrightarrow{Y} = (T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \phi, \theta, \Omega_n, \Omega_b)^T \quad (3-2)$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & -mv_n \cos \theta & mv_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m+m_a & 0 & mv_t \cos \theta + mv_b \sin \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m+m_a & -mv_n \sin \theta & -mv_t & 0 & 0 \\ 1/EA & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(1+T/EA) \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(1+T/EA) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(3-5)

행렬형태로 표현된 (3-1)식의 지배방정식은 이론적인 방법으로는 해석이 불가능하기 때문에 아래에서 설명할 수치해석적인 방법을 사용하여 미지변수 즉, \vec{Y} 를 구할 수 있다.

행렬형태로 표현된 지배방정식을 다시 표현해 보면 아래의 식과 같다.

$$M \frac{\partial \vec{Y}}{\partial s} = N \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t} + \vec{Q} \quad (3-6)$$

여기서,

$$\vec{Y} = (T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \phi, \theta, \Omega_n, \Omega_b)^T \quad (3-7)$$

시간 t_i 에서 t_{i+1} 사이에서 구조물의 거동을 근사화(approximately)하기 위해서 차분 방정식이 사용되어진다(Milinzazzo *et al.*, 1987).

전체 케이블의 길이 S 는 아래와 같이 임의요소의 길이로 N 개만큼 나누어진다.

$$0 = s_0 < s_1 < \dots < s_N = S \quad (3-8)$$

임의의 벡터 $\vec{y}(s_j, t_i)$ 에 대한 근사화는 \vec{Y}_j^i 로 표현한다면 다음과 같은 표현이 가능하다.

$$\vec{Y}^i = (\vec{Y}_0^i, \dots, \vec{Y}_N^i) \quad (3-9)$$

$$t_{i+1/2} = \frac{1}{2}[t_{i+1} + t_i], \quad \Delta t_i = t_{i+1} - t_i, \quad (3-10)$$

$$s_{i+1/2} = \frac{1}{2}[s_{i+1} + s_i], \quad \Delta s_i = s_{i+1} - s_i, \quad (3-11)$$

$$\left(\begin{array}{l} \vec{Y}_{j+1/2}^i = \frac{1}{2} [\vec{Y}_{j+1}^i + \vec{Y}_j^i] \\ [\mathcal{J}]_{j+1/2}^i = [\mathcal{J}](\vec{Y}_{j+1/2}^i, s_{j+1/2}, t_i) \\ [\mathcal{K}]_{j+1/2}^i = [\mathcal{K}](\vec{Y}_{j+1/2}^i, s_{j+1/2}, t_i) \\ \vec{L}_{j+1/2}^i = \vec{L}(\vec{Y}_{j+1/2}^i, s_{j+1/2}, t_i) \end{array} \right) \quad j = 0, \dots, N-1$$

$$\left(\begin{array}{l} \vec{Y}_j^{i+1/2} = \frac{1}{2} [\vec{Y}_j^{i+1} + \vec{Y}_j^i] \\ [\mathcal{J}]_j^{i+1/2} = [\mathcal{J}](\vec{Y}_j^{i+1/2}, s_j, t_{i+1/2}) \\ [\mathcal{K}]_j^{i+1/2} = [\mathcal{K}](\vec{Y}_j^{i+1/2}, s_j, t_{i+1/2}) \\ \vec{L}_j^{i+1/2} = \vec{L}(\vec{Y}_j^{i+1/2}, s_j, t_{i+1/2}) \end{array} \right) \quad j = 0, \dots, N \quad (3-12)$$

(3-12)식은 트라페조이드 방법(trapezoid method) 으로서 연속하는 두 점의 평균값을 취하는 방법이다. 2차 항 이상이 되는 성분을 $O((\Delta s_j)^2) + O((\Delta t_i)^2)$ 와 같이 표현하면 아래와 같이 다시 표현된다.

$$\left(\begin{array}{l} \frac{\vec{Y}_{j+1}^i - \vec{Y}_j^i}{\Delta s_j} = \vec{Y}'(s_{j+1/2}, t_i) + O((\Delta s_j)^2), \\ [\mathcal{J}]_{j+1/2}^i = [\mathcal{J}](\vec{y}(s_{j+1/2}, t_i), s_{j+1/2}, t_i) + O((\Delta s_j)^2), \\ [\mathcal{K}]_{j+1/2}^i = [\mathcal{K}](\vec{y}(s_{j+1/2}, t_i), s_{j+1/2}, t_i) + O((\Delta s_j)^2), \\ \vec{L}_{j+1/2}^i = \vec{L}(\vec{y}(s_{j+1/2}, t_i), s_{j+1/2}, t_i) + O((\Delta s_j)^2), \end{array} \right) \quad j = 0, \dots, N-1$$

$$\left(\begin{array}{l} \frac{\vec{Y}_j^{i+1} - \vec{Y}_j^i}{\Delta t_i} = \vec{Y}(s_j, t_{i+1/2}) + O((\Delta t_i)^2) \\ [\mathcal{J}]_j^{i+1/2} = [\mathcal{J}](\vec{y}(s_j, t_{i+1/2}), s_j, t_{i+1/2}) + O((\Delta t_i)^2) \\ [\mathcal{K}]_j^{i+1/2} = [\mathcal{K}](\vec{y}(s_j, t_{i+1/2}), s_j, t_{i+1/2}) + O((\Delta t_i)^2) \\ \vec{L}_j^{i+1/2} = \vec{L}(\vec{y}(s_j, t_{i+1/2}), s_j, t_{i+1/2}) + O((\Delta t_i)^2) \end{array} \right) \quad j = 0, \dots, N$$

(3-13)

(3-13)식은 미분방정식을 차분방정식으로 전개하는 과정을 보여주는데, 2차 이상의 성분은 무시된다. 따라서 행렬로 표현된 지배방정식 (3-1)식을 (3-12)식과 (3-13)식을 사용하여 전개하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[[\mathcal{J}]_{j+1/2}^i \left[\frac{\vec{Y}_{j+1}^i - \vec{Y}_j^i}{\Delta s} \right] + [\mathcal{J}]_{j+1/2}^{i+1} \left[\frac{\vec{Y}_{j+1}^{i+1} - \vec{Y}_j^{i+1}}{\Delta s} \right] \right] \\ & - \frac{1}{2} \left[[\mathcal{K}]_j^{i+1/2} \left[\frac{\vec{Y}_j^{i+1} - \vec{Y}_j^i}{\Delta t} \right] + [\mathcal{K}]_{j+1}^{i+1/2} \left[\frac{\vec{Y}_{j+1}^{i+1} - \vec{Y}_{j+1}^i}{\Delta t} \right] \right] \\ & - \frac{1}{2} [\vec{L}_{j+1/2}^i + \vec{L}_{j+1/2}^{i+1}] \\ & = [\mathcal{J}] \vec{Y}' - [\mathcal{K}] \vec{Y} - \vec{L} + O((\Delta s_j)^2) + O((\Delta t_i)^2) \end{aligned} \quad (3-14)$$

여기서 트라페조이드 방법을 적용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \left[[\mathcal{J}]_{j+1}^{i+1} + [\mathcal{J}]_j^{i+1} \right] \frac{\vec{Y}_{j+1}^{i+1} - \vec{Y}_j^{i+1}}{\Delta s} + \frac{1}{4} \left[[\mathcal{J}]_{j+1}^i + [\mathcal{J}]_j^i \right] \frac{\vec{Y}_{j+1}^i - \vec{Y}_j^i}{\Delta s} \\ & - \frac{1}{4} \left[[\mathcal{K}]_{j+1}^{i+1} + [\mathcal{K}]_{j+1}^i \right] \frac{\vec{Y}_{j+1}^{i+1} - \vec{Y}_{j+1}^i}{\Delta t} + \frac{1}{4} \left[[\mathcal{J}]_j^{i+1} + [\mathcal{J}]_j^i \right] \frac{\vec{Y}_j^{i+1} - \vec{Y}_j^i}{\Delta t} \\ & - \frac{1}{4} [\vec{L}_{j+1}^{i+1} + \vec{L}_j^{i+1} + \vec{L}_{j+1}^i + \vec{L}_j^i] \\ & = [\mathcal{J}] \vec{Y}' - [\mathcal{K}] \vec{Y} - \vec{L} + O((\Delta s_j)^2) + O((\Delta t_i)^2) \end{aligned} \quad (3-15)$$

따라서 (3-15)식은 $s = s_{j+1/2}, t = t_{i+1/2}$ 에서 계산되어진다.

(3-15)식에서 $[J]\vec{Y} - [K]\vec{Y} - \vec{L} = 0$ 조건과 함께 2차항 이상 성분의 하나의 항인 $O((\Delta s_j)^2) + O((\Delta t_i)^2)$ 을 무시한다면, (3-8)식의 좌변은 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\Phi_{j+1/2}^{i+1/2} = 0 \quad j=0, \dots, N-1 \quad (3-16)$$

(3-16)식은 $10(N-1)$ 개의 방정식으로 구성되어 있다. 반면에 미지변수는 총 $10N$ 개로 구성되어 있으므로, 구하려고 세운 방정식 보다 해가 10개가 많으므로 10개의 또 다른 방정식을 세워야 하는데 나머지 10개의 방정식은 경계조건(boundary condition)에서 얻어진다. 경계조건도 마찬가지로 근사화 시킬 수 있으며, 경계조건을 포함하여 (3-16)식을 정리하면 다음과 같다.

$$\Phi^{i+1/2}(Y^{i+1}, Y^i) = 0 \quad (3-17)$$

여기서,

$$\Phi_{i+1/2} = (\Phi_0^{i+1/2}, \Phi_{1/2}^{i+1/2}, \Phi_{3/2}^{i+1/2}, \dots, \Phi_{N-3/2}^{i+1/2}, \Phi_{N-1/2}^{i+1/2}, \Phi_N^{i+1/2})$$

(3-17)식은 편미분 방정식 (3-1)식을 음해법을 사용하고, 중앙차분화 시킨 2차 근사 방정식이다. 이 식을 통하여 시간 t_i 에서 \vec{Y}^i 이 주어지면 t_{i+1} 시간에서의 \vec{Y}^{i+1} 을 얻을 수 있다. 여기서, 초기상태 \vec{Y}^0 은 기지이다. 하지만, (3-17)식은 각 시간에서 비선형으로 구성되어 있기 때문에 비선형 방정식을 풀이할 수 있는 적당한 수치해석 방법을 선택해야 한다. 본 연구에서는 뉴턴-랩슨 방법을 사용하여 비선형 방정식의 해를 구한다.

3.2 비선형 방정식을 풀기 위한 뉴턴-랩슨 방법

Newton-Raphson 방법은 $f(x) = 0$ 방정식에서 $f(x)$ 의 미분을 이용하여 빠르게 x 를 계산할 수 있는 방법이다.

어떤 실수 r 이 함수 f 를 0이 되도록 하는 값이라고 하면, x 는 r 의 근사화라고 할 수 있다. 만약 f'' 이 존재하고 연속이라면 테일러 급수(Taylor's series)에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$f(r) = f(x+h) = f(x) + hf'(x) = 0 \quad (3-18)$$

여기서,

$$h = r - x$$

위 식에서 2차 Order항 이하를 무시하였다. 여기서, $h = -f(x)/f'(x)$ 로 된다. x 가 r 로 근사화한다면, $x - f(x)/f'(x)$ 는 r 로 더 가까이 간다. Newton-Raphson 방법은 r 의 x_0 를 추정함으로써 시작하고, 다음과 같이 정의한다.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (3-19)$$

방정식이 2개이고, 미지수도 2개인 경우를 생각해 보자. 각각의 미지수를 x_1, x_2 라고 두면 다음과 같은 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = 0 \\ f_2(x_1, x_2) = 0 \end{cases} \quad (3-20)$$

두 변수에 대하여 테일러급수(Taylor Series)를 통해서 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} f_1(x_1+h_1, x_2+h_2) \approx f_1(x_1, x_2) + h_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + h_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 0 \\ f_2(x_1+h_1, x_2+h_2) \approx f_2(x_1, x_2) + h_1 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + h_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0 \end{cases} \quad (3-21)$$

(3-21)식에서 나타나는 편미분은 (x_1, x_2) 에서 평가되는데 식 (3-21)식은 h_1 과 h_2 를 결정하기 위한 한 쌍의 선형방정식을 구성하게 되고, 계수행렬은 f_1, f_2 의 편미분 계수가 되는데, 여기서 아래 식과 같은 자코비안 행렬을 도입한다.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

(3-21)식에서 계수 h_1, h_2 의 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = -J^{-1} \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

따라서 두 개의 변수가 있는 두 개의 비선형 방정식을 풀기 위한 Newton-Raphson 방법은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_1^{(k+1)} \\ x_2^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1^{(k)} \\ h_2^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

본 논문에서는 미지수를 10개로 잡고 지배방정식도 10개로 유도하였기 때문에 다변수-다방정식 Newton-Raphson 방법을 채택해야 하는데, 이 경우도 앞에서 살펴본 경우와 같이 풀면 된다. 이 때 한 절점에 대한 자코비안 방정식은 아래와 같이 10×10 행렬로 이루어진다.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{10}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

여기서, f_i ($i = 1 \sim 10$)는 지배방정식 10개를 의미하며, x_i ($i = 1 \sim 10$)는 각 변수 $T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \phi, \theta, \Omega_n, \Omega_b$ 를 의미한다.

f_i 는 최종지배방정식을 다음과 같이 $f(x) = 0$ 의 함수 형태로 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial s} - m \left(\frac{\partial v_t}{\partial t} + v_b \frac{\partial \theta}{\partial t} - v_n \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \right) + (S_b \Omega_n - S_n \Omega_b + w_0 n_1 + R_{d1}) &= 0 \\ \frac{\partial S_n}{\partial s} - m \left(\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} (v_t \cos \theta + v_b \sin \theta) \right) - m_a \frac{\partial v_{2r}}{\partial t} + \Omega_b (T + S_b \tan \theta) + w_0 n_2 + R_{d2} &= 0 \\ \frac{\partial S_b}{\partial s} - m \left(\frac{\partial v_b}{\partial t} - v_n \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta - v_t \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) + m_a \frac{\partial v_{3r}}{\partial t} - S_n \Omega_b \tan \theta - T \Omega_n + w_0 n_3 + R_{d3} &= 0 \\ \frac{\partial v_t}{\partial s} - \frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} + \Omega_n v_b - \Omega_b v_n &= 0 \\ \frac{\partial v_n}{\partial s} + \left(1 + \frac{1}{EA} \right) \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta - \Omega_b (v_t + v_b \tan \theta) &= 0 \\ \frac{\partial v_b}{\partial s} + \left(1 + \frac{1}{EA} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} - \Omega_b v_n \tan \theta - \Omega_n v_t &= 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta - \Omega_b &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial s} - \Omega_n &= 0 \\ EI \frac{\partial \Omega_n}{\partial s} - \Omega_b^2 EI \tan \theta + S_b (1 + e)^3 &= 0 \\ EI \frac{\partial \Omega_b}{\partial s} + \Omega_n \Omega_b EI \tan \theta + S_n (1 + e)^3 &= 0 \end{aligned}$$

(3-26)

지배방정식은 차분형태로 변환해서 풀이하므로, 위의 방정식도 차분식으로 변환되어야 한다. 위의 방정식은 (3-17식의 형태와 같이 각각 중앙차분법을 이용하여 변환한다. f_i 를 변환한 후에는 자코비안 행렬식을 구하기 위해서 각 방정식을 각 변수에 대하여 편미분을 수행한

다. 본 지배방정식은 10개이고 미지수도 10개이므로 한 절점에 대해서 총 10×10 의 행렬식으로 구성된다. 한 절점에 대하여 자코비안 행렬식을 구한 후에는, 한 요소를 이루는 두 절점으로 값을 나누게 된다. 각 요소와 절점에 대한 자코비안을 구한 후에는 하나의 전체 시스템 행렬로 조합해야 하는데, 이 과정은 상당히 복잡하다. 아래의 Fig. 3-1에서는 전체 자코비안 행렬을 보여주고 있다. 각 절점에서는 10×10 행렬로 구성되고, 경계조건에서는 5×10 행렬을 나타내게 된다.

그림에서 볼 수 있듯이 전체 자코비안 행렬은 블록삼중대각 형태를 나타내고 있는데, 여기서 블록삼중대각 행렬이란 작은 블록행렬이 3개씩 모여 한 행을 이루고 나머지는 모두 0으로 구성된 행렬이다. 따라서 이 행렬을 효율적으로 풀기 위해서는 0이 아닌 성분만을 선택해서 풀이하는 특수한 풀이법을 선택할 필요가 있다.

자코비안 행렬식을 구성하고 나면 이 행렬식을 계수로 하는 선형방정식을 풀이하게 된다. 하지만 선형방정식의 계수행렬은 대각 성분이 0이 되는 경우가 많으며 불안정한 상태가 되어서 특이점이 발생할 수 있다. 따라서 전체 피보팅(full pivoting) 기법을 적용해야 하는데 본 연구에서는 초기에 가우스-조단(Gauss-Jordan) 방법을 사용하였다.

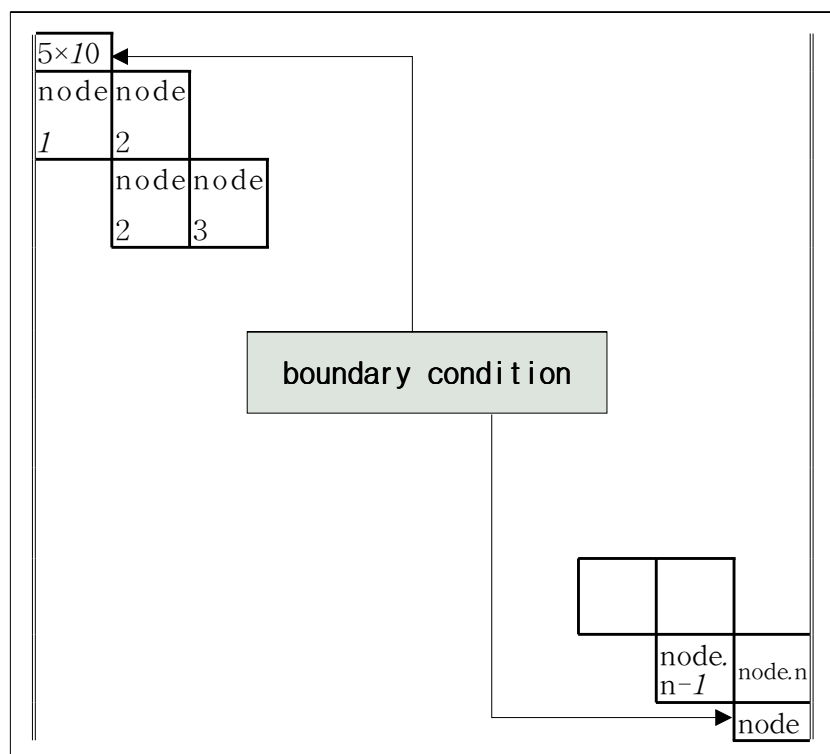


Fig. 3-1 Block structure of Jacobian

유도된 비선형 대수방정식은 각 시간 스텝에서 뉴턴-랩슨 방법을 사용하여 반복적으로 풀

어지는데, 그 알고리즘은 다음과 같다.

(a) Y^{i-1} , Y^i 를 외삽(extrapolating)하여 Y^{i+1} 값을 추정한다.

$$Y^{i+1}\{initial\ guess\} = Y^i + \Delta t \left[\frac{Y^i - Y^{i-1}}{\Delta t_{i-1}} \right] \quad (3-27)$$

(b) 선형방정식을 풀이함으로써 Y^{i+1} 값에 대한 교정값을 계산한다.

$$\Phi^{i+1/2} \Delta Y = -\Phi^{i+1/2} \quad (3-28)$$

여기서, $\Phi^{i+1/2} = \frac{\partial \Phi^{i+1/2}}{\partial Y^{i+1}}$: 이 식은 (3-17)식의 자코비안이다.

$$Y^{i+1} + \Delta Y \rightarrow Y^{i+1} \quad (3-29)$$

(c) 해의 어떤 성분에서 최대 상대 변화의 절대값(absolute value of the maximum relative change)이 일정한 한계값(tolerance)보다 작다면, 시간을 증분시키고 (a) 단계로 간다. 그렇지 않으면 Y^{i+1} 의 새 값을 사용하여 (b) 과정을 반복한다.

이상의 과정을 반복하여 각 시간에 대한 해를 구하게 된다.

다음은 뉴턴 반복법에서 해가 수렴되는 과정에 대하여 설명되는데, 반복계산을 하면서 증분치 ΔY 가 일정한 범위내에 들어오면 수렴하게 된다. 하지만, 변수가 여러 개로 구성된 경우에는 여러 변수들의 증분치에 대한 평균값으로 판별하게 된다. 이 평균값은 모든 증분치들의 절대값을 더함으로써 다음과 같이 표현된다 (Gobat et al., 1997).

$$err = \frac{1}{N \times nv} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{nv} \frac{|\Delta Y(j, k)|}{scalb(j)} \quad (3-30)$$

여기서,

N : 절점 개수

nv : 한 절점 당 변수 개수

$scalh(j)$: 각 변수들의 전형적인 크기

위에서 정의한 err 값이 지정된 한계수렴값(tolerance) 보다 작으면 방정식은 수렴한 것으로 판단해서 다음 시간 증분으로 넘어 된다. 만약 err 값이 한계수렴값보다 크다면 반복 정확한 해로부터 점점 멀어질 수가 있다. 따라서 증분치의 일정한 부분(fraction)을 증분치로 사용하게 된다.

$$X(j, k) \rightarrow X(j, k) + w \Delta X(j, k) \quad (3-31)$$

여기서,

w ; 상수로서 값이 1이 된다면 증분치 값을 그대로 사용.

$0 < w < 1$: 해당단계의 증분치 $\Delta X(j, k)$ 보다 작게 교정.

$w > 1$: 해당단계의 증분치 $\Delta X(j, k)$ 보다 크게 교정.

위에서 수렴도를 판정할 때 각 변수들의 전형적인 크기를 사용하는데, 그 전형적인 크기는 노름값으로 정의한다.

복소수 $z = a + ib$ 의 절대값은 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 에 의하여 주어지는데, 이 절대값은 복소수 z 의 크기를 평가하는 척도가 된다.

이와 유사하게 행렬에도 그 크기를 판정하는 음이 아닌 실수로서 노름(norm)이 정의 될 수 있다. 벡터 X 의 노름은 $\|X\|$ 로 나타낸다. 그리고 $\|X\|$ 가 X 의 노름이기 위해서는 다음 조건을 만족하는 음이 아닌 실수이어야 한다.

(a) $X \neq 0$ 인 벡터에 대해 $\|X\| > 0$ 이다.

(b) $\|cX\| = |c|\|X\|$, c 는 상수

(c) $\|X + Y\| \leq \|X\| + \|Y\|$

벡터 X 를 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 라 할 때 X 에 대한 노름은 여러 가지로 정의할 수 있다. 그 중요한 것으로서 l_2 및 l_∞ 노름이 있다.

이 값들은 다음과 같이 정의된다.

(a) l_2 노름 : $\|X\|_2$ 로 표시한다. X 의 Euclidean 노름이라고도 부른다.

$$\|X\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (3-32)$$

(b) l_∞ 노름 : $\|X\|_\infty$ 로 표시된다.

$$\|X\|_\infty = \max_{k \in \{1, \dots, n\}} |x_k| \quad (3-33)$$

본 연구에서는 l_2 노름을 사용하였다.

4. 프로그램을 이용한 예제 해석

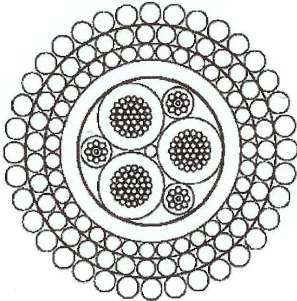
이번 장에서는 다양한 형태의 가진을 개발되어진 프로그램에 적용시켜 1차 케이블의 동적 거동을 살펴보기로 한다.

가진 형태는 네 가지로 나누어서 수행하였다. 첫 번째는 수직방향에 대하여 가진시켰을 때, 두 번째는 수직과 수평방향의 가진이 동시에 적용되는 결합가진을, 세 번째는 실제 해상에서 얻은 불규칙파를, 마지막으로 수직방향으로 가진되면서 수평방향으로 일정한 속력으로 항진하는 경우에 대하여 적용시켰다. 가진 적용방법은 심해무인잠수정 지원모선의 운동을 1차 케이블 상부끝단의 운동으로 가정하였다. 즉, 케이블 끝단과 지원모선의 연결부가 함께 운동하는 것으로 가정하고 강제변위를 입력하였다. 이때, 런처(launcher)는 집중 질량화 되어졌고 케이블 자체에 걸리는 유체력인 파도와 조류의 영향은 무시하였다.

4.1 심해무인잠수정 1차 케이블의 물성치

해석대상인 심해무인잠수정 1차 케이블의 특성치를 알아보기로 한다. 아래의 Fig. 4-1은 실제 해석하려는 케이블의 형상과 여러 가지 물성치를 나타내고 있다.

Description	Inch	mm
ELEMENT A		
Fiber: 8.3/125/245 μ m SMF		
Buffer: Hytrel [®]	0.024	0.61
Armor: 8/0.015" Plow Steel	0.054	1.37
Belt: Polyethylene	0.074	1.88
ELEMENT B		
Cdr: #11 AWG, Hard-drawn Cu		
Ins: Polyethylene	0.156	3.96
ASSEMBLY		
Core: Filler Rod	0.030"	0.76
Layer 1: 3 Element B's with 1 Element A in each interstice.		
Void fill and tape.	0.344	8.74
Belt: Polyethylene	0.415	10.54
ARMORING		
1 st Layer: 35 wires GEIPS	0.500	12.70
2 nd Layer: 35 wires GEIPS	0.583	14.81
3 rd Layer: 36 wires GEIPS	0.681"	17.30



Nominal Values @ 20 °C		
	METRIC	ENGLISH
PHYSICAL		
Weight in Air	1,112 kg/km	747 lb/kft
Weight in Seawater	905 kg/km	608 lb/kft
Specific Gravity (seawater)	5.6	5.6
Operating Temperature	-30 °C to 80 °C	-22 °F to 175 °F
MECHANICAL		
Breaking Strength (Fixed End)	205 kN	46,000 lbf
Breaking Strength (Free End)	205 kN	46,000 lbf
Working Load @ 0.35% Strain	44.5 kN	10,000 lbf
Working Load @ 0.5% Strain	62.3 kN	14,000 lbf
Rotation @ 14,000 lbf	<3.3 °/m	<1 °/ft
Recommended Bend Radius @ 10,000 lbf	35 cm	14 inches
Recommended Bend Radius @ 14,000 lbf	61 cm	24 inches
ELECTRICAL		
Voltage Rating @ 123 volts/mil	2,800 Vdc	2,800 Vdc
Insulation Resistance	3,000 M Ω •km	10,000 M Ω •kft
dc Resistance	4.9 Ω /km	1.5 Ω /kft
OPTICAL		
Attenuation @ 1310 nm	0.7 dB/km	0.21 dB/kft
@ 1550 nm	0.7 dB/km	0.21 dB/kft
Proof Test	1.380 N/mm ²	200 kpsi

Fig 4-1 Specification of ROV Cable

아래의 Table 4-1은 위의 Fig 4-1 자료를 바탕으로 대표적인 핵심 물성치들을 정리하였다. 결과적으로 이 테이블은 심해무인잠수정 1차 케이블의 동적 거동해석을 위한 입력 값 (input data)을 나타낸다.

Table 4-1 Input Data of Cable Characteristics

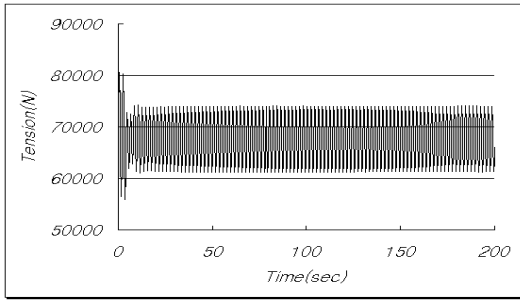
Cable Characteristic	Magnitude
Cable Length	6,000(m)
Diameter	0.0173(m)
Net Weight	8.878(N/m)
Launcher Weight	14,175(N)
Young's Modulus	5.3E10(N/m ²)
Cable Strain rate	0.005
C_d	1.5
C_t	0.01

4.2 상하동요 가진에 대한 1차 케이블 동적 거동해석

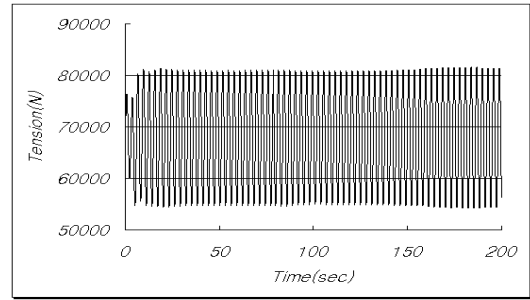
이번 절에서는 4.1절의 Table 4-1의 물성치를 적용시켜 케이블에 다양한 강제 가진력을 주었을 때 심해무인잠수정 1차 케이블에 걸리는 장력을 구해 보도록 한다.

4.2.1 상하동요에 대한 1차 케이블의 장력변화

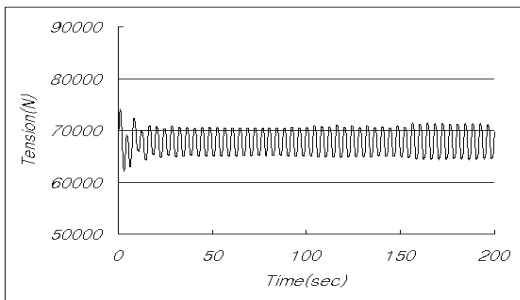
Table 4-1에 주어진 케이블에 대해 상부끝단에서 수직방향(heave-direction)으로 강제 가진력을 주었을 때 심해무인잠수정 1차 케이블의 상부 끝단에 걸리는 장력을 구하였다. 가진 주기는 2초에서 11초까지 1초 간격으로 살펴보았으며 수직방향 가진진폭은 1m로 한다. 아래 그림들은 각 주기에 대한 장력의 시간이력을 보여준다.



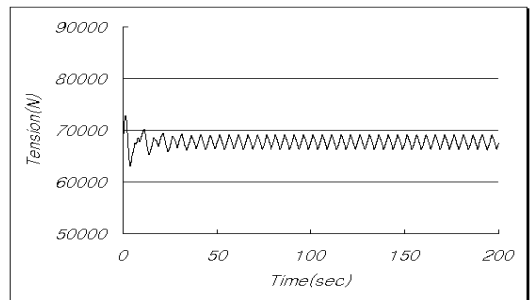
(a) Excitation period is 2sec



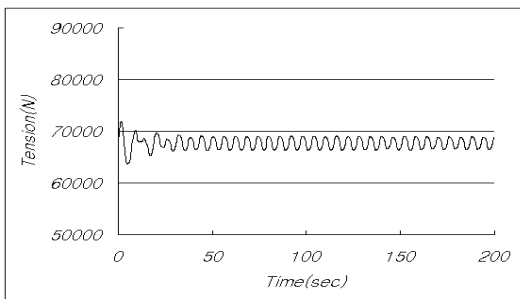
(b) Excitation period is 3sec



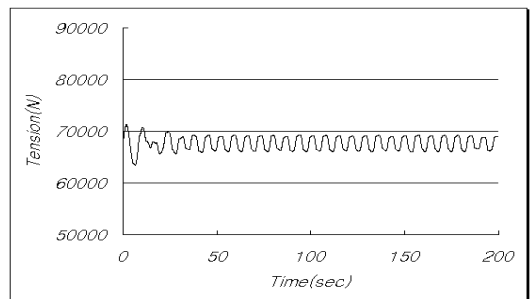
(c) Excitation period is 4sec



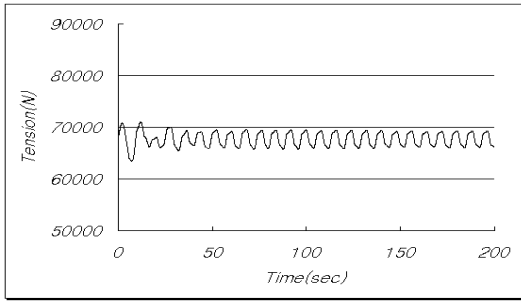
(d) Excitation period is 5sec



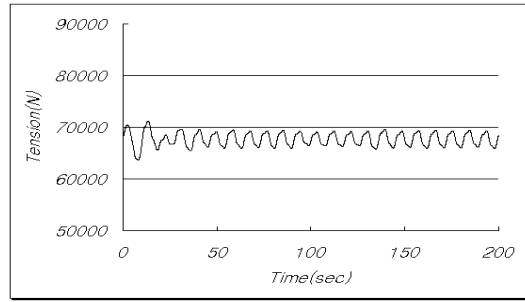
(e) Excitation period is 6sec



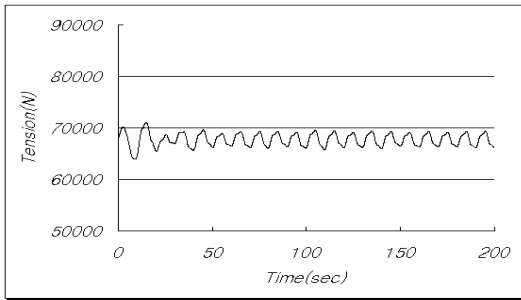
(f) Excitation period is 7sec



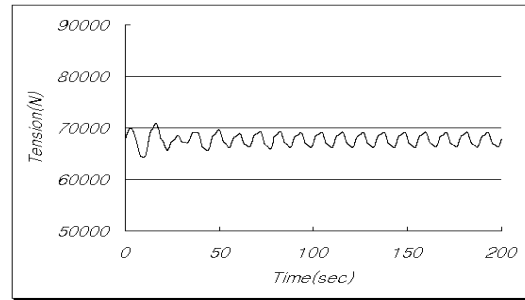
(g) Excitation period is 8sec



(h) Excitation period is 9sec



(i) Excitation period is 10sec



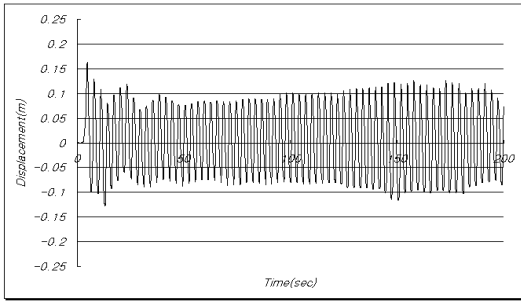
(j) Excitation period is 11sec

Fig. 4-2 Cable tension variation at top-end point for various excitation periods with heave excitation amplitude being 1m

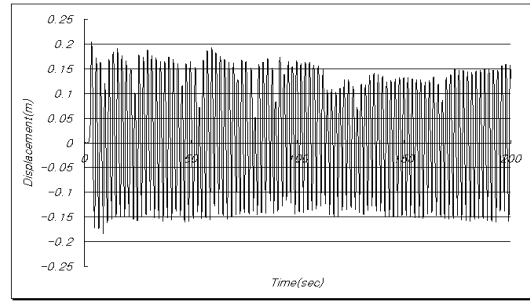
위의 Fig. 4-2로부터 주기 2초부터 11초까지의 장력값을 살펴보면 가진 주기가 3초일 때 가장 큰 장력응답을 보여준다. 이 결과는 케이블의 물성치가 달라지면 각 주기별 값에 대한 장력값이 변화하지만, Table 4-1에 주어진 케이블에 대해서는 런처 거동해석 및 케이블 제원을 결정한다면 가진 주기가 3초인 조건을 고려하여야 함을 알 수 있다.

4.2.2 상하동요에 대한 1차 케이블 하부끝단의 변위변화

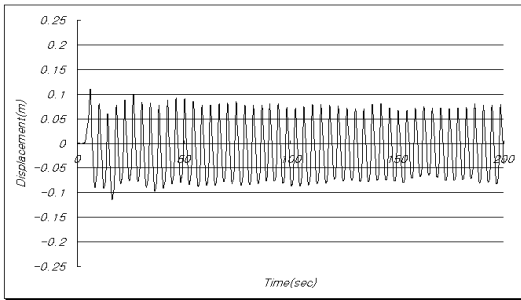
이번 절에서는 케이블 끝단(bottom-end)에서의 변위값을 살펴보기로 한다. 조건은 4.2.1 절과 같고 각 주기에 대한 결과값은 아래와 같이 나타난다.



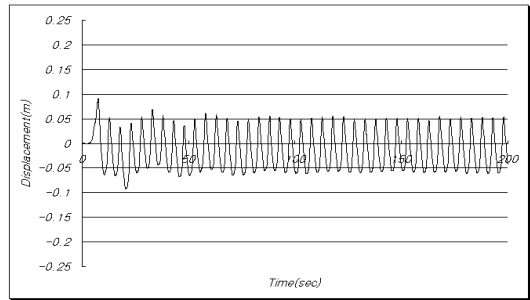
(a) Excitation period is 2sec



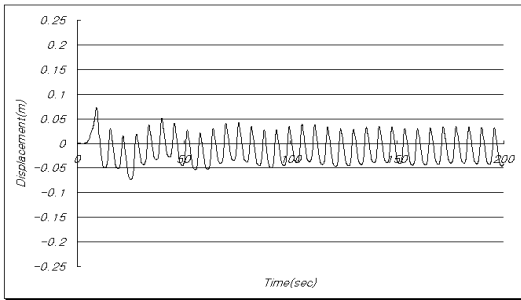
(b) Excitation period is 3sec



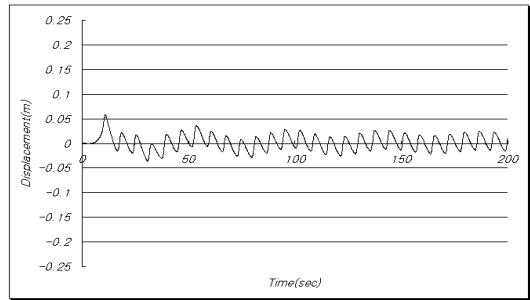
(c) Excitation period is 4sec



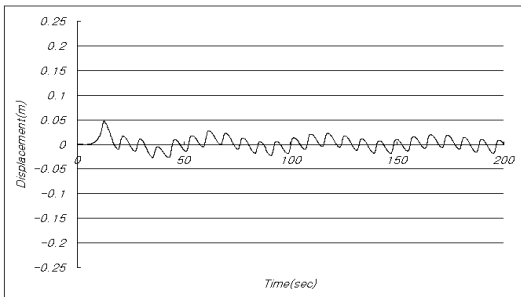
(d) Excitation period is 5sec



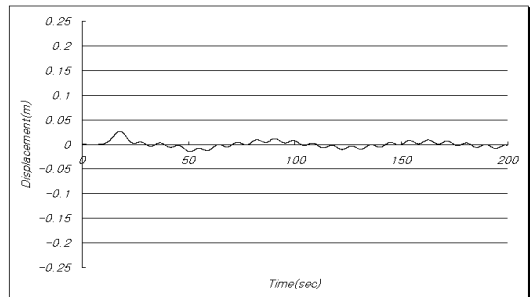
(e) Excitation period is 6sec



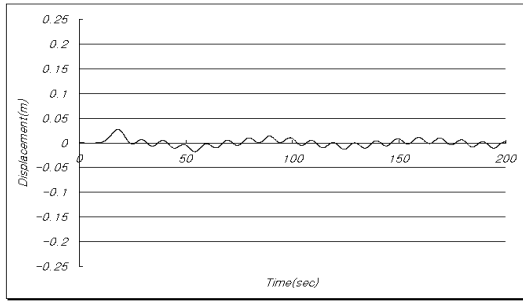
(f) Excitation period is 7sec



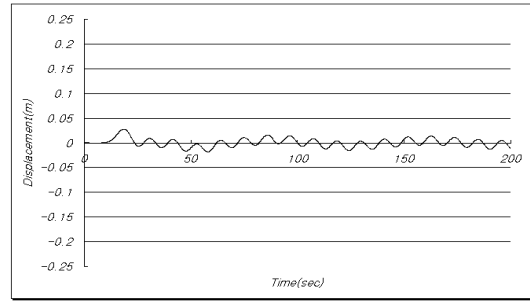
(g) Excitation period is 8sec



(h) Excitation period is 9sec



(i) Excitation period is 10sec



(j) Excitation period is 11sec

Fig. 4-3 Cable displacement at bottom-end point for various excitation periods with heave excitation amplitude being 1m

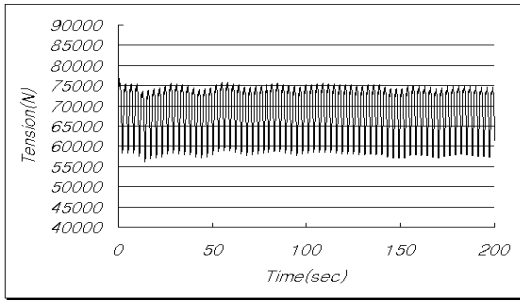
Fig. 4-3은 1차 케이블 끝단(bottom end)에서의 변위의 변화를 나타내고 있다. 주기가 길어질수록 수렴치로 가는 시간이 길어지는 것을 알 수 있으며, Table 4-1에 주어진 케이블에 대해서는 주기가 3초일 때 최대변위 1.5m정도를 가지며 변위폭도 장력값과 마찬가지로 가장 큰 값을 가지는 것을 알 수 있다.

4.3 결합가진을 적용했을 때의 케이블 동적거동해석

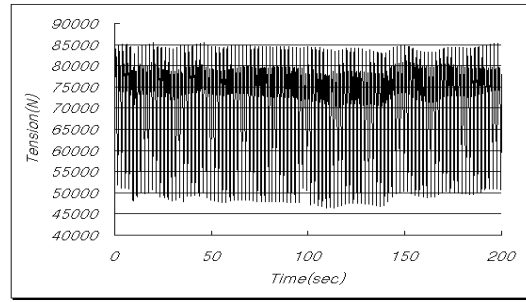
이번 절에서는 수직운동(heave oscillation)과 수평운동(surge oscillation)을 동시에 가진 하여 그 결과값을 살펴보기로 한다. 수직과 수평가진을 적용할 때의 위상차는 90° 이다.

4.3.1 결합가진에 따른 주기별 1차 케이블의 장력변화

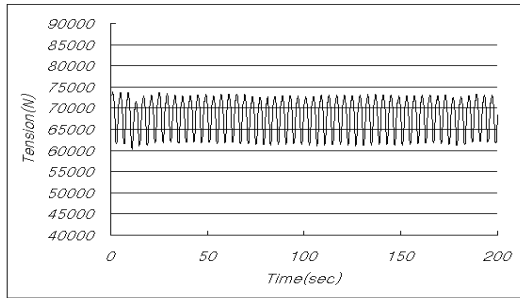
이번 절에서는 케이블이나 런처의 물성치는 4.2 절의 Table 4-1과 동일하고, 가진력을 수직방향과 수평방향을 동시에 적용했을 때의 케이블에 작용하는 장력값을 비교분석한다. 단, 가진진폭의 크기는 수직방향은 1m, 수평방향은 3m로 위상차가 90° 인 타원운동을 하는 것으로 가정한다. 가진주기는 앞과 마찬가지로 2초에서 11초까지 변화시켰고 두 방향의 가진은 서로 연성효과(couple effect)를 발생시킨다.



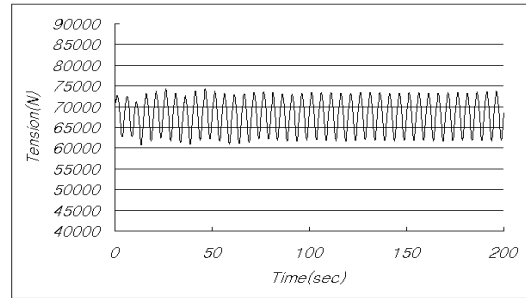
(a) Excitation period is 2sec



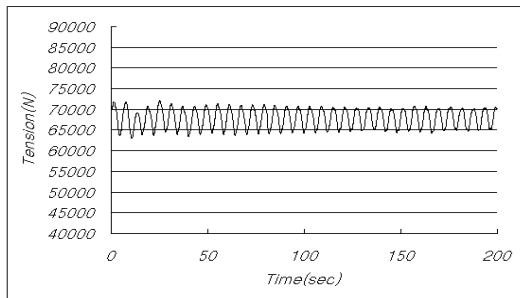
(b) Excitation period is 3sec



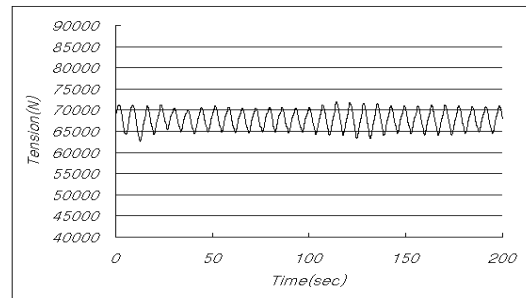
(c) Excitation period is 4sec



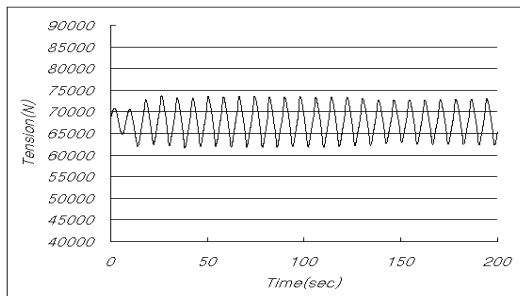
(d) Excitation period is 5sec



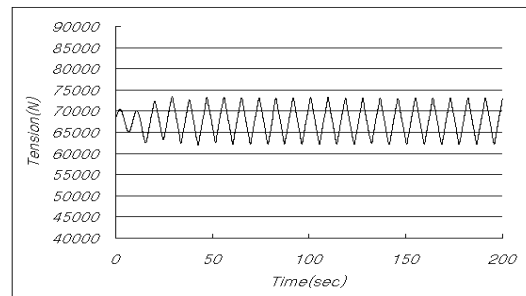
(e) Excitation period is 6sec



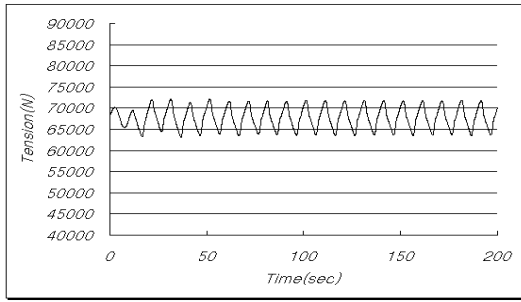
(f) Excitation period is 7sec



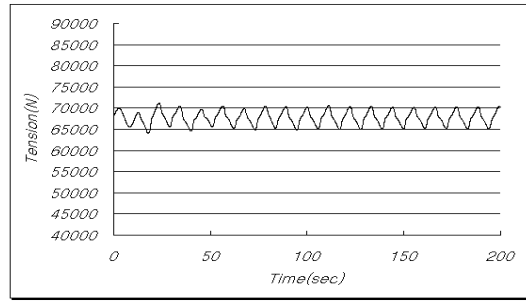
(g) Excitation period is 8sec



(h) Excitation period is 9sec



(i) Excitation period is 10sec



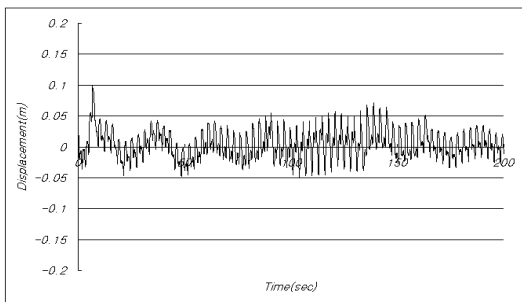
(j) Excitation period is 11sec

Fig. 4-4 Cable tension variation at top-end point for several excitation periods for combined heave and surge excitations where the amplitudes of heave and surge excitation and 1m and 3m

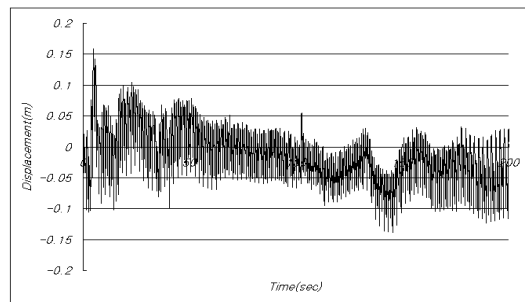
계산 결과값을 보여주는 Fig. 4-4를 살펴보면, 수직방향의 가진만을 시켰을 때와 마찬가지로 주기가 3초일 때 가장 큰 장력값이 발생함을 알 수 있다. 또한 가진주기가 3초일 때의 장력값을 살펴보면 수평가진이 없는 Fig. 4-2와 비교했을 때 수평가진의 영향으로 추가된 장력값이 최대 5000N 정도 증가한 것을 알 수 있다.

4.3.2 결합가진에 대한 1차 케이블 끝단의 변위변화

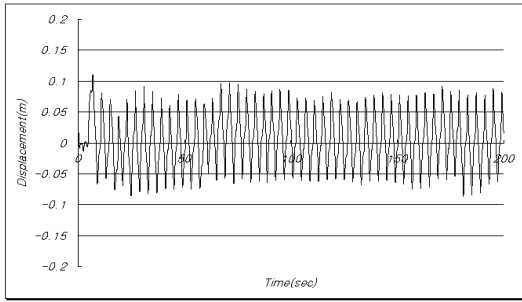
아래 Fig 4-5는 결합가진 하에서의 케이블 하부 끝단(bottom-end)의 변위를 나타내고 있다.



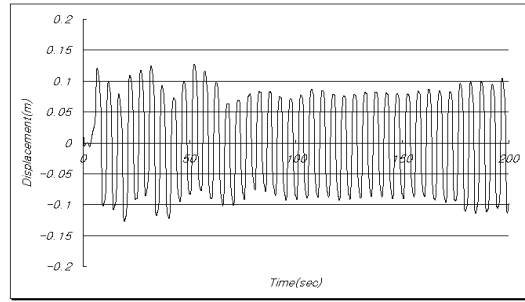
(a) Excitation period is 2sec



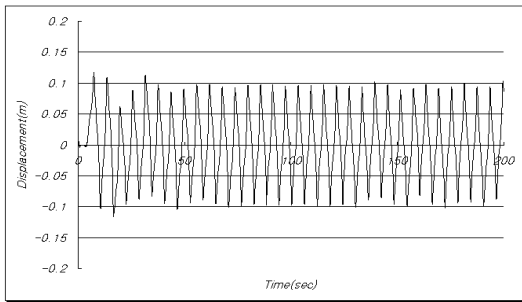
(b) Excitation period is 3sec



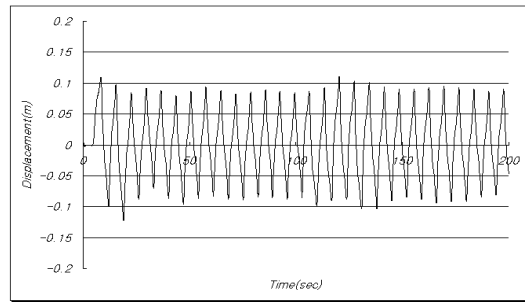
(c) Excitation period is 4sec



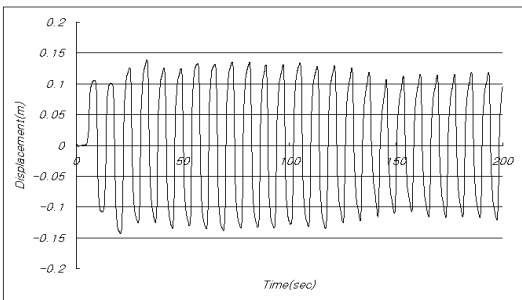
(d) Excitation period is 5sec



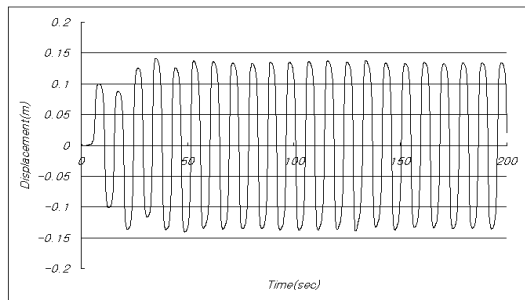
(e) Excitation period is 6sec



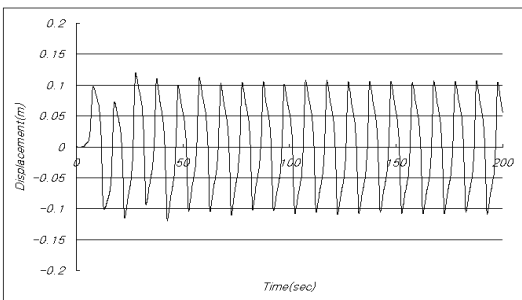
(f) Excitation period is 7sec



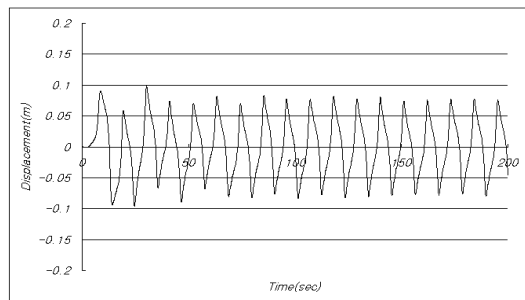
(g) Excitation period is 8sec



(h) Excitation period is 9sec



(i) Excitation period is 10sec



(j) Excitation period is 11sec

Fig. 4-5 Cable displacement variation at top-end point for several excitation periods for combined heave and surge excitations where the amplitudes of heave and surge excitation are 1m and 3m

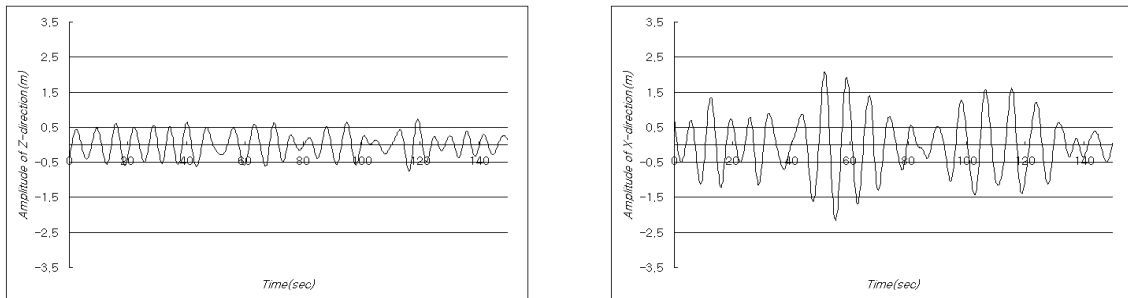
위의 결과 값에서 보면 주기가 3초일 때 보다 9초일 때 더 큰 변위값을 보이는데 이는 수직가진에 의해 발생하는 변위값에 수평가진에 의한 연성효과가 더해질 때 주기가 9초일 때 최대 변위를 일으키는 것을 볼 수 있다.

4.4 불규칙가진을 적용했을 때의 1차 케이블 거동해석

4.4.1 불규칙가진 하에서의 1차 케이블에 작용하는 장력값

이번 절에서는 실제의 해상환경과 유사한 불규칙(irregular)가진에 의한 장력값의 변화를 살펴보기로 한다. 앞절과 마찬가지로 수직과 수평방향의 가진을 동시에 적용하는데 가진정도를 증가 시켜가면서 살펴보았으며 3가지 정도의 불규칙가진을 Case 1, Case 2, Case 3 로 나누어 각각의 Case 별로 장력값을 살펴보았다.

Case 1의 가진은 대략 최대 수직가진 0.6m, 수평가진 1.8m 내외의 진폭을 가지는 파가 일어날 때 1차 케이블에 작용하는 장력값을 구하였다. 계산된 장력은 아래 그림 Fig. 4-7에서 보는 바와 같이 최대 71,500N 정도로 산출되었다.



(a) Time history of vertical irregular excitation of Case 1

(b) Time history of horizontal irregular excitation of Case 1

Fig. 4-6 Time history of vertical and horizontal excitations of Case 1

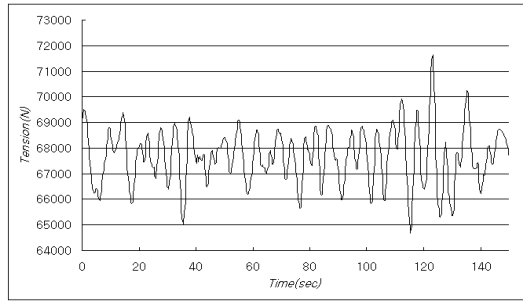
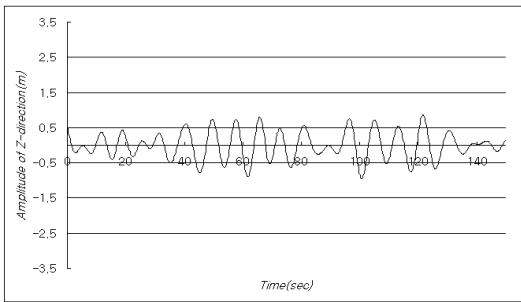
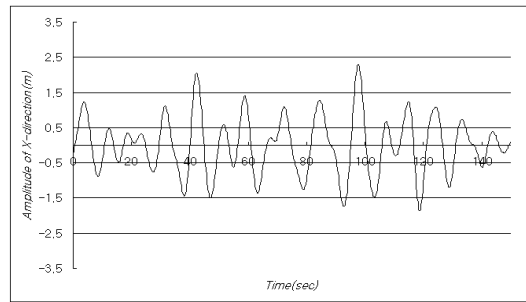


Fig. 4-7 Time history of tension response by irregular excitation of Case 1

Case 2 의 가진은 대략 최대 수직가진 0.8m, 수평가진 2.4m 내외의 진폭을 가지는 파에 대한 케이블에 작용하는 장력을 구하였다. Fig. 4-9에서 볼 수 있듯이 장력은 최대 72,000N 정도의 장력값이 산출되었다.



(a) Time history of vertical irregular excitation of Case 2



(b) Time history of horizontal irregular excitation of Case 2

Fig. 4-8 Time history of vertical and horizontal excitations of Case 2

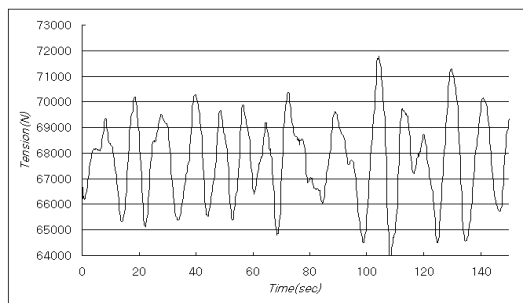
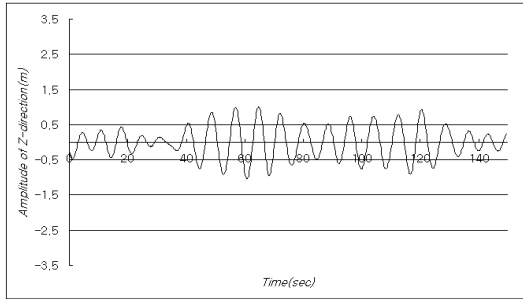


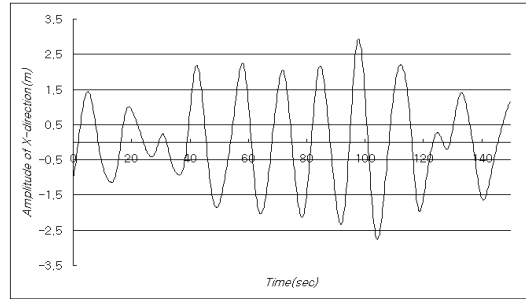
Fig. 4-9 Time history of tension response by irregular excitation of Case 2

Case 3의 가진은 대략 최대 수직가진이 1m, 수평가진이 3m 내외의 진폭을 가지는 파에 대한 케이블에 작용하는 장력을 구하였다. Fig. 4-11에서 볼 수 있듯이 장력은 최대 70,500N

정도의 장력값이 산출되었다.



(a) Time history of vertical irregular excitation of Case 3



(b) Time history of horizontal irregular excitation of Case 3

Fig. 4-10 Time history of vertical and horizontal excitations of Case 3

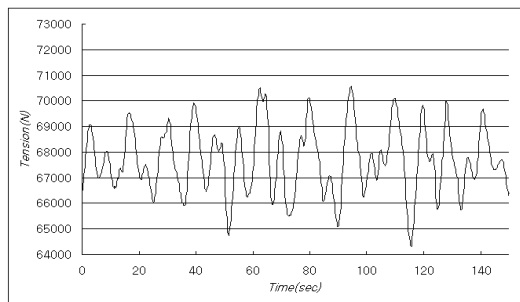


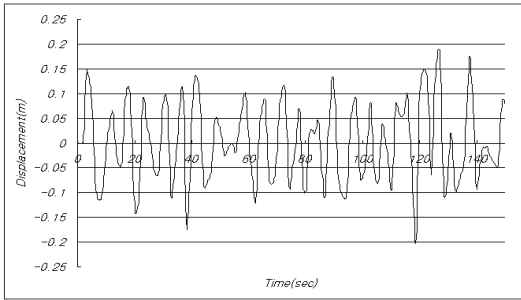
Fig. 4-11 Time history of tension response by irregular excitation of Case 3

위의 세 결과 값을 비교해보면 Case 1, 2, 3와 같은 범위에서의 불규칙가진에 대한 장력값은 많은 차이를 보이지 않고 비교적 변화폭이 미미함을 알 수 있다. 그리고 결합가진 수직 1m, 수평 3m에 대하여 가장 큰 장력값을 가지는 주기 3초에서의 값, 즉 Fig. 4-4의 (b)의 값은 대략 85,000N 정도의 값을 가지는 반면에 불규칙가진 최대 가진폭 수직 1m, 수평 3m인 가진에 대한 장력값인 Fig. 4-11의 장력값은 70,500정도의 최대값을 가진다.

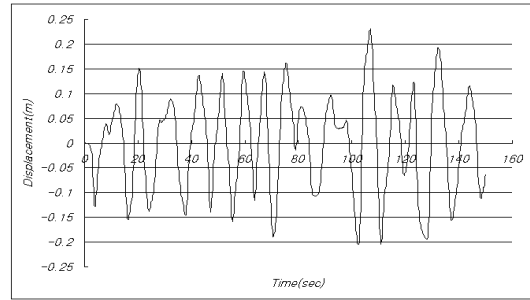
실제 가진과 유사한 불규칙가진에서의 장력값은 인위적으로 만든 결합가진에 비해서 동적 거동에 의한 값은 매우 작은 값이 산출되므로 실제 케이블에 작용하는 장력값은 허용장력에 비하여 더욱 안정성을 가지는 것을 알 수 있다.

4.4.2 불규칙가진 하에서의 1차 케이블 끝단의 수직변위

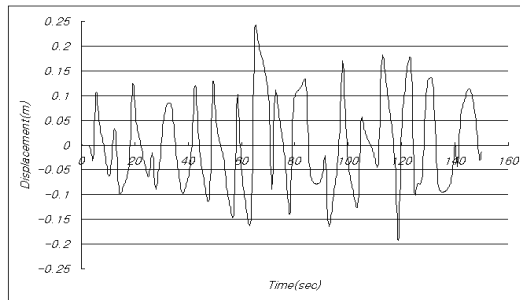
이번 절에서는 케이블 끝단의 변위를 살펴보기로 한다. 앞의 절과 마찬가지로 불규칙가진 Case 1, Case 2, Case 3에 대한 변위 값을 살펴보도록 한다.



(a) Time history of vertical displacement
irregular excitation of Case 1



(b) Time history of horizontal displacement
irregular excitation of Case 2



(c) Time history of vertical displacement
by irregular excitation of Case 3

Fig. 4-12 Time history of vertical displacements by irregular excitations

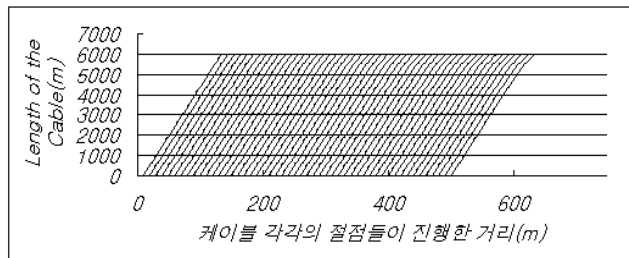
Fig. 4-12의 결과 값을 보면 수직가진의 변화가 미소한 경우에 Fig. 4-9의 장력의 변화와 마찬가지로의 수직방향의 변위 값의 거동은 미미함을 알 수 있다.

4.5 선박의 항진에 대한 1차 케이블 형상변화

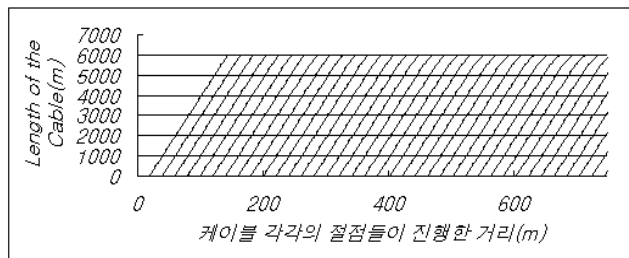
선박이 1, 2, 3knot(0.51, 1.02, 1.53m/s)로 항진할 때 전체 케이블이 어떤 형상을 보여주며 그 케이블에 걸리는 장력을 해석하였다. 해석조건은 배가 상하운동을 하는 동시에 위에서 언급된 속도로 직진한다. 상하동요의 가진진폭을 1m, 주기는 수직가진 해석에서 가장 큰 장력값

과 변위값을 가지는 3초로 적용하였다. 가동시간 1000초 동안 항진하고 20초단위로 케이블의 형태를 나타내었다. 비정상상태의 케이블 형상은 의미가 없으므로 정상상태 이후의 결과만 나타내었다. 수평방향속도는 1knot, 2knot, 3knot의 3가지로 나누었다.

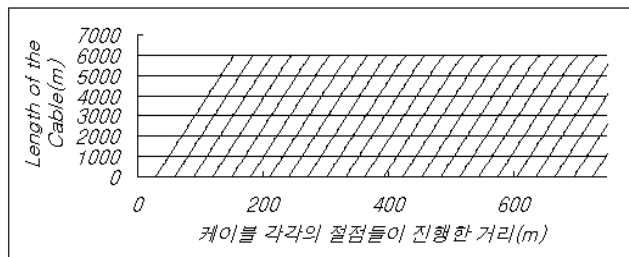
4.5.1 항진속도 변화에 따른 1차 케이블 형상변화



(a) Ship speed is 1 knot



(b) Ship speed is 2 knot



(c) Ship speed is 3 knot

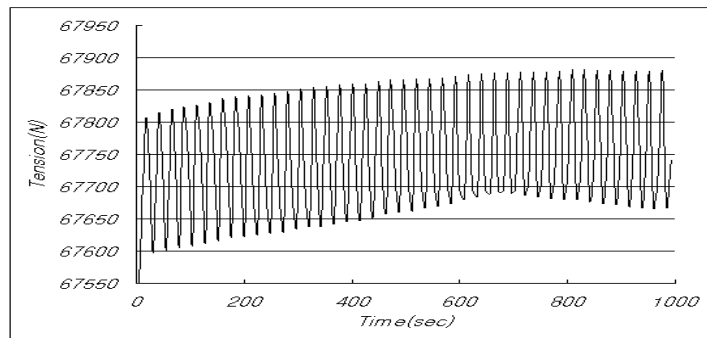
Fig. 4-13 Cable configurations for several ship speeds with heaving amplitude being 1m

위의 그래프에서 X축은 각각의 절점들이 진행한 거리이고 Y축은 케이블의 길이를 의미하며 6000m의 지점이 수면이고 0인지점이 바닥을 나타낸다. 결과치를 비교해 보면 같은 시간

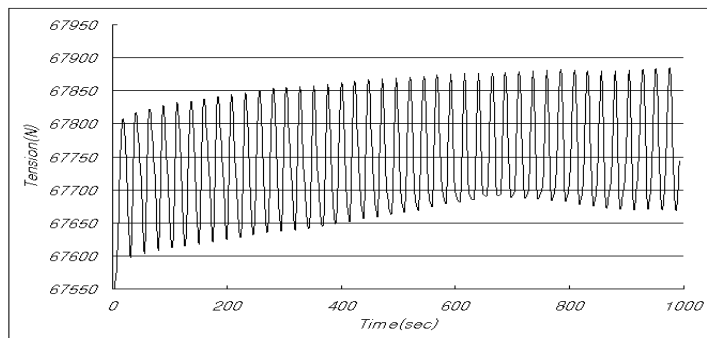
1000(sec)를 진행하였지만 속도가 1, 2, 3knot로 다르기 때문이 X방향으로의 진행거리가 다름을 알 수 있다. 기울기의 차이는 미소하지만 속도가 증가 할수록 케이블이 기울어지는 각이 커짐을 알 수 있다.

4.5.2 항진속도 변화에 따른 1차 케이블 장력변화

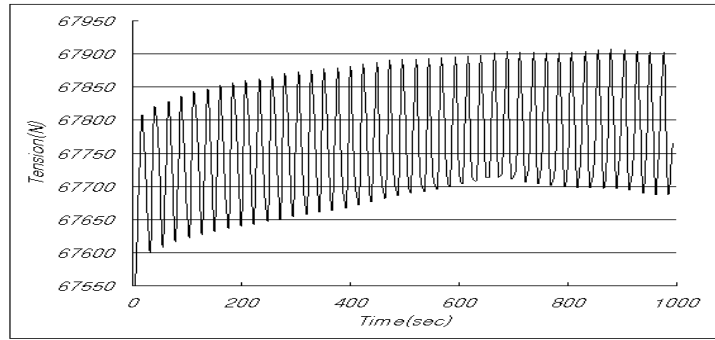
아래에서는 선박의 항진 속도변화에 따른 케이블의 장력값을 계산하였다. 진폭이 1m, 주기는 3초로 상하동요하면서 세 가지 다른 속도, 즉 1, 2, 3knot로 선박이 항진하는 경우에 대해 비교해 보았다.



(a) Ship speed is 1knot



(b) Ship speed is 2knots



(c) Ship speed is 3knots

Fig. 4-14 Cable tension variation for several ship speeds with heaving amplitude being 1m

3가지 경우를 비교해 보면 응답 진폭의 크기는 거의 같으나 속도가 증가 할수록 최대 장력 값은 커짐을 알 수 있다. 이것은 속도의 제곱에 비례하는 항력의 증가에 때문으로 판단된다.

5. 결 론

본 논문에서는 지원모선과 무인 잠수정의 런처(launcher)를 연결하는 1차 케이블의 동적거동을 파악하기 위한 수치해석 기법을 수립하였다. 먼저 해양 케이블에 대한 3차원 동적 지배방정식을 유도하였다. 이 지배방정식은 비선형, 연성방정식인데 이 방정식에 대한 해를 구하기 위하여 유한차분법을 이용한 수치해석적 방법을 적용하였으며 유한차분법 중에서도 비교적 조건에 관계없이 안정적인 음해법을 적용하였다. 비선형 방정식을 풀기 위해서 뉴턴-랩슨 방법을 적용하였다.

개발된 수치알고리즘을 이용하여 다양한 형태의 가진에 대한 심해무인잠수정 1차 케이블의 거동특성을 파악하였다. 먼저 선박의 상하동요와 결합가진 동요에 대해 케이블에 작용하는 장력을 계산하였다. 주기는 2초부터 11초까지의 변화를 살펴보았는데 해당 선정되어진 물성치를 가지는 케이블에 대해서는 주기가 3초일 경우에 공진현상이 발생하여 최대 장력값과 변위값이 산정되는 것을 알 수 있었고, 결합가진의 경우에도 마찬가지로 최대 장력값과 변위값이 주기 3초에서 공진이 발생하는 것을 알 수 있었다. 케이블의 종류나 길이에 따라 공진점(resonance point)은 달라지지만 이는 케이블 설계 시 고려해야 할 중요한 인자임을 알 수 있었다.

또한 다양한 수직과 수평방향의 타원형태를 그리는 불규칙 가진에 대하여 1차 케이블에 작용하는 장력과 변위를 계산하였다. 세 가지의 경우로 나누어서 생각해 보았는데, 대략 case 1은 수직가진 0.6m 수평가진 1.8m, case 2는 수직가진 0.8m 수평가진 2.4m, case 3은 수직가진 1m 수평가진 3m 내외인 불규칙과에 대한 해석을 해보았다. 전체적으로 장력값이나 변위값은 입력값의 변화가 미미하여 결과값인 장력값이나 변위값도 큰 차이는 보이지 않았으나 이 불규칙해석에서 주목할 사항은 입력값의 범위가 대략 같은 결과의 Fig. 4-2(b)와 Fig. 4-4(b)의 결과값에 비하여 실제과와 가장 비슷한 불규칙과에 대해서는 상당히 작은 장력값을 보이고 있다는 것이다. 이는 케이블을 설계할 때, 규칙과 해석에 비해서 불규칙과 해석에 의한 장력값과 변위값이 작은값을 보이므로 설계 허용장력에 비해 더욱 안정하다고 할 수 있다.

향후과제로는 실제 런처의 운동과 1차 케이블의 상호연성적인 해석이 요구되고, 본 연구에서 개발되어진 프로그램은 런처의 실제모형과 해상조건에서의 정확한 C_D 값을 산정하여 더욱 정확한 결과값이 요구되어지며 나아가 실제 다양한 해양상태나 케이블의 길이변화에 따른 해석이 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] 권순홍, 부성윤, 최항순 공역, “해양환경하중”, 동명사, 1998.
- [2] 김덕수, 신현경, “내과성 양식시설 개발에 관한 연구(I) - 케이블-부이-중량물 시스템의 3차원 비선형 정적해석”, 한국해양공학회 1995년도 춘계학술대회, pp. 237~245, 1995.
- [3] 김현조, 홍사영, 홍섭, 조석규, “강제동요 시험을 이용한 모형 계류삭의 동적 응답 연구”, 한국해양공학회 2002년도 추계학술대회, pp. 134~141, 2002.
- [4] 류창혁, “계류시스템 설계를 위한 3차원 정적해석 범용 수치프로그램 개발”, 한국해양대학교 대학원 해양공학과 석사학위 논문, 1999.
- [5] 박한일, 정동호, 김국태, “저장력 예인 케이블의 비정상 거동 특성 연구”, 국방과학연구소 보고서, 2001.
- [6] 조철희, 홍충유, 정택선, “SPM 시스템 1차 케이블의 정적해석 소프트웨어 개발 연구”, 한국해양공학회 1999년도 추계학술대회, pp. 202~207, 1999.
- [7] 박한일, 정동호, 2002, “유한차분법을 이용한 저장력 예인케이블의 비선형 동적해석”, 대한조선학회지, 제39권 제1호, pp 28-37.
- [8] 정동호, 김종규, 박한일, 2002 “해양탐사장비 예인케이블의 3차원 동적해석에 관한 연구”, 한국해양학회지, 제8권 2호, pp 203-209.
- [9] 정동호, 김현주, 박한일, 2004 “수치해석적 방법을 통한 해양심층수 취수용 유연 라이저의 거동해석에 관한 연구”, 한국해양공학회지, 제18권 4호, pp 15-22.
- [10] 정동호, “저장력 해양 케이블의 3차원 동적 거동해석”, 한국해양대학교 대학원 해양개발공학과 박사학위 논문, 2002.
- [11] Ablow, C.M. and Schechter, S., “Numerical Simulation of Undersea Cable Dynaics”, Ocean Engineering, Vol. 14, No. 6., 1987.
- [12] Berteaux, H.O., “Buoy Engineering”, John Wiley & Sons, Inc., 1976.
- [13] Choo, Y. and Caseralla, M.J., “A Survey of Analytical Methods for Dynamic Simulation of Cable-Body Systems”, J. of Hydronautics, Vol. 7, No. 4, pp. 137-144., 1973.

- [14] Delmer, T.N., Stephens, T.C. and Tremills, J.A., "Numerical Simulation of Cable-Towed Acoustic Arrays", *Ocean Engineering*, Vol.15, No.6., 1988.
- [15] Hong, S. and Hong, S.W., "A Three-Dimensional Dynamic Analysis of Towed Systems, Part I. A Mathematical Formulation", *한국해양공학회지*, 제8권, 제1호, pp. 16-22., 1994
- [16] Park, H.I., Jung, D.H. and Koterayama, W., "Numerical and experimental study on the dynamics of a towed low tension cable", *Applied Ocean Research*, Vol. 25, pp289-299., 2003
- [17] Patel, M.H., "Dynamics of Offshore Structures", Butterworth & Co. Ltd., 1989.

감사의 글

조도에서의 생활 10년...

어느새 나이는 30대로 접어든다...

먼저 이 논문을 완성하기까지 2년 동안 물심양면으로 지도편달 해 주신 지도교수님이신 박한일 교수님께 심심한 감사를 드립니다. 많이 부족한 논문이지만 기꺼이 심사를 맡아주신 최경식교수님, 김재수교수님께도 감사를 드리며, 멀리계시지만 여러모로 지원해주신 동호형께도 감사를 드립니다.

그리고 해양구조물실험실 가족들 인욱, 천홍, 재근, 현아, 은정이도 함께 했기에 든든했고 너희들도 더욱 열심히 하고 부디 좋은 성과 있기를 바란다.

같은 대학원 생활 2년 동안 1년 후배지만 서로에게 힘이 되어준 수중음향연구실의 최영호군에게도 좋은 성과가 있었으면 하고 수고했다고 이 글을 통해 전하고 싶다.

그리고 우리 해양공학과 전체 실험실 사람들에게도 함께 있어 즐거웠고 힘이 되었다는 말 전하고 싶다.

나의 하나뿐인 친구 임영호군에게도 이 글을 빌려 서른이 될 동안 고등학교 때부터 지금이 되기까지 항상 힘이 되었고, 내 곁에 있어줘서 고맙다는 말 하고 싶다.

항상 멀리서 공부하는 동생을 응원해준 누나, 매형 그리고 우리 예쁜이 조카 여준이에게도 감사를 드립니다.

마지막으로 여기 제가 있게 해 주신 세상에서 가장 존경하는 아버님, 어머님께 평소 말씀드리지 못했던 정말 감사하다는 말과 함께 이 논문을 두 분께 올립니다.