

공학석사 학위논문

시소 시스템을 위한  
*RCGA* 기반의 상태피드백 제어

*RCGA-Based State Feedback Control for  
Seesaw Systems*

지도교수 소명옥

2008년 2월

한국해양대학교 대학원

메카트로닉스공학과 류기탁

# 목 차

Abstract .....	iii
Nomenclature .....	v
제 1 장 서론 .....	1
1.1 연구 배경 및 동향 .....	1
1.2 연구 내용과 구성 .....	2
제 2 장 실수코딩 유전알고리즘 .....	4
2.1 유전알고리즘의 특징 .....	4
2.2 유전알고리즘의 구조 .....	5
2.2.1 염색체의 표현 .....	6
2.2.2 초기집단의 생성 .....	7
2.2.3 적합도 평가 .....	7
2.2.4 유전연산자 .....	8
2.2.5 전략 .....	12
2.2.6 종료조건 .....	13
제 3 장 시소 시스템의 모델링 .....	14
3.1 시소 시스템의 비선형 운동방정식 .....	14
3.2 시소 시스템의 구동부 .....	21
3.3 시소 시스템의 상태공간 해석 .....	22
3.4 RCGA를 이용한 파라미터 추정 .....	24
제 4 장 시소 시스템의 제어기 설계 .....	27
4.1 PI형의 상태피드백 제어기 설계 .....	27
4.2 상태관측기 설계 .....	30
4.2.1 전차수 상태관측기 .....	30
4.2.2 축소차수 상태관측기 .....	31

제 5 장 시뮬레이션 및 검토 .....	36
5.1 시소 시스템의 파라미터 추정 .....	36
5.1.1 시소 시스템의 비선형 모델 .....	36
5.1.2 파라미터 추정을 위한 입·출력 데이터 취득 .....	37
5.1.3 파라미터 탐색 .....	39
5.1.4 추정된 선형모델의 응답특성 .....	42
5.2 제어기와 상태관측기의 이득행렬 선정 .....	43
5.3 시소 시스템의 응답특성 .....	47
제 6 장 결 론 .....	51
참고문헌 .....	52
감사의 글 .....	54

# *RCGA-Based State Feedback Control for Seesaw Systems*

*Ki-Tak Ryu*

*Department of Mechatronics, Graduate School  
Korea Maritime University*

## ***Abstract***

Generally, most of the physical processes affected by disturbance or incomplete knowledge are complex and highly nonlinear. To solve these problems, many researches are ongoing in modern control theory recently. Owing to those efforts, several kinds of controllers using different techniques have been proposed. The controllers play major roles in the robotization. For instance, it can increase productivity and sophistication. But the researches need apparatuses, which can verify the controller for being not damaged the plant. In this paper, therefore, a seesaw system is considered one apparatus to analyze and apply the control theory.

A seesaw system consists of a moving cart on the rail and seesaw frame made to demonstrate the effectiveness of the control theory. The system has balancing and positioning problems, and the driving force is applied on the DC motor of cart, but not on the pivot. The purpose of control is to maintain an equilibrium of seesaw frame in spite of an allowable disturbance.

First, the mathematical model of the seesaw system is derived from the Langrange's formulations. Second, a stable feedback loop is constructed for the nonlinear seesaw system, and the parameters of its linearized model are estimated using input-output data, a real-coded genetic algorithm(RCGA) and the model adjustment technique.

Third, the PI-type state feedback controller and the reduced-order observer are designed based on estimated linear model and RCGA. The proposed control system combines the PI-type state feedback controller with the reduced-order observer.

Finally, the proposed methods are applied to the seesaw system and a series of simulation are carried out to verify the effectiveness.

## *Nomenclature*

$a_{ij}$	$i$ th row and $j$ th column element of matrix $A$
$A, B, C$	matrices
$\hat{A} \hat{B} \hat{C}$	augmented matrices
$B_p$	viscous damping coefficient at motor pinion
$B_s$	viscous damping coefficient at seesaw pivot
$D, G, H$	matrices in reduced-order state observer
$D_T$	distance from pivot to cart rail
$D_c$	distance from pivot to centre of gravity seesaw system
$e$	error state vector
$M, N$	matrices with proper dimension
$f(s(k))$	fitness function
$f_b(k)$	fitness of the best
$F(x(k))$	objective function
$F_c$	cart driving force produced by motor
$g$	gravitational acceleration constant
$i_a$	armature current of motor
$J_0 \ J_1 \ J_2$	performance index
$J_s$	moment of inertia of seesaw system
$J_m$	moment of inertia of motor
$k$	$k$ th generation
$\hat{k}$	gain of error compensator
$K$	state feedback gain matrix
$\hat{K}$	augmented state feedback gain matrix
$K_b$	back e.m.f. constant of motor
$K_g$	gear ratio in gear box
$K_m$	torque constant of motor
$L$	observer gain matrix
$L$	lagrangian
$M_c$	mass of cart
$M_s$	mass of seesaw system

$N$	population size
$P(k)$	population at $k$ th generation
$\tilde{P}(k)$	population after crossover at $k$ th generation
$\overline{P}(k)$	population after reproduction at $k$ th generation
$P_c$	crossover rate
$P_m$	mutation rate
$q$	the number of instrumentation possibility of state vector
$Q_{x_c}$	generalized force of $x_c$
$Q_{\Theta}$	generalized force of $\Theta$
$\hat{Q}$	positive-semidefinite hermitian matrix
$R$	real number
$\hat{R}$	positive-definite hermitian matrix
$R_a$	armature resistance of motor
$r$	random real number between 0 and 1
$r_{mp}$	radius of driving gear of motor
$\mathbf{s}$	string or chromosome
$\tilde{\mathbf{s}}$	string or chromosome after crossover
$\overline{\mathbf{s}}$	string or chromosome after reproduction
$S_i$	$i$ th chromosome
$t_f$	final integral time
$T$	maximum generation of RCGA
$T_T$	total kinetic energy of seesaw system
$T_{tc}$	translational kinetic energy of cart
$T_{rc}$	rotational kinetic energy of driving motor
$T_{rs}$	rotational kinetic energy of seesaw
$u$	control input or voltage applied to motor
$V_T$	total potential energy of seesaw system
$V_{gc}$	potential energy of cart
$V_{gs}$	potential energy of seesaw
$x_c$	position of cart
$\dot{x}_c$	velocity of cart
$x_j^{(L)}$	lower boundary of $j$ th gene

$x_j^{(U)}$	upper boundary of $j$ th gene
$x_{ij}(k)$	$j$ th gene of $i$ th chromosome
$\tilde{x}_j$	$j$ th gene after mutation
$\bar{x}_p$	gene of parent chromosome
$\tilde{x}_p$	gene of offspring chromosome
$x$	state vector
$x_b(k)$	chromosome of the best
$x_p$	state vector of system
$\tilde{x}$	state vector of observer
$\hat{x}$	augmented state vector
$y$	system output
$y_1$	position of cart
$y_2$	angle of seesaw
$y_r$	reference input
$z$	error state variable
$\gamma$	constant
$\eta$	parameter of the reproduction operator
$\tilde{n}$	output vector of the reduced-order state observer
$\theta$	angle of seesaw
$\dot{\theta}$	angular velocity of seesaw
$\lambda$	multiplier
$\tau$	random number of 0 or 1



# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구 배경 및 동향

일반적으로 대부분의 실제 시스템은 복잡하고, 외란이나 불완전한 지식에 영향을 받는 강한 비선형적인 특성을 가지고 있다. 이러한 비선형 특성을 제어하기 위해 현대제어 이론의 연구가 계속 진행되고 있다. 이에 힘입어 여러 가지 기법의 제어기가 제안되었고, 생산성과 정밀성을 향상시키기 위한 산업 분야의 자동화에 큰 역할을 하였다.

그러나 제안된 제어기를 실제 산업현장에 검증 없이 바로 이용하면 기기의 손상이 발생할 수 있으므로 우선 모의실험 혹은 모형실험장치를 이용해 제안된 제어기를 검증해야 한다. 따라서 본 논문에서는 여러 시스템 중에서 비선형이면서, 불안정하여 제어 이론의 검증에 비교적 많이 이용될 수 있는 시소 시스템을 선정하여 제안한 제어기의 이론적 해석을 실시하고자 한다.

시소 시스템은 도립막대 시스템과 더불어 가장 대표적인 불안정한 시스템으로 한 개의 피봇(pivot)점을 중심으로 움직이는 시소 구조물 상부에 레일을 설치하고, 레일 위의 대차가 좌우로 이동하면서 시소의 평형상태를 유지시켜 주는 시스템이다. 이러한 시소 시스템은 시소의 평형(Balancing)과 대차의 위치(Positioning)문제를 동시에 가진다. 이와 같은 문제들을 해결하기 위해 현대제어 이론은 다양한 제어기법의 가능성을 제공한다. 그러나 이들 연구는 정밀한 선형 모델을 얻을 수 있다는 가정 하에 수행되지만, 정작 제어기 이득은 일반적으로 추정된 근사모델로부터 얻는 경우가 대부분이다. 따라서 더욱 정교한 안정화 제어를 위해서는 선형 모델의 파라미터를 체계적으로 얻고, 이를 기반으로 제어기를 설계하는 절차가 요구되므로 본 연구에서는 이러한 문제를 다루고자 한다.

시소 시스템의 제어에 관한 연구로는 Jeng-Hann[1] 등이 FSMC(Fuzzy Sliding-Mode Controller) 기법을 제안하였고, Chin-Ju[2-3]는 신경회로망 모델(Neural network model)을 이용하여 PID 제어기를 유전알고리즘(GAs)으로 동조하였고, 다변수 시스템의 최적 PID 제어에 시소 시스템을 적용하였다. 또한, Chun-Hsien[4] 등은 NSMC(Neuro-Sliding Mode Control) 기법을

적용하여 시소 시스템을 제어하였다.

## 1.2 연구 내용과 구성

본 논문은 시소의 평형과 대차의 위치 문제를 다루기 위해 시소 레일 위에 있는 대차의 구동 모터에 전압 즉, 제어입력을 인가하여 시소의 평형을 유지하도록 제어하고, 허용 가능한 외란에 대해서도 평형을 유지하는 것을 목표로 한다.

시소 시스템은 대표적인 불안정 시스템으로 피봇점을 기준으로 평형을 항상 유지하여야 한다. 본 논문에서는 다양한 초기조건이나 외란이 발생하는 환경 하에서도 빠른 시간에 시소를 평형점에 도달하도록 하는 제어를 설계하도록 한다.

이를 위해 우선 시소 시스템의 동역학적 운동을 해석 한다. 본 논문에서는 라그랑지 운동방정식을 이용해 시소 시스템의 비선형 운동방정식을 유도하고, 상태방정식으로 표현한다. 또한 계측을 통해 시스템의 데이터를 취득할 수 있는 환경을 가정하여 입·출력 데이터와 실수코딩 유전알고리즘(Real-Coded Genetic Algorithm : RCGA)[5,6]이 결합된 모델조정기법을 이용한 선형모델의 파라미터 추정법을 제안한다.

다음으로 시소와 대차의 다양한 초기조건과 돌발적인 외란이 존재하는 경우에도 정상오차가 발생하지 않는 PI형 상태피드백 제어를 설계한다. 이 제어기는 2차 최적제어에 기초한 것으로서 정상오차가 발생하지 않도록 오차의 적분을 고려한 것이다.

이와 같은 상태피드백 제어기는 모든 상태변수의 피드백을 요구하나, 실제 시스템에서 모든 상태변수들을 계측하기란 기술적·경제적으로 어려울 경우가 많으므로, 계측 가능한 상태변수를 이용하여 다른 상태변수들을 추정하는 상태관측기도 설계한다. 이러한 상태관측기 이론은 Luenberger[7]에 의해 제시되고, Gourishankar[8], Gopinath[9] 등에 의해 발전되었다. 본 논문에서 대차의 위치와 시소의 각도는 엔코더를 이용하여 계측 가능한 것으로 가정하여 대차의 속도와 시소의 각속도를 추정하는 Luenberger형 축소차수 상태 관측기를 적용한다.

지금까지 설명한 모델의 파라미터 추정, 상태피드백 제어기의 이득 결정

그리고 축소차수 상태 관측기의 이득 선정은 설계자가 고려해야하는 중요한 문제이다. 따라서 본 논문에서는 최근 여러 가지 최적화 문제에 종종 적용되는 RCGA를 이용하여 해결하고자 한다.

본 논문은 6장으로 구성된다. 제2장에서는 본 논문에서 최적화 도구로 사용한 RCGA의 개요에 대해 설명하고, 제3장에서는 시소 시스템의 수학적 모델을 유도하고, 상태방정식으로 표현한다. 또한, RCGA와 모델조정기법을 이용하여 선형모델의 파라미터를 추정하는 기법을 설명한다. 제4장에서는 시소 시스템의 안정화 제어를 위한 PI형의 상태피드백 제어기와 대차 속도 및 시소 각속도를 추정하는 축소차수 상태관측기를 설계한 후, 이들을 결합한 제어시스템을 제안한다. 이때, 제어기와 관측기의 이득은 RCGA를 이용하여 최적적으로 탐색하는 기법을 사용한다. 제5장에서는 제4장에서 제안한 제어시스템을 비선형 시소 시스템에 적용하여 다양한 초기조건과 외란이 존재하는 환경 하에서 시뮬레이션을 실시하여 제어기의 유효성을 확인한다. 마지막으로 제6장에서는 본 논문의 최종적인 결론을 도출한다.

## 제 2 장 실수코딩 유전알고리즘

불안정한 시소 시스템의 균형을 유지시키기 위한 제어기 설계를 위해서는 우선 시소 시스템을 적절히 표현할 수 있는 모델이 필요하다. 또한, 제어기의 이득(Gain)과 상태관측기의 이득도 적절하게 선정되어야 원하는 제어 목적을 달성할 수 있다.

본 논문에서는 이와 같이 제어기 설계 시 필요한 여러 가지 최적화 문제를 RCGA를 이용해 해결하고자 한다. 이후의 장에서 발생하는 최적화 문제는 시소 시스템 선형모델의 파라미터 추정, 제어기 이득과 상태관측기 이득의 결정이 포함된다. 따라서 여기에서는 최적화 문제의 해결도구로 사용되는 RCGA에 대해 이론적 배경을 살펴보기로 한다.

### 2.1 유전알고리즘의 특징

유전알고리즘은 유전학과 자연환경에서 발견되는 자연선택(Natural selection)원리를 알고리즘 형태로 구현하여 컴퓨터 알고리즘으로 모방한 최적화 기법으로[10,11] 1975년 Holland[12]에 의해 처음으로 개발 되었다. 유전알고리즘은 두 부모의 유전자로부터 그들 자손의 유전자를 형성하는 유성생식과 자연환경에서 일어나는 진화원리를 흉내내며 “적자생존(Survival of the fittest)”의 개념을 이용한다. 이를 위해 해가 될 가능성이 있는 집단에서 서로간의 유전정보를 교환하여 재생산(Reproduction), 교배(Crossover), 돌연변이(Mutation)와 같은 자연 진화기구를 모방한 유전 연산자가 작동하게 된다.

유전알고리즘이 기존의 탐색 알고리즘과 구분되는 점은 유전 연산자를 사용하고 파라미터를 직접 이용하기 보다는 이를 적절히 기호로 표현하여 이용하며 하나의 해를 다루기보다 집단을 취급한다는 점이다. 또한 이득함수 또는 목적함수값만을 필요로 하고, 연속성, 미분가능성, 단봉성 등과 같은 다른 보조정보를 요구하지 않는다. 그리고 연산자들이 확률에 기초하여 동작되므로 얻어지는 결과는 결정적이기 보다는 확률적이다.

유전알고리즘의 탐색과정은 집단의 초기화, 적합도 평가, 재생산, 교배, 돌연변이의 5단계로 구분된다. 이와 같은 과정을 통해 새롭게 형성된 집단은

다시 적합도가 평가되고 최적의 해가 발견될 때까지 반복적으로 모의 진화를 수행하게 된다.

## 2.2 유전알고리즘의 구조

유전알고리즘은 다수의 염색체 개체로 구성되는 초기집단이 생성되면 목적 함수를 기반으로 각 개체의 적합도가 평가되고, 일련의 재생산, 교배, 돌연변이 연산을 통해 집단이 변경되며, 다시 개체의 적합도가 평가되는 연산을 반복함으로써 집단 내 개체들을 최적해 쪽으로 진화해가도록 한다.

Fig. 2.1은 유전알고리즘의 개략도를 보여준다.

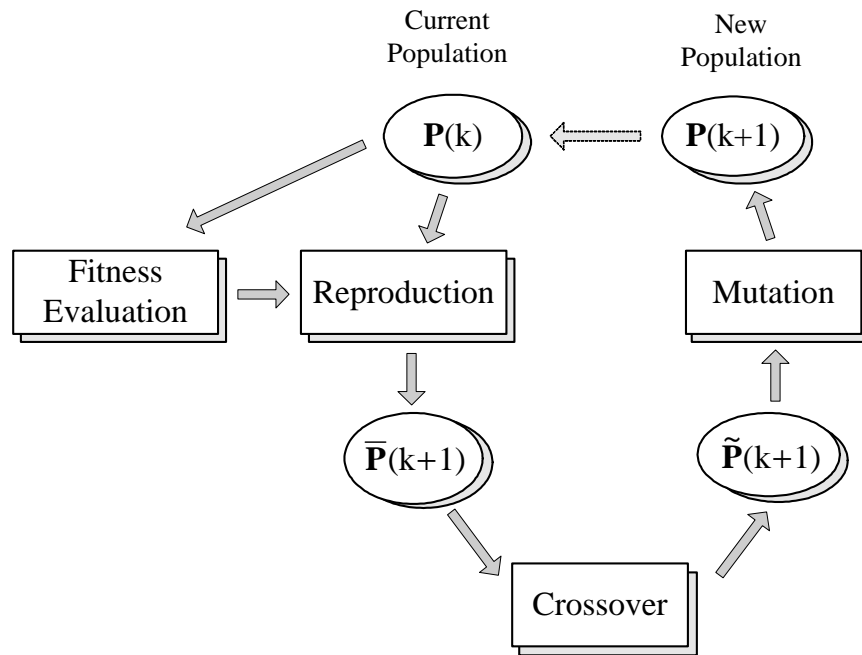


Fig. 2.1 Operation of a RCGA

### 2.2.1 염색체의 표현

유전알고리즘은 기존의 탐색 알고리즘과는 달리 파라미터 그 자체를 다루기보다는 연산에 적합한 부호공간 상의 자연 파라미터(Natural parameter)의 형태로 변환하여 사용하여 왔고, 주로 이진 형태(Binary type)를 취해 왔다. 이진 염색체를 다루는 유전알고리즘을 이진코딩 유전알고리즘(Binary-Coded Genetic Algorithm: BCGA)이라 한다. 그러나 탐색공간이 크거나, 고정밀도의 해가 필요한 경우 또는 제약조건이 존재할 경우에는 염색체의 길이를 크게 해야 한다. 이는 연산 부담으로 나타나며 경우에 따라서는 비전역 최적해 쪽으로 수렴하는 문제를 일으킨다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 기존 이진코딩의 단점을 극복하고 제약조건이 있는 경우에도 적절한 응용이 가능한 RCGA를 사용한다. RCGA는 염색체를 실수로 표시하기 때문에 염색체의 실수 유전자(Gene)가 문제의 해 벡터와 일대일로 대응된다. 이진코딩 염색체와 실수코딩 염색체는 식 (2.1)과 식 (2.2)와 같은 형태로 표시된다.

§ 이진코딩 염색체

$$s = ( \overset{x_1}{01001} \quad \overset{x_2}{01100} \quad \cdots \quad \overset{x_i}{10001} \quad \cdots \quad \overset{x_n}{11111} ) \quad (2.1)$$

§ 실수코딩 염색체

$$s = ( x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_i \quad \cdots \quad x_n ) \quad (2.2)$$

여기서  $x_i \in \mathbb{R}$ 는  $i$ 번째 유전자(요소),  $n$ 은 벡터의 차원이다. 실수코딩은 변수(표현형)와 유전자(유전자형)간에 일대일 일치로 프로그래밍이 간편해지고 BCGA에서 요구되는 부호화, 복호화 프로세스가 필요 없게 되어 탐색속도를 높일 수 있다. 또한, 지역동조를 통해 해의 정밀도를 개선할 수 있으며 해에 관한 사전지식이 없는 경우에는 매우 큰 정의영역을 정하는 것도 가능하다. 실수코딩을 채용함으로써 염색체의 길이는 벡터의 차원  $n$ 과 일치하게 되고, 문제공간에서 가까운 두 점은 표현공간에서도 서로 가깝게 되는 특징을 갖는다.

### 2.2.2 초기집단의 생성

RCGA는 염색체로 이루어진 집단(Population) 안에서 모의진화를 수행하고, 세대를 거치면서 좋은 유전자를 보유하게 된다. N개의 염색체(개체)로 구성되는 k세대의 집단  $P(k)$ 은 식 (2.3)과 같이 표시된다.

$$P(k) = \{s_1(k) \ s_2(k) \ \cdots \ s_i(k) \ \cdots \ s_N(k)\} \quad (2.3)$$

여기서  $s_i(k) = (x_{i1}(k) \ x_{i2}(k) \ \cdots \ x_{ij}(k) \ \cdots \ x_{in}(k))$ 는 i번째 염색체,  $x_{ij}(k)$ 는 i번째 염색체의 j번째 원소, N은 집단의 크기(Population size)이다. 집단 크기 N은 세대와는 관계없이 항상 일정한 크기를 갖는 것으로 가정한다.

$P(k)$ 는 염색체로 특정 지워지는 N개의 개체들의 집합으로 정의된다. 특히 초기 집단  $P(0)$ 는 무작위로 생성되는 무작위 초기화법과 경험을 기반으로 생성되는 유도된 초기화법이 있다. 전자는 난수발생기를 통하여 발생된 실수로 초기집단을 구성하고, 후자는 다른 간단한 탐색 알고리즘으로 해를 포함하는 근사적인 정의영역을 얻고, 이 안에서 균등확률로 점들을 선택해서 초기화시킨다.

본 논문에서는 RCGA가 가혹한 환경에서부터 출발하여 해를 찾는 능력을 확인하기 위해 무작위법으로 초기집단을 초기화한다. 따라서 염색체 요소들은 난수발생기를 통하여 발생하는 정의구역  $x_j^L \leq x_{ij}(k) \leq x_j^U (1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq n)$  내의 임의의 실수값으로 설정된다.

### 2.2.3 적합도 평가

자연계에서 한 생물의 생존 능력은 그 환경에 대한 적합도를 반영하게 되는 것과 마찬가지로 유전알고리즘은 최적해로의 수렴 정도를 개체의 적합도 평가(Fitness evaluation)로 반영시킨다. 재생산, 교배, 돌연변이 연산을 통해 새로운 집단이 형성될 때마다 개체의 적합도는 목적함수에 의해 평가되고 적합도의 크기에 따라 다음 세대에서 선택되어 재생산되는 비율이 결정되게 된다. 이 과정에서 적합도가 큰 개체가 더 많은 보상을 받을 수 있도록 배려하

기 위해서 적합도 함수는 최대화 문제 형태로 표현되어야 하고, 음의 값을 갖지 않아야 한다. 따라서 최대화 혹은 최소화 문제로 기술되는 목적함수로부터 적절한 적합도 함수는 다음과 같은 사상(Mapping)을 통해 얻을 수 있다.

§ 최대화 문제 :

$$f(\mathbf{s}(k)) = F(\mathbf{x}(k)) - \gamma \quad (2.4a)$$

§ 최소화 문제 :

$$f(\mathbf{s}(k)) = -F(\mathbf{x}(k)) - \gamma \quad (2.4b)$$

여기서  $f(\mathbf{s}(k))$ 는 적합도 함수,  $F(\mathbf{x}(k))$ 는 목적함수,  $\mathbf{x}(k)$ 는  $n$ 차원 벡터,  $k$ 는 세대,  $\gamma$ 는 항상  $f(\mathbf{s}) \geq 0$ 을 보장하는 상수로서 유전알고리즘의 성능에 직접적인 영향을 주므로 적절한 선정이 필요하다[5].

일반적으로 탐색 공간 내에서 목적함수의 최소치를 아는 것이 쉽지 않기 때문에  $\gamma$ 는 경험적으로 아주 작은 값으로 선정된다.

## 2.2.4 유전 연산자

집단 내에서 모의진화를 일으키기 위해서는 자연의 진화원리를 알고리즘으로 흉내 내어야 하며, 이를 위해 대부분의 유전알고리즘에서 재생산, 교배, 돌연변이와 같은 유전 연산자(Genetic operator)를 사용한다.

### § 재생산 연산자

재생산(Reproduction)은 자연의 적자생존 또는 자연도태를 모방하는 메커니즘으로 각 개체의 적합도를 기반으로 집단 내의 개체들을 선택하고, 새로운 집단을 형성하는 과정이다. 이를 통해 집단 내의 약한 개체들은 도태되고, 강한 개체가 선택되어 세대교체가 진행될수록 좋은 유전자를 가진 집단이 되게 한다. 가장 널리 알려진 료울렛휠 재생산(Roulette wheel reproduction)[12]은 초기 세대에서 초우량 개체가 출현하면 이를 여러 번 복제하여 집단의 유전적 다양성을 감소시키고, 확률적으로 최적 개체를 반드시 선택하지 못하는 단점을 가지고 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 보완한 구배와 유사한 재생산(Gradient-like reproduction)을 사용한다. 이는 기존의 연산자



와 구별되는 특수한 형태를 가지며, 다음 6단계를 통해 완성된다.

단계 1 집단  $P(k)$ 내 개체들의 적합도  $f_i(k)$  ( $1 \leq i \leq N$ )를 계산하고, 최적의 개체를 찾는다.

$$\begin{aligned} x_b(k) &= \arg \max_{1 \leq i \leq N} [f_i(k)] \\ &= [x_{b1}(k) \ x_{b2}(k) \ \cdots \ x_{bn}(k)]^T \end{aligned} \quad (2.5a)$$

$$f_b(k) = \max_{1 \leq i \leq N} [f_i(k)] \quad (>0) \quad (2.5b)$$

단계 2  $i = 1$

단계 3  $i \leq N$ 의 조건이 만족될 때까지 단계 3-6을 반복한다.

단계 4 다음 식으로 각 개체에게 새로운 값을 할당한다.

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + \eta_i \frac{[f_b(k) - f_i(k)]}{f_b(k)} [x_{bj}(k) - x_{ij}(k)] \quad (1 \leq i \leq N, i \leq j \leq n) \quad (2.6)$$

여기서  $x_{ij}(k+1)$ 은 재생산 후  $i$ 번째 염색체의  $j$ 번째 요소이고  $x_{ij}(k)$ 와  $x_{bj}(k)$ 는  $x_i(k)$ 와  $x_b(k)$ 의  $j$ 번째 요소이며, 재생산 계수  $\eta_i$ 는 평균이  $\eta$ 이고 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포 ( $\eta, \sigma^2$ )를 따르도록 선정되는 양의 상수이다.

단계 5 재생산된 염색체  $s_i(k+1) = (x_{i1}(k+1) \ x_{i2}(k+1) \ \cdots \ x_{in}(k+1))$ 를 새로운 교배급원인  $\bar{P}(k+1)$ 에 복사한다.

단계 6  $i = i+1$

### § 교배 연산자

교배(Crossover)는 자연계 생물의 유성생식을 모방하여 알고리즘 형태로 나타낸 것으로서 탐색공간상의 새로운 점을 찾기 위해 교배는 교배급원으로부터 부모 세대의 유전인자를 임의로 선택하고, 임의로 선택된 교배점 이후의 유전자들을 서로 교환, 결합하여 자손을 생성한다. 이러한 연산은 생성된 자손의 수가 집단의 크기와 같을 때까지 반복한다.

교배 연산자는 플랫 교배(Flat crossover), 단순 교배(Simple crossover), 산술적 교배(Arithmetical crossover) 등이 있으며, 본 논문에서는 수정단순 교배(Modified simple crossover)[5]를 사용한다. 수정단순 교배는 선택된 교배점 이후의 유전자를 서로 교환하여 자손을 형성하는 단순 교배와 교배점의 유전자를 식 (2.7)과 같이 일차결합(Linear combination)하여 자손을 생성하는 산술적 교배를 결합한 형태이다.

$$\begin{aligned}\tilde{x}_j^u &= \lambda x_j^v + (1-\lambda)\bar{x}_j^u \\ \tilde{x}_j^v &= \lambda x_j^u + (1-\lambda)\bar{x}_j^v \quad (1 \leq j \leq n)\end{aligned}\tag{2.7}$$

여기서  $\bar{x}_j^u$ 와  $\bar{x}_j^v$ 는 집단에서 선택된 부모 염색체의 유전자이고,  $\tilde{x}_j^u$ 와  $\tilde{x}_j^v$ 는 자손 염색체의 유전자이다.  $\lambda$ 는 곱인수(Multiplier)로서 고정되거나 각 유전자마다 독립적으로 결정될 수 있는 0과 1사이의 난수이다.

Fig. 2.2는 이 연산자의 연산 결과를 보여준다.

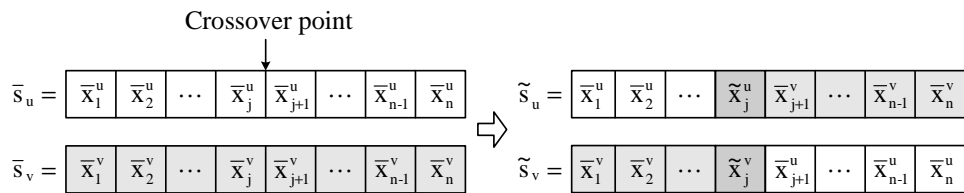


Fig. 2.2 Modified simple crossover

### S 돌연변이

모의진화가 진행되는 동안 재생산과 교배를 통해 집단은 더욱 해에 근접한 염색체로 되고, 이는 염색체들이 서로 닮아가게 되는 요인이 된다. 그러나 이러한 현상이 진화 초기에 발생하면 유전자의 다양성 결핍으로 인해 지역해(Local solution)나 사점(Dead corner)에 빠지게 될 수 있다. 돌연변이(Mutation)는 이를 벗어나기 위한 전략이며, 균등 돌연변이(Uniform mutation), 경계 돌연변이(Boundary mutation), 동적 돌연변이(Dynamic mutation) 등이 있다.

본 논문에서는 동적 돌연변이를 사용한다. 이 돌연변이 연산자는 세대 초기에 전 탐색공간을 균등한 확률로 탐색하다가 세대수가 증가하면서 탐색영역을 좁혀 지역적으로 탐색하기 때문에 돌연변이 확률을 다른 돌연변이 연산자보다 크게 선정하는 것이 가능하다. Fig. 2.3과 같이 j번째 유전자에서 돌연변이가 일어나면  $x_j$ 는 식 (2.8)로부터 결정되어진다.

$$\tilde{s} = \left[ \tilde{x}_1 \quad \tilde{x}_2 \quad \dots \quad \tilde{x}_j \quad \tilde{x}_{j+1} \quad \dots \quad \tilde{x}_{n-1} \quad \tilde{x}_n \right] \Rightarrow s = \left[ x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_j \quad x_{j+1} \quad \dots \quad x_{n-1} \quad x_n \right]$$

Fig. 2.3 Dynamic mutation

$$x_j = \begin{cases} \tilde{x}_j + \Delta(k, \tilde{x}_j^{(U)} - \tilde{x}_j), & \text{if } \tau = 0 \\ \tilde{x}_j - \Delta(k, \tilde{x}_j - \tilde{x}_j^{(L)}), & \text{if } \tau = 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

여기서  $\tilde{x}$ 는 교배 연산을 거친 염색체 내에서 돌연변이 확률에 의해 선택된 j번째 유전자이다.  $\tilde{x}_j^{(U)}$ ,  $\tilde{x}_j^{(L)}$ 는 각각 j번째 유전자의 하한값과 상한값이고,  $\tau$ 는 0 또는 1을 취하는 난수이다. 이때  $\Delta(k, y)$ 는 다음의 함수가 사용된다.

$$\Delta(k, y) = y \cdot r \cdot \left(1 - \frac{k}{T}\right)^b \quad (2.9)$$

여기서 r은 0과 1사이의 실수 난수이고, T는 유전알고리즘의 최대 세대수이며, b는 불균형 정도를 나타내는 매개변수로서 사용자에게 의해 결정된다.

### 2.2.5 전략

적합도 평가를 위해 선정하는  $\gamma$ 는 초기에 잘 선정해도 진화 도중에 값이 고정되면 선택압(Selection pressure)이 떨어지는 문제가 발생한다. 한편, 교배와 돌연변이 연산을 거치면서 그 세대에서 확보된 최적 개체가 파괴될 수도 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 적합도의 스케일링(Scaling)과 엘리트 전략(Elitist strategy)을 사용한다.

#### § 적합도의 스케일링

유전알고리즘이 특히 작은 집단을 취급할 때 개체집단의 적합도 평가는 그 성능에 크게 영향을 미친다. 만약 초기 세대의 집단에 초우량 개체가 출현하게 되면 재생산 연산자는 이 개체를 여러 번 복제하게 되고, 그 결과 이들이 집단을 지배하게 되어 지역 최적점으로 급히 수렴하게 된다. 이와 반대로 후기 세대에는 집단이 강해지고 개체들이 한 점 주위로 군집되어 좋은 개체와 더 나은 개체를 구별하는 것이 쉽지 않게 된다. 그러므로 초기에는 유전자의 다양성을 충분히 유지할 수 있도록 개체간의 상대적인 적합도의 영향을 줄여 주고, 후기에는 그 영향이 커지게 해서 선택압을 일정하게 유지시켜 줄 필요가 있다.

이 같은 역할을 하기 위해 스케일링을 통한 정규화 방법과 스케일링 윈도우 기법을 통한 정규화 방법이 사용될 수 있다. 전자의 방법으로는 선형 스케일링(Linear scaling), 시그마 절단(Sigma truncation), 로그 스케일링(Logarithmic scaling) 등이 있다. 후자의 방법은 과거 집단의 개수인 스케일링 윈도우  $W_s$ 를 사용하여 선택압을 유지하는 것으로써  $\gamma$ 값을 과거의 다수 집단에서 발견되는 목적함수 값으로 계속 변경해 주는 방법이다. 본 논문에서는  $W_s=1$ 로 선정한 스케일링 윈도우 기법을 사용한다.

#### § 엘리트 전략

RCGA에서 채용하는 구배와 유사한 재생산은 최적개체의 생존을 보장해 주지만 교배와 돌연변이 연산을 거치는 동안 파괴될 수도 있다. 엘리트 전략(Elitist strategy)은 한 세대의 최적 개체의 소멸을 방지하는 전략으로 이전 세대의 최적 개체를 저장하고 있다가 일련의 모의진화를 수행한 후 최적 개

체가 소멸된 것이 확인 되면 현 세대의 가장 약한 개체 또는 임의로 선택된 개체를 저장된 최적 개체와 교환함으로써 집단 내에서 가장 강한 개체가 다음 세대로 전달되는 것을 보장한다. 이 방법은 일반적으로 유전알고리즘의 성능을 개선하는 것으로 알려져 있다[13].

### 2.2.6 종료 조건

유전알고리즘이 확률적인 탐색법이라는 사실을 생각할 때, 어느 시점이 전역 해에 도달한 것인지 알기가 쉽지 않다. 그러나 구체적인 적용에 있어서는 유전알고리즘을 정해진 세대까지 모의진화 시키는 방법을 사용한다. 만약 최종 세대까지 진화한 염색체가 만족할 만한 해에 근접하지 못하면, 최종 세대 수를 증가시켜 다시 모의진화를 진행시킨다. 또 다른 방법으로 목적함수 값의 허용치를 정하고, 세대에 관계없이 목적함수가 허용치 안에 들어오면 모의진화를 종료시키는 방법도 있다. 본 논문에서는 전자의 종료 조건을 사용한다.

## 제 3 장 시소 시스템의 모델링

불안정한 시소 시스템의 안정화 제어를 설계하고 이를 검증하기 위해서는 시소 시스템을 수학적으로 표현할 수 있는 운동방정식이 필요하다. 따라서 본 장에서는 구동부를 포함한 동역학적 비선형 모델을 라그랑지(Lagrange) 운동방정식을 이용해 구한다.

라그랑지 방식의 이점은 적용하고자 하는 문제에 대하여 그 운동을 가장 편리하게 표시할 수 있는 좌표계를 사용할 수 있다는 것이다. 다만 이 경우 그 좌표계에 구하는 좌표들 값을 지정하면 그 역학계의 각 부분 위치가 완전히 결정되어야 한다는 가정이 따른다. 이것은 다루는 역학계가 가지고 있는 자유도 하나하나에 대하여 각각 1개씩의 좌표가 마련되어야 한다는 것을 의미하고, 이 같은 조건을 홀로노믹(Holonomic)조건이라 한다.

시소 제어를 위한 시스템은 크게 대차, 시소, 구동 모터로 구분할 수 있으므로 여기서는 이에 대한 수학적 모델을 구한다.

### 3.1 시소 시스템의 비선형 운동방정식

시소 시스템은 일반적으로 크게 병진운동 하는 대차, 시소, 구동 모터로 구성되어 있으며 시소의 레일 위에 설치되어 있는 대차의 움직임을 조절하여 시소의 균형을 유지하는 구조로 되어 있다. 시소 시스템 제어계는 시소중앙의 피봇점을 중심으로 시소중심 좌표( $X_s, Y_s$ )의 움직임과 레일위에서의 대차의 변위 움직임으로 크게 나눌 수 있다. Fig. 3.1은 시소 시스템의 동역학적 직교 좌표계로 단순화 한 것이다.

이 시스템에서  $\theta$  [rad]는 피봇점 수직에 대한 각도,  $\dot{\theta}$  [rad/s]는 각속도,  $x_c$  [m]는 대차의 레일 위에서의 변위,  $\dot{x}_c$  [m/s]는 대차의 속도이다. 대차의 질량을  $M_c$  [kg], 시소 모듈의 중심에 대한 질량을  $M_s$  [kg], 시소 시스템의 관성 모멘트를  $J_s$  [kg·m<sup>2</sup>], 피봇점과 레일 중심과의 거리를  $D_T$  [m], 피봇점과 시소중심과의 거리를  $D_c$  [m]로 정의한다. 중력가속도를  $g$  [m/s<sup>2</sup>], 대차에 가해지는 힘을  $F_c$  [N]라 가정하고 라그랑지 방정식을 이용하여 일반화된 좌표

( $x_c$ ,  $\theta$ )에 대해 모델링한다. Fig. 3.1은 시소 시스템의 일반화된 좌표를 나타낸다.

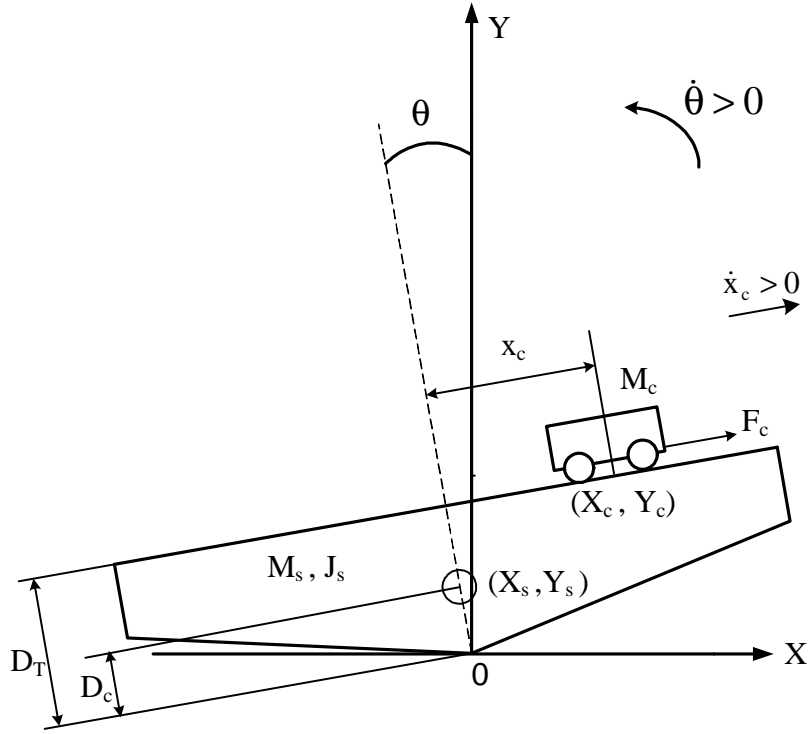


Fig. 3.1 Coordinate system of a seesaw module system

대차가 레일 위를 운동할 때 시소와 대차에 대한 중심좌표를 구하면 시소의 중심좌표는 다음과 같다.

$$X_s = -D_c \sin\theta \quad (3.1a)$$

$$Y_s = D_c \cos\theta \quad (3.1b)$$

다음으로 대차의 중심좌표는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_c = -D_T \sin\theta + x_c \cos\theta \quad (3.2a)$$

$$Y_c = D_T \cos\theta + x_c \sin\theta \quad (3.2b)$$

라그랑지 운동방정식을 이용하기 위해서 시소 시스템의 위치에너지와 운동 에너지를 구해야 한다.

먼저 시소 시스템의 전체 위치에너지를 구한다. 시소 시스템의 총 위치에너지  $V_T$ 는 시스템 혹은 시스템 구성요소의 에너지 양으로 나타난다. 위치에너지는 일반적으로 기준점에서의 수직변위에 의한 중력 위치에너지와 스프링 종류에 의한 탄성에너지가 있으나 여기서 탄성에너지 성분은 존재하지 않으므로 오직 중력 위치에너지만 고려한다. 시소 시스템은 Fig. 3.1과 같이 시소와 대차 두 개의 운동 시스템으로 구성되어 있으므로 대차의 중력 위치에너지  $V_{gc}$ 와 시소의 중력 위치에너지  $V_{gs}$ 는 다음과 같다.

$$V_{gc} = M_c g Y_c \quad (3.3a)$$

$$V_{gs} = M_s g Y_s \quad (3.3b)$$

그러므로 전체 위치에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_T = V_{gc} + V_{gs} = g(M_c D_T \cos\Theta + M_c X_c \sin\Theta + M_s D_c \cos\Theta) \quad (3.4)$$

다음으로 시소 시스템의 운동으로 기인한 총 운동에너지  $T_T$ 는 대차의 운동에너지와 시소 자체의 운동에너지로 구분할 수 있는데, 대차의 운동에너지는 다시 대차의 이동 운동에너지와 대차 구동 모터의 회전 운동에너지로 나누어 생각할 수 있다.

우선 대차의 이동에 의한 운동에너지  $T_{tc}$ 는 식 (3.5)와 같다.

$$T_{tc} = \frac{1}{2} M_c (\dot{X}_c^2 + \dot{Y}_c^2) \quad (3.5)$$

여기서  $M_c$ 는 구동부를 제외한 대차의 질량을 의미하며  $\dot{X}_c$ 와  $\dot{Y}_c$ 는 각각 다음과 같다.



$$\dot{X}_c = -D_T \dot{\theta} \cos\theta + \dot{x}_c \cos\theta - x_c \dot{\theta} \sin\theta \quad (3.6a)$$

$$\dot{Y}_c = -D_T \dot{\theta} \sin\theta + \dot{x}_c \sin\theta + x_c \dot{\theta} \cos\theta \quad (3.6b)$$

다음으로 구동 모터에 의한 회전 운동에너지  $T_{rc}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$T_{rc} = \frac{1}{2} J_m \left( \frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \dot{x}_c^2 \quad (3.7)$$

여기서  $J_m$  [ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ]은 모터의 회전관성 모멘트,  $r_{mp}$  [m]는 모터의 구동기어 반지름,  $K_g$ 는 기어박스의 기어비를 의미한다. 그러나 구동모터에 의한 회전 운동에너지는 그 양이 미소하므로 무시한다.

시소는 피벗점을 중심으로 회전운동만 하므로 시소의 회전운동에너지  $T_{rs}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$T_{rs} = \frac{1}{2} J_s \dot{\theta}^2 \quad (3.8)$$

따라서 시소 시스템의 총 운동에너지  $T_T$ 는 식 (3.5)와 식 (3.8)로 표현되는 두 운동에너지 합으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_T &= T_{tc} + T_{rs} \\ &= \frac{1}{2} M_c (\sqrt{\dot{X}_c^2 + \dot{Y}_c^2})^2 + \frac{1}{2} J_s \dot{\theta}^2 \\ &= \frac{1}{2} M_c \dot{x}_c^2 - M_c D_T \dot{\theta} \dot{x}_c + \left( \frac{1}{2} M_c D_T^2 + \frac{1}{2} M_c x_c^2 + \frac{1}{2} J_s \right) \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

다음으로  $x_c$ ,  $\theta$ 에 대한 라그랑지 방정식을 고려하면 라그랑지안 (Lagrangian)과 라그랑지 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
L(x_c, \dot{x}_c, \theta, \dot{\theta}, t) &= T_T(x_c, \dot{x}_c, \theta, \dot{\theta}, t) - V_T(x, \theta, t) \\
&= \frac{1}{2} M_c \dot{x}_c^2 - M_c D_T \dot{x}_c \dot{\theta} + \frac{1}{2} (M_c x_c^2 + M_c D_T^2 + J_s) \dot{\theta}^2 \\
&\quad - (M_c g D_T + M_s g D_c) \cos \theta - M_c g x_c \sin \theta
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_c} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_c} = Q_{x_c} \tag{3.11a}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_{\theta} \tag{3.11b}$$

이 때 쿨롱(Coulomb) 마찰력을 무시하면 식 (3.11)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_{x_c} = F_c - B_p \dot{x}_c \tag{3.12a}$$

$$Q_{\theta} = -B_s \dot{\theta} \tag{3.12b}$$

여기서  $Q_{x_c}$ ,  $Q_{\theta}$ 는  $x_c$ 와  $\theta$ 에 대한 일반화된 힘이며,  $B_p$ 와  $B_s$ 는 각각 구동 모터 피니언의 점성계동계수와 시소 피봇점의 마찰에 의한 점성계동계수를 의미한다.

식 (3.10)와 식 (3.12)을 식 (3.11)에 대입하여 정리하면 시소 시스템은 다음과 같은 2계 비선형 연립 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$M_c \ddot{x}_c - M_c D_T \dot{\theta} - M_c x_c \dot{\theta}^2 + M_c g \sin \theta = F_c - B_p \dot{x}_c \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
&-M_c D_T \ddot{x}_c + (M_c x_c^2 + J_s + M_c D_T^2) \dot{\theta} + 2M_c x_c \dot{x}_c \dot{\theta} \\
&\quad - (M_c g D_T + M_s g D_c) \sin \theta + M_c g x_c \cos \theta = -B_s \dot{\theta}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

식 (3.13)와 식 (3.14)를  $\ddot{x}_c$ ,  $\ddot{\theta}$ 에 대하여 정리하면 아래와 같은 2계 비선형 연립 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\ddot{\bar{x}}_c &= \frac{M_c^2 \ddot{\theta}^2 x_c^3 + (F_c M_c - g M_c^2 \sin \theta - B_p \bar{x}_c M_c) x_c^2}{M_c^2 x_c^2 + M_c J_s} \\
&+ \frac{(-2 M_c^2 D_T \bar{x}_c \dot{\theta} + (M_c^2 D_T^2 + M_c J_s) \dot{\theta}^2 - M_c^2 D_T g \cos \theta) x_c}{M_c^2 x_c^2 + M_c J_s} \\
&+ \frac{(-M_c D_T^2 B_p - B_p J_s) \dot{x}_c - M_c D_T B_s \dot{\theta}}{M_c^2 x_c^2 + M_c J_s} \\
&+ \frac{(F_c - g M_c \sin \theta) J_s + M_c D_T^2 F_c + M_c D_T g M_s D_c \sin \theta}{M_c^2 x_c^2 + M_c J_s}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta} &= \frac{(D_T M_c \dot{\theta}^2 - 2 M_c \dot{x}_c \dot{\theta} - g M_c \cos \theta) x_c}{M_c x_c^2 + J_s} \\
&+ \frac{-D_T B_p \dot{x}_c - B_s \dot{\theta} + g M_s D_c \sin \theta + D_T F_c}{M_c x_c^2 + J_s}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Table 3.1은 시소 시스템의 운동방정식에 사용된 파라미터 의미를 정리한 것이다.

Table 3.1 Parameters of the seesaw system

Parameters	Unit	Descriptions
$x_c$	[m]	Position of cart
$\dot{x}_c$	[m/s]	Velocity of cart
$\theta$	[rad]	Seesaw angle from the horizontal position
$\dot{\theta}$	[rad/s]	Seesaw angular velocity
$M_c$	[kg]	Mass of cart
$M_s$	[kg]	Mass of seesaw system
$J_s$	[kg·m <sup>2</sup> ]	Moment of inertia of seesaw system
$D_T$	[m]	Distance from pivot to cart rail
$D_c$	[m]	Distance from pivot to centre of gravity seesaw system
$B_p$	[N·s/m]	Viscous damping coefficient at motor pinion
$B_s$	[N·m·s/rad]	Viscous damping coefficient at seesaw pivot
$F_c$	[N]	Cart driving force produced by motor

### 3.2 시소 시스템의 구동부

구동 모터인 DC모터에 전압을 인가하면 모터에 회전력이 발생되고, 이 회전력은 대차를 움직여 시소를 평형하게 유지시켜준다. Fig. 3.2는 모터를 포함한 시소 시스템의 구동부를 나타내며, 여기에서는 힘  $F_c$  [N]와 구동 모터에 인가되는 전압  $u$  [V]의 관계를 유도하도록 한다.

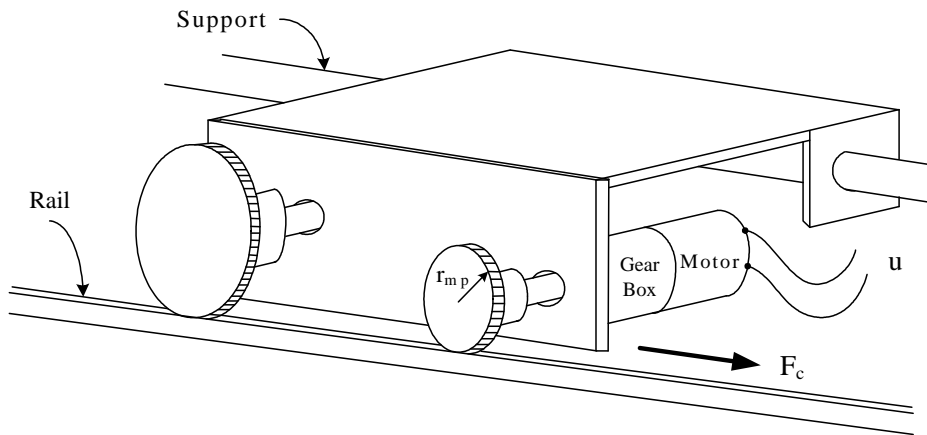


Fig. 3.2 Actuator part of the seesaw system

DC모터의 인가전압을  $u$  [V], 전기자 전류를  $i_a$  [A], 역기전력 상수를  $K_b$  [ $V \cdot s/rad$ ,  $N \cdot m/A$ ], 모터 토크상수를  $K_m$  [ $N \cdot m/A$ ], 기어박스비를  $K_g$ , 전기자 저항을  $R_a$  [ $\Omega$ ], 모터의 피니언 반지름을  $r_{mp}$  [m]라 정의하고 대차를 구동시키는 힘  $F_c$ 와 모터 인가전압  $u$ 의 관계를 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다. 이 때 모터의 인덕턴스 값은 미소하므로 무시한다.

$$u = \frac{R_a r_{mp}}{K_g K_m} F_c + \frac{K_g K_b}{r_{mp}} \dot{x}_c \quad (3.17a)$$

$$F_c = \frac{K_g K_m}{R_a r_{mp}} u - \frac{K_g^2 K_m K_b}{R_a r_{mp}^2} \dot{x}_c \quad (3.17b)$$

### 3.3 시소 시스템의 상태공간 해석

앞 절에서 구한  $x_c$ 와  $\Theta$ 에 대한 2차 비선형 연립 미분방정식에서  $\Theta$ 의 변동이 미소하다고 가정하여  $\theta \cong 0$  근방에서 선형으로 근사화(  $\sin\theta \cong \theta$ ,  $\cos\theta \cong 1$ )하고 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c = & -\frac{M_c D_T g}{J_s} x_c + \left( \frac{M_s D_T D_c g}{J_s} - g \right) \Theta \\ & + \left( -\frac{B_p}{M_c} - \frac{B_p D_T^2}{J_s} \right) \dot{x}_c - \frac{D_T B_s}{J_s} \dot{\Theta} + \left( \frac{1}{M_c} + \frac{D_T^2}{J_s} \right) F_c \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\ddot{\Theta} = -\frac{M_c g}{J_s} x_c + \frac{M_s D_c g}{J_s} \Theta - \frac{D_T B_p}{J_s} \dot{x}_c - \frac{B_s}{J_s} \dot{\Theta} + \frac{D_T}{J_s} F_c \quad (3.19)$$

구동부를 포함한 전체 선형 운동방정식을 표현하기 위해 식 (3.18)와 식 (3.19)에 식 (3.17b)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 2계 선형 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c = & -\frac{M_c D_T g}{J_s} x_c + \left( \frac{M_s D_T D_c g}{J_s} - g \right) \Theta \\ & + \left( -\frac{B_p}{M_c} - \frac{B_p D_T^2}{J_s} - \frac{K_b K_g^2 K_m}{M_c r_{mp}^2 R_a} - \frac{D_T^2 K_b K_g^2 K_m}{J_s r_{mp}^2 R_a} \right) \dot{x}_c \\ & - \frac{B_s D_T}{J_s} \dot{\Theta} + \left( \frac{K_g K_m}{M_c r_{mp} R_a} + \frac{D_T^2 K_g K_m}{J_s r_{mp} R_a} \right) u \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\Theta} = & -\frac{M_c g}{J_s} x_c + \frac{M_s D_c g}{J_s} \Theta + \left( -\frac{D_T B_p}{J_s} - \frac{D_T K_b K_g^2 K_m}{J_s r_{mp}^2 R_a} \right) \dot{x}_c \\ & - \frac{B_s}{J_s} \dot{\Theta} + \frac{D_T K_g K_m}{J_s r_{mp} R_a} u \end{aligned} \quad (3.21)$$

구동부를 포함한 시소 시스템의 전체 선형운동방정식인 식 (3.20)과 식 (3.21)에서  $x_1=x_c$ ,  $x_2=\Theta$ ,  $x_3=\dot{x}_c$ ,  $x_4=\dot{\Theta}$  로 상태변수를 정의하고, 상태방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{3.22}$$

여기서  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$ ,  $C = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$ 이다.

단,

$$a_{31} = -\frac{M_c D_T g}{J_s}, \quad a_{32} = \frac{M_s D_T D_c g}{J_s} - g$$

$$a_{33} = -\frac{B_p}{M_c} - \frac{B_p D_T^2}{J_s} - \frac{K_b K_g^2 K_m}{M_c r_{mp}^2 R_a} - \frac{D_T^2 K_b K_g^2 K_m}{J_s r_{mp}^2 R_a}$$

$$a_{34} = -\frac{B_s D_T}{J_s}, \quad a_{41} = -\frac{M_c g}{J_s}, \quad a_{42} = \frac{M_s D_c g}{J_s}$$

$$a_{43} = -\frac{D_T B_p}{J_s} - \frac{D_T K_b K_g^2 K_m}{J_s r_{mp}^2 R_a}, \quad a_{44} = -\frac{B_s}{J_s}$$

$$b_3 = \frac{K_g K_m}{M_c r_{mp} R_a} + \frac{D_T^2 K_g K_m}{J_s r_{mp} R_a}, \quad b_4 = \frac{D_T K_g K_m}{J_s r_{mp} R_a}$$

### 3.4 RCGA를 이용한 파라미터 추정

3.3절에서 구한 시소 시스템의 수학적 모델의 정확도는 모델 내부 파라미터 값의 정확도에 의해 결정되나 기술적 혹은 환경적인 문제로 내부 파라미터의 정확한 값을 알지 못하는 경우가 빈번히 발생하기도 한다. 이 경우에는 시스템의 입·출력 데이터에 근거하여 모델의 파라미터를 추정해야 하는데, 일반적으로 시스템의 입·출력 신호와 그 도함수를 모두 직접 계측해야 한다는 문제점을 가진다. 이것은 기술적 또는 경제적으로 용이하지 않고, 가능하다 하더라도 잡음의 영향을 쉽게 받아서 정확한 추정이 어렵게 된다.

따라서 본 논문에서는 이와같은 문제점을 해결하기 위해 RCGA 기반의 모델조정기법을 이용하여 선형모델의 파라미터를 추정하는 방법을 제안하고자 한다.

모델조정기법(Model adjustment technique)은 Fig. 3.3와 같이 제어대상과 병렬로 연결된 조정모델에 동일한 입력을 적용하고, 모델의 동특성이 시스템의 동특성에 가까워지도록 적응자로 모델의 파라미터를 조정하는 방법으로서 이를 이용하면 시스템의 파라미터 추정이 가능하다.

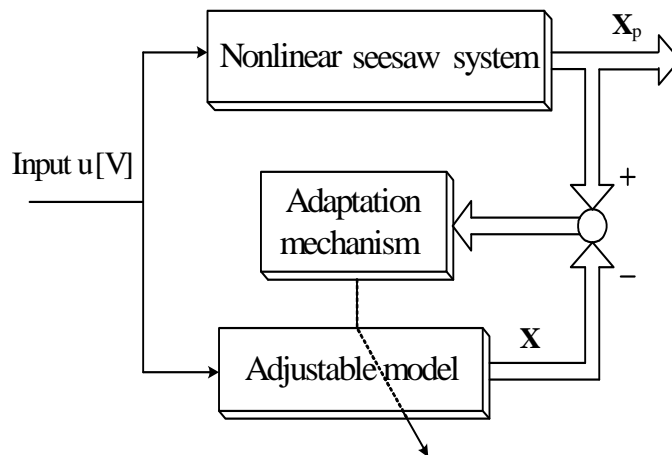


Fig. 3.3 RCGA-Based model adjustment technique



Fig. 3.3의 모델조정기법은 대상 시스템이 안정한 경우에는 바로 적용 가능하지만, 본 논문에서 다루고자 하는 시소 시스템과 같은 불안정한 시스템에는 파라미터 추정이 이루어지는 동안 시스템과 모델을 동시에 안정화시킬 수 있는 입력을 선택해야 한다. 따라서 Fig. 3.4와 같이 폐루프를 구성하여 불안정한 시스템을 안정화 시키면서 파라미터를 추정하는 모델 조정기법이 필요하게 되며, 시스템 안정화를 위한 폐루프 피드백 이득행렬  $K$ 는 전체시스템이 안정하도록 적절히 선택된다.

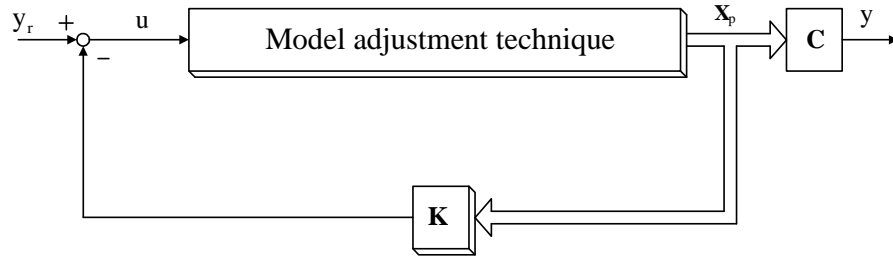


Fig. 3.4 Model Adjustment Technique with a Closed-Loop

조정모델은 식 (3.22)의 선형·시불변 상태방정식이 사용되므로 행렬  $A$ 의 원소와  $B$ 의 원소가 조정된다. 적응 메카니즘은 RCGA를 사용하므로 염색체는 다음과 같이 표시된다.

$$s=(a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44}, b_3, b_4) \quad (3.23)$$

결국 염색체  $s$ 의 각 유전자들은 다음 조건이 만족되도록 최적 조정된다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x_p - x] \cong 0 \quad (3.24)$$

개체의 적합도를 평가하기 위해 식 (3.25)와 같은 목적함수를 사용하였다. 실제로 탐색해야 할 파라미터는 식 (3.23)과 같이 10개이지만 시소 시스템의 시소피봇점에 대한 점성계수( $B_s$ )를 0으로 가정하면, RCGA는 최종적으로 시스템과 조정모델 사이의 상태벡터 놈(Norm)이 최소로 되도록 8개의 파라미터를 탐색하게 된다.

$$J_0 = \int_0^{t_f} \| \mathbf{x}_p - \mathbf{x} \| dt \quad (3.25)$$

여기서  $\mathbf{x}_p$ 와  $\mathbf{x}$ 은 각각 시소 시스템과 조정모델의 상태이고  $t_f$ 는 최종 적분 시간으로써 이 후의 적분 값은 무시해도 좋을 정도의 충분히 큰 시간이다.

## 제 4 장 시소 시스템의 제어기 설계

시스템 제어에 있어 기준입력(즉, 목표치)이 0이며, 모든 상태변수를 0으로 수렴하게 하는 장치를 조정기(Regulator)라 한다. 이러한 조정기 설계를 위해 앞 장에서 추정된 시소 시스템의 선형모델을 이용하여 안정한 제어를 위한 LQR(Linear Quadratic Regulator) 이론에 기반을 둔 PI형의 상태피드백 제어를 제안한다. 한편, 조정기와 같은 상태피드백 제어기는 모든 상태변수를 계측하여야 하나 실제로 모든 상태변수를 계측할 수 있는 것은 아니다. 따라서 계측이 어렵거나 계측을 위해 고가의 장비를 사용하여야 하는 경우를 고려하여 상태변수를 추정하는 방법에 대해서 알아본다.

### 4.1 PI형의 상태피드백 제어기 설계

시소 시스템의 안정화 제어를 위해 사용되는 본 논문의 제어기는 기본적으로 LQR 이론에 기반을 두고 있다. P형 선형조정기의 경우 제어대상 시스템에 외란이 존재할 때는 정상편차가 발생할 수 있다. 계단상의 외란과 잡음이 존재하는 환경에서도 정상상태 오차가 없이 안정한 제어가 되도록 하기 위해 오차 보상을 가진 PI형의 상태피드백 제어기를 설계한다.

우선, 식 (3.22)의 방정식을 다음과 같이 생각하자.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx}$$

여기서  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 는 시스템의 상태벡터,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ 는 출력으로서 시소의 각도,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력이고,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 은 상수행렬이다. 한편 행렬쌍  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 가 제어 가능하면, 상태피드백 제어가 가능하다.

오차 보상을 위한 새로운 상태변수  $\mathbf{z}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{z} = \int (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r) dt \quad (4.2)$$

식 (4.1)의 상태방정식과 식 (4.2)를 이용하여 확장된 상태방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0x \\ 0z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} y_r \quad (4.3)$$

식 (4.3)을 다시 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u + \hat{D}y_r \\ y &= \hat{C}\hat{x} \end{aligned} \quad (4.4)$$

단,  $\hat{x} = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}$ ,  $\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\hat{C} = [C] \cdot 0$ ,  $\hat{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

원래 시스템인 식 (4.1)이 제어 가능(Controllable)하고  $\text{rank}(\hat{A})=n+1$ 의 관계가 만족되면 식 (4.4)로 표현된 확장시스템도 제어 가능하게 된다[14].

확장시스템에 근거하여 식 (4.5)와 같은 2차형식의 평가함수를 선정할 수 있다.

$$J_1 = \int (\hat{x}^T \hat{Q} \hat{x} + u^T \hat{R} u) dt \quad (4.5)$$

여기서  $\hat{Q}$ 는 양의 반한정 대칭행렬이고,  $\hat{R}$ 은 양의 하중계수이다.  $\hat{Q}$ 와  $\hat{R}$ 은 상태벡터와 제어입력의 상대적인 중요성에 근거를 두고 주어진 설계사양을 만족시키도록 설계자가 적절히 선정하며, 이들의 값에 따라 페루프의 극점위치와 고유벡터가 결정된다.

선정된 2차형식의 평가함수  $J_1$ 를 최소로 하면서 피드백 시스템을 점근적으로 안정하게 하는 상태피드백 제어입력은 식 (4.6)과 같다.

$$\begin{aligned}
u &= -\widehat{R}^{-1} \widehat{B}^T \widehat{P} \widehat{x} \\
&= -\widehat{K} \widehat{x} \\
&= -\widehat{K}_1 x + \widehat{k}_i \int (y_r - y) dt
\end{aligned} \tag{4.6}$$

여기서  $\widehat{K} = [\widehat{K}_1 \ \widehat{k}_i]$ 는 피드백 이득행렬,  $\widehat{P}$ 는 다음 Riccati 방정식의 해행렬이다.

$$\widehat{A}^T \widehat{P} + \widehat{P} \widehat{A} - \widehat{P} \widehat{B} \widehat{R}^{-1} \widehat{B}^T \widehat{P} + \widehat{Q} = 0 \tag{4.7}$$

식 (4.6)으로 부터 상태피드백 제어입력은 비례-적분(PI) 제어기의 형태를 갖고 있음을 알 수 있다.

본 논문에서는 식 (4.6)의 상태피드백 이득  $\widehat{K}$ 를 결정하기 위해서 Riccati 방정식의 해 행렬을 구하는 대신에 Fig. 4.1과 같이 RCGA를 이용한다.

RCGA는 진화를 거듭하면서 집단 내 우열을 판단하기 위해서 목적함수가 필요하게 되는데 식 (4.5)와 같은 2차 형식을 사용하며, 최종 적분시간은 시스템의 특성과 연산시간을 고려하여 적절히 선택된다.

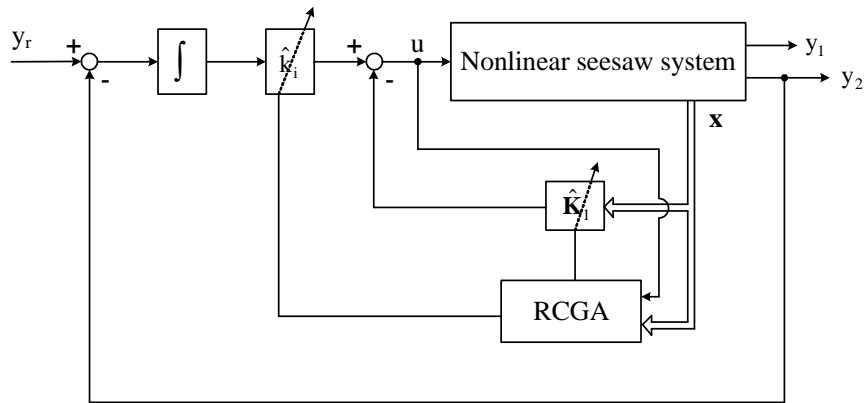


Fig. 4.1 Optimization of state feedback gain using RCGA

## 4.2 상태관측기 설계

앞 절에서 설계된 PI형의 상태피드백 제어기 입력의 구현은 모든 상태변수의 계측과 피드백을 필요로 한다. 그러나 기술적 또는 경제적인 이유로 모든 상태변수를 계측하기가 어려운 경우에는 계측할 수 있는 계측신호 만으로 나머지 신호를 추정하여 피드백하여야 한다. 이렇게 상태변수를 추정하는 장치를 상태관측기라 한다.

대차 위치 및 시소 각도와 같이 직접 계측할 수 있는 상태변수를 계측한 후 계측된 상태변수를 비롯한 시스템의 모든 상태변수를 관측하는 것을 전차수 상태관측기라 하며, 직접 계측 할 수 있는 상태변수를 제외하고 단지 계측할 수 없는 상태변수인 대차 속도와 시소 각속도만 관측하는 것을 축소차수 상태관측기라 한다. 이는 연산량과 연산시간을 감소시킬 수 있으며 구현이 간단해지고 성능에서도 우수한 특성을 가지며 피드백 이득 상수의 수가 줄어드는 등의 관측기 설계가 용이해진다.

관측기 설계의 대표적인 방법인 Luenberger 상태관측기[7,15,16]에 대해 알아보자.

### 4.2.1 전차수 상태관측기

식 (4.1)에 대해 Luenberger형 전차수 상태관측기(Full-order state observer)를 설계하면 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B_1 + L(y - C\tilde{x}) \quad (4.8)$$

여기서  $\tilde{x}$ 는  $x$ 의 추정치이고  $L$ 은 상태관측기의 이득행렬이다.

식 (4.8)의  $L$ 이 안정한 행렬이라면 상태관측기의 초기조건이 시스템과 서로 다를 경우에도  $\tilde{x}$ 는  $x$ 를 추정하는 것이 가능하다.

전차수 상태관측기의 제어기 출력이 식 (4.6)과 같으므로 전차수 상태관측기가 결합된 PI형 상태피드백 제어기의 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = -\widehat{K}_1 \widetilde{x} + \widehat{k}_i \int (y_r - y) dt \quad (4.9)$$

여기서  $e = x - \widetilde{x}$ 로 정의하고, 이를 식 (4.9)에 대입하면  $u$ 는 다음과 같다.

$$u = -\widehat{K}_1(x - e) + \widehat{k}_i \int (y_r - y) dt \quad (4.10)$$

그러므로 전체 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax - B(\widehat{K}_1(x - e) + \widehat{k}_i z) \quad (4.11)$$

#### 4.2.2 축소차수 상태관측기

직접 계측할 수 있는 상태변수를 비롯한 모든 상태변수를 추정하는 전차수 상태관측기는 연산 관점에서 보면 비효율적이다. 따라서 시소 시스템에서 대차의 위치와 시소의 각도가 계측가능( $q=2$ )하다고 가정하면, 축소차수 상태관측기는  $n-q$ 이므로 나머지 2개의 상태만을 추정하면 된다.

상태벡터  $x$ 는 직접 계측 가능한 출력벡터  $x_a$ 와 계측불가능한 상태벡터  $x_b$ 로 나누어지며 식 (4.1)의 상태방정식을 분할된 상태변수와 출력방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} u \quad (4.12a)$$

$$y = [I_q \quad 0] \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} \quad (4.12b)$$

여기서  $A_{aa}(q \times q)$ ,  $A_{ab}(q \times (n-q))$ ,  $A_{ba}((n-q) \times q)$ ,  $A_{bb}((n-q) \times (n-q))$ ,  $B_a(q \times 1)$ ,  $B_b((n-q) \times 1)$ 은 각각 분할된 행렬을 나타내고  $I_q(q \times q)$ 는 단위행렬이다.

식 (4.12a)로부터 계측할 수 없는 축소차수 관측기 상태방정식과 계측가능

한 축소차수 관측기 출력방정식은 다음 방정식으로 다시 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}_b = A_{ba}\mathbf{x}_a + A_{bb}\mathbf{x}_b + B_b\mu \quad (4.13a)$$

$$\mathbf{w} = A_{db}\mathbf{x}_b \quad (4.13b)$$

여기서  $\mathbf{w} = \dot{\mathbf{y}} - A_{aa}\mathbf{x}_a - B_a\mu$ 이다. 따라서 식 (4.13b)는 기지의 신호  $\mathbf{y}$ 와  $\mu$ 의 함수로 이루어진 것을 알 수 있다. 또한  $\mathbf{w}$ 는 계측 가능하므로 식 (4.13b)를 출력방정식으로 볼 수 있다.

식 (4.12)의 시스템은 행렬쌍  $(A_{bb}, A_{db})$ 이 관측 가능행렬이면 상태관측기의 구성이 가능한데, 만약  $(A, Q)$ 가 관측가능하다면  $(A_{bb}, A_{db})$ 도 관측가능하게 된다[17].

식 (4.13a)와 식 (4.13b)에 대하여 상태관측기를 설계하면 다음 식을 얻는다.

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_b = (A_{bb} - LA_{db})\tilde{\mathbf{x}}_b + A_{ba}\mathbf{y} + B_b\mu + L\mathbf{w} \quad (4.14)$$

여기서  $L$ 은 상태관측기 이득행렬이며  $(n-q) \times q$  행렬이다.

식 (4.14)에서  $\tilde{\mathbf{x}}_b$ 를 추정하기 위해서는  $\mathbf{y}$ 의 미분신호  $\dot{\mathbf{y}}$ 가 필요하다. 그러나 계측 가능한 출력신호에 잡음이 포함되어 있다면  $\dot{\mathbf{y}}$ 는 잡음을 증폭시키므로  $\dot{\mathbf{y}}$ 를 소거하기 위해 새로운 변수  $\tilde{\mathbf{n}}$ 를 정의한다.

$$\tilde{\mathbf{n}} = \tilde{\mathbf{x}}_b - L\mathbf{y} \quad (4.15)$$

그러면 이를 식 (4.14)에 대입하고 축소차수 관측기 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{\mathbf{n}}} = H\tilde{\mathbf{n}} + D\mathbf{y} + G\mu \quad (4.16)$$



$$\begin{aligned} \text{단, } \quad H &= A_{bb} - LA_{ab} \\ D &= HL + A_{ba} - LA_{aa} \\ G &= B_b - LB_a \end{aligned}$$

결국,  $\tilde{x}$ 와  $y$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x_a \\ \tilde{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \tilde{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n-q} \end{bmatrix} [\tilde{x}_b - Ly] + \begin{bmatrix} I_{n-q} \\ L \end{bmatrix} y \quad (4.17a)$$

$$y = \begin{bmatrix} I_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} \quad (4.17b)$$

여기서  $0$ 는  $n-q$ 개의 0으로 구성된 행벡터이며  $N = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n-q} \end{bmatrix}$ ,  $M = \begin{bmatrix} I_{n-q} \\ L \end{bmatrix}$ 이라 정의하면  $\tilde{x}$ 를 다음과 같이  $\tilde{n}$ 와  $y$ 로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{x} = N\tilde{n} + My \quad (4.18)$$

$y$ 는 계측되는 신호이고,  $\tilde{n}$ 는 축소차수 상태관측기가 관측하는 최종상태  $\tilde{x}$ 를 포함하고 있으므로 식 (4.15)에서  $\tilde{x}_b$ 를 구할 수 있다.

식 (4.16)에서 이득행렬  $L$ 을 행렬  $H$ 의 모든 고유치가 음의 실수부를 갖도록 선정한다면 시스템과 상태관측기의 초기상태가 다르더라도  $\tilde{x}_b$ 가 계측할 수 없는 값  $x_b$ 를 추정할 수 있다.

일반적으로 관측기 이득행렬  $L$ 을 선정하기 위해서 극배치법을 사용하나 본 논문에서는 Lee 등[18]이 제안한 RCGA를 이용한 탐색법을 사용한다.

Fig. 4.2는 축소차수 상태관측기의 이득행렬을 RCGA를 이용하여 탐색하는 블록선도이며, RCGA는 행렬  $H$ 의 모든 고유치가 음의 실수부를 갖도록 이득행렬  $L$ 을 탐색하게 된다.

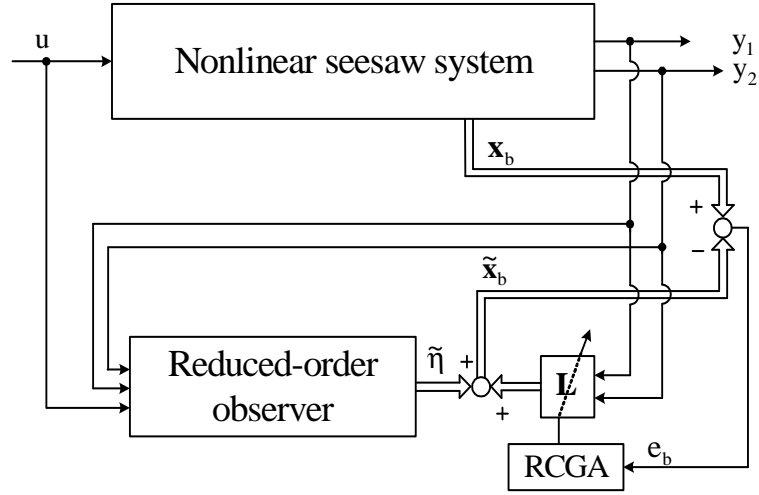


Fig. 4.2 Optimization of the reduced-order observer gain matrix using RCGA

한편,  $e_b = x_b - \tilde{x}_b$ 라 정의하면  $L$ 은 식 (4.19)와 같은 목적함수값이 최소가 되도록 선정하며, 축소차수 상태관측기의 제어입력은 식 (4.10)과 같은 형태이지만  $e = x - \tilde{x} = (N\mathfrak{n} + My) - (N\tilde{\mathfrak{n}} + My) = Ne_b$ 의 관계가 성립하므로 이를 식 (4.10)에 대입하면 축소차수 상태관측기가 결합된 PI형 상태피드백 제어기의 출력  $u$ 는 식 (4.20)과 같다.

$$J_2 = \int \| e_b \|^2 dt \quad (4.19)$$

$$u = -\hat{K}_1(x - Ne_b) + \hat{k}_i \int (y_r - y) dt \quad (4.20)$$

그러므로 전체 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax - B(\hat{K}_1(x - Ne_b) + \hat{k}_i z) \quad (4.21)$$

Fig. 4.3는 이렇게 구성한 시소 시스템의 제어 시스템을 나타내고 있다.

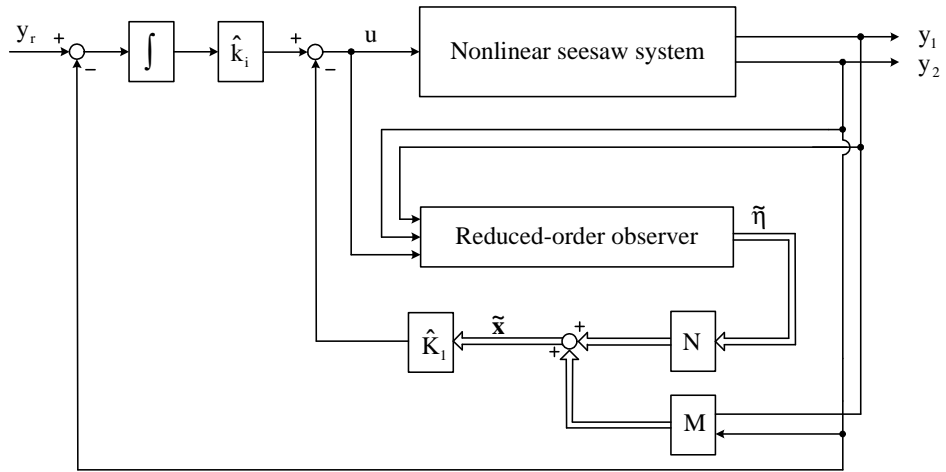


Fig. 4.3 Block diagram of PI-type state feedback control system using reduced-order state observer

## 제 5 장 시뮬레이션 및 검토

제2장에서는 본 논문의 제어대상인 시소 시스템의 선형모델을 기반으로 시스템의 파라미터를 추정하고, 안정한 제어기 설계와 최적화된 관측기를 설계하기 위한 도구로 사용한 RCGA의 이론적 배경을 설명하였다. 제3장에서는 제어기 설계의 선행 단계로 시소 시스템을 수학적으로 모델링하고, 시소 시스템의 입·출력 데이터가 주어지는 경우에 RCGA 기반의 모델조정기법을 이용한 파라미터 추정 방법을 보였다. 제4장에서는 시소 시스템의 안정화 제어기로서 PI형의 상태피드백 제어기와 상태변수를 계측할 수 없는 제어환경을 고려한 상태관측기를 설계하였다.

따라서 제5장에서는 제3장에서 제안한 선형모델의 파라미터 추정결과를 비선형시스템과 비교하고, 제4장에서 설계한 PI형의 상태피드백 제어기와 축소차수 상태관측기를 비선형시스템에 적용하여 제안된 방법의 유효성을 시뮬레이션을 통해 검증한다.

### 5.1 시소 시스템의 파라미터 추정

#### 5.1.1 시소 시스템의 비선형 모델

시소 시스템의 비선형 모델은 Quanser사에서 제공하는 IP02장치의 계수들을 사용하여 다음 방정식을 얻을 수 있다[19]. 방정식에서 제어대상의 상태벡터  $\mathbf{x}_p$ 는 조정모델의 상태벡터  $\mathbf{x}$ 와 구분하기 위해 첨자  $p$ 를 사용한다.

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{f}(\mathbf{x}_p) \quad (5.1)$$

여기서  $\mathbf{x}_p = [\mathbf{x}_c \ \Theta \ \dot{\mathbf{x}}_c \ \dot{\Theta}]^T$ 는 상태벡터,

$\mathbf{f}(\mathbf{x}_p) = [f_1(\mathbf{x}_p) \ f_2(\mathbf{x}_p) \ f_3(\mathbf{x}_p) \ f_4(\mathbf{x}_p)]^T$ 는 함수벡터이고 다음과 같이 주어진다.

$$f_1(\mathbf{x}_p) = x_{p3}$$

$$f_2(\mathbf{x}_p) = x_{p4}$$

$$f_3(\mathbf{x}_p) = [ 0.3249 x_{p1}^3 x_{p4}^2 + (0.57 F_c - 3.184 \sin(x_{p2}) - 2.451 x_{p3}) x_{p1}^2 \\ + (-0.0812 x_{p3} x_{p4} + 0.2302 x_{p4}^2 - 0.398 \cos(x_{p2})) x_{p1} \\ - 1.7368 x_{p3} + 0.395 F_c - 2.2065 \sin(x_{p2}) + 0.0089 F_c \\ + 0.1458 \sin(x_{p2}) ] / (0.3249 x_{p1}^2 + 0.2252)$$

$$f_4(\mathbf{x}_p) = [ (0.0713 x_{p4}^2 - 1.14 x_{p3} x_{p4} - 5.586 \cos(x_{p2})) x_{p1} \\ + 0.125 F_c - 0.5375 x_{p3} + 2.0462 \sin(x_{p2}) ] / (0.57 x_{p1}^2 + 0.395)$$

$$F_c = 1.7235 u - 7.7236 x_{p3}$$

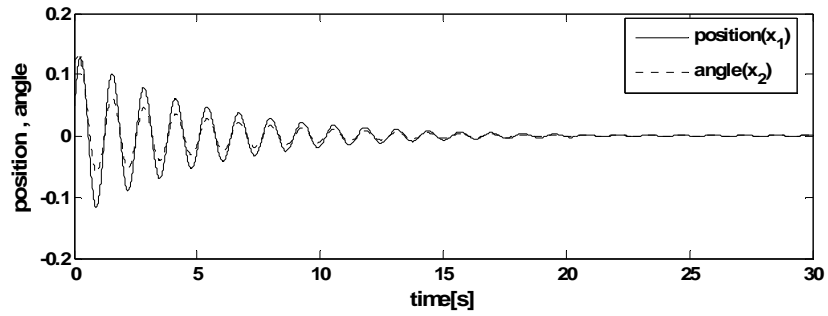
### 5.1.2 파라미터 추정을 위한 입·출력 데이터 취득

제3장에서 제안한 파라미터 추정방법은 실험장치에서 데이터를 획득하는 경우에도 적용이 가능하지만, 여기서는 식 (5.1)로 표현되는 비선형시스템으로부터 데이터를 취득하기로 한다.

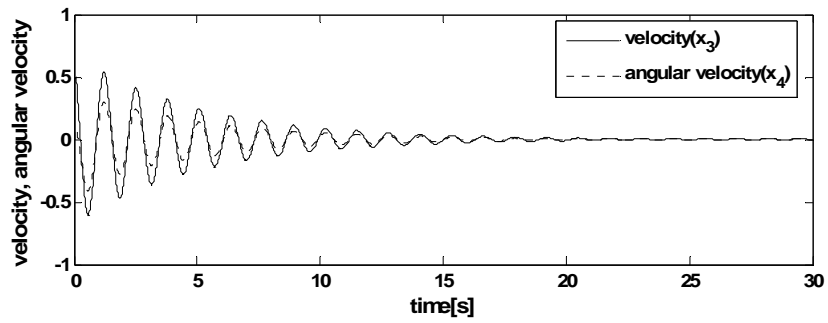
시소 시스템은 제어를 행하지 않으면 불안정하므로 파라미터 추정에 필요한 입·출력 데이터를 얻기 위해 Fig. 3.4와 같이 폐루프 시스템을 구성하였다. 이때 피드백 이득행렬  $\mathbf{K}$ 는 입·출력 데이터가 시소 시스템의 특성을 잘 나타낼 수 있도록 30[s]까지 감쇄진동하면서 점점 안정해지는 값을 경험적으로 다음과 같이 선정하였다.

$$\mathbf{K} = [ 60.5336 \quad -86.9866 \quad 10.7839 \quad -30.7055 ] \quad (5.2)$$

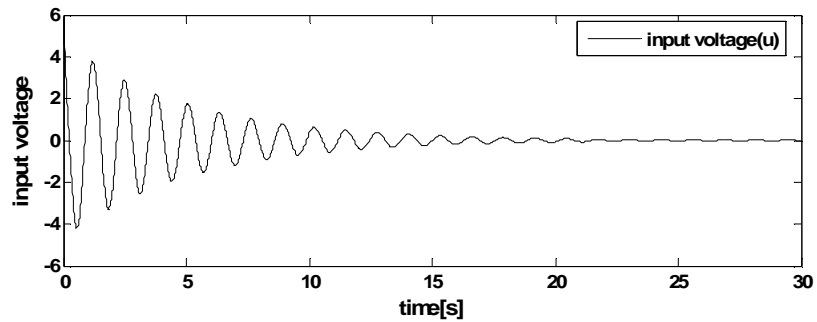
Fig. 5.1은  $\mathbf{x} = [ 0.05 \quad 0.12 \quad 0 \quad 0 ]^T$ 인 경우의 응답을 그린 것으로서 샘플링 시간을 0.01초로 하여 제어입력( $u$ ), 대차위치( $x_c$ ), 시소의 각도( $\theta$ ), 대차의 속도( $\dot{x}$ ), 시소의 각속도( $\dot{\theta}$ )에 관한 데이터를 각 3000개 취득하였다.



(a)  $x_1, x_2$  state value



(b)  $x_3, x_4$  state value



(c) input state value

Fig. 5.1 Input-Output data for parameter estimation

### 5.1.3 파라미터 탐색

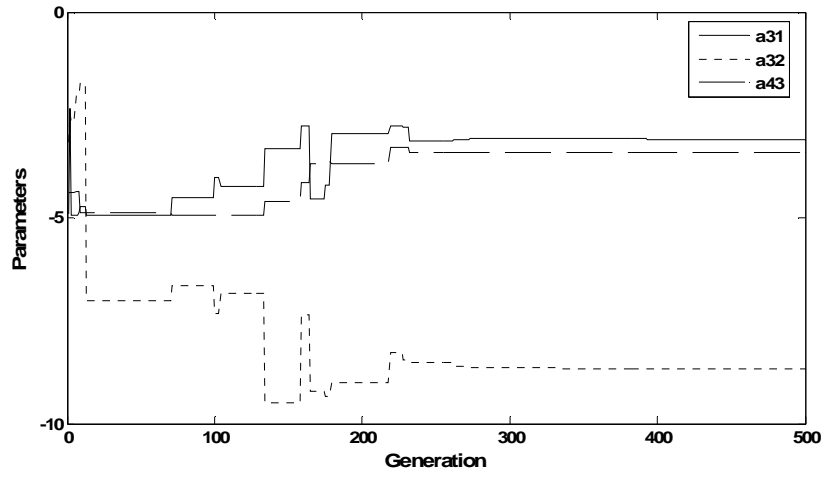
비선형 시소 시스템의 선형모델은 식 (3.22)의 상태방정식으로 표현되므로 같은 구조와 차수의 이 식을 조정모델로 선정하였다. RCGA가 탐색하게 되는 파라미터는 행렬  $A$ ,  $B$ 의 원소  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{33}$ ,  $a_{41}$ ,  $a_{42}$ ,  $a_{43}$ ,  $b_3$ ,  $b_4$  가 된다. 미지의 파라미터들은 각각 구간  $a_{ij}^{(L)} \leq a_{ij} \leq a_{ij}^{(U)}$ ,  $b_i^{(L)} \leq b_i \leq b_i^{(U)}$ 에서 탐색된다.

이때 RCGA의 제어변수로는 집단 크기  $N=100$ , 재생산계수  $\eta=1.8$ , 교배 확률  $P_c=0.9$ , 돌연변이 확률  $P_m=0.1$ 를 선택하였다. 일반적으로 유전알고리즘으로 얻어지는 추정치의 정밀도는 초기집단의 선택에 크게 좌우되므로 이를 배제하기 위하여 독립된 씨드(seed)로 5회 모의실험을 실시하고 평균하여 최종적으로 모델의 파라미터를 결정한다. 최종적으로 추정된 선형모델은 다음과 같다.

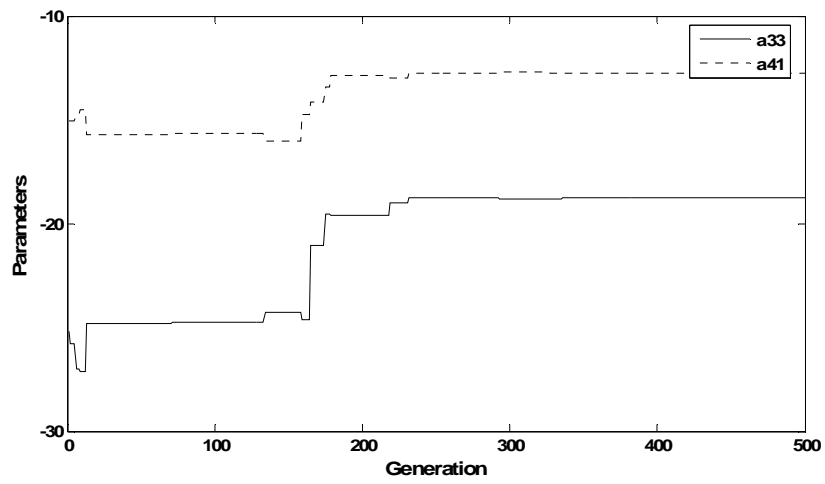
$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.5694 & -10.0507 & -19.6019 & 0 \\ -18.9823 & 9.5571 & -2.3793 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.3243 \\ 0.2583 \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= [0 \ 1 \ 0 \ 0] \mathbf{x} \end{aligned} \quad (5.3)$$

추정된 선형모델로부터 시스템 행렬의 고유치를 구하면, [3.5763 -1.2323 -2.5145 -19.4314]가 되어 0형인 시스템이며, 1개의 실근이 s평면의 우반부에 있어 불안정한 시스템임을 알 수 있다. 또한, 추정된 모델에 대해 가제어행렬과 가관측행렬을 구해보면 모두 랭크(Rank) 4가되어 가제어하고 가관측한 시스템임을 알 수 있다.

Fig. 5.2는 RCGA가 파라미터를 탐색해 가는 한 예를 보여준다.

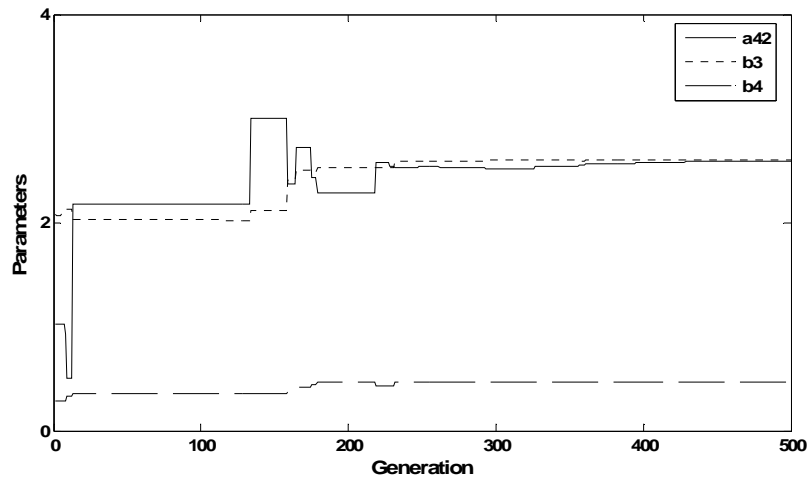


(a) Parameters :  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{43}$

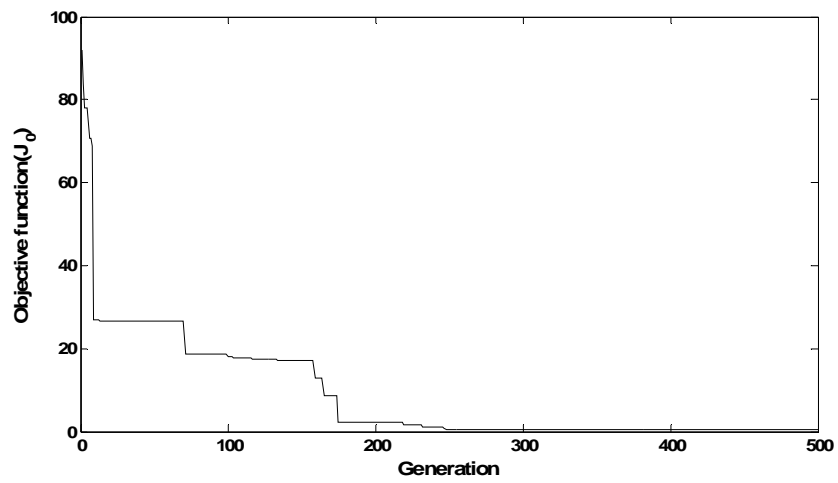


(b) Parameters :  $a_{33}$ ,  $a_{41}$





(c) Parameters :  $a_{42}$ ,  $b_3$ ,  $b_4$

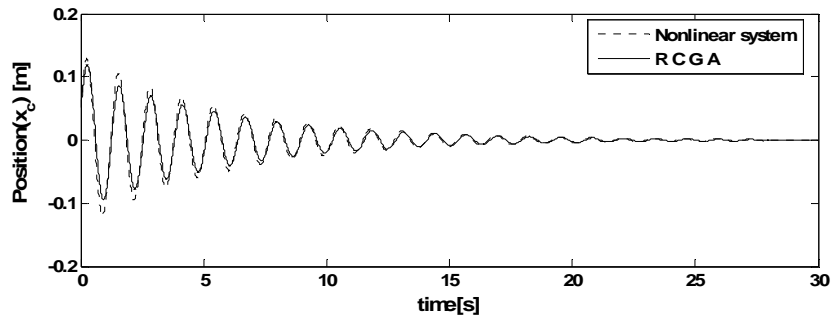


(d) Performance index

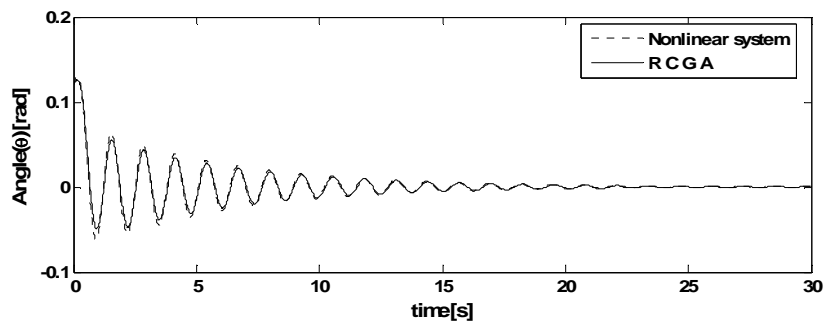
Fig. 5.2 Parameter estimation of the seesaw system using RCGA

### 5.1.4 추정된 선형모델의 응답특성

Fig. 5.3은 시소가 감쇄진동하고 있을 때의 비선형시스템과 RCGA에 의해 추정된 선형시스템의 대차 위치와 시소 각도를 나타낸 것이다. 여기서 초기 조건은  $x(0)=[0.05 \ 0.12 \ 0 \ 0]^T$ 이며, 상태피드백 제어기의 이득행렬은 식 (5.2)와 동일한 것을 사용하였다. RCGA를 이용하여 추정된 선형모델은 비선형시스템과 큰 오차가 없는 것을 알 수 있다.



(a) Cart position



(b) Seesaw angle

Fig. 5.3 Verification of the identified model of the seesaw system

## 5.2 제어기와 상태관측기의 이득행렬 선정

본 절에서는 식 (5.1)의 비선형시스템을 안정시키기 위해 PI형의 상태피드백 제어기를 RCGA를 이용해 설계한다. 양의 반한정 행렬  $\widehat{Q}$ 와 양의 하중계수  $\widehat{R}$ 을 시행착오적으로 식 (5.4)와 같이 선정하며 RCGA의 목적함수는 식 (5.5)와 같다.

$$\widehat{Q} = \text{diag}(970, 2780, 0, 0, 8450), \quad \widehat{R} = 6.3 \quad (5.4)$$

$$J_1 = \int (\widehat{x}^T \widehat{Q} \widehat{x} + u^T \widehat{R} u) dt \quad (5.5)$$

이로부터 피드백 이득행렬  $\widehat{K}$ 를 RCGA를 이용하여 구하면 식 (5.6)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\widehat{K} = [ 119.0832 \quad -118.6785 \quad 8.2422 \quad -31.5996 \quad -36.1347 ] \quad (5.6)$$

위의  $\widehat{K}$ 는 식 (5.5)의 목적함수를 최소로 하도록 RCGA로 탐색된 것이다. 이때 RCGA의 제어 파라미터는 집단 크기  $N=100$ , 재생산계수  $n_g=1.8$ , 교배 확률  $P_c=0.9$ , 돌연변이 확률  $P_m=0.1$ 을 사용하였으며, Fig. 5.4는 RCGA가 상태 피드백 이득행렬을 탐색하는 과정을 나타낸 것이다.

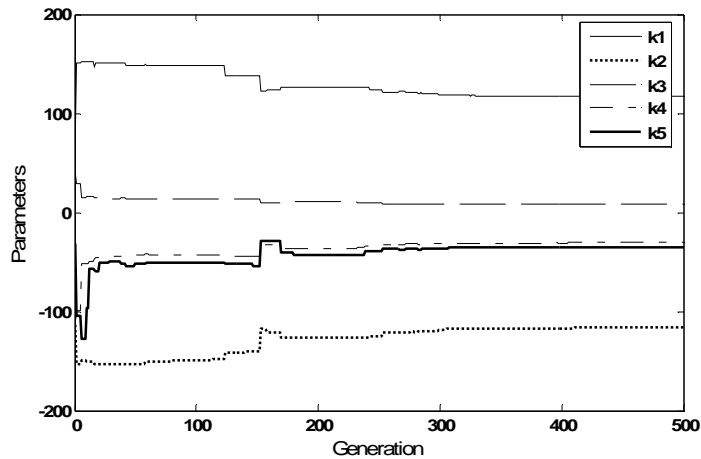


Fig. 5.4 Estimation of  $\widehat{K}$  value

시소 시스템의 모든 신호를 계측할 수 있다면 위의 PI형의 제어기만으로 시소 시스템을 안정화시킬 수 있지만, 시스템의 신호를 모두 계측하기 어려운 경우라면 상태관측기를 이용하여 상태변수 값을 추정하여야 한다.

시소 시스템은 대차의 위치와 시소의 각도는 엔코더를 이용하여 쉽게 계측이 가능하므로 대차의 속도와 시소의 각속도를 추정하는 축소차수 상태관측기만 고려하여 시뮬레이션을 실시한다.

먼저 식 (4.12)에서  $A$ 와  $B$ 를 분할한 행렬  $A_{ai}$   $A_{ab}$   $A_{bi}$   $A_{bb}$  그리고  $B_a$ 와  $B_b$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} A_{aa} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & A_{ab} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, & A_{bb} &= \begin{bmatrix} -19.6019 & 0 \\ -2.3793 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{ba} &= \begin{bmatrix} -2.5694 & -10.0507 \\ -18.9823 & 9.5571 \end{bmatrix}, & B_a &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & B_b &= \begin{bmatrix} 2.3243 \\ 0.2583 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.7)$$

여기서,  $(A, C)$ 가 관측가능하므로  $(A_{bb}, A_{ab})$ 도 관측가능하게 되어 축소차수 상태관측기를 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{n}} = H\tilde{\mathbf{n}} + D\mathbf{y} + G\mathbf{u} \quad (5.8)$$

단,  $H = A_{bb} - LA_{ab}$

$$D = HL + A_{ba} - LA_{aa}$$

$$G = B_b - LB_a$$

축소차수 상태관측기의 이득행렬인  $L$ 은 RCGA를 이용하여 행렬  $H$ 의 고유값이 음의 값을 갖도록 식 (5.9a)와 같이 탐색되었다. 그에 따른  $H, D, G$  행렬은 각각 식 (5.9b)와 같다.

$$L = \begin{bmatrix} 0.2611 & -0.54 \\ -7.5139 & 15.0915 \end{bmatrix} \quad (5.9a)$$

$$\begin{aligned}
 H &= \begin{bmatrix} -19.8630 & 0.5400 \\ 5.1346 & -15.0915 \end{bmatrix}, & D &= \begin{bmatrix} -11.8137 & 8.8258 \\ 95.7537 & -220.9678 \end{bmatrix} \\
 G &= \begin{bmatrix} 2.3243 \\ 0.2583 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.9b}$$

이때, RCGA의 제어 파라미터는 집단의 크기  $N=30$ , 재생산계수  $r_f=1.8$ , 교배 확률  $P_c=0.9$ , 돌연변이 확률  $P_m=0.1$ 을 사용하였으며 Fig. 5.5는 RCGA가  $L$ 을 탐색해 가는 과정을 보여준다.

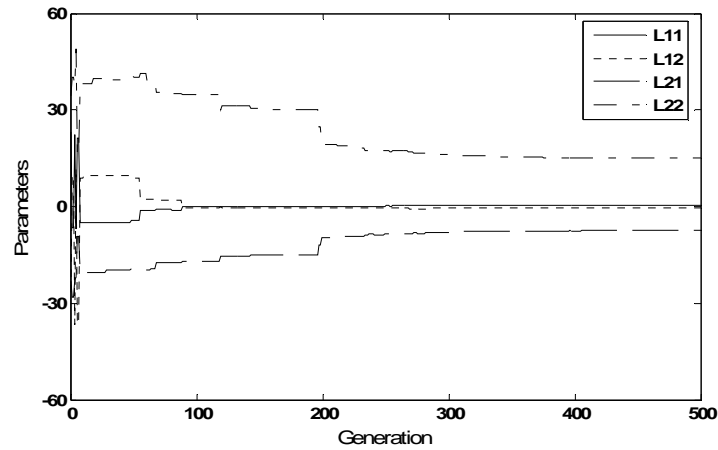


Fig. 5.5 Estimation of  $L$  value

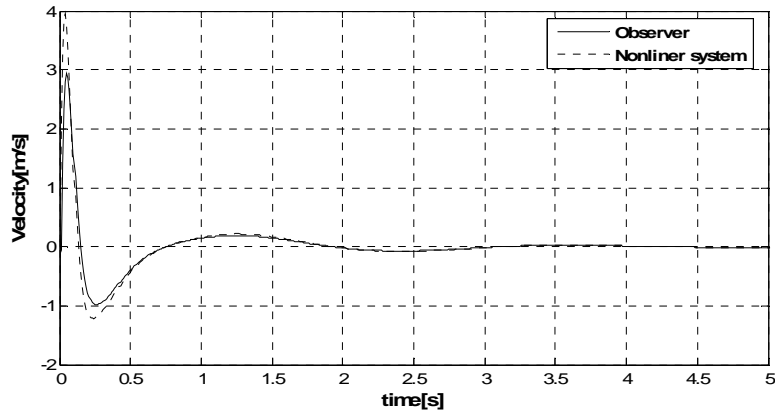
또한,  $H$ 의 고유값을 구해보면, 다음과 같이 실수부가 모두 음의 값을 갖게 되어 시스템과 상태관측기의 초기상태가 다르더라도 시스템의 상태를 추정하는 것이 가능하다.

$$(5.10)$$

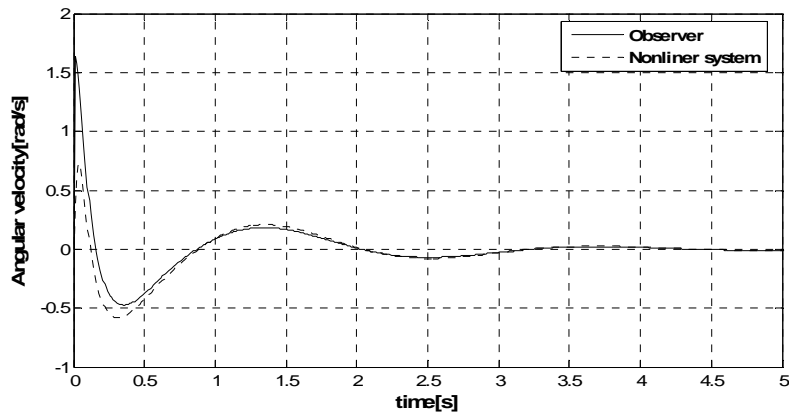
그러면 축소차수 상태관측기 출력은 비선형시스템의 계측상태와 추정상태를 각각 두개씩 피드백하므로 최종적으로 다음과 같이 추론된다.

$$u = -\widehat{K}_1(x - Ne_b) + \widehat{k}_i \int (y_r - y) dt \quad (5.11)$$

제안한 제어기의 유효성을 확인하기에 앞서 축소차수 상태관측기의 시스템 추종성능을 살펴본다. Fig. 5.6은 시소의 비선형시스템과 설계된 상태관측기의 성능을 확인하기 위해 상태관측기의 초기치가  $0$ 으로 설정되고 시스템 초기치가  $x(0) = [-0.05 \ 0.10 \ 0.0 \ 0.0]^T$ 의 상태에서 동작할 때의 응답을 나타낸 것이다. 그림에서 상태관측기가 비선형시스템을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.



(a) Cart velocity



(b) Seesaw angular velocity

Fig. 5.6 Responses of the nonlinear system and the reduced-order state observer

### 5.3 시소 시스템의 응답특성

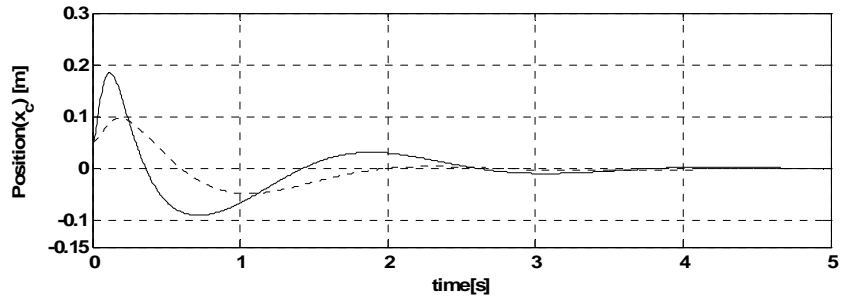
이제 최종적으로 설계된 RCGA 기반의 축소차수 상태관측기가 결합된 PI형 상태피드백 제어기의 유효성을 알아본다.

우선 초기조건에 대한 제어성능을 살펴보기 위해 시스템이  $\mathbf{x}(0)=[0.05 \ 0.1 \ 0 \ 0]^T$ 인 상태에서 제어를 시작하였다. 비교목적으로 관측기를 사용하지 않는 RCGA 기반의 PI형 상태피드백 제어기의 응답을 동시에 나타낸다. Fig. 5.7에서 알 수 있듯이 3.5[s] 이내에서 시소의 평형을 이루고 있다.

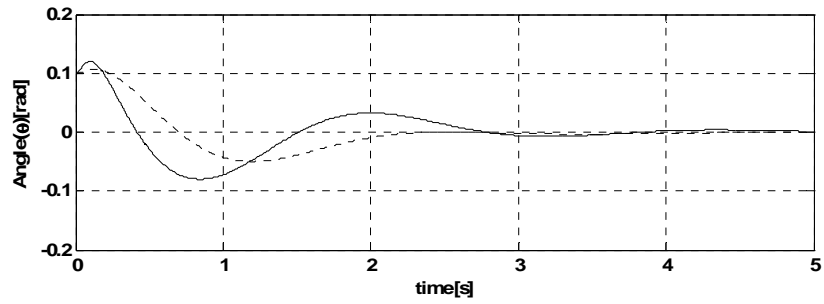
다양한 초기조건에 대한 제어성능을 확인하기 위해  $\mathbf{x}(0)=[-0.05 \ 0.1 \ 0 \ 0]^T$ 에서 제어를 시작하였다. 제안된 제어시스템은 Fig. 5.8에서 확인할 수 있듯이 가혹한 초기조건에 대해서도 약 3.5[s] 이내에서 시소의 평형을 이루고 있다.

마지막으로 제어시스템의 운전 중에 발생할 수 있는 외란에 대한 제어성능을 확인하기 위해 시소가 평형점을 찾아가는 과도상태와 평형점을 찾은 정상상태에서 외란을 인가한다. Fig. 5.9는 과도상태인 1.0[s]에서  $-0.05[\text{rad}]$  크기의 각을 인가하고, 평형을 찾은 후 6.0[s]에서  $0.1[\text{rad}]$  크기의 외란을 가하였다. 과도상태와 정상상태에서 주어진 외란에 대해 RCGA 기반의 축소차수 상태관측기 결합 PI형 상태피드백 제어기의 응답과 RCGA 기반의 PI형 상태피드백 선형제어기의 응답이 서로 비슷한 시간내에 평형상태를 찾아가는 것을 보여준다. 이때 제어입력인 전압은 외란에 대응하기 위해 적절히 변경되고 있음을 확인할 수 있다.

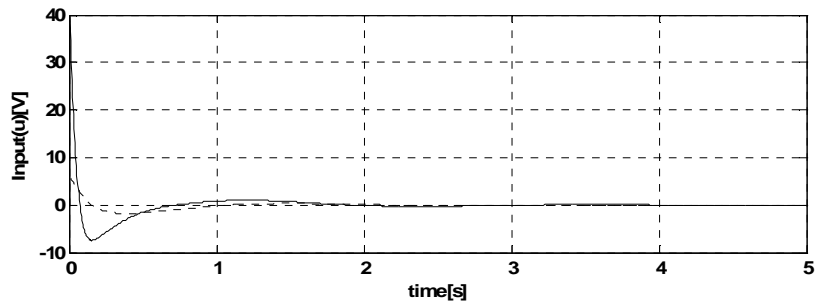
다양한 초기조건과 외란에 대해 RCGA 기반의 축소차수 상태관측기 결합 PI형 상태피드백 제어기는 점선으로 표시된 RCGA 기반의 PI형 상태피드백 선형제어기와 유사한 결과를 보이고 있다. 만약 기술적 또는 경제적인 이유로 상태변수의 계측이 곤란한 경우에는 상태피드백 제어기는 사용이 어려우므로, 본 논문에서 사용하는 관측기가 결합된 상태피드백 제어기가 유용하게 사용될 수 있다.



(a) Cart position



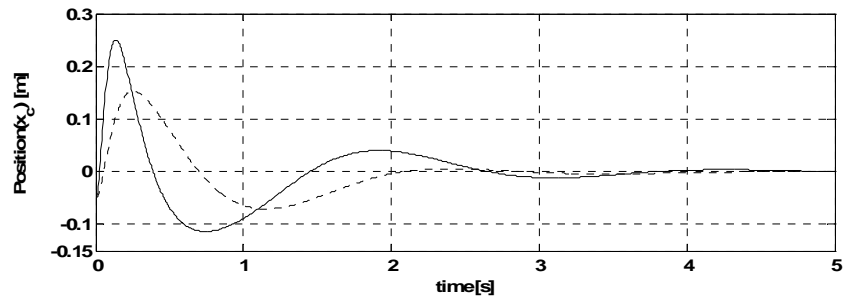
(b) Swing angle



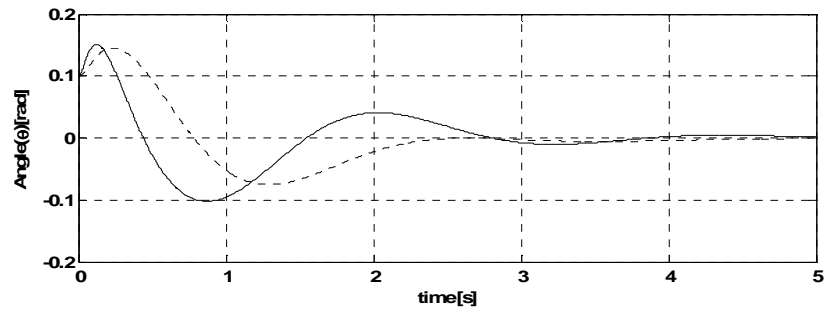
(c) Control input

Fig. 5.7 Responses of the observer-based PI type state feedback controller (solid line) and PI type state feedback controller(dotted line) (Initial values  $\mathbf{x}(0)=[0.05 \ 0.10 \ 0 \ 0]^T$  and  $\hat{\mathbf{x}}_0=[0 \ 0]^T$ )

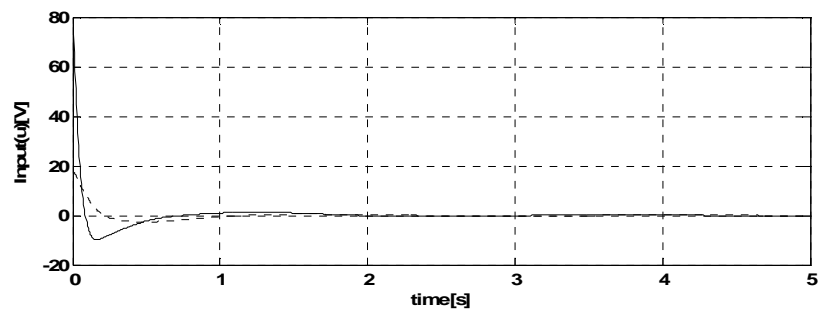




(a) Cart position

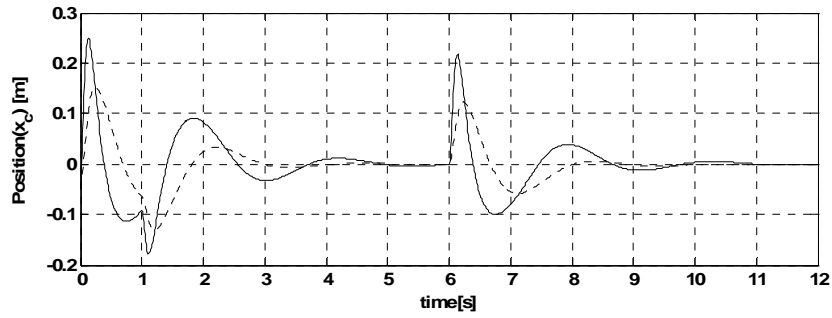


(b) Swing angle

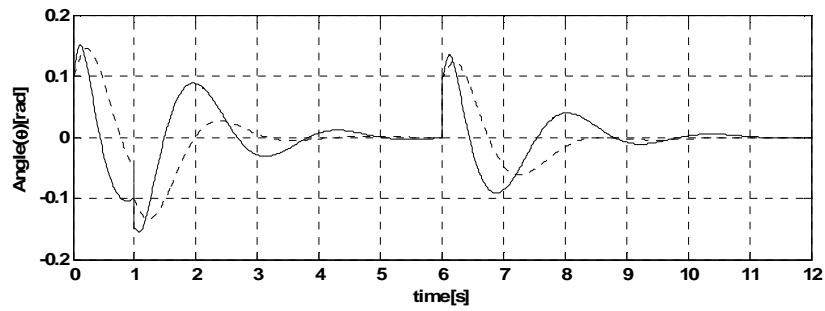


(c) Control input

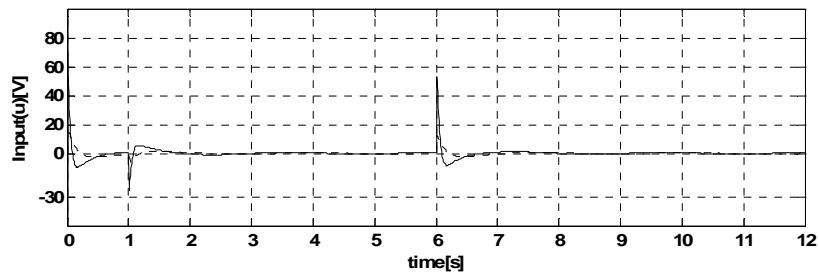
Fig. 5.8 Responses of the observer-based PI type state feedback controller (solid line) and PI type state feedback controller(dotted line) (Initial values  $\mathbf{x}(0)=[-0.05 \ 0.10 \ 0 \ 0]^T$  and  $\tilde{\mathbf{x}}_6=[0 \ 0]^T$ )



(a) Cart position



(b) Swing angle



(c) Control input

Fig. 5.9 Responses of the observer-based PI type state feedback controller (solid line) and PI type state feedback controller(dotted line) (Initial values  $\mathbf{x}(0)=[-0.05 \ 0.1 \ 0 \ 0]^T$  and  $\tilde{\mathbf{x}}_b=[0 \ 0]^T$ , Disturbance:  $-0.05[\text{rad}]$  at  $1.0[\text{s}]$  and  $0.1[\text{rad}]$  at  $6.0[\text{s}]$ )

## 제 6 장 결 론

시소 시스템은 독립진자와 더불어 대표적인 불안정한 시스템으로 여러 가지 제어이론을 응용하여 안정화 제어 문제에 주로 응용된다. 시소 시스템의 안정화 문제를 위해 설계된 제어를 적용하기 위해서는 먼저 시스템을 수학적으로 모델링하는 작업이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 시소 시스템에 라그랑지 방정식을 이용하여 비선형 운동방정식을 도출하였다. 또한 모델조정기법과 RCGA를 이용하여 선형화 모델의 파라미터를 추정하였다.

추정된 선형모델을 기반으로 외란이나 잡음이 존재하는 환경 하에서 시소 각도의 정상상태 오차가 발생하지 않도록 하기 위해 RCGA 기반으로 PI형 상태피드백 제어를 설계하였다. 그리고 대차의 위치와 시소의 각도는 엔코더로 계측하고 대차의 속도와 시소의 각속도는 축소차수 상태관측기를 이용하여 추정하였고, 이때 필요한 관측기 이득행렬은 RCGA를 이용하여 탐색하였다.

제안한 기법은 시뮬레이션을 통해 초기조건의 변화와 과도상태 및 정상상태에서 외란이 주어지는 경우에도 빠르게 시소의 수평을 유지할 수 있음을 확인하였다. 또한, 상태피드백 제어기의 응답과 축소차수 상태관측기를 결합한 제어기의 응답이 서로 유사한 것을 확인하였다. 이는 상태변수의 계측이 어렵거나 고가의 센서를 설치해야 하는 제어 환경에서 유용하게 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

## 참 고 문 헌

- [1] Jeng-Hann Li, Tzue-Hseng S. Li and Ting-Han Ou, "Design and Implementation of Fuzzy Sliding-Mode Controller for a Wedge Balancing System", *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 37: 285-306, 2003.
- [2] Chin-Ju Wu, "Genetic Tuning of PID Controllers Using a Neural Network Model: A Seesaw Example", *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 25: 43-59, 1999
- [3] Chin-Ju Wu, "Quasi time-optimal PID control of multivariable systems: A Seesaw Example", *Journal of Chinese Institute Engineers* 22: 617-625, 1999.
- [4] C. H. Tsai, H. Y. Chung, and F. M. Yu, "Neuro-Sliding Mode Control With Its Applications to Seesaw Systems", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 15, No. 1, pp. 124-134, Jan. 2004.
- [5] 진강규, 주상래, "실수코딩 유전알고리즘에 관한 연구", *제어·자동화·시스템공학 논문지*, Vol. 6, No. 4, pp. 268-275, 2000.
- [6] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2002.
- [7] D.G. Luenberger. "An introduction to Observers.", *IEEE Trans. Automatic Contr.*, Vol. AC-16, No. 6, pp. 598-602, Dec. 1971.
- [8] K. Ramar and V. Gourishankar, "Optimal observers with specified eigenvalues." *Int. J. Contr.*, Vol. 27, No. 2, pp. 239-244, Oct. 1978.
- [9] B. Gopinath, "On the Control of Linear multiple input-output systems." *Bell Syst. Tech. J.* Vol. 50, No. 3, pp. 1063-1081, Mar. 1971.
- [10] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [11] M. Gen, R. Cheng, *Genetic Algorithms and Engineering Design*, A Wiley- Interscience Publication, 1997.
- [12] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*,

- University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.
- [13] K. A. De Jong, "An Analysis of the Behavior of a Class Genetic Adaptive Systems", Doctoral Dissertation, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1975.
- [14] B. Porter and A. Bradshaw, "Design of Linear Multivariable Continuous Time Tracking Systems," Int. J. Systems Science, Vol. 5, No. 12, pp. 1155-1164, 1974.
- [15] D. G. Luengberger, "Observing the State of a Linear System," IEEE Trans. on Military Electronics", Vol. MIL-8, pp. 74-80, 1964.
- [16] D. G. Luengberger, "Observers for Multivariable Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-11, No. 2, pp. 190-197, 1966.
- [17] C. Chen, Linear System Theory and Design, Holt, Rineheart and Windston, 1984.
- [18] 이윤형, 안중갑, 진강규, 소명옥, "상태관측기를 이용한 도립진자 시스템의 제어", 한국마린엔지니어링학회지, Vol. 31, No. 4, pp. 462-467, 2007.
- [19] QUANSER User Manual, Linear Motion Servo Plants: IP01 and IP02, SEESAW.

## 감사의 글

지금까지 저에게 배움의 길을 열어 주시고 삶에 대해 가르쳐 주시며, 본 논문이 완성되기까지 많은 조언과 격려를 아끼지 않고 지도해주신 소명옥 교수님께 깊은 감사의 말씀을 드립니다. 본 논문의 심사를 맡아 한층 더 안정된 논문이 되도록 조언을 해주신 유희한 교수님, 오세준 교수님께도 깊은 감사의 말씀을 드립니다. 평소 학문을 연구함에 많은 가르침을 주신 진강규 교수님께도 깊은 감사를 드립니다.

논문을 완성하기에 많은 도움을 주신 이윤형 박사, 한국항만연수원 안중갑 교수님과 형수님에게도 깊은 감사의 말씀을 전합니다. 또한 학부과정에서부터 많은 가르침과 격려를 해주신 한국항만연수원의 최재준 교수님께도 깊은 감사를 드립니다. 논문이 완성되기에 많은 걱정과 배려를 해주신 한국해양수산연수원 처장님, 팀장님 이하 여러 교수님 그리고 직원분들께도 깊은 감사의 말씀을 드립니다.

고민이 있고 어려울 때 항상 많은 조언을 해주신 자동제어 연구실의 종필이형, 경석이형, 하용이형에게 많은 감사를 드립니다. 저를 지켜봐주고 격려해준 나의 동기 진기, 나의 절친한 친구 정모와 인수 그리고 후배 우철이에게도 고마운 마음을 전합니다.

마지막으로 항상 뒤에서 저를 보살펴 주시고 둘째아들을 걱정해주는 부모님과 형, 형수님, 동생에게 언제나 고마움을 느끼며 이 논문을 바칩니다.

2008년 1월  
류 기 탁 드림