# 공학석사 학위논문

# 쇄파의 유동구조 및 쇄파력에 관한 연구

# Research of Wave Mechanics & Exciting Force in Breaking Wave

지도교수 조 효 제

2005년 8월

한국해양대학교 대학원

해양시스템공학과 이 병 성

# 공학석사 학위논문

# 쇄파의 유동구조 및 쇄파력에 관한 연구

# Research of Wave Mechanics & Exciting Force in Breaking Wave

지도교수 조 효 제

2005년 8월

한국해양대학교 대학원

해양시스템공학과 이 병 성 本 論文을 李炳成의 工學碩士 學位論文으로 認准함.

심	사 역	위 원	장	공학박사	박	명	규	(인)
심	사	위	원	공학박사	손	경	ই	(인)
심	사	위	원	공학박사	조	हे	제	(인)

2005년 8월

한국해양대학교 대학원

## CONTENTS

Abstract I
Nomenclatures
List of Figures
List of PhotosIV
List of TablesIV
1. 서론 ······1
1.1 연구배경 및 내용1
1.2 연구방법4
2. 이론해석
2.1 2차원 규칙파
2.1.1 Euler's equation of motion5
2.1.2 Bernoulli equation7
2.1.3 2차원 선형파
2.1.4 2차원 비선형파
2.2 분산성관계에 의한 과도수파생성
2.3 시간영역 응답해석
3. 실험환경26
3.1 실험기기
3.1.1 2차원 조파수조
3.1.2 Load Cell26
3.1.3 Velocimeter27
3.1.4 Wave Recorder27
3.2 실험모형

3.3 실험방법
4. 실험 결과 및 분석
4.1 외력조건
4.1.1 과도수파의 입력신호30
4.1.2 설계파 생성
4.2 실험장면
4.2.1 쇄파의 파형진행35
4.2.2 구조물 존재시 파형진행
4.3 쇄파중의 최대수면 상승량 변화40
4.4 쇄파중의 파력변화
4.5 쇄파중 파진폭에 대한 파력 비
4.6 실험값과 수해채석의 과도수파 파력
4.7 과도수파중의 파력비교
4.8 규칙파중의 파력61
4.9 CASE 1과 규칙파의 유체입자 속도62
5. 결과 및 고찰63
5.1 결과
5.2 고찰
참고 문헌

# Research of Wave Mechanics & Exciting Force in Breaking Wave

Lee Byeong-Seong

# Department of MARINE SYSTEM Graduate School, KOREA MARITIME University

## Abstract

When the wind blows hard, most waves will break in sea. exceeding limitation Breaking waves occur. of wave steepness(wave height/wave length=1/7). Because a wave of single angular frequency could not generate the breaking phenomena at two dimensional ocean engineering basin, the breaking wave can be generated by the superposition of waves with various angular frequencies. We research how are the particle kinematics in the breaking wave and the magnitude of the breaking wave exciting force. We compare the force in a regular wave which has same specifications(wave height, period and length) as the breaking wave. Also the experimental results of wave exciting force and particle velocity are investigated by comparison on the analytic results using the potential theory.

## Nomenclatures

Р	: 유체압력			
u	: x축 방향의 유체입자 속도			
v	:y축 방향의 유체입자 속도			
w	: <i>z</i> 축 방향의 유체입자 속도			
$\phi$	: 속도 포텐셜			
$\phi_1$	: 1차 속도포텐셜			
$\phi_2$	: 2차 속도포텐셜			
ρ	: 유체밀도			
g	: 중력가속도			
$\eta$	: 수면변위			
$\eta_i$	: 입사파 수면변위			
$\hat{\eta}$	: 변동 수면변위			
K	: 분리정수			
ω	: 각주파수			
k	: 파수			
T(n)	: 과도수파 생성시 각성분파의 주기			
$\epsilon$	: 미소파라미터			
$H_1$	: 파고			
a	: 파진폭			
$\omega\left(n ight)$	: 과도수파 생성시 각성분파의 각주파수			
$c\left(n ight)$	: 과도수파 생성시 각성분파의 파형진행속도			
$totaltime\left(n ight)$	: 과도수파 생성시 각성분파의 10m 까지 도달시간			
$pt\left(n ight)$	: 과도수파 생성시 각성분파의 시간위상차			
$\zeta(n)$	: 과도수파 생성시 각성분파의 파진폭			
k(n)	: 과도수파 생성시 각성분파의 파수			
$\zeta$	: 파진폭			
$F_{ex}\left(t ight)$	: 파랑강제력			
$h_F( au)$	: Impulse response function			
$H_{\!F}(\omega)$	: Frequency response function			
au	: 중첩적분시 시간			

# List of Figures

Fig.2.1 Change of pressure in xz plane6
Fig.2.2 Generation Process of the Transient Wave23
Fig.3.1 Schematic of 2 Dimensional Ocean Engineering Basin26
Fig.3.2 Schematic of Experiment28
Fig.4.1 Input Signal of Transient Wave at Each Voltage(A $\sim E)$
Fig.4.2 Time History of CASE 1 at Breaking point33
Fig.4.3 Time History of Design Regular Wave34
Fig.4.4 Time History of Wave Height in CASE 1
at Each Position(A ~ V)41
Fig.4.5 Maximum Elevations in Breaking Wave according to Position47
Fig.4.6 Time history of Wave Force in CASE 1
at Each Position(A $\sim$ V)48
Fig.4.7 Maximum Wave Forces in Breaking Wave according to Position $\cdots 54$
Fig.4.8 Ratio of Wave load to Wave height55
Fig.4.9 Impulse Response Function of Wave Force56
Fig.4.10 Time History of CASE 1 Wave Force at 27.5cm57
Fig.4.11 Time History of CASE 2 Wave Force at 27.5cm57
Fig.4.12 Time History of CASE 3 Wave Force at 27.5cm57
Fig.4.13 Time History of CASE 4 Wave Force at 27.5cm58
Fig.4.14 Time History of CASE 5 Wave Force at 27.5cm58
Fig.4.15 Comparing Wave load of experiment & numerical59
Fig.4.16 Maximum Wave Elevations in Various Transient Waves
Fig.4.17 Maximum Wave Forces in Various Transient Waves
Fig.4.18 Wave Force in Regular Wave(A $\sim$ B)61
Fig.4.19 Horizontal Velocity Profile of Particle62

# List of Photos

Photo	1.1	Tension Leg Platform2
Photo	1.2	SPAR Structure 2
Photo	1.3	P-36(Semisubmersible)
Photo	1.4	EI-322(Fixed-Platform)
Photo	3.1	6 Axis Load Cell27
Photo	3.2	A.D.V Velocimeter27
Photo	3.3	Resistance Type Wave Recorder28
Photo	3.4	Cylindrical Model for Experiment28
Photo	4.1	Scene of Estimation Wave Length in Breaking Wave34
Photo	4.2	Transient Wave Progress of CASE 1(A $\sim$ L)35
Photo	4.3	Measuring Wave force in CASE $1(A \sim L)$

## List of Tables

Table 4.1 파그	고계위치에 따른 CASE 1의 파진폭	16
Table 4.2 구경	존물의 위치에 따른 쇄파의 파력 ⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯	54
Table 4.3 실험	념과 이론의 파력······	58

1. 서 론

#### 1.1 연구배경 및 내용

불과 100여 년 전까지는 육상에서 생산되는 에너지로써 산업에 필요한 에너지를 수급하였다. 하지만 18세기 중엽 영국에서 시작된 산업혁명이후 공업이 발달함과 동시에 인구의 증가로 에너지 자원의 수요가 급증함에 따 라 육상자원만으로는 그 수요를 충족할 수 없는 실정에 이르게 된다. 이러 한 문제를 해결하기위해 인류는 해양 자원에 대한 관심을 가지게 되었고 1887년 켈리포니아주에서 최초의 수중탐사에 의한 원유시추를 시도했는데, 수심이 불과 몇 피트(feet)밖에 되지 않았다. 그 뒤 몇 차례의 수중탐사를 시도한 뒤 1930년대에 이르러 멕시코만 루이지애나주 근해에 목조구조물이 설치되고 원유 시추를 시작하였는데, 이것이 오늘날 해양구조물의 시초가 되었다.

1939년 제2차 세계대전이 시작되어 에너지수요가 급증하자 멕시코만의 해양원유시추에 대한 관심은 급속히 증가하게 되었고, 이러한 배경에 힘입 어 1950년대 미국의 Shell사는 수심 30여 미터에 해양구조물을 설치하게 되었다. 같은 시기 영국 British Petroleum사도 페르시아만에 원유시추를 위한 해양구조물을 설치하게 되고, 브라질을 비롯한 브루나이에서도 이러 한 활동이 이루어졌다. 멕시코만에서 시작된 해양원유시추는 1950년대를 거치면서 북미는 물론이고 남미와 유럽, 아시아에 이르기까지 전 세계적으 로 널리 퍼지게 되어 해양자원의 활발한 탐사와 시추가 이루어지게 되었 다. 현재에는 FPSO(Floating Product Storage Offloading), TLP(Tention Leg Platform, Photo 1.1), Semisubmersible, SPAR(Photo 1.2)등의 부유식 구조물(Floating structure)과 Jacket-Platform, Gravity Fixed Platform등의 고정식구조물(Fixed structure)이 전 세계에 걸쳐 가동되고 있으며 보다 경 제적이고 안정성 높은 해양구조물 개발을 위해 많은 연구가 수행되고 있다.

Photo 1.3 Semisubmersible 타입 구조물로서 1996년 브라질의 리우데자 네이로에서 130km떨어진 해상에 위치하고, 수심 약1300m에 설치되었던

- 1 -



Photo 1.1 Tension Leg Platform

Photo 1.2 SPAR Structure

P-36이라는 구조물의 침몰 장면이다. 당시로서는 세계최대인 90,000d/b의 원유를 생산할 수 있는 능력을 보유하고 있었다. 이 구조물의 사고 당시 11명이 사망하는 인명피해와 5억 달러의 재산피해, 환경오염 등 엄청난 손 실을 가져왔다. P-36의 직접적인 사고원인은 내부 폭발에 의한 것이었지만 어떤 이유에서건 거대한 구조물이 손상을 입어 침몰하게 되면 크나큰 손실 이 발생한다는 것에 대해서는 발론의 여지가 없을 것이다. Photo 1.4는 고 정식 구조물 EI-322의 허리케인발생당시 손상되었던 모습을 나타내고 있 다. 이렇듯 부유식 혹은 고정식구조물의 경우 해역에 한번 설치되고 나면 이동하는 것이 용이하지 못하기 때문에 극한 하중조건에서도 견뎌낼 수 있 는 구조적 강도와 부유체 안정성유지를 위한 설계가 필요하다. 해역에 설 치된 구조물에 손상을 주는 극한하중은 크게, Serviceability limit state, Ultimate limit state, Fatigue limit state, Accidental limit state등으로 나 눌 수 있다. Photo 1.3은 Accidental limit state의 범주에 든다고 볼 수 있 고, Photo 1.4는 Ultimate limit state에 속한다고 할 수 있다. 하지만 이 연 구에서는 위의 네 가지 중에서 환경하중(파력)에 의해 발생할 수 Ultimate limit state 즉, 최대파력에 대해서 연구하고자 한다. 강풍을 동반한 해역에 서 특별히 큰 대파고를 가지는 파랑이 쇄파할 때 실린더 구조물에 작용하 는 쇄파력 및 쇄파유동장에 대해서 조사한다. 쇄파에 대한 이론 및 실험적 연구는 오래전부터 많은 연구자들에 의해 수행되어 왔지만, 아직까지 쇄파 력의 특성파악이 완전하게 정립되어 있지는 않다.



Photo.1.3 P-36(Semisubmersible)

Photo.1.4 EI-322(Fixed-Platform)

따라서 본 논문에서는 쇄파현상이 일어날 경우 파고 및 유체입자의 속도 변화의 메커니즘을 조사하고, 이와 연계하여 구조물에 작용하는 쇄파력이 얼마만한 크기로 변화하는지 실험적인 방법으로 분석한다. 물론 실제해역 에 설치된 구조물들이 쇄파현상에 의한 영향(빈도수)을 얼마만큼 받을 것 인가에 대한 명확한 답은 아직 없지만, 쇄파현상에 관한 체계적인 연구를 통하여 해양구조물의 설계를 위한 기초 자료를 제공할 필요성은 충분히 있다고 할 수 있다. 일반적으로 해양구조물의 설계에는 일정한 재현주기를 가지는 설계파를 적용하고 있다. 그러나 같은 파고를 가지더라도 쇄파가 일어나게 되면 구조물에 작용하는 힘은 달라질 것이다. 설계파일 경우 파 력은 단일주파수를 가지는 2차원 규칙파로서 간주하여 이론적, 실험적 접 근이 가능하다. 그러나 쇄파의 경우는 비선형성이 강하기 때문에 이론적인 접근이 어렵다. 이에 실험에 의한 쇄파의 특성을 파악하고자 한다.

#### 1.2 연구방법

여러 주파수의 선형파 중첩에 의한 쇄파(breaking wave)및 트렌지언트파 (transient wave)를 재현하고, 실험에 의한 유체입자속도(particle velocity) 와 파력(wave load)을 측정하고자 한다. 유체쇄파는 과도수파 생성방법을 적용한다. 즉, 여러 가지 주파수를 가지는 선형파의 중첩에 의해 생성되는 파로서, 파형발달영역(wave development region), 쇄파점(breaking point) 그리고 쇄파영역(breaking region) 3가지 단계로 나누어 진다. 세 단계 영 역에서 각각의 물리적 특성이 변화할 것인데, 이때 수면 상승량과 파강제 력이 어떤 관계를 가지는지 조사하기 위해 수평구간 1m(세 단계 영역내) 를 설정하여, 5cm간격으로 이동하면서 파진폭과 파력을 측정하고, 수면 상 승량과 파강제력이 가장 크게 나타나는 지점에서 유속계를 상하로 2cm씩 이동하면서 유체입자의 유동구조를 파악할 것이다.

이에 본 연구는 구조물이 없을 때 쇄파하는 파형의 수면 상승량과 유체 입자의 유동구조에 대해서 조사한 뒤, 쇄파중 구조물에 작용하는 파력을 체계적으로 파악하는데 중점을 둘 것이다. 그리고 쇄파하는 경우와 같은 제원(파고, 파장, 주기)을 가지는 설계파(규칙파)의 유동특성 및 파력 비교 를 통해서 쇄파로 인한 유동의 변화와 파강제력의 변화에 대한 특성을 검 토한다. 또한 쇄파되는 트렌지언트파 이외에 쇄파는 되지 않지만 선형파의 중첩에 의해 생성되어져서 수면상승량이 급격히 변화하는 네 종류의 트렌 지언트파와의 파력 비교·검토를 통해 쇄파의 특성에 대해 더욱 깊이 있게 연구하게 될 것이다.

## 2. 이론 해석

#### 2.1 2차원 규칙파

원통형 구조물에 미치는 파랑하중에 대한 연구에 있어서 쇄파(breaking wave)와, 쇄파하지 않는 트렌지언트파(transient wave), 그리고 설계파(규 칙파)를 파랑하중으로 설정하여 실험과 수치해석을 병행할 것이다. 하지만 쇄파와 트렌지언트파는 비선형성이 너무 강하기 때문에 파력과 유동특성에 대한 수학적 접근이 매우 어려운 실정이다. 따라서 2차원 규칙파(linear wave, stokes wave)에 대한 수치해석적인 전개를 위하여 2차원 규칙파에 대한 이론에 대해서 알아보고, 2차원파의 파형과 분산성관계(dispersion relation)를 구한 뒤 이것을 바탕으로 규칙파의 파력과 유동의 특성을 알아 보고, 분산성관계(dispersion relation)에 근거하여 여러 주파수를 가지는 규 칙파 합성에 의한 쇄파와 트렌지언트파를 구현하고자 한다.

먼저 뉴턴의 운동법칙을 유체 적용시킨 오일러 운동방정식(Euler's equation)에 대해 알아보고자 한다. 그 뒤 운동방정식의 적분에 의해서 구 해지는 압력방정식인 베르누이방정식(Bernoulli's equation)을 전개하여 2차 원파동전개를 위한 기초방정식을 정립한다.

#### 2.1.1 Euler's equation of motion

양변의 길이가  $\delta x$ ,  $\delta z$  이고 두께가 d인 미소 직육면체를 가정하고 2차원 적인 시각으로 미소공간을 본다면 중심점을(x,z)라 둘 수 있다. 유체의 성 질을 나타내는 압력(pressure), 밀도(density), 속도(velocity), 가속도 (acceleration) 등 특성치들이 xz 평면 내에서는 변화하고 있지만, 중심점 (x,z)에서는 일정한 값을 갖는다. 중심점에서 압력을 P라 가정하면 x와 z방향으로의 압력변화는 테일러급수 1차전개로 근사 시켜 Fig. 2.1로 표현할 수 있다. 유체를 비점성이라 가정하면 미소체적에 작용하는 힘은 표면에 작용하는 표면력(surface force)과 질량력(body force)으로 표현할 수 있다. 비점성유체이기 때문에 표면응력중 전단응력은 존재하지 않고, 수직응력만 존재한다.



Fig. 2.1 Change of pressure in xz plane

x축방향의 표면력은

$$\left(P - \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta x}{2}\right) \delta z d - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta x}{2}\right) \delta z d = -\frac{\partial P}{\partial x} \delta x \delta z d \tag{2.1a}$$

같은 방법으로 z축방향의 표면력을 표현하면

$$\left(P - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\delta z}{2}\right) \partial x d - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\delta z}{2}\right) \delta x d = -\frac{\partial P}{\partial z} \delta x \delta z d \tag{2.1b}$$

표현된다. 그리고 x축 방향으로 단위질량에 작용하는 외력을  $0(m/sec^2)$ y축 방향은  $-g(m/sec^2: acceleration of gravity)$ 유체밀도를  $\rho$ 라 하면 미 소 체적에 작용하는 질량력은

- $0 \rho \partial x \partial y d(x 축 방향질량력)$  (2.2a)
- $-g\rho\partial x\partial yd(z축 방향질량력)$ (2.2b)

이고, (2.1a)와 (2.2a)를 합하면 (2.3)식과 같이 전체힘이 표현된다.

$$-\frac{\partial P}{\partial x}\delta x\delta zd + 0\,\rho\,\partial x\,\partial zd\tag{2.3}$$

Newton 운동 제2법칙에 의해 (2.3)은

$$-\frac{\partial P}{\partial x}\delta x\delta zd = (\rho\delta x\,\delta zd)(\frac{du}{dt}) -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{du}{dt}$$
(2.4)

유체입자의 속도 성분을 u,w라 하면 시간과 장소의 함수로 표현된다.

$$u = u\left(x, z, t\right)$$

속도 u의 전미분(total differential)은

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial z}dz + \frac{\partial u}{\partial t}dt$$

이때 가속도는 (2.5)와 같다.

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$= u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.5)

#### (2.5)를 (2.4)에 대입하면

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.6a)

같은 방법으로 y축 방향을 구하면

$$(-g) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t}$$
(2.6b)

식 (2.6a)와 (2.6b)와 같이 Euler 운동방정식을 구할 수 있다. 일반적으로 지구 중력장내에서는 외력으로서  $X=0, Z=-g(g \in \overline{g} \in \overline{g})$ 가 작용하 고 있다.

### 2.1.2 Bernoulli equation

Euler 운동방정식을 비압축성 유체의 가정하에 적분하면 Bernoulli 방정 식 또는 압력방정식을 얻을 수 있다. 속도 포텐셜의 정의는 아래와 같다.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{2.7}$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{2.8}$$

식(2.7)을 시간과 공간에 대해서 편미분하면

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}, \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t}$$
(2.9)

식(2.7)과 (2.9)를 식(2.6a)에 대입하면

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t}$$
(2.10)

한편

$$u\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{u^2}{2} \tag{2.11a}$$

$$w\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{w^2}{2}$$
(2.11b)

이므로, 식(2.11a)을 (2.10)에 대입하여 정리하면

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{w^2}{2} + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} \right) = 0$$
(2.12)

식(2.12)를 적분하면

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} = F_x(z,t)$$
(2.13a)

의 x축 방향의 Bernoulli 방정식을 구할 수 있고, 같은 방법으로 z축 방향 방정식도 구할 수 있다.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + gz + \frac{P}{\rho} = F_z(x,t)$$
(2.13b)

여기서  $F_z(x,t)$ 는 상수의 값이고, 대기압을 0으로 둔다면  $F_z = 0$ 으로 둘 수 있고 아래와 같이 다시 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} + gz + \frac{P}{\rho} = 0$$
(2.14)

2.1.3 2차원 선형파

앞서 구한 베르누이 방정식을 토대로 경계조건과 지배방정식을 이용하여 파형을 전개해 나가겠다.

① 지배방정식

속도포텐셜 φ는 물입자 속도벡터를 v로 나타내면 다음의 식을 만족하는 스칼라함수로서 정의된다.

$$v = \nabla \phi \tag{2.15}$$

이상에서 속도포텐셜은 어떤 방향으로 그의 경사가 그 방향의 물입자속 도로 되는 함수로서 정의된다. 그리고 유체운동이 비회전(irrotational)인 경 우에는 속도포텐셜의 존재가 수학적으로 확인되어 있다. 여기서, 비회전운 동이라고 하는 것은 유체운동이 다음을 만족하고 있을 때를 말한다.

$$curl v = \nabla \times v = j\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = 0$$
(2.16)

식(2.16)에 따라

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \mathfrak{P} \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{2.17}$$

식(2.17)이 성립되어야 한다. 이것은 또한 속도포텐셜의 정의이기도 하다. 속도포텐셜을 도입함으로서, *u,w*의 2개 미지수를 취급하는 대신 하나의 미 지함수 φ만을 고려하면 되는 장점이 있다. 고려하는 유체영역에서는 어디 에서나 연속이라고 하면 비압축성유체의 질량보존방정식으로 알려져 있는 연속방정식이 성립한다.

$$div \ v = \nabla \cdot v = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(2.18)

식(2.18)에 식(2.15)를 대입하면 지배방정식인 라플라스방정식(Laplace equation)이 구해진다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \tag{2.19}$$

② 자유표면조건(Free Surface Boundary Condition)

자유표면조건은 동역학적인 것과 운동학적인 것 두 가지가 있다. 첫 번 째를 동역학적자유표면경계조건(Dynamic Free Surface Boundary Condition)이라 하고 이는 수면의 압력과 수면과 접해있는 대기압과의 관 계를 규정짓는 것으로서 베르누이방정식으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다. 이것은 DFSBC로 표현하겠다.

$$\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right\} + \frac{\partial\phi}{\partial t} + g\eta = Q(t)$$
(2.20)

여기서 대기압을 0으로 두면 압력항이 없어지고 *Q*(*t*)는 베르누이 상수, *z* = η는 수면을 나타내게 된다. 두 번째의 것은 운동학저자유표면경계조건 (Kinematic Free Surface Boundary Condition)이라하는데 이것은 수면변동 속도와 포텐셜에 의해 산정되는 수면의 속도관계에 의해 규정되는데, 이것 은 KFSBC라 표현하고 다음과 같이 전개된다. 수면변동은 공간과 시간에 따라 변하기 때문에 2차원인 것을 가정하여 자유수면을 나타내면 *F*(*x*,*z*,*t*) = 0로 되고, *F*(*x*,*z*,*t*) = *z* - η(*x*,*t*)가 되고, 즉 *z* = η(*x*,*t*)가 된다. 이때, *F*의 실질미분 *DF*/*Dt* = 0이 되므로 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u\frac{\partial F}{\partial x} + w\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{\partial \eta}{\partial t} - u\frac{\partial \eta}{\partial x} + w = 0$$
(2.21)

식(2.21)을 속도포텐셜을 도입하여 나타내고 이것을 KFSBC라 한다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \qquad on \qquad z = \eta \tag{2.22}$$

③ 해저면 조건(Bottom Boundary Condition)

자유수면에 관한 운동학적조건을 유도한 방법과 동일한 방법으로 해저면 에 있어서 경계조건을 유도 할 수 있다. F(x,z) = z + h(x)로서 해저면을 임의의 곡면형으로 고려하면, 이의 실질미분은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u\frac{\partial F}{\partial x} + w\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} + w = 0$$
(2.23)

*∂h/∂t* = 0의 경우를 고려하고, *u,w*를 속도포텐셜로 나타내면, 다음과 같은 해저면에 관한 불투과조건을 얻는다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \qquad on \qquad z = -h \tag{2.24}$$

식(2.24)가 되고 수심의 변화가 없는 경우는  $\partial h / \partial x = 0$ 이므로 식(2.24)는 다 음과 같이 간략화 된다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \qquad on \qquad z = -h \tag{2.25}$$

④ 복합자유수면경계조건

이젠 경계조건과 지배방정식을 이용하여 2차원선형파의 포텐셜을 구한 다. 자유표면조건, KFSBC와 DFSBC 선형성분만으로 표현하는 것을 선형 수면경계조건 이라하고 그것은 식(2.20)과 식(2.22)를 z=0에대해서 Taylor 급수전개하면, 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g\eta$$

$$+ \eta \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + g\eta \right] + \cdot \cdot = Q \quad on \quad z = 0$$

$$(2.26)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + \frac{\eta^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + \cdots$$

$$= \frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial x} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial x}\right) + \cdots on \quad z = 0$$
(2.27)

두식에서 선형항만 취하면, 다음과 같다

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = Q(Q=0) \quad on \quad z=0$$
(2.28)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \qquad on \qquad z = 0 \tag{2.29}$$

식(2.8)과 식(2.29)에서 수면변동η를 소거하면 복합자유수면경계조건이 얻어진다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad on \qquad z = 0 \tag{2.30}$$

⑤ 주기성조건

다음으로 일정수심에서 진행파의 속도포텐셜은 시간적, 공간적으로 주기 적이어야 하므로 다음의 식으로 표현되는 주기성의 조건이 부가된다.

$$\phi(x, z, t) = \phi(x + L, z, t) \quad : \quad \phi(x, z, t) = \phi(x, z, t + T)$$
(2.31)

⑥ 변수분리법에 의한 속도포텐셜 유도

속도포텐결은 다음과 같은 함수의 곱으로 가정한다.

$$\phi(x, z, t) = X(x)Z(z)e^{\pm i\omega t}$$
(2.32)

식(2.32)를 지배방정식(2.19)에 대입하면, 다음의 변수분리형의 상미분방 정식을 얻는다.(*K*는 분리정수)

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -\frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz^2} = -K = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} K = k^2 > 0 \\ (2) K = k^2 = 0 \\ (3) K = -k^2 < 0 \end{cases}$$
(2.33)

먼저,  $k^2 > 0$  일때

식(2.33)의 첫 번째 식으로부터 다음이 얻어진다.

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + k^2 X = 0$$
(2.34)
$$\frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z = 0$$

식(2.34)의 해는

$$X(x) = C_1 e^{-ikx} + C_2 e^{ikx}$$
  

$$Z(z) = D_1 e^{-kz} + D_2 e^{kz}$$
(2.35)

식(2.35)에 주어진 적분상수  $C_1, C_2, D_1, D_2$ 를 구하기 위해 경계조건을 대입한다. 먼저, 해저경계조건을 고려하여 식(2.32)를 식(2.25)에 대입하여 정리하면

$$\frac{dZ}{dz} = 0 \qquad on \qquad z = -h \tag{2.36}$$

식(2.36)에 식(2.35)를 대입하여 정리하면

$$k\left(D_{1}e^{kh} - D_{2}e^{-kh}\right) = 0 \tag{2.37}$$

위의 식에서 k=0 혹은  $D_1=D_2e^{-2kh}$ 의 결과를 얻는다. 여기서, k=0의 경우는 조건과 일치하지 않으므로 해가 아니고,  $D_1=D_2e^{-2kh}$ 가 해가 된다. 이를 일반해 식(2.35)에 대입하면

$$Z(z) = D_2 e^{-2kh} e^{-kz} + D_2 e^{kz}$$
  
=  $D_2 e^{-kh} \{ e^{-kh} e^{-kz} + e^{kh} e^{kz} \}$   
=  $2D_2 e^{-kh} \frac{e^{-kh} e^{-kz} + e^{kh} e^{kz}}{2}$   
=  $B_2 \cosh k (h + z)$  (2.38)

둘째 복합자유수면경계조건을 대입하자. 식(2.32)를 식(2.30)에 대입하면

$$\frac{dZ}{dz} - \frac{\omega^2}{g}Z = 0 \qquad on \qquad z = 0 \tag{2.39}$$

이 되고, 식(2.39)에 식(2.38)을 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$kB_{2}\sinh k(h+z) - \frac{\omega^{2}}{g}B_{2}\cosh k(h+z) = 0 \quad on \quad z = 0$$

$$B_{2}\{k\sinh kh - \frac{\omega^{2}}{g}\cosh kh\} = 0$$
(2.40)

위의 식에서 B가 0이 되면 Z=0이 되고,  $\phi=0$ 으로 되어 무의미한 결과 로 되어버린다. 따라서,  $k \sinh kh - \frac{\omega^2}{g} \cosh kh = 0$ 으로 되어야 하고 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh kh \tag{2.41}$$

위의 식은 파속과 파장의 관계를 나타낸 분산성관계식(dispersion relation)으로 알려져 있다. 이상의 결과를 종합하면, 다음과 같이 정리된다.

$$\phi(x, z, t) = XZe^{\mp i\omega t}$$

$$= C_1 e^{-ikx} + C_2 e^{ikx} B_2 \cosh k (h+z) e^{\mp i\omega t}$$

$$= E_1 e^{-i(kx \pm \omega t)} + E_2 e^{i(kx \mp \omega t)} \frac{\cosh k (h+z)}{\cosh k h}$$
(2.42)

여기서는 시간의 함수  $e^{-i\omega t}$ 일 경우에 대해서 살펴보고 식(2.42)는 다음과

같이 표현된다.

$$\phi(x, z, t) = E_1 e^{-i(kx + \omega t)} + E_2 e^{i(kx - \omega t)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$
(2.43)

위의 식에서  $E_1$  항은 시간의 경과에 따라 x축의 음의 방향으로 진행하는 파 를 나타내고,  $E_2$  항은 x축의 양의 방향으로 진행하는 파를 나타낸다(따라서, 이에따라 파의 방향을 정의한다면, 방사조건은 만족된다). 마지막으로, 주 기성의 조건을 대입하여보자. 먼저, 식(2.43)을 식(2.31)의 첫 번째식에 대입 하면, 다음의 관계식

$$\{E_{1}e^{-i(kx+\omega t)} + E_{2}e^{i(kx-\omega t)}\} \frac{\cosh k(h+z)}{ocshkh}$$

$$= \{E_{1}e^{-i(k(k+L)+\omega t)} + E_{2}e^{i(k(x+L)-\omega t)}\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

$$(2.44)$$

위의 식을 정리하면,  $E_1 e^{-ikx} + E_2 e^{ikx} = E_1 e^{-ik(x+L)} + E_2 e^{ik(x+L)}$ 로 되고,  $e^{-ikx} = e^{-ik(X+L)}$ 및  $e^{ikx} = e^{ik(x+L)}$ 의 관계가 만족되어야 하므로 다음과 같다.

$$\cos kx - i\sin kx = \cos k (x + L) - i\sin k (x + L)$$
  

$$\cos kx + i\sin kx = \cos k (x + L) + i\sin k (x + L)$$
  

$$\therefore k = 2\pi/L$$
(2.45)

동일한 방법으로 식(2.43)을 식(2.31)의 두 번째 식에 대입하면,

$$\{E_{1}e^{-i(kx+\omega t)} + E_{2}e^{i(kx-\omega t)}\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

$$= \{E_{1}e^{-i(kx+\omega(t+T))} + E_{2}e^{i(kx-\omega(t+T))}\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$
(2.46)

위의 식을 정리하면,  $E_1 e^{-i\omega t} = E_1 e^{-i\omega(t+T)}, E_2 e^{-i\omega t} = E_2 e^{-i\omega(t+T)}$ 가 되고, 따라서  $e^{-i\omega t} = e^{-i\omega(t+T)}$ 의 관계가 만족되면 된다. 따라서, 다음의 결과를 얻는다.

$$\cos\omega t - i\sin\omega t = \cos\omega (t+T) - i\sin\omega (t+T)$$
  
$$\therefore \omega = 2\pi/T$$
(2.47)

x축의 양의 방향으로 진행하는 입사파형일 경우는 식(2.43)에서 E₂항이 해당된다. 따라서, 다음의 입사파의 수면형을 사용하면, 입사파속도포텐셜 의 미정계수  $E_2$ 를 구할 수 있다.

$$\eta_i(x,t) = \frac{H}{2} e^{i(kx - \omega t)} \tag{2.48}$$

그리고 선형화된 자유수면경계조건 식(2.28)로부터, η<sub>i</sub>를 구하면, 다음과 같다.

$$-\frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t}\Big|_{z=0}$$

$$\eta_{i}(x,t) = \frac{i\omega}{g}\phi\Big|_{z=0}$$

$$\frac{i\omega}{g}E_{2}e^{i(kx-\omega t)}$$
(2.49)

따라서 식(2.48)과 식(2.49)의 비교로부터 다음의 결과를 얻는다.

$$E_2 = -i\frac{gH}{2\omega} \tag{2.50}$$

입사파의 속도포텐셜은 다음과 같이 주어진다.

$$\phi_i(x,z,t) = -i\frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh k\left(h+z\right)}{\cosh kh} e^{i\left(kx-\omega t\right)}$$
(2.51)

위의 식에서 실수부분만 취하면

$$\phi_i(x, z, t) = \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin (kx - \omega t)$$
(2.52)

로써, 분산성관계(dispersion relation)와 2차원 선형속도포텐셜을 구하였다. 다 음으로는 2차원 비선형속도포텐셜 즉, 2nd stokes wave에 대해 알아보겠다.

### 2.1.4 2차원 비선형파

쇄파의 파고, 파장, 주기와 동일한 규치파를 생성시킴에 있어서 이파형은 규칙이지만 kH/2가 크기 때문에 미소진폭파(선형파)로서 이론적인 접근이 불가능해질 것으로 판단하여, 유동장의 특성을 파악함에 있어서 실험값과 이론값인 스톡스 2차파의 유체입자 유동특성을 비교분석 할 것이다.

① 지배방정식 : 
$$\nabla^2 \phi = 0$$
 (2.53)

② 해저경계조건 :  $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$  (2.54)

- ③ 측면경계조건 :  $\phi(x, z, t) = \phi(x + L, z, t)$  (2.55)
- ④ 주기성의 조건 :  $\phi(x, z, t) = \phi(x, z, t + T)$  (2.56)
- ⑤ 압력일정 조건

$$-\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 \right\} + \frac{p}{\rho} + gz = F(t) \quad on \quad z = \eta(x, t)$$
(2.57)

⑥ 자유수면 조건

$$-\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} \quad on \ z = \eta(x,t)$$
(2.58)

이상의 관계식들에서 지배방정식과 경계조건들을 무차원형으로 나타내는 것이 편리하기 때문에, 중력, 진폭, 파수, 원주파수로 표현되는 *g,a,k,w*에 관해 전개된 다음의 무차원 변수들을 정의 한다.

$$X = kx, \quad Z = kz, \quad \Pi = \frac{\eta}{a}, \quad \Phi = \frac{k\phi}{a\sqrt{gk}}, \quad T = \sqrt{gk}t$$
$$Q = \frac{k}{g}F(t), \quad \sigma = \frac{\omega}{gk}, \quad P = \frac{kp}{\rho g}$$

지배방정식인 라플라스 방정식의 무차원은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} = 0 \tag{2.59}$$

압력일정 조건의 무차원화

 $-(ka)\frac{\partial\Phi}{\partial T} + \frac{1}{2}(ka)^{2}\left\{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial X}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial Z}\right)^{2}\right\} + P + Z = Q(T) \quad on \quad Z = ka\Pi \quad (2.60)$ 자유표면 조건의 무차원화

$$\frac{\partial \Pi}{\partial T} - (ka) \frac{\partial \Phi}{\partial X} \frac{\partial \Phi}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial Z}$$
(2.61)

섭동전개에 있어서 해는  $\epsilon$ 으로 정의되는 미소량 ka에 좌우된다는 것을 가정한다. 선형해는  $\epsilon$ 에 좌우되지 않지만, 2차항은  $\epsilon$ , 3차는  $\epsilon^2$ 에 좌우될 것 이다. 따라서, 모든 항들을 다음과 같이  $\epsilon$ 에 관한 멱급수로 분해할 수 있으 며, 여기서  $\epsilon$ 은 1보다 훨씬 작을 것으로 추정한다. 따라서 무차원 함수들은 다음과 같이 표현된다.

$$\Pi = \Pi_{1} + \epsilon \Pi_{2} + \epsilon^{2} \Pi_{3} + \epsilon^{3} \Pi_{4} + \cdot \cdot \cdot$$

$$\Phi = \Phi_{1} + \epsilon \Phi_{2} + \epsilon^{2} \Phi_{3} + \epsilon^{3} \Phi_{4} + \cdot \cdot \cdot$$

$$Q(T) = \epsilon Q_{1}(T) + \epsilon^{2} Q_{2}(T) + \epsilon^{3} Q_{3}(T) + \cdot \cdot \cdot$$

$$\omega = \omega_{1} + \epsilon \omega_{2} + \epsilon^{2} \omega_{3} + \epsilon^{3} \omega_{4} \cdot \cdot \cdot$$
(2.62)

자유수면의 위치  $Z = (ka)\Pi(X, T)$ 를 미리 알 수 없기 때문에 Z = 0에 관 하여 비선형 압력일정 조건과 자유표면 조건을 전개한다. 여기서, $O(\epsilon^2)$ 으 로 표기되는  $\epsilon^2$ 항까지만 남기고 고차항을 무시한다. 테일러급수를 사용하여 다음과 같은 관계식을 전개한다.

◦압력일정조건 급수전개

$$\{ \frac{1}{2} \epsilon^{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)^{2} \right] - \epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial T} + Z \}$$

$$+ \epsilon \Pi \frac{\partial}{\partial Z} \{ \frac{1}{2} \epsilon^{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)^{2} - \epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial T} + Z \}$$

$$- \frac{\epsilon^{3} \Pi^{2}}{2} \frac{\partial^{3} \Phi}{\partial Z^{2} \partial T} = Q(T) \quad on \quad Z = 0$$

$$(2.63)$$

• 자유표면조건 급수전개

$$\left(-\frac{\partial\Pi}{\partial Z} - \frac{\partial\Pi}{\partial T} + \epsilon \frac{\partial\Phi}{\partial X} \frac{\partial\Pi}{\partial X}\right) + \epsilon \Pi \frac{\partial}{\partial Z} \left(-\frac{\partial\Phi}{\partial Z} + \epsilon \frac{\partial\Phi}{\partial X} \frac{\partial\Pi}{\partial X}\right) - \frac{\epsilon^2 \Pi^2}{2} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial Z^3} = 0 \qquad on \qquad Z = 0$$
(2.64)

식 (2.62)을 식(2.53)~(2.56)에 대입하여 *ϵ*에 관한 1차항만 고려하여 다음 의 식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^{2} \Phi_{1} + \epsilon \nabla^{2} \Phi_{2} = 0$$

$$- \frac{\partial \Phi_{1}}{\partial Z} - \epsilon \frac{\partial \Phi^{2}}{\partial Z} = 0 \quad at \quad Z = -kh$$

$$\Phi_{1}(X, Z, T) + \epsilon \Phi_{2}(X, Z, T) = \Phi_{1}(X + L, Z, T) + \epsilon \Phi_{2}(X + L, Z, T)$$

$$\Phi_{1}(X, Z, T) + \epsilon \Phi_{2}(X, Z, T) = \Phi_{1}(X, Z, T + T_{p}) + \epsilon \Phi_{2}(X, Z, T + T_{p})$$

$$( 단 \ T_{p} \leftarrow \ \ T_{p} \land \ \ \ T )$$

그리고 식(2.63)과 식(2.64)에 무차원함수의 섭동전개 결과 식(2.62)을 대

입하여 정리하면 각각

$$\frac{\epsilon}{2} \left[ \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial X}\right)^2 \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial Z}\right)^2 \right] + \frac{\partial \Phi_1}{\partial T} + \epsilon \frac{\partial \Phi_2}{\partial T}$$

$$+ \Pi_1 + \epsilon \Pi_2 + \epsilon \Pi_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial T \partial Z} + \cdot \cdot = Q_1(T) + \epsilon Q_2(T) + \cdot \cdot on \quad Z = 0$$

$$- \frac{\partial \Phi_1}{\partial Z} - \epsilon \frac{\partial \Phi_2}{\partial Z} - \frac{\partial \Pi_1}{\partial T} - \epsilon \frac{\partial \Pi_2}{\partial X} \frac{\partial \Pi_1}{\partial X}$$

$$- \epsilon \Pi_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial Z^2} + \cdot \cdot \cdot = 0 \quad on \quad Z = 0$$

$$(2.66)$$

$$(2.67)$$

- 의 식으로 변형된다.
- ⑦ 1st order 섭동방정식
  - €에 무관한 모든 항을 모으면 선형식들은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla^{2} \Phi_{1} = 0$$

$$-\frac{\partial \Phi_{1}}{\partial Z} = 0 \quad on \quad Z = -kh$$

$$-\frac{\partial \Phi_{1}}{\partial T} = -\Pi_{1} + Q_{1}(T) \quad on \quad Z = 0$$

$$\frac{\partial \Pi_{1}}{\partial T} = -\frac{\partial \Phi_{1}}{\partial Z} \quad on \quad Z = 0$$

$$\Phi_{1}(X, Z, T) = \Phi_{1}(X + 2\pi, Z, T)$$

$$\Phi_{1}(X, Z, T) = \Phi_{1}(X + Z, T + T_{p})$$
(2.68)

위의 식은 2차원선형파의 지배방정식과 경계조건을 구성한다. 경계조건과 지배방정식에 의해 다음과 같은 결과가 나온다.

$$\Phi_{1} = \frac{\cosh(kh+Z)}{\omega_{1}\cosh kh} \sin((X-\sigma T))$$

$$\Pi_{1} = \cos((X-\omega T))$$

$$\sigma_{1}^{2} = \tanh kh$$

$$Q_{1}(T) = 0$$
(2.69)

⑧ 2nd order 섭동방정식

€의 1차를 모으면 지배방정식과 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla^{2} \Phi_{2} = 0$$

$$-\frac{\partial \Phi_{2}}{\partial Z} = 0 \quad on \quad Z = -kh$$

$$-\frac{\partial \Phi_{2}}{\partial Z} - \frac{\partial \Pi_{2}}{\partial T} = -\frac{\partial \Phi_{1}}{\partial X} \frac{\partial \Pi_{1}}{\partial X} + \Pi_{1} \frac{\partial^{2} \Phi_{1}}{\partial Z^{2}} \quad on \quad Z = 0$$

$$\Pi_{2} - \frac{\partial \Phi_{2}}{\partial T} - Q_{2}(T) = -\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_{1}}{\partial X} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \Phi_{1}}{\partial Z} \right)^{2} \right]$$

$$+ \Pi_{1} \frac{\partial^{2} \Phi_{1}}{\partial Z \partial T} \quad on \quad Z = 0$$

$$\Phi_{2}(X, Z, T) = \Phi_{2}(X + 2\pi, Z, T)$$

$$\Phi_{2}(X, Z, T) = \Phi_{2}(X + Z, T + T_{p})$$

$$(2.70)$$

관심변수  $\Phi_2(X, Z, T)$ 와  $\Pi_2(X, T)$ 에 관해서 모든 식과 조건들은 선형이 지만 자유수면경계조건은 1차해에 따른 비동차항을 가지다. 여기서, 1차해 는 기지이므로 우변항들 또한 기지의 값이 된다. 2차해를 풀기 위하여 복 합자유수면경계조건을 사용하는 것이 편리하며, 이는 자유수면조건으로부 터  $\Pi_2$ 를 소거함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial T^2} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial Z} + \frac{\partial Q_2(T)}{\partial T} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial X} \frac{\partial \Pi_1}{\partial X} - \frac{\partial \Pi_1}{\partial T} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial Z \partial T} - \frac{\partial \Pi_1}{\partial Z} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial Z^2} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial Z} + \frac$$

식(2.71)의 우변을 D로 정의하면, 식(2.69)의 ₱₁과 Π₁을 D에 대입하고 삼각함수의 관계정리를 사용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$D = \frac{3\omega_1}{\sinh} \sin 2 \left( X - \sigma T \right) \tag{2.72}$$

라플라스(Laplace)방정식과 해저경계조건을 만족하는  $\Phi_2(X, Z, T)$ 에 대한 해는 다음의 형을 갖는다.

$$\Phi_2(X, Z, T) = a_2 \cosh^2(kh + Z) \sin^2(X - \sigma T)$$
(2.73)

식(2.73)을 2차 복합자유수면경계조건에 대입하여 검토하면 ∂Q<sub>2</sub>(T)/∂T=0이다. 왜냐하면 Q<sub>2</sub>(T)는 시간만의 함수로 sin2(X-σT)에 좌우될 수 없으며, 따라서 등식이 만족되기 위해서는 ∂Q<sub>2</sub>(T)/∂T=0이 성 립해야 한다. 이로부터 $Q_2(T) = constant$ 로 되며, 이는  $Q_2 = constant$ 로 표기 될 수 있다.

 $\varPhi_2$ 를 결합조건식에 대입하여 다음의 관계식을 얻는다.

$$a_2 = -\frac{3}{8} \frac{\sigma_1}{\sinh^4 kh}$$
(2.74)

따라서,

$$\Phi_2(X, Z, T) = -\frac{3}{8} \frac{\sigma_1 \cosh^2(kh + Z)}{\sinh^4 kh} \sin^2(X - \sigma T)$$
(2.75)

이에 상당하는 자유수면고 ∏<sub>2</sub>(X, T)를 산정하기 위하여 2차 동역학적 자유수면경계조건(압력일정조건)을 사용한다.

$$\Pi_2 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial T} + Q_2 - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial Z} \right)^2 \right] + \Pi_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial Z \partial T} \quad on \quad Z = 0 \quad (2.76)$$

위의식에  $\Phi_1$ 과  $\Phi_2$ 를 대입하여 차원을 갖는 형의 아래와 같은 식을 얻는다.

$$\eta_{2}(t) = \frac{3}{16} \frac{H_{1}^{2} \omega^{2} \cosh 2kh}{g \sinh^{4} kh} \cos 2 (kx - \omega t) + Q_{2} - \frac{H_{1}^{2}}{16} \frac{\omega^{2}}{g \sinh^{2} kh} [\cosh 2kh + \cos 2 (kx - \omega t)] + \frac{H_{1}^{2} \omega^{2}}{8g} [1 + \cos 2 (kx - \omega t)]$$
(2.77)

 $H_1$ 은 파고 $(H_1 = 2a)$ 이다. 이식에 적용될 수 있는 두 가지 상태가 있다.

첫째 심해에서 수위변동이 없다고 하는 no-setdown으로부터 Bernoulli상 수를 0으로 규정할 수 있고, 따라서 다음의 식과 같이 η를 평균성분 η와 변동성분 η 로 나눌 수 가 있다.

$$\eta_2 = \overline{\eta} + \widehat{\eta_2} \tag{2.78}$$

따라서, 식(2.77)로부터 식(2.79)를 얻는다.

$$\overline{\eta} = \frac{H_1^2 \omega^2}{16g \sinh^2 kh} = \frac{H_1^2 k}{8\sinh 2kh}$$
(2.79)

그리고 변동성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\widehat{\eta_2} = \frac{ka^2}{4} \frac{\cosh 2kh}{\sinh^3 kh} \left(2 + \cosh kh\right) \cos 2\left(kx - \sigma t\right)$$
(2.80)

다음으로 평균수심으로 h를 규정하고, 따라서 η는 평균 0을 갖는다. 그러 므로, Bernoulli상수는 다음의 값을 가진다.

$$Q = \frac{H_1^2 \omega_1^2}{16 \sinh^2 kh}$$
(2.81)

그리고, η<sub>2</sub>의 변동성분은 식(2.80)과 같이 주어진다. 최종적인 2차파형은 선형파형보다 파봉에서 솟아오르고 파저에서 평탄해지는 경향을 보인다. 2 차까지의 속도포텐셜과 수면변동은 차원형으로 다음과 같이 주어진다.

$$\phi = \phi_1 + \epsilon \phi_2$$

$$= -\frac{H_1 g}{2\omega_1} \frac{\cosh k \left(h+z\right)}{\cosh kh} \sin \left(kx - \omega t\right)$$

$$-\frac{3}{32} H_1^2 \omega_1 \frac{\cosh 2k \left(h+z\right)}{\sinh^4 kh} \sin 2 \left(kx - \omega t\right)$$
(2.82a)

식의 전개 편의상 선형파와 파형의 위상을 통일하기 위해,  $-\frac{\partial \phi}{\partial t}$ 을  $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ 로 변환시킨다면 다음과 같이 정리된다.

$$\phi = \phi_1 + \epsilon \phi_2$$

$$= \frac{H_1 g}{2\sigma_1} \frac{\cosh k \left(h+z\right)}{\cosh kh} \sin \left(kx - \omega t\right)$$

$$+ \frac{3}{32} H_1^2 \sigma_1 \frac{\cosh 2k \left(h+z\right)}{\sinh^4 kh} \sin 2 \left(kx - \omega t\right)$$
(2.82b)

파형은 아래 식(2.83) 같다.

$$\eta = -\frac{H_1}{2} \cos\left(kx - \omega t\right)$$

$$-\left[\frac{H_1^2 k}{16} \frac{\cosh kh}{\sinh^3 kh} \left(2 + \cosh 2kh\right) \cos 2\left(kx - \omega t\right)\right]$$
(2.83)

분산관계식은 선형과 동일하게 다음과 같다.

$$\omega = gh \tanh kh \tag{2.84}$$

### 2.2 분산성관계에 의한 과도수파생성

2차원 조파수조 에서 단일주파수(규칙파)에 의해 생성되어진 파형으로 쇄 파현상을 구현하기 어렵기 때문에 분상성관계(dispersion relation)에 근거 하여 여러 종류의 주파수를 가진 파도들을 중첩해서 과도수파를 생성시킨 다. 과도수파 생성식은 아래와 같다.

$$\zeta = \zeta(n) \times \sin w(n) \times (t - pt(n))(m)$$
(2.85)

n=1일때 ζ(1),ω(1)을 임의의 값으로 생성시키고 pt(1)=0(초기값의 시간위 상)으로 둔다. 분산성관계는 아래와 같다.

$$w(1)^2 = g \times k(1) \times \tanh k(1) d (rad/sec)^2$$
 (2.86)

식(2.1.2)는 초기 $\omega(1)$ 을 알면 수치해법인 Newton-Raphson method를 이용 해서 k(1)의 값을 알 수 있고, 그때의 파속 c(1)은

$$c(1) = \sqrt{\frac{g}{k(1)} \tanh\left(k(1)d\right)} \quad (m/sec)$$
(2.87)

의 식으로부터 구할 수 있다. n=1 일때 10m 까지의 도달*total time*(1)과 주 기*T*(1)은 아래식과 같다.

$$total time(1) = \frac{10}{c(1)} (sec)$$
(2.88)

$$T(1) = \frac{2\pi}{\omega(1)} \quad (sec) \tag{2.89}$$

n=2일 경우 n=1일때의 주기*T*(1)만큼의 시간위상차이가 생기므로 n=2일 때의 파형이 10m까지 도달하는데 걸리는 시간은

$$total time(2) = total time(1) - T(1)$$
(2.90)

되어야 하고, 그때의 파속c(2)는

$$c(2) = \frac{10}{total \ time(1) - T(1)} \ (m/sec)$$
(2.91)

이되어야 한다. 파형의 위상지연을 zero로 해주기 위해서

$$pt(n) = \sum_{n=1}^{5} T(n-1)$$
 ( $\mathfrak{E} T(0) = 0$ ) (2.92)

pt(n)을 식(2.92)로서 산정해야하고, 이런 결과를 바탕으로 식(2.91)을 식 (2.87)에 대입해서 k(2)의 값을 알 수 있고, 다시 k(2)를 식(2.86)에 대입 하면  $\omega(2)$ 의 값을 구할 수 있으므로, n=3,4,5의 경우에도 같은 알고리즘이 적용된다. 단, 파진폭  $\zeta(n)$ 은 최대 파경사각( $\alpha_0$ =constant)를 이용하여  $\zeta(n) = \alpha_0/k(n)$  로부터 구한다.



Fig 2.2 Generating Process of the Transient Wave

## 2.3 시간영역 응답해석

임의 파형을 가지는 파랑중에서 구조물에 작용하는 파력은 시간영역해석

에 의해서 구할 수 있다. 시간영역해석법은 우선 주파수 영역에서 구해지 는 파강제력의 주파수 응답함수(frequency transfer function)를 푸리에변환 을 통하여 임펄스 응답함수(Impulse Response Function)를 구한다. 다음 임펄스 응답함수를 파형의 시간이력과 중첩적분(Convolution Integral)하면 파강제력  $F_{ex}(t)$ 의 시간이력이 구해진다. 이는 다음식과 같이 표현된다. 그 리고 본 논문에서는 파강제력의 1차항 까지만 고려한다.

$$F_{ex}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau$$
(2.93)

그리고  $\{h_F(\tau)\}$ 는 파강제력의 임펄스 응답함수로의 표현은 다음과 같다.

$$\{h_F(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_F(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega$$
(2.94)

{*H<sub>F</sub>*(ω)}는 1차 파장제력 전달함수이고 이것은 Fourier변환에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$H_F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F(\tau)\} e^{i\omega\tau} d\tau$$
(2.95)

그리고 파장강제력의 전달함수가 구해지면 식(2.94)의 Fourier 역변환에 의 해 파강제력의 임펄스 응답함수를 계산할 수 있고, 식(2.93)에 의해 임펄스 응답함수와 수면변위의 시간이력의 곱을 적분함으로써 파강제력의 시간이 력을 구할 수 있다. 2개의 규칙파로 구성된 입사파의 1차수면 변위는 아래 와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= Re \sum_{k=1}^{2} [a_{k}e - i\omega_{k}t] \\ &= |a_{1}| \cos(\omega_{1}t - \epsilon) + |a_{2}| \cos(\omega_{2}t - \epsilon_{2}) \\ &= \frac{1}{2} |a_{1}| (e^{-i(\omega_{1}t - \epsilon_{1})} + e^{i(\omega_{1}t - \epsilon_{1})}) \\ &+ \frac{1}{2} |a_{2}| (e^{-i(\omega_{2}t - \epsilon_{2})} + e^{i(\omega_{2}t - \epsilon_{2})}) \end{aligned}$$
(2.96)

식(2.94)와 식(2.96)를 식(2.93)에 대입하면 파강제력은 다음과 같다.

$$\{F_{ex}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_{F}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_{F}(\tau)\} [\frac{1}{2} | a_{1} | (e^{-i[\omega_{1}(t-\tau)-\epsilon_{1}]} + e^{i[\omega_{1}(t-\tau)-\epsilon_{1}]}) + \frac{1}{2} | a_{2} | (e^{-i[\omega_{2}(t-\tau)-\epsilon_{2}]} + e^{i[\omega_{2}(t-\tau)-\epsilon_{2}]})] d\tau$$

$$= \frac{1}{2} | a_{1} | [\{H_{F}(\omega_{1})\} e^{-i(\omega_{1}t-\epsilon_{1})} + \{H_{F}^{*}(\omega_{1})\} e^{i(\omega_{1}t-\epsilon_{1})} + \frac{1}{2} | a_{2} | [\{H_{F}(\omega_{2})\} e^{-i(\omega_{2}t-\epsilon_{2})} + \{H_{F}^{*}(\omega_{2})\} e^{i(\omega_{2}t-\epsilon_{2})}]$$

$$= Re | a_{1} | [H_{F}(\omega_{1})\} e^{-i(\omega_{1}t-\epsilon_{1})} + | a_{2} | [H_{F}(\omega_{2})\} e^{-i(\omega_{2}t-\epsilon_{2})} + Re \sum_{k=1}^{2} [a_{k} \{H_{F}(\omega_{k})\} e^{-i\omega_{1}t}]$$
(2.97)

이때에,  $H_F(\omega_k)$ 는

$$\{H_{F}(\omega)\} = \{|H_{F}(\omega)|\} e^{i(\theta_{1}(\omega))} = \begin{cases} |H_{1F}|e^{i\theta_{1}(\omega)} \\ |H_{2F}|e^{i\theta_{2}(\omega)} \\ |H_{3F}|e^{i\theta_{3}(\omega)} \end{cases}$$

으로 구성되어진다.

### 3. 실험환경

#### 3.1 실험기기

3.1.1 2차원 조파수조

실험에 사용된 수조는 2차원 조파수조로서 Fig.3.1에 나타낸 바와 같이 25m×1.0m×0.8m(L×B×D)이고, 조파기(wave maker)는 피스톤형식으로 파 형생성가능 주파수범위(frequency range)는 0.5/s에서 2.0/s, 파고생성가능 범위 약0.07m에서 0.22m까지 생성 가능하다. 그리고 다종의 선형파는 물론 이고 ISSC, ITTC, JONSWAP등을 적용한 불규칙파형 생성가능하다.



Fig.3.1 Schematic of 2 Dimensional Ocean Engineering Basin

3.1.2 Load Cell

원통형 실린더 구조물에 작용하는 파력을 계측하기 위해 Photo 3.1의 육 분력계를 사용하였다. 이것은 스트레인게이지 방식으로 3축 방향의 힘과 모멘트를 동시에 계측할 수 있다. 힘의 측정범위는 ± 10kg, 오차범위 ± 0.5%이고 모멘트측정범위는 ± 1kg-m이며, 오차범위 ± 0.5%의 정도로서 계측가능하다. 하지만 본 실험에서는 구조물에 미치는 파력중에 모멘트에 관해서는 고려하지 않았다.

- 26 -







Photo 3.2 A.D.V Velocimeter

### 3.1.3 Velocimeter

유속측정은 Photo 3.2에 나타낸 A.D.V(Acoustic Doppler Velocimeter) 유속계를 사용하였고, 유속은 1mm/s에서 2.5m/s까지 측정 할 수 있으며, 오차범위는 ± 1% 이다. 이 유속계는 사진에서 보는바와 같이 세 개의발이 있는데, 이곳들로부터 음파가 발사되어 세 발의 연직 하 방향 5cm아래에 서 음파가 합쳐져 Doppler효과에 의한 유속이 측정 가능하므로 파면부근 (파정, 파저)의 유속측정은 불가능한 단점이 있다.

### 3.1.4 Wave Recorder

파면 상승량을 기록하기 위하여 ± 0.25m까지 측정 가능한 Photo 3.3의 저항식 파고계를 사용하였다. 앞선 수차례 실험에서 서보식파고계를 사용 하였다. 파면의 형상변화가 원활한 경우에는 정확한 파고를 측정할 수 있 고, 저항식에 비해 수신되는 신호가 매끈한 파형을 그리기 때문에 데이터 의 정도 또한 높은 장점이 있다. 하지만 쇄파현상과 같이 파면이 공동을 수반할 경우에는 측정값이 큰 오차를 가져오므로 이번 연구에는 저항식파 고계를 사용하였다.


Photo 3.3 Resistance Type Wave Recorder



Photo 3.4 Cylindrical Model for Experiment

## 3.2 실험모형

Photo 3.4에서 볼 수 있듯이 실험에 사용된 모형은 Diameter = 0.1145m, Draft = 0.456m, Freeboard = 0.16m 제원의 아크릴 재질로 재작된 구조물이 다. 상부에 투명한 평판은 볼트를 사용하여 육분력계와 결합을 용이하게끔 부착된 판이고, 건현의 높이는 큰 외력을 받을 때, 즉 다시말해 높은 파고 가 외판에 작용할 때 파고가 건현을 넘지 않는 범위에서 결정 되었다.

### 3.3 실험방법

쇄파중 구조물에 작용하는 파력은 구조물의 중심점이 쇄파점을 기준으로 하여 어떤 위치에 있는지에 따라서 달라질 수 있다. 따라서 본 실험에서는 구조물 중심점의 위치에 따라 파력이 변화하는 양상을 조사하기 위하여 쇄 파점 전후에 걸쳐 측정범위를 1m로 한다. 분력계에 부착한 모형과 파고계 를 5cm 간격으로 이동시키면서 22개의 측정 포인트에서 실험을 수행한다. 이는 Fig3.2에 개략적으로 나타낸바와 같이 ①, ②, ③ 등으로 22개 지점을 선택하여 파형발달 영역, 쇄파점 그리고 쇄파영역의 세 영역으로 구분하여 파형과 파력을 측정한다.

그리고 유속측정은 파력이 최대가 되는 지점을 선택하여, 그 지점에서

연직상하 방향으로 유속계의 위치를 2cm씩 이동시키면서 정수면상방향 5cm에서부터 정수면 하방향 29cm까지 유체입자의 속도분포를 측정한다. 규칙파중의 실험은 분력계와 파고계 그리고 유속계를 이용하여 측정하는 것은 동일하지만, 과도수파중 실험과 달리 임의의 한 포인트를 정해서 그 점에서 실험을 수행한다. 왜냐하면 규칙파의 파고와 파력, 유체입자의 속도 는 측정지점이 달라도 시계열로 나타나는 물리량은 변하지 않기 때문이다.



Fig.3.2 Schematic of Experiment

## 4. 실험 및 결과분석

### 4.1 외력조건

4.1.1 과도수파의 입력신호

앞선 2.2장의 분상성관계에 의한 파형중첩이론의 과정을 거쳐 만들어진 조파기에 입력될 파형신호는 실험에 사용될 외력으로써 Fig.4.1(A)는 쇄파 현상(breaking phenomena)이 일어나는 과도수파(transient wave)(CASE 1) 의 입력신호를 나타낸다. Fig.4.1(B)는 쇄파 현상은 없지만 Fig.4.1(A)와 비 슷한 파고를 생성시키는 입력 신호이고 Fig.4.1(C), Fig.4.1(D), Fig.4.1(E)의 순서로 조파수조에 입력되는 입력 볼트값이 작아지면서 파고가 낮은 중첩 파의 형태를 보인다. 여기서 쇄파를 일으키는 것과 쇄파하기 직전상태의 과도수파 그리고 과도수파이기는 하지만 파고가 낮아 쇄파현상을 일으키지 않는 각각의 경우 파력의 변화를 조사하고자 한다. 그러기 위해 CASE 1 의 파고를 조금씩 낮추면서 즉 다시말해 조파기에 입력되는 볼트값을 낮추 면서 5종류의 과도수파를 생성 시켰다.

참고로 쇄파에 대한 부연설명을 하겠다. 쇄파는 파고의 증가에 의해 파 장에 대한 파고의 비(wave steepness = wave height/wave length)가 1/7 을 초과하게 되면 파도가 유체역학적으로 불안정한 상태가 되어 파형이 부 서지는 현상을 말한다. 쇄파가 일어날 때는 보통 물에 휩쓸린 공기가 수없 이 많은 기포로 변해서 흰 거품이 일어나게 된다. 자연현상에서 나타나는 쇄파에는 백파(白波)와 연안쇄파의 2가지 형태가 있다. 백파는 수심이 충분 히 깊을 때 풍랑이 발달해서 파고 · 파장비가 한계값에 이르면, 파의 봉우 리 근처에 흰 거품이 일면서 부서지는 것으로, 풍속이 대략 6m/s이상이 되 면 발생한다고 조사된 바 있다. 다른 하나는 파가 연안에 가까워질 때 일 어난다. 수심이 얕아짐에 따라 천수효과에 의해 파장은 짧아지면서 파고가 높아지게 되는데, 이때에도 파고 · 파장비가 한계치를 넘어 파가 쇄파되는 현상이 일어난다. 이것은 해수욕장이나 바다 속 지면경사가 완만한 곳에서 자주 볼 수 있다. 해상에서 자연적으로 생성되는 파도는 주로 풍력에 의해 발생되는 것으 로, 바람이 유체에 전단력을 발생시켜 에너지가 전이되어 일어나는 것으로 설명할 수 있다. 해양파를 주파수 스펙트럼분석하면 다양한 파장들의 모임 인 것을 알 수 있는데, 주파수의 다양성은 분산성관계에 의한 파들의 속도 차이를 발생시킨다. 이때 긴 파장의 파가 상대적으로 짧은 파장의 파보다 속도가 빨라 짧은 파를 앞지르게 되는데 이 순간 두 파의 에너지 중첩현상 이 생기게 되어 파봉이 급격하게 상승하는 현상이 발생하여 쇄파현상이 일 어나게 된다. 본 실험에서 생성시킨 쇄파 또한 분상성관계에 의한 파의 속 도차이를 이용하므로 자연현상에서 생성되는 백파와 그 개념이 유사하다고 할 수 있다. 실험결과 이렇게 생성된 파는 쇄파의 재현성 또한 매우 높은 것으로 검증되었다.

이후 쇄파와 과도수파의 혼돈을 피하기 위하여 쇄파는 CASE 1, 나머지 과도수파는 CASE 2, CASE 3, CASE 4, CASE 5로 표현하겠다.



### CONTINUE







D. CASE 4 (Max. voltage=2.6667 volt)





4.1.2 설계파 생성

Fig.4.2는 CASE 1의 입력신호에 의해 조파수조에서 생성된 쇄파현상을 동반한 과도수파의 시계열이다. 이 그림의 시계열은 여러 차례 실험을 통

해 쇄파점을 찾아 낼 수 있었고, 쇄파점에 파고계를 설치하여 측정한 데이 터를 표시한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 쇄파하는 파정부는 좌우 비 대칭 형상을 보여주고 있으며 파고는 21cm로 측정되었다. 설계파(규칙파) 는 쇄파가 일어나는 과도수파와의 물리적인 비교를 위하여 쇄파하는 파와 의 파장, 파고, 주기를 최대한 같게 하여 생성 시킬 것 이다. 입력신호인 Fig.4.1(A)에서 보여주는 바와 같이 CASE 1은 비선형을 동반하고 다양한 주파수를 가지면서 중첩하고 있는 파이므로 분산성관계를 간단히 적용하여 파장을 산정해 낼 수가 없다. 따라서 파장은 Photo 4.1의 화상자료를 이용 하여 추정하였다(화상분석 파장추정값=약 2.0m). 설계파의 주기는 CASE 1 의 시간이력에서 Zero-up Cross를 취하여 추정한 결과 1.142sec 가되고, 이것을 분산성관계에 적용하면 파장은 약2.0m로 계산되는데, 우연하게도 화상자료에 의해 추정한 파장과 거의 동일한 값이 나오는 것을 알 수 있 다. 설계파의 파고는 약 21cm로 생성시켰는데, 이는 조파수조의 특성을 나 타내는 전달함수로부터 입력값(voltage)을 추정하였다.



Fig.4.2 Time History of CASE 1 at Breaking Point



Photo 4.1 Scene of Estimating Wave Length in Breaking Wave



Fig 4.3 Time History of Design Regular Wave

Fig.4.3은 이상과 같은 일련의 과정을 통하여 생성된 규칙파의 파고시계 열을 나타내고 있다. 이는 CASE 1과 파고 및 파장은 거의 같지만 파정부 에 있어서 비대칭 현상이 보이지 않는다. 다만 Wave Steepness(파고/파장) 가 0.105로서 파저에 비하여 파정이 높은 비선형파형을 보여주고 있다. 이 데이터는 파정이 뾰족하면서 양의 방향 파진폭이 높고 파저가 평평하면서 음의 파진폭이 적은 Stokes파의 형태를 보여준다고 할 수 있다. 따라서 이 론해석에서 언급된 2차원 선형파과 규칙파이긴 하지만 비선형파인 Stokes 파의 수심에 따른 유체입자 속도의 분포를 수학적인 방법으로 계산하고 유 속계에 의해 측정되어진 유체입자속도 값을 비교하여 유동장의 특성을 파 악하고, 파력의 특성 또한 수치해석법과 실험값을 비교하여 검토할 것이다. 이렇게 하여 실험에 사용될 외력에 대한 설명을 하였다.

## 4.2 실험 장면

### 4.2.1 쇄파의 파형진행

아래 사진들은 CASE 1(쇄파)를 동영상으로 촬영된 것이다. 동영상은 1/30sec의 프레임으로 화상이 저장되었지만, 논문에서는 전체적인 흐름을 볼 수 있게 두 프레임마나 하나씩(1/15sec) 사진으로 캡쳐해서 사진으로 나타내었다. Photo 4.2(A~E) 까지는 각기 다른 파가 속도차에 의해 중첩 되고 있는 상황인 앞서 정의한 파형발달부분이다. 이 사진들은 조파수조의 측면에서 촬영된 것인데 유리벽면을 지탱해주는 두개의 프레임 간격이 1m 이다. 실험결과 그림에서 오른쪽에 있는 프레임으로부터 27.5cm지점에서 쇄파점이 나타나지만 현재 보여지는 화상 자료에 의하면, Photo 4.2(F)는 쇄파점에 가장 근접한 화면이라 할 수 있고, 이때에 파형이 완전히 중첩되어 쇄파가 일어나게 되는 것이다.



A. 파형발달(cut 1)



B. 파형발달(cut 2)

# CONTINUE



C. 파형발달(cut 3)



D. 파형발달(cut 4)



E. 파형발달(cut 5)



F. 쇄파점(cut 6)



G. 쇄파영역(cut 7)



H. 쇄파영역(cut 8)

CONTINUE



I. 쇄파영역(cut 9)







L. 쇄파영역(cut 12)

Photo 4.2 Transient Wave Progress of CASE 1(A~V)

Photo 4.2(G~L)까지는 쇄파점에서 Wave steepness의 한계(wave height /wave length=1/7)를 넘어 파형이 쇄파된 후 파형의 속도 차이에 의해 중 첩되었다가 서로 분리되는 쇄파영역을 나타내고 있다. 그 결과 파고도 낮 아지는 형상을 보여주고 있다. 화상자료와 CASE 1의 시계열에서 알 수 있듯이 비선형성이 강한 것을 알 수 있다.

4.2.2 구조물 존재시 파형진행

Photo 4.2(A~L)은 구조물 비존재 시 파고계를 이용하여 최대 수면상승 량을 측정하고, 유속계로서 쇄파점에서 연직 상하방향으로 유체입자의 속 도를 측정한다. 그 뒤 육분력계에 원통형실린더 구조물을 부착하여 파력을

- 37 -



A. 파형발달(cut 1)



B. 파형발달(cut 2)



C. 파형발달(cut 3)



D. 쇄파점(cut 4)



E. 쇄파영역(cut 5)



F. 쇄파영역(cut 6)

CONTINUE



G. 쇄파영역(cut 7)



H. 쇄파영역(cut 8)



I. 쇄파영역(cut 9)







J. 쇄파영역(cut 10)





Photo 4.3 Measuring Wave Force in CASE 1(A~L) 측정하였는데, Photo 4.2(A~L)에서 사용된 CASE 1 존재시 파력측정 실 험장면을 사진으로 나타내었다. 이 또한 1m 간격 안에서 5cm 씩 이동하면 서 측정하였다.

### 4.3 쇄파중의 최대수면 상승량 변화

4.1장에서 기술한 바와 같이 본 실험에 사용된 과도수파는 5가지의 종 류가 있다. 그중에서 CASE 1이 쇄파현상을 동반한 과도수파이다. 본 실험 에서 사용한 과도수파는 5종류의 주파수를 가지는 사인파들의 중첩에 의해 서 생성된다. 각기 다른 주파수를 가지는 파들의 합성이므로 분산성관계에 의해 파형이 진행하는 위치에 따라 파의 모든 물리량들이 변하는 특성이 있다. 아래 Fig.4.4(A~V)는 파고계로부터 측정된 파고시계열을 나타내고 있다. 전체적으로 볼 때, 약 5초 부근, 15초 부근, 25초 부근이 뾰족하게 튀 어나와 있는 것을 알 수 있는데, 신뢰도가 가장 높은 부분은 15초 부근의 데이터이다. 그 이유는 처음 5초 부근은 아직 파형이 완전히 생성되지 않 았을 때 이고, 25초 부근은 수조의 길이 제약 상 반사파의 영향을 받는 영 역이기 때문으로 설명될 수 있다. 따라서 15초 부근의 데이터로서 파고 값 을 측정하였다. 하지만 Fig.4.4(A~V)의 파진폭을 자세히 살펴보면 Table 4.1에 나타나 있는 값과 조금씩 차이가 나는 것을 알 수 있는데, 이것은 CASE 1의 특성상 쇄파하는 부분에서 파면이 공동을 수반하는 비선형의 특성을 갖기 때문에 동일지점에서 8회 측정하여 그것의 평균값을 Table 4.1에 나타냈기 때문이다.

Table 4.1은 평균 과정을 거쳐 각 지점에서의 최대파면 상승량을 기록한 것이고, Fig.4.5는 Table 4.1의 데이터를 바탕으로 그래프로 나타 낸 것이다. Fig.4.5에서 알 수 있는 바와 같이 이 파형은 쇄파점을 기준으로 파형발달 영역과 쇄파영역으로 나눌 수 있는데, 쇄파점을 지난 쇄파영역에서는 파고 가 급격히 줄어드는 형상을 보여주고 있다. 하지만 쇄파영역 이전인 파형발 달영역에서는 파고차이가 크게 나지 않는 것 또한 알 수 있다. 하지만 이후 파력 측정결과를 보면 파고의 차이는 크지 않으나 파력의 차이는 매우 크 게 나타나는 것을 알 수 있는데 그 이유에 대해서는 4.5장에 상술하였다.

- 40 -



- 41 -



- 42 -





- 44 -



- 45 -



Fig.4.4 Time History of Wave Height in CASE 1 at Each Position

위치	진 폭	위치	진 폭	위치	진 폭
(cm)	(+cm)	(cm)	(+cm)	(cm)	(+cm)
0	13.507	35	13.600	75	11.742
5	13.409	40	13.554	80	11.596
10	13.832	45	13.507	85	11.772
15	13.785	50	13.409	90	10.972
20	13.739	55	12.946	95	9.992
25	13.832	60	13.131	100	10.260
27.5 (쇄파점)	13.936	65	12.114		
30	13.785	70	11.168		

Table 4.1 파고계위치에 따른 CASE 1의 파진폭



Fig. 4.5 Maximum Elevations in Breaking Wave according to Position

## 4.4 쇄파중의 파력변화

4.3장의 파고측정과 같이 수평방향으로 5cm씩 이동하면서 파력을 측정 한 것을 Fig.4.6(A~V)에 나타내었다. Table 4.2에 파력을 g단위로 정리하 였고, 그것을 Fig.4.7에 그래프로 나타내었다.



- 48 -



- 49 -



- 50 -



- 51 -



- 52 -





위 치	파 력	위치	파 력	위 치	파 력
(cm)	(g)	(cm)	(g)	(cm)	(g)
0	2540.11	35	2875.83	75	1961.05
5	2585.45	40	2826.45	80	1848.88
10	2731.87	45	2692.12	85	1822.88
15	2890.57	50	2484.05	90	1834.04
20	2940.45	55	2489.41	95	1566.34
25	3057.38	60	2247.67	100	1476.34
27.5 (쇄파점)	3182.83	65	2151.81		
30	3051.56	70	2054.94		

Table 4.2 구조물의 위치에 따른 쇄파의 파력





## 4.5 쇄파의 파진폭에 대한 파력비

과도수파의 생성은 각기 다른 주파수의 파형이 중첩되어 나타나는 것인

데, 이때에 각 파형의 속도차이에 의해 파형이 중첩되었다가 분리되는 과 정을 반복하게 된다. 파형중첩에 의해 파고가 상승하게 되고, Wave steepness가 한계에 도달하면 쇄파가 일어난다.

Fig.4.8은 각 위치에 따른 파진폭에 대한 파력 비(파력/파진폭)로써 그 값을 나타낸 것이다. Fig.4.5와 비교해 보면 파형발달영역과 쇄파점에서의 파진폭이 큰 차이가 없음을 알 수 있는데, Fig.4.8 무차원값의 파력을 보면, 쇄파점 부근으로 갈수록 파력이 급격하게 증가하는 것을 알 수 있다. 이것 은 각 지점에서 파력을 측정한 Fig.4.7과 비교해도 그 증감의 차이가 무차 원화 시켰을 때 크게 나타난다는 것을 알 수 있는데, 이러한 현상은 파형 이 중첩되면서 유체 입자의 속도가 급격하게 증가하여 나타나는 현상으로 사료된다.





규칙파의 경우는 파고가 높을수록 유체입자의 타원운동 속도가 빨라져서 구조물에 미치는 파력이 커지는데, Fig.4.8과 같은 경우는 파고의 증감에 의한 파력증가라고 볼 수 없다. 이것은 파형의 중첩과정에서 유체입자속도 가 급속하게 증가함으로써 나타나는 현상으로 사료된다. 또한 쇄파점을 지 난 쇄파영역에서도 급격하게 파력이 감소함을 알 수 있는데, 이것 또한 중 첩되었던 파형이 속도차이에 의해 분리됨으로써 파입자의 속도가 급격히 감소함에 기인하는 것으로 생각된다. 이러한 가능성에 대해 알아보기 위해 뒷장에서 파입자의 속도를 측정하는 실험을 실시하였다.

### 4.6 실험값과 수치해석의 과도수파 파력

Fig.10(A)는 CASE 1 파형의 쇄파점에서 측정한 파력의 시간이력을 나 타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 쇄파되는 순간의 파력이 급격하게 증가하 여 순간충격하중으로 작용하고 있음을 알 수 있다. 순간충격 이후에는 구조물의 떨림 현상을 동반하여 파력의 시간이력에 짧은 주기성분을 포함 하고 있다. 그것은 구조물에 순간적인 충격(쇄파력)때문에 생기는 구조물의 자유진동에 의한 힘으로 볼 수 있다.

Fig.4.9는 주파수응답함수(frequency response function)의 퓨리에변환 (fourier transform)형태인 임펄스응답함수(impulse response function)을 나타내고 있다. 이것은 중첩적분(convolution integral)에 의하여 파력의 이 론계산 수행 시 쓰여진다. Fig.4.10(B)는 27.5cm지점에서 직접 측정한 파력 변화량의 시간이력과 임펄스응답함수를 이용하여 계산한 파력의 시간이력 을 나타내고 있다.



Fig.4.9 Impulse Response Function of Wave Force

이에 의하면 실험치에 의한 최대파력이 3182.94g이고, 이론값은 1561.0g으

로 실험값의 반정도 되는 적은 값으로 추정된다. 따라서 선형 계산에 의한 이론값은 쇄파를 동반하는 비선형 현상을 추정하기에는 너무 과소평가를 하게 됨을 알 수 있다.















Fig.4.12 Time History of CASE 3 Wave Force at 27.5cm

- 57 -







Fig.4.14 Time History of CASE 5 Wave Force at 27.5cm

파형	파력(실험)	파력(이론)
CASE 1	3182.94g	1561.0g
CASE 2	2143.83g	1558.5g
CASE 3	1671.26g	1574.7g
CASE 4	1431.46g	1554.8g
CASE 5	1268.46g	1494.6g

Table 4.3 실험과 이론의 파력



Fig.4.15 Comparing Wave load of experiment & numerical

또한 Fig.4.11에서 Fig.4.14까지는 쇄파현상이 일어나지 않는 과도수파 (CASE 2, CASE3, CASE4, CASE5)의 실험값과 이론값을 그래프로 나타 이론값의 최대파력에 대해서 내었다. 실험값과 비교하면. CASE 2-Experiment=2143.83g 이고CASE 2-Numerical=1588.5g 으로 CASE 2역 시 쇄과현상이 일어나지는 않지만 비선형성이 강하면서 wave steepness 크기 때문에 현저하게 낮게 평가되어졌고, CASE 3-Experiment=1671.26g, CASE 3-Numerical=1574.7g, CASE 4-Experiment=1431.46g, CASE 4-Numerical=1554.8g 그리고 CASE 5-Experiment =1268.46g, CASE 5-Numerical=1494.6g 으로 비선형성이 클 때는 실험값에 비해 이론값이 과소평가되는 경향이 있다가 비선형성은 강하지만 wave steepness가 작아 질수록 실험값에 비해 이론값이 과대평가 되는 경향을 보여준다. 하지만 그 차이는 미소하기 때문에 비선형파라고 하더라도 wave steepness가 작 으면 포텐셜 이론으로서 이론적 접근이 가능하다는 결과를 보여주고 있다.

## 4.7 과도수파중의 파력비교

Fig.4.16은 5가지의 과도수파를 재현했을 때의 최대 파면 상승량을 나타 낸다. CASE 1은 쇄파현상을 동반한 경우이고 CASE 2의 최대파면 상승량 은 CASE 1과 그다지 차이가 없지만 쇄파현상은 발생되지 않으며 CASE 3,4,5는 점진적으로 최대파면 상승량이 감소하는 경우이다. Fig.4.17은 각 과 도수파중의 최대파력을 나타낸 것이다. 이에 의하면 CASE 1과 CASE 2에 서 최대파면 상승량의 변화량에 비하여 최대파력의 변화가 크게 나타남을 알 수 있다. 그리고 CASE 2에서 CASE 3,4,5 의 파력의 변화량은 최대파면 상승량의 차이에 비하여 파력의 감소량이 현저하게 줄어드는 것을 알 수 있다. 이는 쇄파에 의한 파력의 상승량이 두드러지는 것을 보여주고 있다.



Fig.4.16 Maximum Wave Elevations in Various Transient Waves



Fig.4.17 Maximum Wave Forces in Various Transient Waves

## 4.8 규칙파중의 파력

여기서는 쇄파를 동반한 과도수파(CASE 1)를 설계파 개념으로 파고, 파 장, 파주기를 동일하게 산정한 규칙파를 재현하여 실험을 수행하고, 이를 쇄파중의 결과와 비교한다. Fig.4.8(A)는 규칙파중 파력의 시간이력을 나타 내며 이에 의하면 최대파력의 평균치는 1920g 이다. 이는 쇄파시의 최대파 력(3182.94g)과 비교해보면 쇄파가 일어날 경우의 파력이 설계파의 파력에 비해 약 1.66배 정도 크게 나타남을 알 수 있다. Fig 4.18(B)는 규칙파의 파강제력을 이론적으로 추정한 값을 나타낸 것으로, 실험치와 비교하여 최 대파력이 다소 적은 값인 1678g으로 측정되었다. 이는 역시 규칙파일지라 도 비선형성이 강한 대파고를 가질 경우에는 오차를 수반하지만 개략적인 추정은 가능하다고 판단된다.



Fig.4.18 Wave Force in Regular Wave(A ~ B)

## 4.9 CASE 1과 규칙파의 유체입자 속도

여기서는 쇄파중의 유체입자속도가 어떻게 분포하는지 규칙파 및 이론값 과 비교하여 조사하였다. 규칙파는 쇄파를 동반한 과도수파와 같은 파고 및 주기를 가지며, 정지수면 위 5cm부터 하방 29cm까지 2cm간격으로 수 평속도를 측정하였다. Fig.4.19에 나타난 바와 같이 수면하1cm점을 전환점 으로 유체입자의 속도가 상방향으로 갈수록 CASE 1(쇄파형)이 크게 되어 본 실험장치로는 측정할 수 없는 정지수면 위 5cm이상으로 가게 되면 쇄 파중의 수평속도가 보다 크게 될 것으로 추정된다. 점선 및 실선으로 나타 낸 것은 이론 계산치로 각각 stokes 1차(선형파) 및 2차파를 나타내고 있 다. 이에 의하면 CASE 1(transient wave) 규칙파 모두 wave steepness(파 고/파장)=약0.105 로서 매우 크기 때문에 본 이론치와는 파정부에서 오차 를 수반한다는 것을 알 수 있다.



Fig.4.91 Horizontal Velocity Profile of Particle

## 5. 결과 및 고찰

### 5.1 결과

- (1) 쇄파하는 과정에서 파형발달 영역과 쇄파점에서 최대파면 상승량은 거
  의 비슷하지만 Fig.4.78을 보면 쇄파점에서 파력이 확연하게 커지는 것
  을 알 수 있다.
- (2) 같은 파고와 파장을 가지는 규칙파와 과도수파중의 최대파력을 비교할
  때 과도수파의 쇄파점에서의 파력이 규칙파의 최대파력보다 1.66배 크
  게 나타난다.
- (3) 최대파면 상승량을 달리하는 과도수파중의 파력은 최대 파면상승량이
  비슷할지라도 쇄파될 경우, 파력이 확연하게 증가한다는 것을 Fig.4.86
  과 Fig.4.87을 통해 알 수 있다.
- (4) 쇄파를 동반한 과도수파와 규칙파의 유체입자의 수평속도를 관측한 결과 파정부에서 과도수파의 수평속도가 크게 나타날 것으로 추정되어 이것이 파력 상승의 원인의 하나로 사료된다.

#### 5.2 고찰

(1) 실험에서 알 수 있듯이 같은 파고와 파장, 주기를 가질지라도, 쇄파현 상이 일어날 경우와 쇄파가 일어나지 않을 경우 파력의 차이가 1.66배 차이가 나타나고 있는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 한가지의 파경 사를 갖는 쇄파에 대해서는 실험을 하였는데, 만약 여러종류의 쇄파현 상에 대해 연구 한다면 본 실험값보다 파력이 더 상승할 수 있는 개연 성은 충분히 존재 한다고 할 수 있다. 이에 본연구의 실험결과는 아주 미미한 것이라고 할 수 있지만 실험을 통한 파력의 정량적 비교로서 쇄파력에 대한 위험성과 이해를 돕고 해양구조물 설계 시 이점을 착안 하여 반영할 필요성이 있다는 것에 대해 말하고 싶다.
(2) 또한 쇄파현상처럼 비선형을 동반하는 파형에 대해서는 이론값과 실험 값이 크게 차이가 난다. 따라서 쇄파현상의 이론을 정립하는 것이 중 요한 과제인데, 이것은 많은 실험을 통해서 쇄파의 wave kinematic를 다양한 경우에 대해서 정립하고 이에 맞게 이론을 정립하는 작업이 필 요할 것이다.

- 참 고 문 헌
- S. K. Chakrabarti.(1984). "Hydrodynamics of offshore structures" pp  $41 \sim 74$
- D. E. Newland.(1993)."Random vibrations, spectral and wavelet analysis" pp 53~66
- 이 창 호.(1988). "不規則波中의 引張繫留拭 海洋構造物의 非線型 應答 解析" pp 59~129
- 손 경 호.(1988). "해양파 역학" pp 1~110
- 오 태 원.(2003). "Spar의 동적 거동에 대한 실험적 연구" pp 27~49
- Minoo H Patel. "Dynamics of Offshore Structures" pp 1~36
- FOLF H. SABERSKY.(1989). "FLUID FLOW" pp 193~226
- Transnational College of LEX.(2003). "파동의 모험" pp 3~391
- Trim, Konald W.(1989). "APPLIED PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS" pp 69~122, 169~244
- N. D. P. Barltrop, A. J. Adams.(1991). "DYNAMICS OF FIXED MARINE STRUCTURES" pp 7~74, 148~168