

공학석사 학위논문

비선형 PI 제어기를 이용한  
탱크 시스템의 수위제어

Level Control of Water Tank Systems Using  
Nonlinear PI Controller

지도교수 소 명 옥

2015년 2월

한국해양대학교 대학원

해양군사학과 장 진 환

본 논문을 장진환의 공학석사 학위논문으로 인준함.



2014년 12월 8일

한국해양대학교 대학원

# 목 차

List of Tables .....	iv
List of Figures .....	v
Nomenclature .....	vii
Abstract .....	ix
1. 서 론 .....	1
1.1 연구배경 및 동향 .....	1
1.2 연구내용 및 구성 .....	2
2. 수조 시스템의 모델링 .....	3
2.1 수조 시스템 .....	3
2.2 수조 시스템의 파라미터 .....	7
3. PID 제어기 설계 .....	9
3.1 선형 PID 제어 .....	9
3.1.1 P 제어 .....	9
3.1.2 I 제어 .....	11
3.1.3 D 제어 .....	12
3.1.4 PI 제어 .....	13
3.1.5 PD 제어 .....	14
3.1.6 PID 제어 .....	15
3.2 PID 제어기 파라미터 동조 .....	16
3.2.1 Ziegler-Nichols 동조법 .....	17

3.2.2 IMC 동조법 .....	20
3.2.3 Cohen-Coon 동조법 .....	21
3.3 비선형 PI 제어기 설계 .....	22
3.3.1 비선형 PI 제어기 구조 .....	23
3.3.2 비선형 PI 제어기 이득 .....	24
<b>4. 시뮬레이션 및 고찰 .....</b>	<b>27</b>
4.1 서브 모델 MD1 시스템의 제어 응답 .....	27
4.1.1 FOPTD 시스템 응답 .....	27
4.1.2 제어시스템 응답 비교 .....	28
4.2 서브 모델 MD2 시스템의 제어 응답 .....	31
4.2.1 FOPTD 시스템 응답 .....	31
4.2.2 제어시스템 응답 비교 .....	32
4.3 서브 모델 MD3 시스템의 제어 응답 .....	36
4.3.1 FOPTD 시스템 응답 .....	36
4.3.2 제어시스템 응답 비교 .....	37
<b>5. 결 론 .....</b>	<b>41</b>
참고문헌 .....	42
감사의 글 .....	44

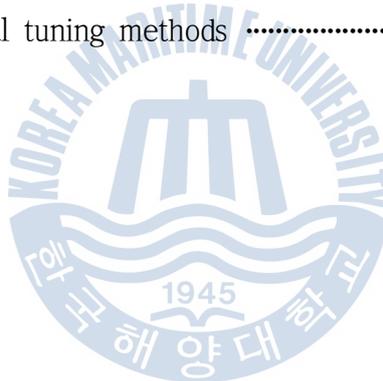
## List of Tables

<b>Table 2.1</b>	Specifications of tank model .....	8
<b>Table 2.2</b>	Specifications of tank system with control valve .....	8
<b>Table 3.1</b>	PID tuning rules by the open-loop method .....	18
<b>Table 3.2</b>	PID tuning rules by the closed-loop method .....	19
<b>Table 3.3</b>	PID tuning rules by the IMC method .....	21
<b>Table 3.4</b>	PID tuning rules by the Cohen-Coon method .....	22
<b>Table 4.1</b>	Controller parameters for MD1 .....	28
<b>Table 4.2</b>	Performances for MD1 .....	31
<b>Table 4.3</b>	Controller parameters for MD2 .....	32
<b>Table 4.4</b>	Performances for MD2 .....	35
<b>Table 4.5</b>	Controller parameters for MD3 .....	37
<b>Table 4.6</b>	Performances for MD3 .....	40

## List of Figures

Fig. 2.1 Single water tank .....	4
Fig. 2.2 Block diagram of the linearized plant .....	5
Fig. 2.3 Block diagram of water level control system .....	6
Fig. 2.4 Tank level control system .....	7
Fig. 3.1 The proportional Band .....	10
Fig. 3.2 Integral control action .....	12
Fig. 3.3 Derivative control action .....	13
Fig. 3.4 Proportional-Integral control action .....	14
Fig. 3.5 Proportional-Derivative control action .....	15
Fig. 3.6 Proportional-Integral-Derivative control action .....	16
Fig. 3.7 Step response of system .....	17
Fig. 3.8 Closed-loop control system with proportional gain .....	18
Fig. 3.9 Response curve and ultimate period .....	19
Fig. 3.10 Closed-loop control system of the IMC .....	20
Fig. 3.11 Response curve for the unit step input .....	22
Fig. 3.12 Proposed N-PI control system .....	24
Fig. 3.13 $N_p(e)$ shapes to changes of $a_p$ and $c_p$ .....	25
Fig. 3.14 $N_i(e)$ shapes to changes of $c_i$ .....	26
Fig. 4.1 Verification of FOPTD estimation model for MD1 .....	27
Fig. 4.2 Step response and control input for MD1 using N-PI controller .....	29
Fig. 4.3 Step responses and control inputs for MD1 using conventional tuning methods .....	30
Fig. 4.4 Verification of FOPTD estimation model for MD2 .....	32

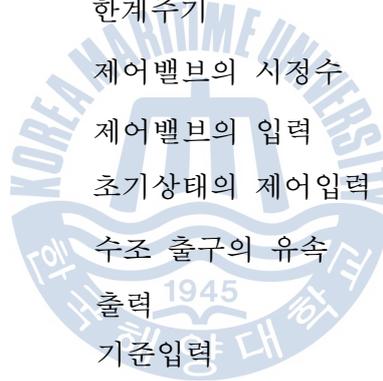
<b>Fig. 4.5</b> Step response and control input for MD2 using N-PI controller .....	33
<b>Fig. 4.6</b> Step responses and control inputs for MD2 using conventional tuning methods .....	34
<b>Fig. 4.7</b> Verification of FOPTD estimation model for MD3 .....	36
<b>Fig. 4.8</b> Step response and control input for MD3 using N-PI controller .....	38
<b>Fig. 4.9</b> Step responses and control inputs for MD2 using conventional tuning methods .....	39



## Nomenclature

$A_i$	수조의 단면적
$a_p$	$N_p$ 의 깊이를 결정하는 매개변수
$c_i$	$N_i$ 의 폭을 결정하는 매개변수
$c_p$	$N_p$ 의 폭을 결정하는 매개변수
$D$	수조 출구 측 배관에서의 유출 저항
$e$	목표치와 현재 출력과의 오차
$G_m, G_p$	전달함수
$G_{ti}$	수조의 전달함수
$G_v$	제어밸브의 전달함수
$g$	중력 가속도
$H$	수조의 수위
$K$	정상이득
$K_a$	제어밸브의 이득
$K_p, K_i, K_d$	PID 제어기의 비례, 적분, 미분 이득
$K_u$	한계이득
$K_v$	제어밸브의 이득
$L$	시간지연
$MD_i$	수조 시스템 모델
$M_p$	퍼센트 오버슈트
$N_p$	매개변수( $a_p(\geq 1)$ , $c_p(>0)$ )를 갖는 비선형 함수

$PB, PB_i$	제어기의 비례대
peak	최대 오버슈트
$Q_i$	수조의 유입 유량
$Q_o$	수조의 유출 유량
$R_o$	수조 출구의 유체 저항
$T$	시정수
$T_i, T_d$	적분, 미분 시간
$T_r$	상승시간
$T_s$	2% 정정시간
$T_u$	한계주기
$T_v$	제어밸브의 시정수
$u$	제어밸브의 입력
$u_o$	초기상태의 제어입력
$V_o$	수조 출구의 유속
$y$	출력
$y_r$	기준입력



# Level Control of Water Tank Systems Using Nonlinear PI Controller

*Jang, Jin-Hwan*

*Department of Naval Study, Graduate School  
Korea Maritime and Ocean University*

## Abstract

With the recent sophistication of industry, a lot of complicated and elaborate control techniques have been developed and widely used in various industrial processes. An existing PID controller with adjustable parameters of proportional gain, integral gain, and derivative gain can be relatively easily operated by onsite engineers due to its simple structure, and thus has been widely used.

However, tuning the parameters of a controller so that a linear PID (L-PID) controller can have appropriate control performance is not easy. If the gain of a controller is increased to shorten the response time, overshoot increases, nonlinear saturation motion of the control valve is induced, and the control system becomes unstable. On the other hand, if the gain of a controller is decreased to reduce overshoot, the response time becomes longer, and thus satisfactory control performance cannot be obtained.

To maintain a constant desired water level of the water tank system examined in this study, the inflow rate needs to be adjusted by appropriately controlling the valve installed at the inflow pipeline considering the outflow rate. For an inflow valve, a servo valve operated by a motor is generally used, and the valve has a large time constant and thus has a slow response characteristics for the changes in the set point. Accordingly, it includes the

fundamental limitation of a linear PID controller mentioned earlier.

To improve this, various studies that implement the gain of controller introducing a nonlinear element into a structure of linear PID controller have been performed. In most cases, a method in which an error is used after scaling nonlinearly and a method in which the gain of a controller is implemented as a nonlinear function have been studied.

In this study, a nonlinear PI (N-PI) controller that introduced nonlinear proportional gain and nonlinear integral gain into a structure of linear PI controller depending on the changes in the error was proposed. In the case of the proportional gain and integral gain of the N-PI controller, a simple nonlinear function was used so that they could change during operation depending on the changes in the size of the error. For the nonlinear proportional gain, the value was nonlinearly controlled so that it would become large when the error was large and would become small when the error was small after the response had reached a steady state. For the nonlinear integral gain, when the absolute value of the error was large, the integral gain value was decreased to prepare for the occurrence of overshoot; and when the absolute value of the error was small, the integral gain value was increased to reduce the steady-state error. The water tank selected as the control target was mathematically modeled, and the parameters were obtained through experiments at a water level of 5 cm, 10 cm, and 15 cm, respectively.

To examine the performance of the N-PI controller proposed in this study, simulation was performed by applying the proposed controller to a water tank system; and the superiority of the N-PI controller to linear PID controllers despite the absence of derivative control was demonstrated by comparing its response characteristics with those of the existing methods: the Z-N tuning method, the IMC tuning method, and the C-C tuning method.

# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구배경 및 동향

오늘날 산업이 고도화되면서 복잡하고 정교한 제어기법들이 많이 개발되어 여러 가지 산업공정에 폭 넓게 이용되고 있다. 기존의 PID 제어기는 조정 가능한 파라미터로 비례이득, 적분이득 및 미분이득을 가지고 있고 그 구조가 간단하여 현장 기술자들이 비교적 쉽게 조작할 수 있기 때문에 여전히 많이 사용되고 있다[1].

그러나 기존의 선형 PID(L-PID: Linear PID) 제어기가 적절한 제어성능을 발휘하도록 제어기의 파라미터를 동조하는 것이 쉽지는 않다. 응답속도를 빠르게 하기 위해 제어기의 이득을 크게 하면 오버슈트가 증가하고 제어밸브의 비선형 포화 동작을 유발할 뿐만 아니라 제어시스템을 불안정하게 하는 요인이 되기도 한다. 반대로 오버슈트를 줄이기 위해 제어기의 이득을 감소시키면 응답속도가 느려지는 상반관계가 발생하여 만족할 만한 제어성능을 얻지 못하게 된다[3-4].

본 논문에서 다루는 수조 시스템의 수위를 원하는 특정 수위로 일정하게 유지하기 위해서는 유입관로에 설치되어 있는 유입밸브를 유출 유량에 따라 적절히 조작하여 유입 유량을 조절해야 한다. 실제 산업현장에 적용되는 수조 시스템도 대부분 기존의 선형 PID 제어기를 사용하여 유입밸브의 개도를 제어하고 있다. 보통 유입밸브는 모터에 의해 구동되는 서보밸브가 이용[7-8]되고 있는데 밸브의 시정수가 크기 때문에 설정값 변경에 대해 응답속도가 느린 특성을 보이고 있어 앞서 언급한 PID 제어기의 근원적인 한계를 내포하고 있다[2].

이를 개선하기 위해 기존의 선형 PID 제어기에 비선형 요소를 도입하여 온라인으로 변경하는 다양한 연구들이 수행되어 왔다. 주로 오차를 비선형적으로 스케일링한 후 사용하는 방법[5-6]과 제어기의 이득을 비선형 함수로 구현하는 방법[7-10]으로 연구되어 왔다. 본 논문은 표준형 PI 제어기의 구조에 오차의 변화에 따라 제어기의 이득을 비선형 함수로 구현하는 후자의 방식을 적용한다.

## 1.2 연구내용 및 구성

본 논문은 기존의 선형 PI 제어기의 구조에 비선형 비례이득 및 비선형 적분이득을 도입한 비선형 PI(N-PI: Nonlinear PI) 제어기를 제안한다. 이를 위해 N-PI 제어기의 비례이득과 적분이득은 동작 중 오차의 크기 변화에 따라 수시로 변화하고 쉽게 구현이 가능하도록 단순한 형태의 비선형 함수를 사용한다. 제어 대상으로 선정한 물탱크는 수학적으로 모델링한 후 5cm, 10cm, 15cm의 수위별로 실험을 통해 그 파라미터를 구하였으며 이때 탱크의 단면적은 수위에 관계없이 일정한 것으로 하였다.

본 논문에서 제안하는 N-PI 제어기의 성능을 확인하기 위하여 수조 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 실시하며, 기존의 방법인 Z-N 동조법[11], IMC 동조법[12], C-C 동조법과 그 응답특성을 비교하여 비록 미분제어를 사용하지 않음에도 기존의 선형 PID 제어기에 비해 N-PI 제어기의 우수성을 입증하고자 한다.

본 논문은 모두 5장으로 구성되어 있다. 제1장은 서론이며 제2장에서는 수조 시스템을 수학적으로 모델링하고 그 파라미터를 실험을 통해 구하였으며, 제3장에서는 기존의 선형 PID 제어기의 개괄적인 내용과 PID 제어기의 파라미터 동조법에 대해 알아본다. 그리고 본 논문의 핵심인 비선형 비례이득 및 비선형 적분이득을 가지는 N-PI 제어기를 제안한다. 제4장에서는 제3장에서 제안한 N-PI 제어기를 수조 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 실시하고, 기존의 방법과 비교하여 그 유효성을 검증한다. 마지막으로 제5장에서는 결과와 고찰을 바탕으로 최종적인 결론을 요약한다.

## 제 2 장 수조 시스템의 모델링

### 2.1 수조 시스템

발전소, 선박, 플랜트 등과 같은 산업공정에서 수조의 액위(level)를 일정하게 유지하는 것은 매우 중요한 일이다. 실제 공정에서는 단일 수조, 이중 수조, 원추형 수조 등 매우 다양한 종류의 수조 시스템이 있으며, 이러한 수조 시스템의 목적은 일정한 수위를 유지하는 것이다. 유출 유량이 변하더라도 원하는 특정 수위를 일정하게 유지하기 위해서는 유입관로에 설치되어 있는 유입밸브를 유출 유량에 따라 적절히 조작하여 유입 유량을 조절해야 한다. 그리고 유출량 변화뿐만 아니라 온도변화 등의 외란이 존재하는 환경 하에서 일정 수위를 유지해야 한다.

본 논문에서는 이러한 수조 시스템의 수위를 원하는 특정 수위로 제어하기 위해 높이에 관계없이 단면적이 일정한 단일 수조 시스템을 고려한다.

먼저 단일 수조의 초당 유입유량과 초당 유출유량의 변화에 의해 표현되는 탱크의 수위 시스템을 모델링한다. 이때 탱크의 초당 유입유량을  $Q_i$ , 초당 유출유량을  $Q_o$ , 탱크의 수위를  $H$ , 탱크의 단면적을  $A_i$ , 탱크 출구 측 배관에서의 유출저항을  $D$ 로 정의한다.

만약 초당 유입유량  $Q_i$ 와 초당 유출유량  $Q_o$ 가 같다면 탱크의 수위  $H$ 는 일정하게 평형상태를 이룬다. 이때 초당 유입유량  $Q_i$ , 초당 유출유량  $Q_o$ , 출력 수위  $H$ 와의 관계에 대하여 단일입력 단일출력(SISO: Single Input Single Output) 시스템으로 모델링한다[2].

Fig. 2.1과 같은 탱크에서 유출 유량이 변화되면 초당 유입량과 초당 유출량의 차가 생기고, 이 차에 시간을 곱하면 탱크 내 액체의 체적 변화가 된다. 탱크의 단면적이 일정하므로 탱크 내 액체의 체적변화량은 단면적에 수위의 변화량을 곱하면 된다. 유입량과 유출량의 차이로 인한 탱크 내 액체의 체적변화는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$(Q_i - Q_o)dt = A_i dH \quad (2.1)$$

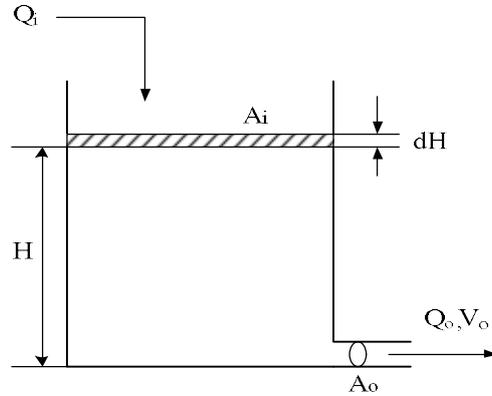


Fig. 2.1 Single water tank

위 식에서 단면적  $A_i$ 와 시간 변화  $dt$ 를 양 변에 나누어 다음과 같이 1차 미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{A_i}(Q_i - Q_o) \quad (2.2)$$

베르누이 방정식(Bernoulli's equation)[16]을 이용하면 탱크의 출구 유속은  $V_o = \sqrt{2gH}$ 로 나타낼 수 있고, 여기에 탱크의 출구 단면적  $A_o$ 를 곱하면 초당 유출유량(flow rate, [cm<sup>3</sup>/s])이 된다. 따라서 초당 유출량  $Q_o$ 는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_o = A_o \sqrt{2gH} \quad (2.3)$$

밸브를 통과하거나 관로를 흐르는 유체는 관로 표면과의 마찰로 저항을 받으며 유체가 흐르는 단면적이 작을수록 저항이 증가한다. 유체가 흐를 때 발생하는 마찰저항은 관로 단면적이 축소되는 오리피스(orifice)로 나타낼 수 있으며 오리피스 단면적이 작을수록 마찰저항이 크게 된다. 유체저항을 갖는 오리피스에서는 일정한 유량이 흐를 때 압력 차가 발생하는데 층류의 경우 유체저항  $R_o$ 는 단위유량변화에 대한 액위 차의 변화로 정의할 수 있다[16].

수조 시스템에서는 탱크 출구의 작은 구멍이 오리피스역의 역할을 하므로 유체저항  $R_o$ 을 다음과 같다.

$$R_o = \frac{\text{Water level[m]}}{\text{Flow rate[m}^3\text{/s]}} = \frac{H}{Q_o} \quad (2.4)$$

식 (2.4)를 식 (2.2)에 대입하면 탱크의 초당 유입량에 따른 탱크의 수위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{H} = -\frac{1}{A_i R_o} H + \frac{1}{A_i} Q_i \quad (2.5)$$

여기서  $Q_i$ 는 탱크 외부에서 유입되는 초당 유량,  $R_o$ 는 탱크 출구 측의 유체저항,  $H$ 는 탱크의 수위이다.

탱크에 유입되는 유체의 유량을 결정하는 유량제어밸브는 일반적으로 동력전달 요소의 감속비와 밸브 부분의 마찰저항이 커서 식 (2.6)과 같이 1차 선형모델로 표현할 수 있다.

$$\dot{Q}_i = -\frac{1}{T_v} Q_i + \frac{K_v}{T_v} u \quad (2.6)$$

여기서  $u$ 는 제어밸브의 입력 신호,  $K_v$ 는 제어밸브의 이득[cm<sup>3</sup>/s · V],  $T_v$ 는 제어밸브의 시정수[s]를 의미한다.

식 (2.5)와 식 (2.6)으로부터 탱크와 제어밸브를 포함한 블록선도는 다음과 같다.

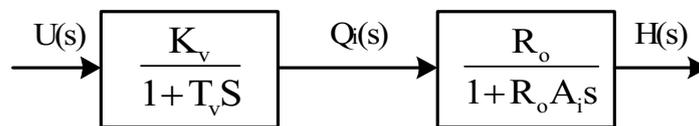


Fig. 2.2 Block diagram of the linearized plant

제어대상인 수조 시스템의 블록선도에서 제어입력  $u$ 에 대한 탱크 수위  $H$ 의

전달함수를 구하면 식 (2.7)과 같다.

$$\frac{H(s)}{U(s)} = \frac{R_o K_v}{R_o A_i T_v s^2 + (R_o A_i + T_v) s + 1} \quad (2.7)$$

Fig. 2.2의 블록선도와 식 (2.7)로부터 상태변수를  $x_1 = H$ ,  $x_2 = \dot{H}$ 로 정의하고, 상태변수 방정식으로 나타내면 다음과 같다[13-14].

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.8)$$

$$y = \mathbf{Cx}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{R_o A_i T_v} & -\frac{(R_o A_i + T_v)}{R_o A_i T_v} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R_o K_v}{R_o A_i T_v} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0]$$

여기서  $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [H \quad \dot{H}]^T \in \mathbf{R}^2$ 는 상태벡터,  $u \in \mathbf{R}^1$ 는 제어입력,  $y \in \mathbf{R}^1$ 는 출력을 의미한다.

Fig. 2.2에 제어를 포함시킨 전체 수조 제어시스템의 블록선도는 Fig. 2.3과 같고 Fig. 2.4는 제어시스템의 개략도를 나타낸다.

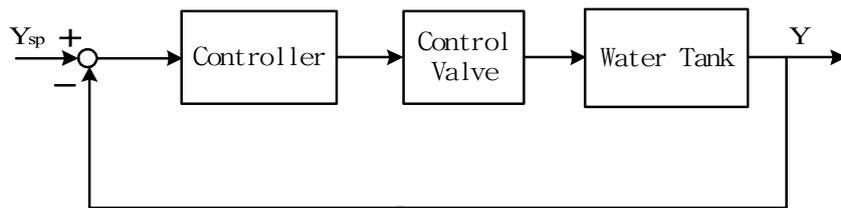


Fig. 2.3 Block diagram of water level control system

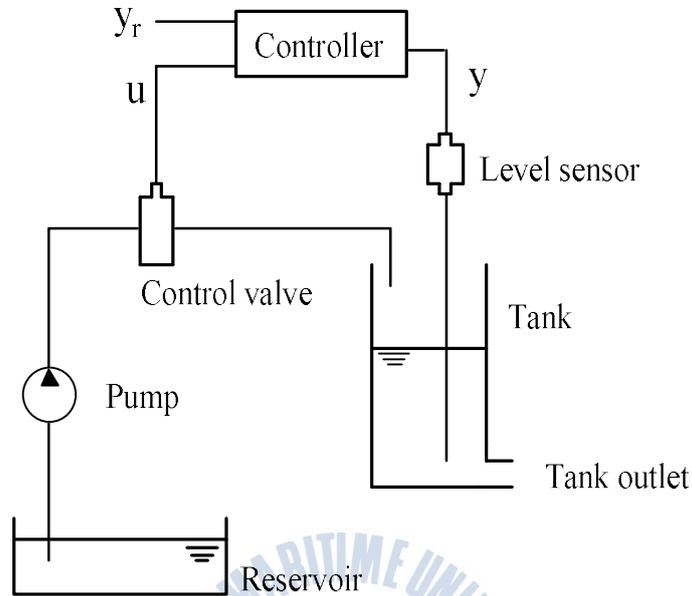


Fig. 2.4 Tank level control system

수조 시스템에 사용되는 제어기는 여러 가지 종류의 제어기를 생각할 수 있으나 본 논문에서는 PI 제어기를 고려하기로 한다.

## 2.2 수조 시스템의 파라미터

본 논문에서는 탱크의 수위에 따라 유출량이 비선형적으로 변하므로 정상상태의 수위가 각각 5[cm], 10[cm], 15[cm]인 경우로 구분하여 수조 시스템의 파라미터인 시정수와 정상이득을 구하며 이 세 개의 모델을 각각 간단히 MDi(i=1,2,3)라 표현하기로 한다.

탱크의 모델은 2.1절에서 살펴본 바와 같이 1차 지연 전달함수 형태로 나타나는데 실험을 통해 얻은 수위에 따른 시정수와 정상이득은 Table 2.1과 같다[2].

Table 2.1 Specifications of tank model

Parameters Tank model	Time constant [s]	Gain
$G_{t1}(s)$	78	0.39
$G_{t2}(s)$	148	0.75
$G_{t3}(s)$	218	1.10

한편, 제어밸브의 전달함수도 2.1절에서 살펴본 바와 같이 1차 지연 전달함수로 표현되며, 수위변화와는 무관하므로 조작기인 제어밸브의 시정수와 정상이득은 일정하다. 실험을 통해 얻은 제어밸브의 시정수는 6.5, 이득은 3.12 이다. 제어밸브의 전달함수  $G_v$ 와 각 수위에 따른 탱크의 전달함수  $G_{ti}(i=1,2,3)$ 를 정리하면 Table 2.2와 같다[2].

Table 2.2 Specifications of tank system with control valve

전달함수 수위	제어밸브 $G_v(s)$	탱크 $G_{ti}(s)$
서브 MD1(5cm 모델)	$G_v(s) = \frac{3.12}{1 + 6.5s}$	$G_{t1} = \frac{0.39}{1 + 78s}$
서브 MD2(10cm 모델)		$G_{t2} = \frac{0.75}{1 + 148s}$
서브 MD3(15cm 모델)		$G_{t3} = \frac{1.10}{1 + 218s}$

## 제 3 장 PID 제어기 설계

### 3.1 선형 PID 제어

PID(Proportional-Integral-Derivative) 제어기는 현재까지도 실제 산업 현장에서 가장 흔하게 사용되는 제어기로 시스템의 출력과 기준 입력 사이의 오차에 근거하여 제어기의 출력값이 결정되는 피드백 제어기의 일종이다. PID 제어기는 그 이름에서 알 수 있듯이 비례(Proportional), 적분(Integral) 및 미분(Derivative) 동작이 결합된 제어기로서 P, PI, PD, PID 등과 같은 다양한 형태로 사용이 가능하다.

일반적으로 사용되는 PID 제어기의 표준형은 식 (3.1)과 같으며 식을 통해 확인할 수 있듯이 각각의 항은 차례로 오차, 오차의 적분, 오차의 미분 형태로 이루어져 있다. 우변에 있는 제1항은 현재의 오차를 증폭하고 제2항은 과거부터 현재 시간까지의 누적된 오차를 증폭하며 제3항은 오차의 미분을 증폭한다.

$$u_{PID}(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} + u_0(t) \quad (3.1)$$

여기서  $e(t)$ 는 오차신호,  $u_0(t)$ 는 초기상태의 제어입력,  $K_p$ 는 비례이득,  $K_i$ 는 적분이득,  $K_d$ 는 미분이득을 의미한다. 세 동작에 곱해지는 이들 이득의 크기에 따라 제어기의 특성이 크게 달라진다[15].

#### 3.1.1 P 제어

비례(P: Proportional) 제어[17]는 기준신호인 목표값과 현재 출력값과의 차에 해당하는 오차에 적당한 비례이득을 곱해서 제어기의 출력을 만들어내는 것으로 식 (3.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$u_p(t) = K_p e(t) + u_0(t) \quad (3.2)$$

그러나 실제 현장에서는 비례이득  $K_p$ 보다 Fig. 3.1과 같이 제어기 출력의 전

체범위(100%)와 그에 해당하는 오차의 크기와 비를 의미하는 개념인 비례대 (PB: Proportional Band)를 주로 사용한다. 그림에서 알 수 있듯이 PB가 작으면 (PB<sub>3</sub>) 작은 오차 범위에도 제어기의 출력을 모두 사용하는 것이 되므로 민감한 제어기가 되고, 반대로 PB가 크면(PB<sub>1</sub>) 넓은 오차 범위에서 제어기의 전체 출력을 사용하게 되는 것이므로 둔감한 제어기가 된다.

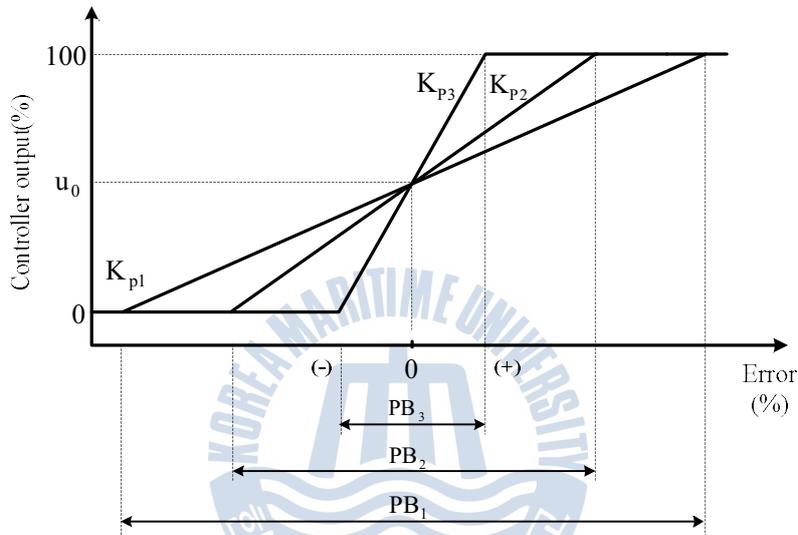


Fig. 3.1 The proportional band

또한, PB는 식 (3.3)과 같이 비례이득의 역수로도 표현할 수 있다.

$$PB = \frac{1}{K_p} \times 100 [\%] \quad (3.3)$$

일반적으로 비례 제어동작은 “0”형 시스템에서 오프셋(off-set)이라고 하는 정상상태상태의 잔류오차가 발생한다. 오프셋은 비례이득  $K_p$ 를 크게(PB를 작게) 하여 오차에 민감한 제어기로 설계하면 작아지지만, 시스템 파라미터의 변화나 데드밴드(dead band)의 존재 등으로 인해 비례동작만으로는 오프셋을 제거하는 것이 불가능하다. 다만, 선박에서 주로 사용되는 공기압식 조작밸브의 경우에는 공기압에 의해 다이어프램(diaphragm)이 동작하게 되는데, 이 동작 과정

자체를 적분 기능으로 볼 수 있으므로 상황에 따라서는 적분동작을 제외한 P 제어기 또는 PD 제어기를 사용하기도 한다.

그러나 일반적으로 P 제어기는 아주 단순한 시스템의 경우를 제외하고는 단독으로 쓰이는 경우가 거의 없으며 다음에서 살펴 볼 적분제어 또는 미분제어와 함께 쓰인다.

### 3.1.2 I 제어

적분(I: Integral) 제어[17]는 오차의 합, 즉 초기시간부터 현재시각까지 오차의 적분 값에 따라 제어기의 출력을 내는 것으로 과거부터 현재까지의 누적 오차가 크면 클수록 제어기는 빠르게 출력 값을 변화시킨다. 앞에서 설명한 것과 같이 비례(P) 제어는 “0”형 시스템(적분 기능이 없는 시스템)에서 오프셋을 발생시키게 되는데 적분제어기는 이를 제거하기 위한 방편으로 주로 사용된다. 이를 위해 식 (3.4)와 같이 오차를 적분하고 적절한 이득을 곱한 값을 제어기 출력으로 선정함으로써 충분한 시간이 경과한 후에는 목표 값에 대한 출력의 오차를 0으로 만드는 것이 가능하다.

$$u_i(t) = K_i \int_0^t e(t) dt + u_o(t) \quad (3.4)$$

제어기 출력은 누적 오차의 크기와 이득  $K_i$ 의 크기에 따라 변화한다. 즉, 누적 오차가 크고 적분이득이 클수록 더 커지게 된다.

오차에 대한 적분 제어기의 동작을 예를 들어 Fig. 3.2에 나타내었다. 그림에서 확인할 수 있듯이 제어기 출력은 동일한 오차에 대해서도 적분이득이 큰 경우( $K_{i1}$ )가 적분이득이 작은 경우( $K_{i2}$ )보다 더 커진다. 또한, 오차의 합이 0이면 적분제어기는 그 당시의 출력상태로 고정되며, 오차의 합이 0이 아니면 출력은 1%의 오차에 대하여  $K_i(\%/sec)$ 의 비율로 출력이 증가 또는 감소한다.

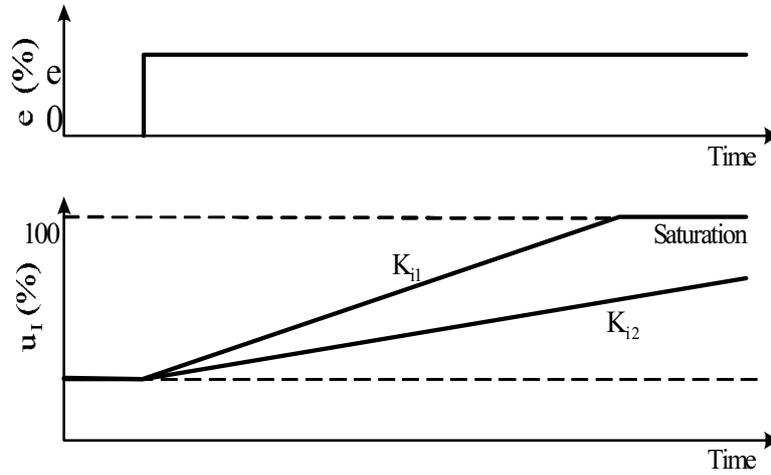


Fig. 3.2 Integral control action

### 3.1.3 D 제어

미분(D) 제어[17]는 오차의 시간적 변화율 즉, 오차의 미분에 따라 출력의 크기를 변화시킨다. 식 (3.5)와 같이 표현되는 미분제어기의 출력은 오차가 일정하면 0이 되므로 단독으로는 사용될 수 없으며 비례제어기나 적분제어기가 함께 결합되어야 한다.

$$u_D(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} + u_o(t) \quad (3.5)$$

미분제어기는 Fig. 3.3과 같이 오차의 변화율(오차의 기울기)에 따라 제어기의 출력이 민감하게 변화할 수 있기 때문에 동적 응답특성이 빠른 시스템에서는 주의 깊게 사용해야 한다. 특히 주파수가 큰 잡음(noise)이 입력에 포함되었을 경우 미분 동작에 의해 잡음이 크게 증폭될 수 있으므로 잡음 차단에 특별한 주의를 해야 한다.

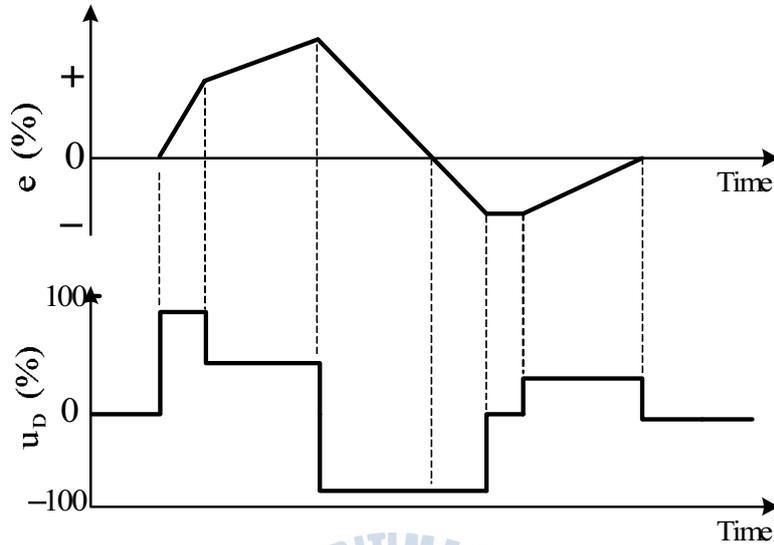


Fig. 3.3 Derivative control action

### 3.1.4 PI 제어

비례적분(PI: Proportional-Integral) 제어[17]는 앞에서 설명한 비례동작과 적분 동작을 결합한 것으로 비례동작의 빠른 속도특성과 적분동작의 오프셋 제거능력 모두를 기대할 수 있다. 이와 같은 특성으로 파라미터가 변화하는 시스템에서도 유용하게 사용할 수 있으며 제어기의 출력은 식 (3.6)과 같다.

$$u_{PI}(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + u_0(t) \quad (3.6)$$

Fig. 3.4는 오차에 대한 PI 제어기의 출력을 예를 들어 나타낸 것으로 그림을 통해 확인할 수 있듯이 오차가 0이면 제어기 출력은 현 시점까지의 적분제어 출력으로 고정된다. 그러나 오차가 0이 아니면 비례항은 오차의 크기를 수정하고, 적분항은 오차의 누적값을 수정하며, 이 두 항의 값을 합산하면 최종적인 PI 제어기의 출력이 된다. 다만, 제어기의 이득값을 잘못 선정하게 되면 제어동작의 특성상 오버슈트(overshoot)를 크게 하고 출력이 정상상태로 수렴하기 전까지 진동을 유발시키는 단점이 있다.

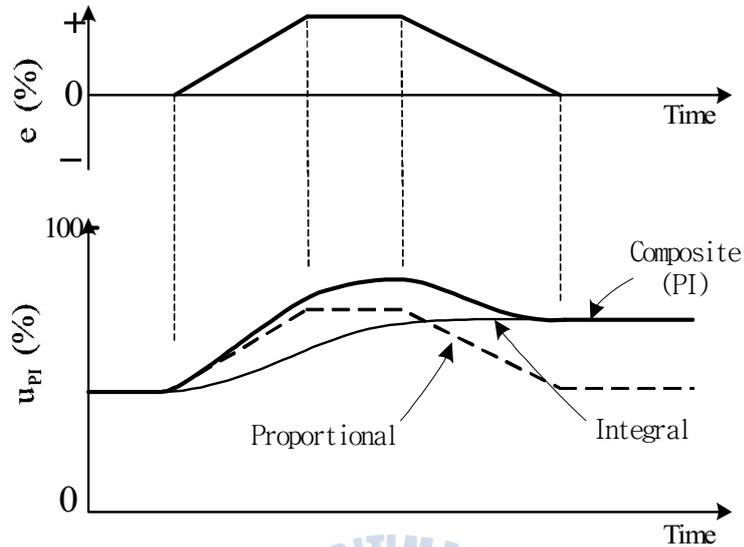


Fig. 3.4 Proportional-Integral control action

### 3.1.5 PD 제어

비례적분(PD: Proportional-Derivative) 제어[17]는 앞에서 설명한 비례동작과 미분동작을 결합한 것이다. PD제어는 오프셋을 제거하지 못하지만 오차의 변화에 의해 신속하게 반응하므로 오프셋이 일정한 허용범위 내에서 발생하는 시스템의 제어에 효과적으로 사용될 수 있다. 제어기의 출력은 식 (3.7)과 같다.

$$u_{PD}(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + u_0(t) \quad (3.7)$$

Fig. 3.5는 변화하는 오차와 오프셋을 갖는 시스템의 PD 제어기 응답을 예를 들어 나타낸 것으로 오차의 변화율, 즉 기울기에 따라 제어기의 출력이 급격히 변화하는 것을 볼 수 있다.

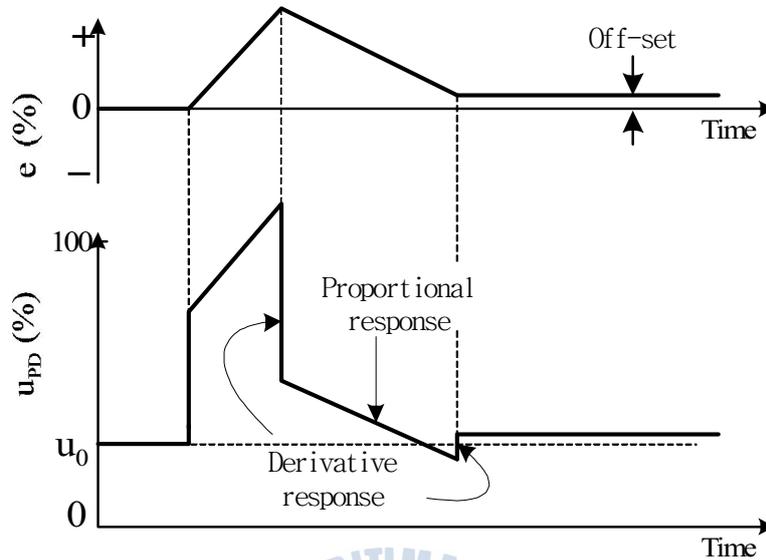


Fig. 3.5 Proportional-Derivative control action

### 3.1.6 PID 제어

비례적분미분(PID: Proportional-Integral-Derivative) 제어[17]는 비례동작, 적분동작, 미분동작의 특성을 조합한 형태로서 빠른 응답을 얻으면서도 오프셋을 효과적으로 제거하여 대부분의 제어 문제에 유용하게 적용될 수 있다. 제어기의 출력은 식 (3.8)과 같고 오차에 대한 제어기 출력을 예를 들어 Fig. 3.6에 나타내었다. 식 (3.8)과 Fig. 3.6을 통해 확인할 수 있듯이 PID 제어기의 출력은 비례동작, 적분동작, 미분동작의 결과를 모두 합한 것이 된다.

또한, 예상할 수 있듯이 PID 제어기는 다른 형태의 제어기보다 조정해야 하는 제어기 파라미터가 3개로 가장 많기 때문에 조정하는데 더 세심한 주의가 필요하다.

$$u_{PID}(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} + u_0(t) \quad (3.8)$$

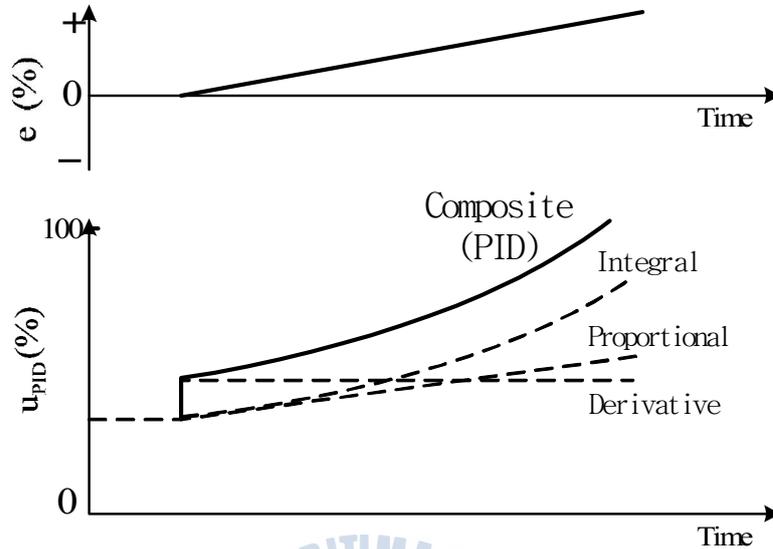


Fig. 3.6 Proportional-Integral-Derivative control action

### 3.2 PID 제어기 파라미터 동조

만약, 제어대상으로부터 정확한 수학적 모델링이 가능한 경우에는 폐루프 시스템의 과도상태와 정상상태의 조건을 만족하는 PID 제어기의 파라미터를 결정하는데 여러 가지 기존의 설계방식을 적용하는 것이 가능하다. 일반적으로 산업현장에서 다루어지는 복잡한 공정제어 시스템들은 고차이면서 비선형적인 동특성을 가지더라도 동작점 부근에서는 시간지연을 갖는 1차 시스템으로 근사화 할 수 있다. 이를 통해 기존의 설계 방법으로 PID 제어기 파라미터를 적절히 선정할 수 있다. 이와 같이 PID 제어기의 세 가지 파라미터의 상대적인 크기를 선정하는 것을 PID 제어기의 동조(tuning)라고 하며, 이 동조의 결과에 따라 PID 제어기의 성능이 결정된다.

PID 제어기의 동조는 제어기 응용 초기부터 많은 연구자의 관심 대상이 되어 온 중요한 문제로 현재까지 매우 다양한 동조 기법이 개발되었으며, 그 방법에 따라 설정되는 PID 제어기의 파라미터 값도 조금씩 다르다.

본 논문에서는 그 중에서 대표적으로 사용되는 몇 가지 동조법과 그 특징에 대해 간단히 살펴보기로 한다.

### 3.2.1 Ziegler-Nichols 동조법

1942년에 Ziegler와 Nichols는 제어대상 플랜트가 나타내는 과도응답의 형태로 부터 PID 제어기의 계수들을 정하는 방법을 제안하였다. Z-N(Ziegler-Nichols) 동조법[11]이라 불리는 이 방법은 변수 모델로 공정을 특성화하지 않는 장점이 있어 PID 제어기 설계 시 기본적으로 많이 사용되고 있다. 동조 방법을 크게 구분하면 오프라인(off-line) 상에서 개루프 응답을 이용하여 수행하는 개루프법과 P 제어기만을 제어대상에 장착한 상태에서 수행하는 폐루프법이 있다.

#### ① 개루프법

이 방법은 계단응답곡선을 이용하는 것으로서 먼저 주어진 플랜트에 단위계 단입력을 인가한 후 플랜트의 출력 상태를 보면서 정상이득 K, 시정수(time constant) T, 시간지연(time delay) L을 얻고, 이를 토대로 PID 제어기의 파라미터를 동조한다. 이 방법은 대상 플랜트에 적분기가 포함되어 있지 않고 주극점이 복소근이 아닌 안정한 시스템에만 적용할 수 있다. 그림 3.7는 개회로 제어 시스템에 단위계단입력을 넣었을 때 그에 대한 응답곡선으로부터 K, T, L을 구하는 것을 보여주며 Table 3.1은 이를 이용해 제어기의 파라미터를 구하는 방법을 나타낸 것이다.

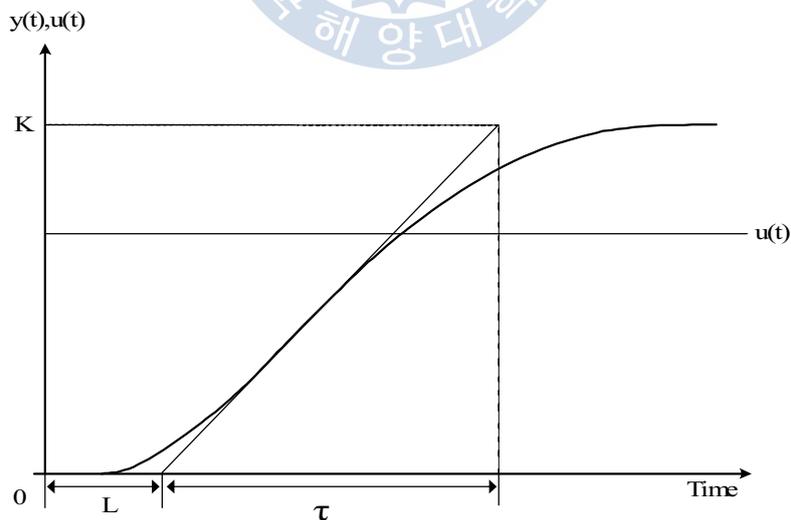


Fig. 3.7 Step response of system

Table 3.1 PID tuning rules by the open-loop method

Parameter Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	$0.9 \frac{T}{KL}$	3.3L	
PID	$1.2 \frac{T}{KL}$	2.0L	0.5L

개루프법은 시스템에 단위계단입력을 넣고 출력곡선을 얻은 다음 이 곡선의 특성계수로부터 PID 제어기의 파라미터를 구할 수 있는 간단한 동조법이다. 그러나 이 방법은 시간지연을 갖는 1차 시스템(FOPTD: First Order Plus Time Delay)으로 근사화할 수 있는 안정한 플랜트에만 적용할 수 있기 때문에 적용범위가 매우 제한되는 단점이 있다. FOPTD 시스템의 전달함수  $G_p(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_p(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls} \quad (3.9)$$

## ② 페루프법

페루프법은 제어대상이 원점에 극점을 갖거나 불안정한 경우에도 적용할 수 있는 방법이다. 이 방법은 개루프법과 달리 Fig. 3.8과 같이 먼저 비례제어기를 가지는 폐회로 시스템을 구성한다.

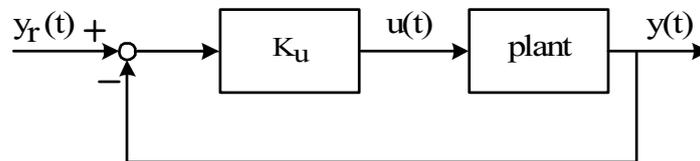


Fig. 3.8 Closed-loop control system with proportional gain

그리고 Fig. 3.9와 같이 제어대상 플랜트의 출력값이 한계진동을 일으킬 때까지

지 비례이득을 증가시킨다. 이때의 이득이 한계이득  $K_u$ 가 되고, 플랜트의 출력이 한계진동을 일으킬 때 측정된 주기가 한계주기  $T_u$ 가 되며 이를 이용해 PID 제어기의 파라미터를 동조하는 방법이다.

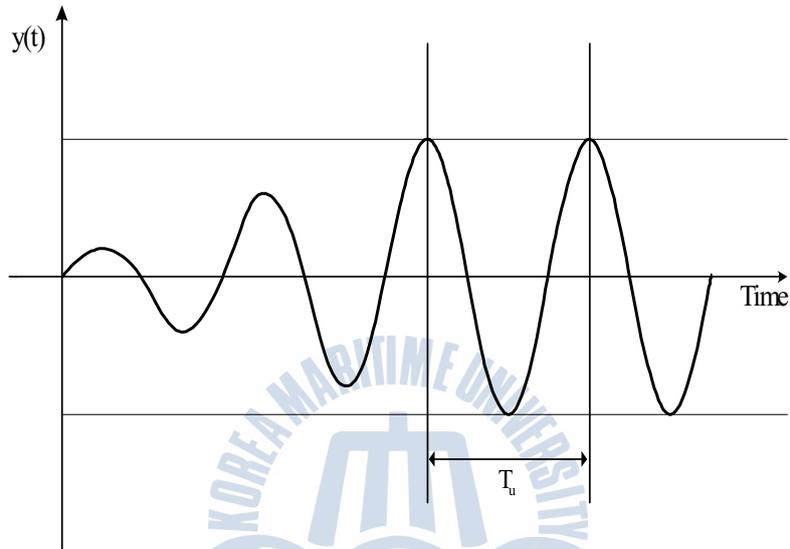


Fig. 3.9 Response curve and ultimate period

Fig. 3.8과 Fig. 3.9의 응답으로부터 한계이득과 한계주기를 구한 후, Table 3.2를 통해 PID 제어기의 파라미터들을 구한다.

Table 3.2 PID tuning rules by the closed-loop method

Parameter Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	$\frac{1}{2.2}K_u$	$\frac{1}{1.2}T_u$	-
PID	$\frac{1}{1.7}K_u$	$\frac{1}{2}T_u$	$\frac{1}{8}T_u$

페루프법은 많은 실험값의 시행착오에 의해 한계이득과 한계주기를 도출하기 때문에 시간이 많이 소비되고, 실제 플랜트에서 이득의 안정한계까지 진동을 유지하는 것에 어려움이 있다.

### 3.2.2 IMC 동조법

이 방법은 내부모델제어(IMC: Internal Model Control) 동조법[12]이며 플랜트 모델을 기반으로 한 방법 중 하나이다.

우선 대상 플랜트를 모델링한 후 이 플랜트 모델을 제어기 구조 내에 플랜트  $P(s)$ 와 병렬로 삽입하고, 필터와 제어를 플랜트와 직렬로 연결하는 구조를 가지고 있다. 이것에 관한 것은 그림 3.10에 나타내었다.

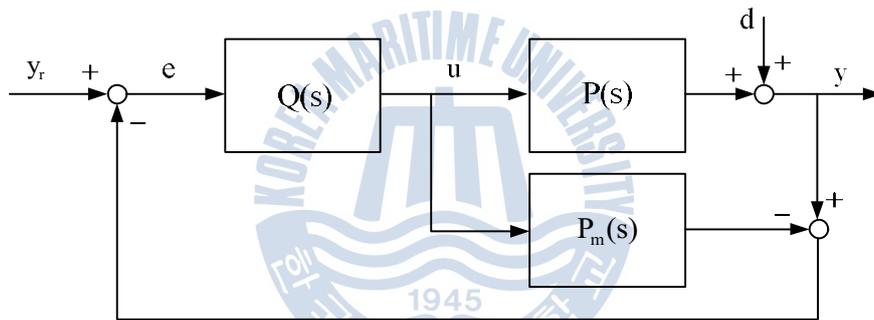


Fig. 3.10 Closed-loop control system of the IMC

이 방법은 개루프제어의 장점과 페루프제어의 장점을 모두 갖출 수 있도록 하기 위해서 제안되었는데, 제어기는 최적 시스템 반응의 성질을 가지도록 설계되어 있다. 이와 같이 설계된 IMC를 PID 제어기의 구조로 바꾸면 PID 제어기의 파라미터를 동조할 수 있다. 이 방법은 플랜트와 모델간의 모델링 오차를 보상할 수 있는 유용한 방법이지만 사용되는 모델은 일반적으로 플랜트보다 저차이며 플랜트의 불안정한 성분을 포함해야 한다는 제한조건을 가진다.

Table 3.3은 IMC 동조법을 나타낸 것이다. 이때 너무 작은  $\lambda$ 를 사용하게 되면 빠른 응답을 얻을 수 있으나 진동하거나 불안정해질 수 있다. 대개 PI 제어기의 경우  $\lambda \geq 1.7L$ 을, PID 제어기의 경우  $\lambda \geq 0.25L$ 을 사용한다.

Table 3.3 PID tuning rules by the IMC method

Parameter Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	$\frac{2T+L}{2\lambda K}$	$T + \frac{L}{2}$	
PID	$\frac{2T+L}{2K(\lambda+L)}$	$T + \frac{L}{2}$	$\frac{TL}{(2T+L)}$

### 3.2.3 Cohen-Coon 동조법

이 방법은 Cohen과 Coon에 의해 제시된 방법이며 Ziegler-Nichols의 개루프방법처럼 1차 시간지연(FOPTD) 모델의 파라미터를 찾는 과정은 동일하나 동조 규칙이 다르다. 아래의 Fig. 3.11과 같이 플랜트 개루프 응답곡선으로부터 변화량이 가장 큰 변곡점에서 접선을 그어 시간 좌표축(x축)과 접선과의 교차점으로부터 시간지연 상수  $L$ 을 측정하고, 시정수  $T$ 는 기울기가 가장 큰 시점과 교차점 사이 간격을 측정하여 구한다.

특히 Z-N 동조법이 프로세스 시정수에 비해 시간지연이 상대적으로 긴 경우에는 정상상태 응답이 느릴 경우가 있는데, C-C(Cohen-Coon) 동조법은 이를 보완하고 있다. 하지만 추정모델 함수를 구하기 위해 정확한 기울기를 구해야 한다는 어려움이 있다. Fig. 3.11과 같은 인디셜(indicial)응답 곡선을 통해서 구한 PID 제어기의 각 파라미터는 Table 3.4와 같다.

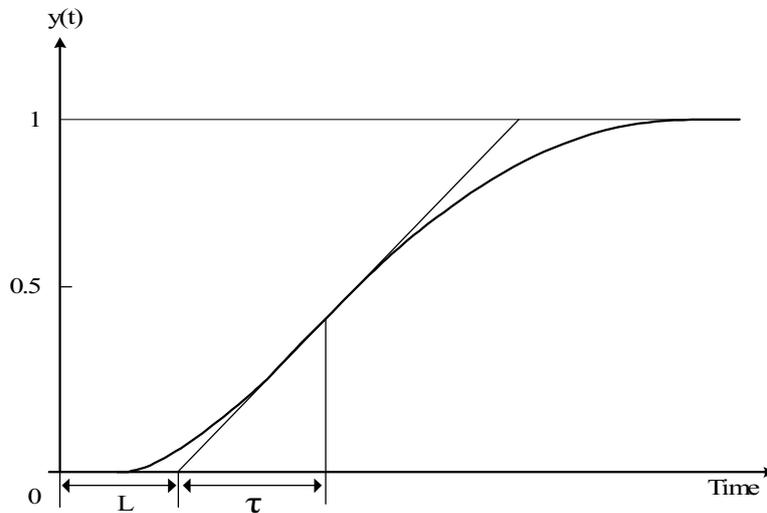


Fig. 3.11 Response curve for the unit step input

Table 3.4 PID tuning rules by the Cohen-Coon method

Parameter Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	$\frac{T}{KL} \left( 0.9 + \frac{1}{12} \frac{L}{T} \right)$	$L \frac{30 + 3 \frac{L}{T}}{9 + 20 \frac{L}{T}}$	-
PID	$\frac{T}{KL} \left( \frac{4}{3} + \frac{1}{4} \frac{L}{T} \right)$	$L \frac{32 + 6 \frac{L}{T}}{13 + 8 \frac{L}{T}}$	$L \frac{4}{11 + 2 \frac{L}{T}}$

### 3.3 비선형 PI 제어기 설계

PID 제어는 목표치와 출력의 오차에 대하여 성능을 결정짓는 중요한 요소인 비례, 적분, 미분의 세 가지 조합된 연산을 통하여 제어기의 출력을 결정하기 때문에 제어기 파라미터의 정확한 동조는 원하는 성능을 얻기 위해 대단히 중요하다. 앞에서 설명한 기존의 PID 제어기는 이들 파라미터를 정확하게 동조하였다 하더라도 운전 조건의 변화 등으로 제어대상이 변화하면 제어기를 재동조

해주어야 하는 단점이 있다.

이러한 이유로 비선형성과 시변성을 가지는 플랜트를 제어할 때에 기존의 선형 PID(L-PID: Linear PID) 제어기는 그 기능에 한계를 가질 수밖에 없다. 따라서 성능을 개선하기 위해 적응성과 강인성을 향상시키는 다양한 방법이 연구되어 왔으며 이들 중에서 비선형 PI(N-PI: Nonlinear PI) 제어기는 간단하면서도 효과적인 방법 중의 하나이다[5, 9].

이 장에서는 새로운 형태의 비선형 이득을 가지는 비선형 PI 제어기를 제안하고 파라미터들을 최적화하는 방법에 대해 살펴본다.

### 3.3.1 비선형 PI 제어기 구조

본 논문에서 제안하는 비선형 PI제어기를 살펴보기 전에 식 (3.6)으로 표현되는 선형 PI제어기를 다시 살펴보기로 한다. 식 (3.6)을 라플라스 변환하여 나타내면 다음과 같다.

$$U_{PI}(s) = K_p E(s) + \frac{K_i}{s} E(s) \quad (3.10)$$

식 (3.10)에서 확인할 수 있듯이 선형 PI 제어기의 비례이득  $K_p$ 와 적분이득  $K_i$ 는 오차  $e$ 의 변화에 따라 변하지 않는 고정된 상수 값이다. 그러나 본 논문에서 제안하는 비선형 PI 제어기는 비례이득  $K_p(e)$ 와 적분이득  $K_i(e)$ 가 오차  $e$ 의 변화에 따라 변하는 시변이득을 사용하며 식 (3.11)과 같이 표현된다.

$$U_{N-PI}(s) = K_p(e) + \frac{K_i(e)}{s} \quad (3.11)$$

비선형 PI 제어기를 블록선도로 표시하면 Fig. 3.12과 같이 나타낼 수 있고  $P(s)$ 는 제어대상인 플랜트의 전달함수이다.

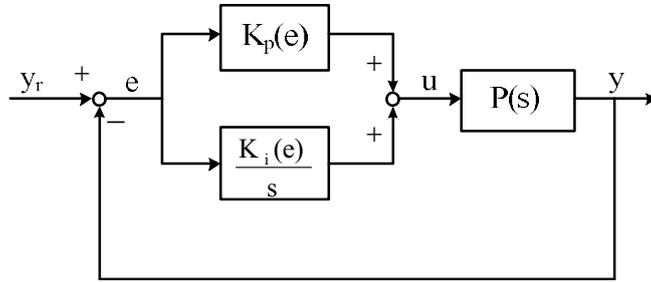


Fig. 3.12 Proposed N-PI control system

### 3.3.2 비선형 PI 제어기 이득

#### ① 비선형 비례이득

비례동작은 비례이득과 현재의 오차의 곱에 의해서 결정되며 너무 크면 과도한 제어로 인해 오버슈트가 발생하고 심한 경우 진동현상이 일어날 수 있다. 응답속도를 높이기 위해서는 오차가 클 때 비례이득도 적절히 클 필요가 있다. 그러나 응답이 정상상태에 도달한 후에 오차가 작을 때에도 계속 큰 비례이득 값을 유지하면 오차의 영향이 증폭되어 진동현상이 일어나거나 경우에 따라서는 불안정해질 수도 있다. 따라서 이러한 점을 고려하여 비례이득의 크기를 오차  $e$ 에 따라 적절히 조절되도록 설계하면 위에서 언급한 문제점을 해결할 수 있다.

본 논문에서는 식 (3.12a)와 같이 유연한 함수를 이용하여  $K_p(e)$ 를 정의함으로써 오차에 따라 부드럽게 변화하는 비례이득 함수를 사용하기로 한다.

$$K_p(e) = K_p N_p(e) \quad (3.12a)$$

$$N_p(e) = 1 - \frac{1}{a_p + (c_p e)^6} \quad (3.12b)$$

여기서  $K_p$ 는 양의 상수이고,  $N_p(e)$ 는 두 매개변수  $a_p (\geq 1)$ 와  $c_p (> 0)$ 를 가지는 비선형 함수이다.

식 (3.12b)에서 오차  $e$ 가 무한대로 커지면  $N_p(e)$ 는 상한값 1로 수렴하고, 반

대로 오차  $e$ 가 0이 되면 하한값  $(1 - 1/a_p)$ 로 수렴하지만 그 크기는  $a_p$ 값에 따라 달라진다[1].

Fig. 3.13는  $a_p$ 와  $c_p$ 의 변화에 따른  $N_p(e)$ 의 변화 형태를 나타낸 것으로  $N_p(e)$ 가 작아지는 지점의 깊이는  $a_p$ 값에 의해 결정되며  $a_p$ 값이 작을수록 깊어진다. 한편,  $c_p$ 값은  $N_p(e)$ 의 폭을 결정하며  $c_p$ 값이 작을수록 폭은 넓어진다.

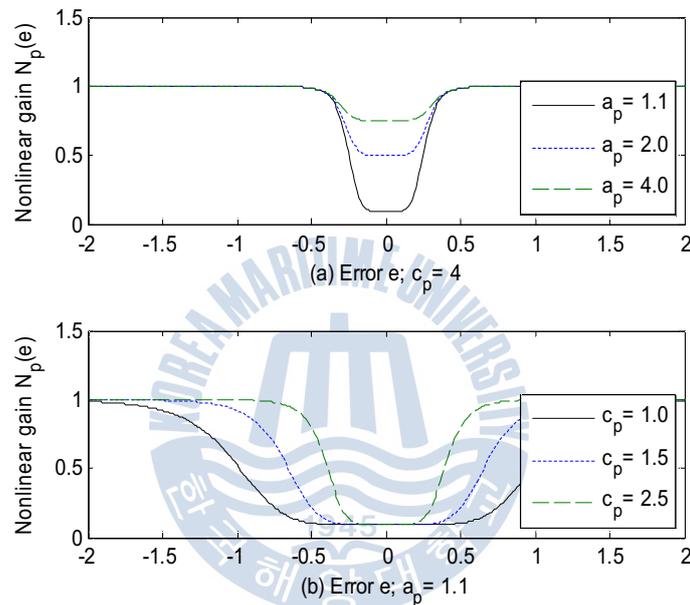


Fig. 3.13  $N_p(e)$  shapes to changes of  $a_p$  and  $c_p$

## ② 비선형 적분이득

앞에서 살펴본 바와 같이 적분동작  $U_I$ 의 출력은 과거부터 현재까지의 누적오차의 절대값이 클수록 또는 적분시간이 짧을수록(즉, 적분이득이 클수록) 더 커진다. 만약, 누적오차가 클 때 적분이득 값도 크면 오버슈트가 일어나고, 또 제어입력이 포화되면 적분기 와인드업(integrator windup) 현상이 일어날 수 있다. 또한  $U_I$ 는 현재의 오차가 작아  $U_p$ 가 더 이상 영향을 주지 못할 때에도 계속적으로 오차를 누적하여 제어하기 때문에 정상상태 오차를 제거하는 역할을 해준다. 따라서 이러한 사실을 감안하여  $e$ 의 절대값이 클 때에는 적분이득 값을 줄여 오버슈트 발생에 대비하고,  $e$ 의 절대값이 작을 때에는 적분이득 값을 크게

해서 정상상태 오차를 줄이도록 설계하면 선형 PI제어기의 단점을 보완하는 것이 가능하다.

이를 위해 본 논문에서는 식 (3.13)과 같이 오차에 따라 부드럽게 변화하는 적분이득 함수  $K_i(e)$ 를 사용하기로 한다.

$$K_i(e) = K_i N_i(e) \quad (3.13a)$$

$$N_i(e) = \frac{1}{1 + (c_i e)^6} \quad (3.13b)$$

여기서  $K_i$ 는 양의 이득이고,  $N_i(e)$ 는  $c_i (> 0)$ 를 매개변수로 갖는 비선형 함수이며 0과 1 사이의 값을 갖는다. 즉, 오차  $e$ 가 0이 되면  $N_i(e)$ 는 상한값 1로 수렴하고, 반대로 오차  $e$ 가 무한대로 커지면  $N_i(e)$ 는 하한값 0으로 수렴한다 [1].

Fig. 3.14는  $c_i$ 의 크기에 따른  $N_i(e)$ 의 변화를 나타낸 것이다.  $c_i$ 는 비선형 함수  $N_i(e)$ 의 폭을 결정하며  $c_i$ 값이 작을수록 폭은 넓어지고, 반대로  $c_i$ 값이 커질수록 폭은 좁아진다.

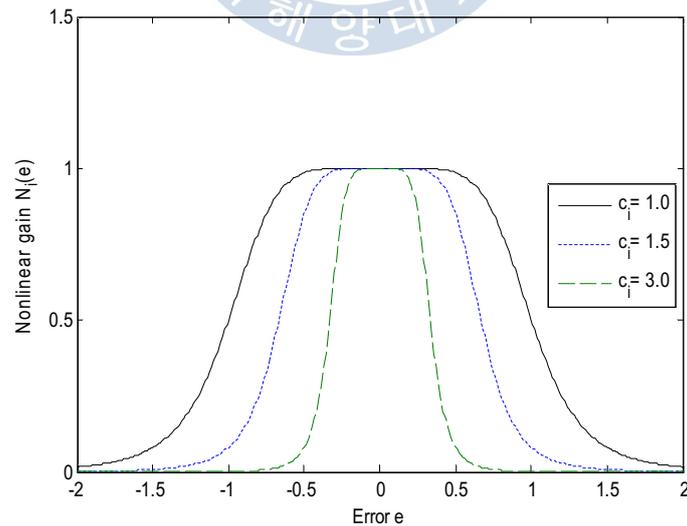


Fig. 3.14  $N_i(e)$  shapes to changes of  $c_i$

## 제 4 장 시뮬레이션 및 고찰

제안한 N-PI 제어기의 효용성을 입증하기 위해서 시뮬레이션을 실시하고, 기존의 PID 제어기 동조 방법인 Z-N법, IMC법, C-C법과 함께 응답을 비교하였다. 기존의 동조 방법을 적용하기 위해서는 2차 시스템으로 표현되는 수조 시스템을 FOPTD 시스템으로 간략화하는 과정이 필요한데, 본 논문에서 이를 위해 최소자승법(LSE: Least Square Error)을 이용하였다.

시뮬레이션은 우선 3가지 수위에 따른 수조 시스템의 응답과 최소자승법으로 간략화한 FOPTD 시스템의 응답을 서로 비교한다. 그리고 N-PI 제어기와 기존의 PID 제어기의 응답을 비교하여 정량적인 제어성능을 통해 제안한 제어기법의 우수성을 확인하도록 한다.

### 4.1 서브 모델 MD1 시스템의 제어 응답

#### 4.1.1 FOPTD 시스템 응답

서브 모델 MD1에 대해 최소자승법을 이용하여 FOPTD 시스템으로 근사화한 결과 이득  $K=1.23$ , 시정수  $T=79.06$ , 시간지연  $L=5.53$ 을 얻을 수 있었다.

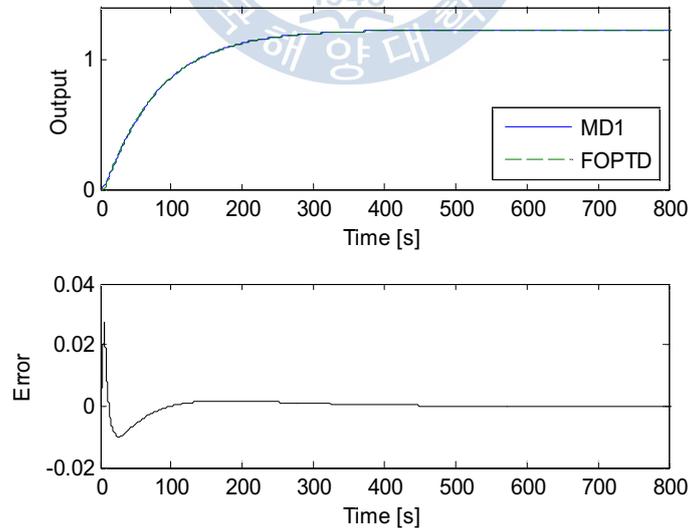


Fig. 4.1 Verification of FOPTD estimation model for MD1

Fig. 4.1은 근사화된 시스템의 유효성을 검증하기 위해 Table 2.2의 정상 수위가 5cm인 MD1 모델과 이것을 근사화한 FOPTD 시스템에 단위계단입력을 인가하여 그 출력을 서로 비교한 것이다. 그림을 통해 확인할 수 있듯이 FOPTD 시스템은 오차가 거의 없이 원래 시스템인 MD1과 잘 일치하고 있다.

이 FOPTD 시스템을 기반으로 기존의 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법으로 설계된 PID제어기와 본 논문에서 제안한 N-PI 제어기의 파라미터를 Table 4.1에 나타내었다[10].

본 논문에서는 편의상 제어기 파라미터인 적분시간( $T_i$ )과 미분시간( $T_d$ ) 대신 적분이득( $K_i$ )과 미분이득( $K_d$ )으로 표현하였으며  $K_i = K_p/T_i$ ,  $K_d = K_p T_d$ 의 관계를 갖는다.

Table 4.1 Controller parameters for MD1

Tuning Methods	Parameters					
	$K_p$	$K_i$	$K_d$	$a_p$	$c_p$	$c_i$
Proposed	8.23	6.55	-	3.35	4.47	5.75
Z-N	13.98	1.26	38.66	-	-	-
IMC	9.66	0.11	25.82	-	-	-
C-C	15.74	1.19	31.25	-	-	-

#### 4.1.2 제어시스템 응답 비교

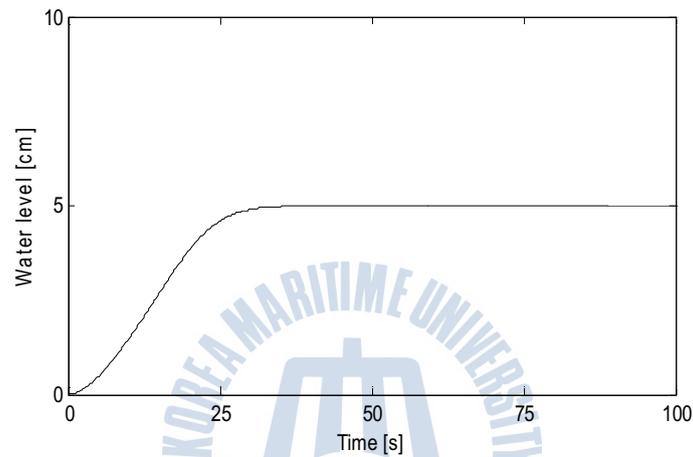
Fig. 4.2는 수위가 5cm인 MD1 모델에 대해 제안한 N-PI 제어기의 제어응답과 제어입력을 나타낸 것이다. 제어응답의 특성은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 0.02%로 오버슈트가 거의 없고, 정정시간( $t_s$ )은 30.09[s]이다.

Fig. 4.3은 제안한 N-PI 제어기와 비교하기 위해 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법에 의한 제어응답을 나타낸 것이다. Z-N 동조법과 C-C 동조법은 서로 제어성능이 유사하며 오버슈트가 크고 정정시간( $t_s$ )이 긴 것을 볼 수 있다.

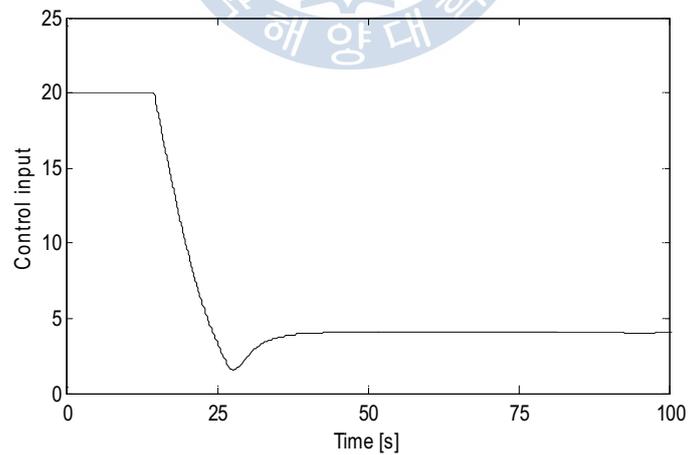
IMC 동조법은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 10.58%로 Z-N 동조법이나 C-C 동조법보다 현저히 작으나 정정시간( $t_s$ )이 144.88[s]로 가장 길어 과도상태 기간이 가장

긴 것을 확인할 수 있다.

정상 수위가 5cm인 MD1 모델의 액위 제어에 대해 위의 사항을 종합해 볼 때 제안한 N-PI 제어기는 비록 D제어를 하지 않음에도 불구하고 기존의 동조법에 의한 제어기보다 상승시간은 조금 길지만 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 거의 없고, 정정시간( $t_s$ )도 상대적으로 아주 짧아 제어성능이 우수한 것을 확인할 수 있다.

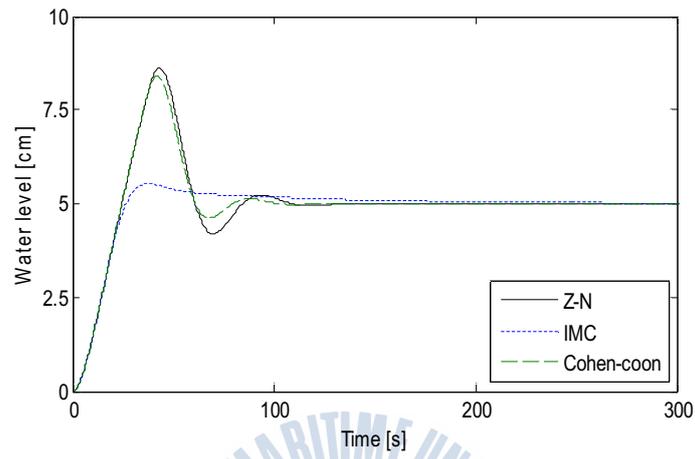


(a) Step response

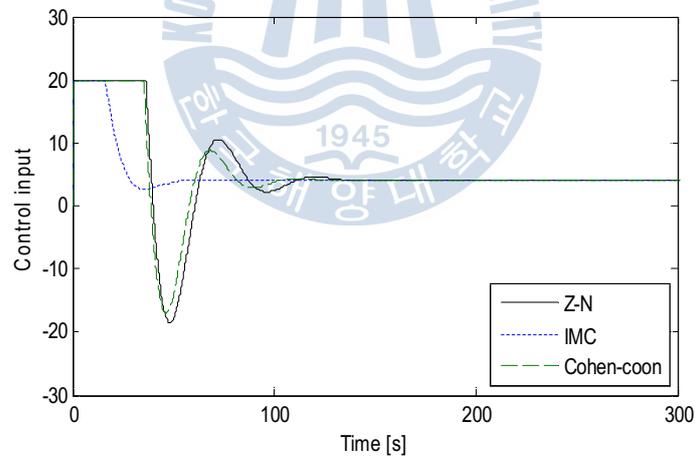


(b) Control input

Fig. 4.2 Step response and control input for MD1 using N-PI controller



(a) Step responses



(b) Control inputs

Fig. 4.3 Step responses and control inputs for MD1 using conventional tuning methods

Table 4.2는 제안한 N-PI 제어기와 기존 동조법에 의한 응답특성을 정리한 것으로  $M_p$ 는 퍼센트 오버슈트,  $t_r$ 은 상승시간,  $t_s$ 는 2% 정정시간, 피크(peak)는 최대값을 의미한다.

Table 4.2 Performances for MD1

Tuning Methods	Performances			
	$M_p$ [%]	$t_r$ [sec]	$t_s$ [sec]	peak
Proposed	0.02	19.07	30.09	5.00
Z-N	72.44	17.10	103.27	8.62
IMC	10.58	17.82	144.88	5.52
C-C	68.00	17.10	93.10	8.40

## 4.2 서브 모델 MD2 시스템의 제어 응답

### 4.2.1 FOPTD 시스템 응답

서브 모델 MD2 대해 최소자승법을 이용하여 FOPTD 시스템으로 근사화한 결과 이득  $K=2.34$ , 시정수  $T=148.71$ , 시간지연  $L=5.91$ 을 얻을 수 있었다.

Fig. 4.4는 근사화된 1차 시스템의 유효성을 검증하기 위해 Table 2.2의 MD2와 근사화된 FOPTD 시스템을 비교한 것이며, 오차가 거의 없이 원래 시스템인 MD2와 잘 일치하고 있다.

Fig. 4.4는 근사화된 시스템의 유효성을 검증하기 위해 Table 2.2의 정상 수위가 10cm인 MD2 모델과 이것을 근사화한 FOPTD 시스템에 단위계단입력을 인가하여 그 출력을 서로 비교한 것이다. 그림을 통해 확인할 수 있듯이 FOPTD 시스템은 오차가 거의 없이 원래 시스템인 MD2와 잘 일치하고 있다.

이 FOPTD 시스템을 기반으로 기존의 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법으로 설계된 PID 제어기와 본 논문에서 제안한 N-PI 제어기의 파라미터를 Table 4.3에 나타내었다[10].

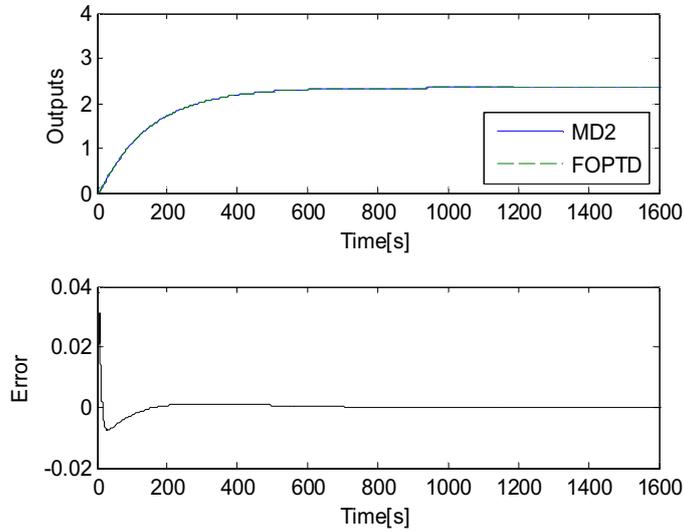


Fig. 4.4 Verification of FOPTD estimation model for MD2

Table 4.3 Controller parameters for MD2

Tuning Methods	Parameters					
	$K_p$	$K_i$	$K_d$	$a_p$	$c_p$	$c_i$
Proposed	8.07	7.74	-	4.77	8.71	6.25
Z-N	12.88	1.09	38.06	-	-	-
IMC	8.61	0.05	24.95	-	-	-
C-C	14.42	1.00	30.76	-	-	-

#### 4.2.2 제어시스템 응답 비교

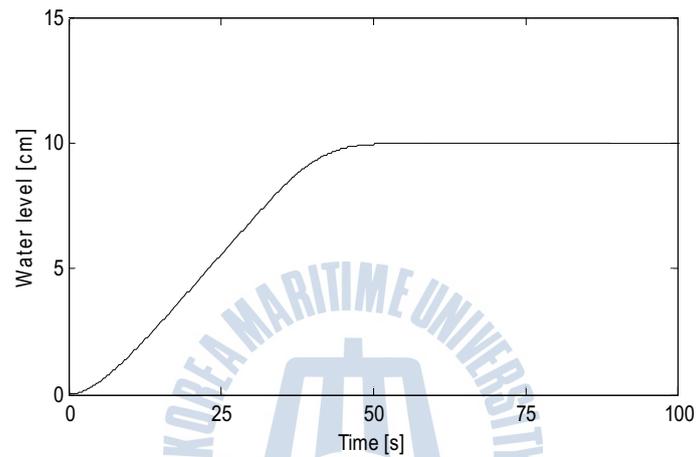
Fig. 4.5는 수위가 10cm인 MD2 모델에 대해 제안한 N-PI 제어기의 제어응답과 제어입력을 나타낸 것이다. 제어응답의 특성은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 없고, 정정시간( $t_s$ )은 45.54[s]이다.

Fig. 4.6은 제안한 N-PI제어기와 비교하기 위해 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법에 의한 제어응답을 나타낸 것이다. Z-N 동조법과 C-C 동조법은 서로 제어성능이 유사하며 오버슈트가 크고 정정시간( $t_s$ )이 긴 것을 볼 수 있다.

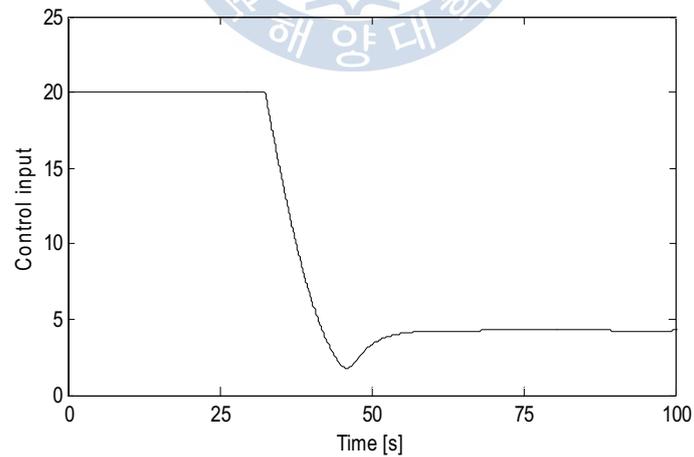
IMC 동조법은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 10.68%로 Z-N 동조법이나 C-C 동조법보다 현저히 작으나 정정시간( $t_s$ )이 291.04[s]로 가장 길어 과도상태 기간이 가장

긴 것을 확인할 수 있다.

정상 수위가 10cm인 MD2 모델의 액위 제어에 대해 위의 사항을 종합해 볼 때 제안한 N-PI 제어기는 비록 D제어를 하지 않음에도 불구하고 기존의 동조법에 의한 제어기보다 상승시간은 조금 길지만 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 없고, 정정시간( $t_s$ )도 상대적으로 아주 짧아 제어성능이 우수한 것을 확인할 수 있다.

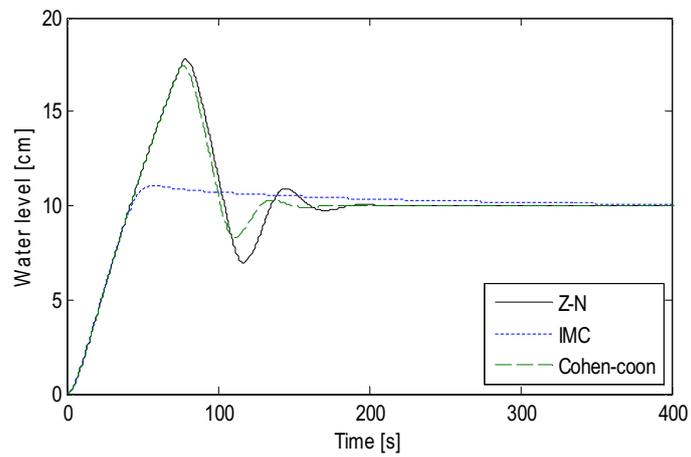


(a) Step response

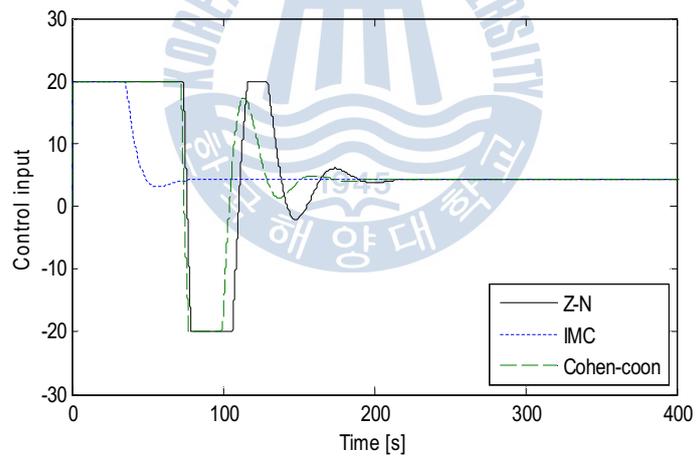


(b) Control input

Fig. 4.5 Step response and control input for MD2 using N-PI controller



(a) Step responses



(b) Control inputs

Fig. 4.6 Step responses and control inputs for MD2 using conventional tuning methods

Table 4.4는 제안한 N-PI 제어기와 기존 동조법에 의한 응답특성을 정리한 것이다.

Table 4.4 Performances for MD2

Tuning Methods	Performances			
	$M_p$ [%]	$t_r$ [sec]	$t_s$ [sec]	peak
Proposed	0.00	31.08	45.54	10.00
Z-N	77.95	30.43	176.48	17.79
IMC	10.68	30.46	291.04	11.06
C-C	74.45	30.43	142.61	17.44



### 4.3 서브 모델 MD3 시스템의 제어 응답

#### 4.3.1 FOPTD 시스템 응답

서브 모델 MD3 대해 최소자승법을 이용하여 FOPTD 시스템으로 근사화한 결과 이득  $K=3.44$ , 시정수  $T=218.58$ , 시간지연  $L=6.05$ 를 얻을 수 있었다.

Fig. 4.7은 근사화된 시스템의 유효성을 검증하기 위해 Table 2.2의 정상 수위가 15cm인 MD3 모델과 이것을 근사화한 FOPTD 시스템에 단위계단입력을 인가하여 그 출력을 서로 비교한 것이다. 그림을 통해 확인할 수 있듯이 FOPTD 시스템은 오차가 거의 없이 원래 시스템인 MD3와 잘 일치하고 있다.

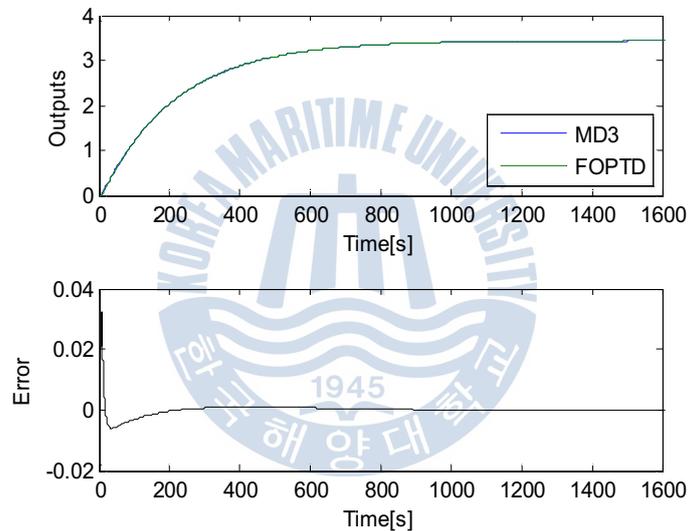


Fig. 4.7 Verification of FOPTD estimation model for MD3

이 FOPTD 시스템을 기반으로 기존의 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법으로 설계된 PID 제어기와 본 논문에서 제안한 N-PI 제어기의 파라미터를 Table 4.5에 나타내었다[10].

Table 4.5 Controller parameters for MD3

Tuning Methods	Parameters					
	$K_p$	$K_i$	$K_d$	$a_p$	$c_p$	$c_i$
Proposed	8.60	12.17	-	11.30	2.47	8.48
Z-N	12.60	1.04	38.15	-	-	-
IMC	8.42	0.03	25.14	-	-	-
C-C	14.08	0.95	30.83	-	-	-

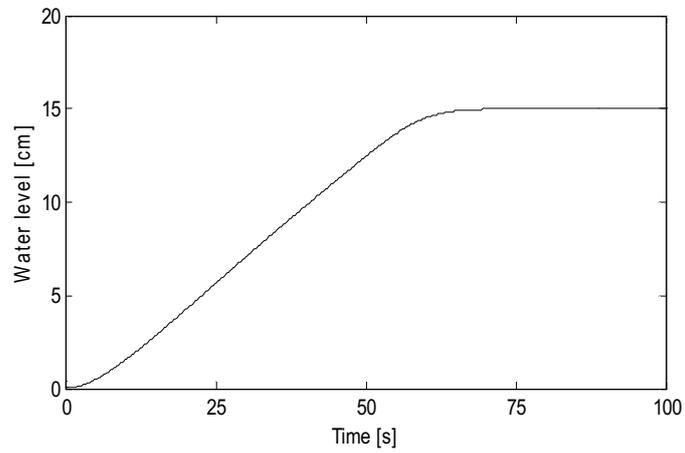
### 4.3.2 제어시스템 응답 비교

Fig. 4.8은 수위가 15cm인 MD3 모델에 대해 제안한 N-PI 제어기의 제어응답과 제어입력을 나타낸 것이다. 제어응답의 특성은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 없고, 정정시간( $t_s$ )은 61.84[s]이다.

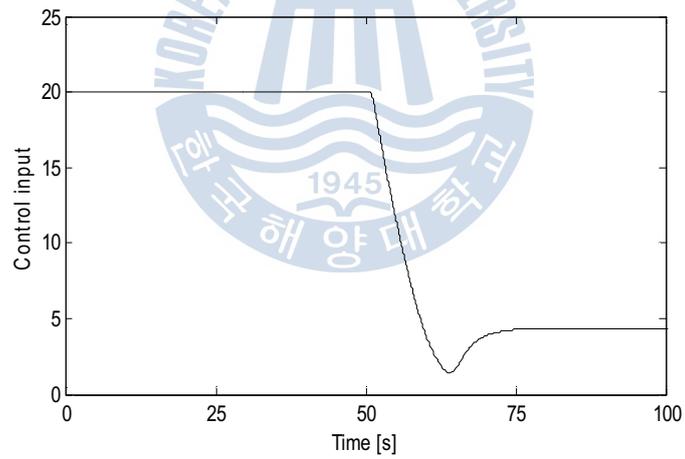
Fig. 4.9는 제안한 N-PI 제어기와 비교하기 위해 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법에 의한 제어응답을 나타낸 것이다.

Z-N 동조법과 C-C 동조법은 서로 제어성능이 유사하며 오버슈트가 크고 정정시간( $t_s$ )이 긴 것을 볼 수 있다. Z-N 동조법과 C-C 동조법은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 각각 79.76%와 77.08%이고 정정시간( $t_s$ )은 각각 262.03[s]와 214.60[s]이다. IMC 동조법은 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )가 11.03%로 Z-N 동조법이나 C-C 동조법보다 현저히 작으나 정정시간( $t_s$ )이 438.98[s]로 가장 길어 과도상태 기간이 가장 긴 것을 확인할 수 있다.

모델 MD1, MD2 및 MD3에 대해 종합하여 검토해 보면 제안한 N-PI 제어기가 기존의 PID 제어기 동조법에 비해 퍼센트 오버슈트( $M_p$ )는 거의 없고, 정정시간( $t_s$ )도 가장 짧아 제어성능이 우수한 것을 볼 수 있다.

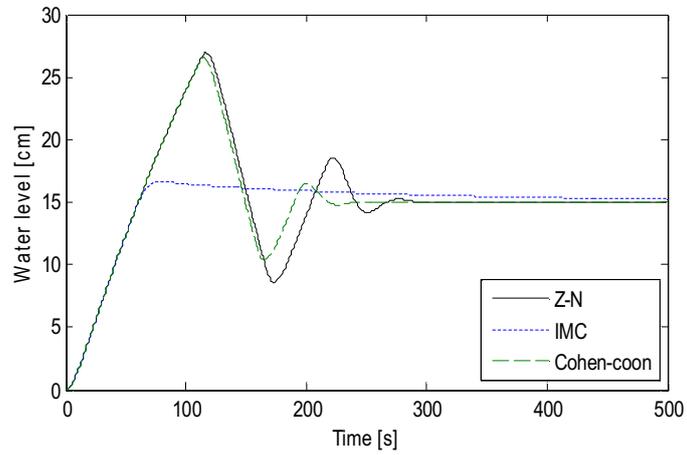


a) Step response

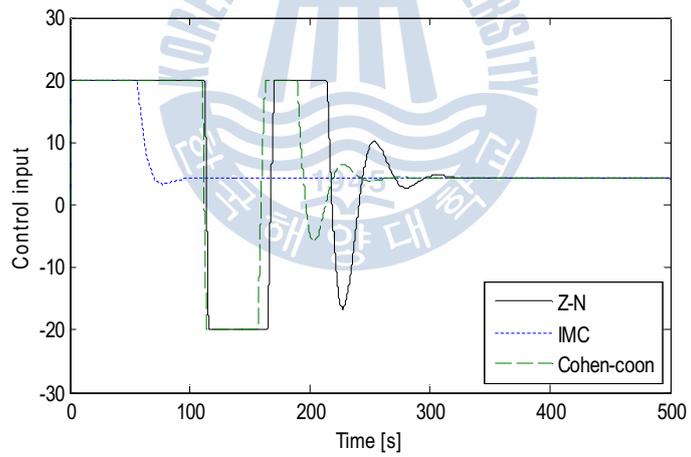


b) Control input

Fig. 4.8 Step response and control input for MD3 using N-PI controller



(a) Step responses



(b) Control inputs

Fig. 4.9 Step responses and control inputs for MD3 using conventional tuning methods

Table 4.6은 제안한 N-PI 제어기와 기존 동조법에 의한 응답특성을 정리한 것이다.

Table 4.6 Performances for MD3

Tuning Methods	Performances			
	$M_p$ [%]	$t_r$ [sec]	$t_s$ [sec]	peak
Proposed	0.00	44.44	61.84	15.00
Z-N	79.76	44.32	262.03	26.96
IMC	11.03	44.32	438.98	16.65
C-C	77.08	44.32	214.60	26.56



## 제 5 장 결 론

기존의 선형 PID 제어기에서는 응답속도를 빠르게 하기 위해 이득을 크게 하면 오버슈트가 증가하고 제어밸브의 비선형 포화동작을 유발할 뿐만 아니라 제어시스템을 불안정하게 하는 요인이 되기도 한다. 반대로 오버슈트를 줄이기 위해 이득을 감소시키면 응답속도가 느려지는 상반관계가 발생하여 만족할 만한 제어성능을 얻지 못하게 된다.

본 논문은 기존의 선형 PI 제어기의 구조에 비선형 비례이득 및 비선형 적분이득을 도입한 비선형 PI(N-PI) 제어기를 제안한다. N-PI 제어기의 비선형 비례이득과 비선형 적분이득은 오차의 크기에 따라 적절히 조절되어지도록 비선형 함수를 도입하였다. 비선형 비례이득은 오차가 클 때는 크게 되도록 조정하고 응답이 정상상태에 도달한 후에 오차가 작을 때에는 작게 되도록 비선형적으로 조정했다. 비선형 적분이득은 오차의 절대값이 클 때에는 적분이득 값을 줄여 오버슈트 발생에 대비하고 오차의 절대값이 작을 때에는 적분이득 값을 크게 해서 정상상태 오차를 줄이도록 하였다.

그리고 수조는 수위에 따라 동특성이 많이 변하므로 수위별로 세 가지로 나누어 수학적으로 모델링하였으며 그 파라미터는 실험을 통해 구했다.

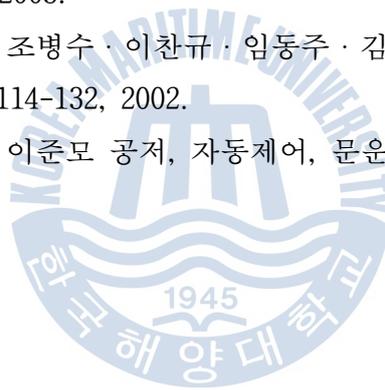
기존의 선형 PID 제어기와 제안하는 N-PI 제어기를 수조의 수위 제어시스템에 적용하여 시뮬레이션을 실시한 결과 다양한 수위별 설정값 변화에도 제안한 N-PI제어가 미분제어기를 사용하지 않음에도 불구하고 기존의 Z-N 동조법, IMC 동조법, C-C 동조법보다 우수한 응답특성을 보이고 있음을 확인했다.

차후 N-PI 제어기에 대해 비선형 미분이득을 추가한 안티-와인드업(anti-windup) 기법을 결합한 추가적인 연구가 필요하다고 사료된다.

## 참 고 문 헌

- [1] 소건백, “RCGA에 기초한 비선형 PID 제어기의 설계” , 한국해양대학교 설계제어공학과 석사학위논문, 2014, 8.
- [2] 이상현, “퍼지-PID 제어기를 이용한 수조 시스템의 수위제어” , 한국해양대학교 대학원 해양군사학과 석사학위논문, 2014, 2.
- [3] K. J. Åström, and T. Häggglund, PID Controllers: theory, design and tuning, ISA Press, 1995.
- [4] O. Aidan, Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules (3rd Edition), World Scientific, 2009.
- [5] H. Seraji, “A New Class of Nonlinear PID Controllers,” Proc. of 2000 IFAC Workshop on Digital Control, Terrassa, Spain, 2000.
- [6] F. Jiang, and Z. Gao, “An Application of Nonlinear PID Control to a Class of Truck ABS Problems,” Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 516-521, 2001.
- [7] B. M. Isayed, and M. A. Hawwa, “A Nonlinear PID Control Scheme for Hard Disk Drive Servosystems,” Proc. of the 15th Mediterranean Conf. on Control and Automation, pp. T16-014, Greece, 2007.
- [8] J. Chen, and B. Lu et al., “A Nonlinear PID Controller for Electro-Hydraulic Servo System Based on PSO Algorithm,” Applied Mechanics and Materials, vol. 141, pp. 157-161, 2011.
- [9] H. Zhang, and B. Hu, “The Application of Nonlinear PID Controller in Generator Excitation System,” Energy Procedia, vol. 17, pp. 202-207, 2012.
- [10] M. Korkmaz, O. Aydogdu, and H. Dogan, “Design and performance comparison of variable parameter nonlinear PID controller and genetic algorithm based PID controller,” Proc. of 2012 IEEE Int. Symp. on Innovations in Intelligent Systems and Applications

- (INISTA), pp. 1- 5, 2012.
- [11] J. G. Ziegler, and N. B. Nichols, “Optimum Settings for Automatic Controllers” , Trans. ASME, vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [12] C. E. Garcia, and M. Morari, “Internal model control-1: a unifying review and some new results,” Industrial Engineering Chemistry Process Design and Development, vol. 21, no. 2, pp. 308-323,1982.
- [13] K. Ogata, “Modern Control Engineering” , Prentice Hall, 1999.
- [14] Chi-Tsong Chen, “Linear System Theory and Design” , Oxford University Press. 1999.
- [15] Curtis D. Johnson, “Process Control Instrumentation Technology” , Prentice Hall, 2003.
- [16] 윤석범 · 김민수 · 조병수 · 이찬규 · 임동주 · 김진구 공저, 유체역학, 형설출판사, pp. 114-132, 2002.
- [17] 김창석 · 김승록 · 이준모 공저, 자동제어, 문운당, pp. 5-19, 2003.



## 감사의 글

2002년 3월, 수장 하나를 단 동정복을 입은 채 두렵고 긴장된 마음을 가득 안고 입학식에 참석했던 지난 기억이 엇그제만 같습니다.

그런데 이제는 한국해양대학교 기관시스템공학부를 졸업하고 9년간의 해군 장교로 복무 중, 대학원 해양군사학과에서 학문에 대한 호기심을 맘껏 펼칠 수 있게 많은 도움을 주신 여러분들이 계셔서 감사의 마음을 아래와 같이 전합니다.

먼저 학식이나 기초 소양 등 여러모로 부족한 저에게 세심한 가르침과 자상한 배려 속에 새로운 학문의 길을 걷게 하여 끝내는 논문까지 완성하게끔 가르침을 주신 소명옥 지도교수님께 진심으로 존경의 마음을 표합니다.

또한 바쁘신 학사 일정에도 불구하고 면밀한 심사와 지도로 논문의 연구 성과를 드높여 주신 오세준 교수님, 박석주 교수님께 깊이 감사드립니다.

학부생 시절 연구실 활동이 전무했기에 군사학과 해양공학의 여러 수업 중 소명옥 지도교수님의 수업 내용에 대한 흥미에 이끌려 처음 들어선 연구실은 참서머하고 생소했습니다. 하지만, 하루, 이틀 연구실을 찾을 때마다 따뜻한 배려와 조언을, 때로는 인생의 선배로서 빛나는 가르침을 주시며 밤·낮, 평일·주말 가리지 않고 논문 연구와 완성을 위해 지도해 주신 류기탁 교수님, 이윤형 교수님께도 진심으로 경의를 표합니다. 아울러 힘든 내색 하나없이 내실있는 논문 작성을 위해 애써 준 소건백 씨, 이주연 씨에게도 고마움을 전합니다.

낮에는 국방의무 수행을 위해 입수 수행에 매진하고 밤에는 불을 밝혀 배움의 길을 갈망하는 군사학과 학생들을 위해 부산~진해간의 멀고 험난한 길을 마다않으시고 열과 성을 다해 지도해 주신 김용환 학장님과 여러 교수님들께도 감사드립니다. 더불어 어려운 여건 속에서도 함께 배움의 등불을 밝혀 준 군사학과 해양공학전공 학우들에게도 수고했다는 격려의 박수를 보냅니다.

끝으로 지금은 시골에서 깊은 지병으로 투병 중이지만 한 때는 우리 대학 전수과를 수료하여 상선 항해사로서 오대양 육대주를 누비던 저의 영원한 우상 아버지 장영철 님과 든든한 동반자인 사랑하는 아내 허유리 씨에게도 감사의 마음을 전하며, 부친의 쾌유를 간절히 기원합니다.

2015년 2월

장진환 드림