공학석사 학위논문

디젤기관에 직결된 발전기의 비틀림진동에 관한 연구

A Study on the Torsional Vibration for Diesel Generator Shaftings

지도교수 김 의 간

2001년 2월

한국해양대학교 대학원

기 계 공 학 과

이 창 훈

목 차

A study on the torsional vibration for diesel generator shafting

Lee, chang-hoon

Division of Mechanical and Information Engineering
Graduate School, Korea Maritime University

Abstract

The abundant research on the torsional vibration of propulsion shafting system have been reported, but a research on shafting system of a generator driven diesel engine has hardly been reported. The reason is that a generator driven diesel engine is driving at a constant speed differently from that of the propulsion engine, therefore it seems to be unnecessary to consider deeply the torsional vibration condition of the generator shaftings as of the main engine at the design stage. However, due to increase of the power of engine, being compact of generator and improving of performance, the torsional vibration of a generator driven diesel engine is increasing. It causes the excessive additional torsional stress on the shafting system, which lead to the break-down of the shaft. Consequently it become necessary to exactly analyze the torsional vibration of the generator shafting

and estimate the safety of the relevant shafting system.

In general, the natural frequency of the generator shafting is analyzed using a equivalent mass-elastic model. As a generator shafting has the long keyed armature shaft, the natural frequency varies significantly according to the modeling methods for transferring the stiffness of generator shafting to equivalent mass-elastic system.

Therefore, in this study the adequate modeling methods for assessing the determination of stiffness of the long keyed armature shafts is firstly investigated. Also these methods are applied to shafting system of a generator driven diesel engine for analyzing of natural and forced torsional vibration in whole operating range using the transfer matrix method. As the measurement of forced torsional vibration of diesel engine coupled to generator was conducted at no load conditions, torsional vibratory amplitude was analyzed in view of the ratios of excitation force for diesel engine. It was confirmed from the analysis that the exciting force when the measurement of forced torsional vibration of diesel engine coupled to generator was conducted at no load condition is 15%.

And the method for transforming the vibratory amplitude measured at the fore-end of crankshaft to the additional stress of the shaft with nodal point was presented. The reliability of the computer program used in this study was confirmed by comparing the measured with the calculated results for the torsional vibration of the generator shafting.

1. 서 론

선박의 추진축계 비틀림진동에 관해서는 상당히 많은 연구 결과가 보고되어 있지만 디젤기관 구동 발전기 축계에 대해서는 거의 연구된 것이 없다. 이는 디젤기관 구동 발전기는 주기관과 달리 일정회전수로 구동되므로 축계 설계시 주기관과 같이 비틀림진동에 관한 영향을 심도있게 고려하지 않아도 별 문제가 발생하지 않은 것에 기인한다. 그러나 기관의 출력 증가와 발전기의 컴팩트화 및 성능 향상에 따라 디젤기관으로 구동되는 발전기 축계의 비틀림진동이 증가하고 있다. 이는 축계에 과도한 비틀림 부가응력을 유발하고 이로 인해 축이 절손되는 사고도 발생하고 있다. 이에 따라 디젤기관으로 구동되는 발전기 축계의 비틀림진동을 보다 정확하게 해석하고 안전성을 평가할 필요성이 증대하고 있다.

중 고속 디젤기관에 직결된 발전기 축계는 디젤기관의 크랭크기구, 플라이휠, 발전기의 회전자 등 많은 관성질량을 갖는 비틀림 진동계를 형성하고 실린더의 폭발압력과 왕복 관성력의 주기적 기진 토크를 받아 비틀림 강제진동을 일으키게 된다. 이 기진 토크의 주기가 축계 자신의 고유진동 주기와 일치하면 진동진폭이 급격히 증가하게 된다. 따라서 발전기 축계를 설계할 때 고유진동수를 보다 정확하게 예측하는 것이 중요하다.

발전기 축계의 비틀림 고유진동수는 축계를 등가진동계로 모델링하여 해석하는 것이 일반적이다. 발전기 축계는 긴 키이홈을 갖는 회전자축을 갖고 있어 이의 강성계수를 등가계로 모델링하는 방법에 따라 고유진동수에 상당한 차이가 발생한다. 또한 디젤기관으로 구동되는 발전기는 운전 또는 정지시 기동회전수(idle speed)에서 연속회전수(MCR)까지 회전수를 증가 또는 반대로 감소하며 운전하므로 이들 회전수 영역에 대하여 비틀림진동을 해석하고 안정성을 평가할 필요가 있다.

따라서, 본 연구에서는 먼저 긴 키이홈을 갖는 회전자축의 강성계수를 모델링하는 방법을 검토하고 이를 디젤기관에 직결된 발전기 축계에 적용하여 발전기 원동기의 전 운전영역에서 비틀림 자유진동 및 강제진동을 전달매트릭스법으로 해

석하고자 한다. 그리고 해석 방법의 신뢰성 및 타당성을 확인하기 위하여 실제 디젤기관 구동 발전기 축계의 비틀림 진동진폭을 크랭크축 선단에서 측정하여 자유진동 및 강제진동 해석결과와 비교 검토한다. 발전기 축계의 비틀림 강제진동의 측정은 무부하 상태에서 이루어지므로 디젤기관의 기진력 관점에서 비틀림 강제진동을 해석하고 실측치와 비교하여 무부하시의 디젤기관 기진력을 검토한다. 또한 각종 축계의 비틀림진동에 대한 안전성을 부가응력으로 평가하는 것이 일반적이기 때문에 크랭크축 선단에서 측정한 비틀림 진동진폭을 각 절의 진동모드에서 부가응력이 가장 크게 작용하는 절점에 해당하는 축의 부가응력으로 환산하는 방법에 대해서도 검토한다.

2. 발전기축의 모델링

2.1 발전기축의 모델링

Fig. 2.1에 보이는 연구대상 발전기축은 플랜지 커플링에 의해 디젤기관 크랭크축에 직결되며 팬(fan), 회전자(armature core), 여자기(exciter) 등의 구성품이 키이(key)로 조립되어 있다. 비틀림진동의 해석을 위해 Fig. 2.1의 발전기축을 Fig. 2.2와 같이 등가 질량- 탄성계 즉, 등가 관성질량(J_{cp}, J_a, J_b, J_c)과 이들을 연결하는 등가 스프링 (K_a, K_b, K_c) 의 조합으로 모델링하였다.

Fig. 2.2 에서 J_{cp} 는 커플링, J_a 는 팬, J_b 는 회전자 그리고 J_c 는 여자기를 집중질량화 한 것이다. 일반적으로 발전기축의 등가 관성질량으로는 팬, 회전자 및 여자기를 고려하고 있으며 이들을 연결하는 등가 스프링의 질량은 1/2 씩 나누어 인접 등가 관성질량에 합산하고 있다.

발전기축의 등가 스프링 상수로 되는 K_a, K_b, K_c 는 각각 키이홈을 갖는 커플링과 팬 사이의 강성계수, 팬과 회전자 사이의 강성계수 그리고 회전자와 여자기 사이의 강성계수를 나타내고 있다. 키이홈을 갖는 커플링 및 긴 키이홈을 갖는 회전자의 강성계수 계산에는 많은 이론이 발표되어 적용되고 있으며 경우에 따라서는 실측치와 큰 오차를 보이기도 한다.

따라서, 다음의 2.2절에서는 기존에 발표된 등가 스프링 강성계수의 계산이론 및 Ker Wilson[5] 과 B.I.C.E.R.A.[6](british internal combustion engine research association, 영국내연기관협회)에서 제시한 경험식을 소개한다. 4.1절에서는 측정치와의 비교를 통해 2.2절에서 제시된 경험식의 타당성 여부를 검토한다.

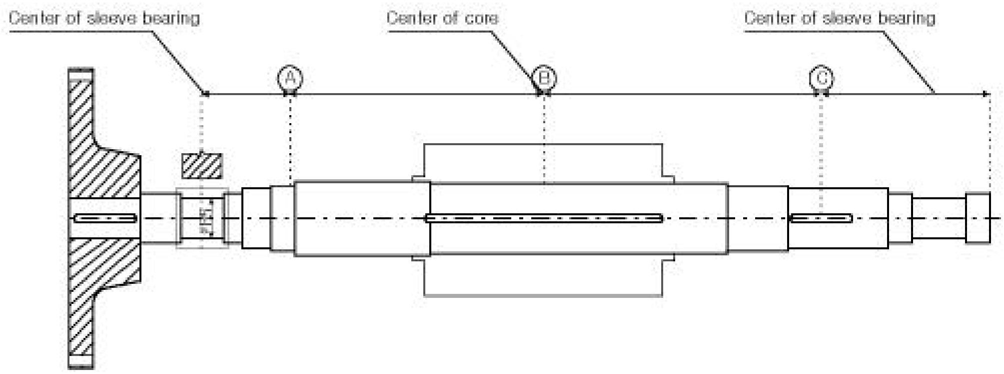


Fig. 2.1 The shaft of generator

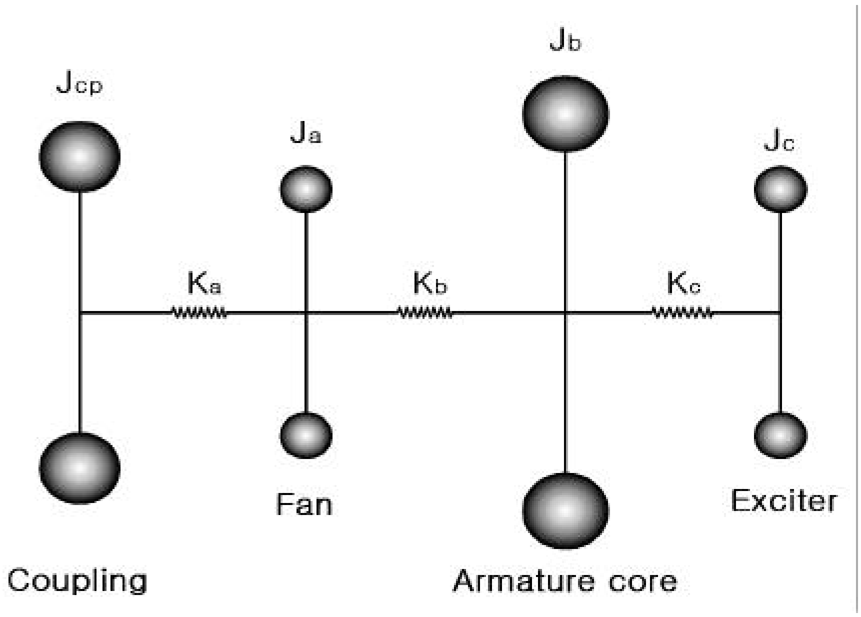


Fig. 2.2 Equivalent mass-elastic system

2.2 발전기축의 강성계수

지름 d, **길이** l, **횡탄성계수가** G **인 곧고 둥근 축의 비틀림 강성계수** k **는 식**(2.1)**과 같이 나타내어진다**.

$$k = \left(\frac{\pi d^4}{32}\right)\frac{G}{l} = I_p \frac{G}{l} \tag{2.1}$$

다만, I_p **는 극단면** 2**차 모멘트다**.

동일한 비틀림 강성계수를 갖는 지름 D_o **인 축으로 치환하였을 경우의 길이 즉**, **등가장**(equivalent length)**을** L_e **라 하면**

$$k = \left(\frac{\pi d^4}{32}\right)\frac{G}{l} = \left(\frac{\pi D_o^4}{32}\right)\frac{G_{red}}{L_e} \tag{2.2}$$

의 관계로부터 $G = G_{red}$ **이면**

$$L_e = l\frac{D_o^4}{d^4} \tag{2.3}$$

공학 단위계 계산의 편의를 위하여 여러가지 굵기의 축을 모두 $GI_p = 10^{10}$ $[kg_f \cdot cm^2]$ **되는 축으로 치환하여 계산한다**. **이 경우 환산축으로 단강재 축재료를 취하고** $G = 830,000\ [kg_f/cm^2]$ **라 하면** $\pi D_o^4/32 = 12,050\ [cm^4]$ **이므로** $D_o = 18.716742 \fallingdotseq 18.7\ [cm]$ **로 되는 축으로 치환된다**.

2.2.1 커플링의 강성계수

본 절에서는 커플링 플랜지의 등가장 계산시 주로 사용되고 있는 Ker Wilson과 B.I.C.E.R.A.의 경험식을 소개한다. 강성계수 계산시 커플링은 모두 축에 단단히 고정되어 있는 것을 전제로 하였다. 축이 커플링에 느슨하게 끼워진 경우에는 계산치에 비하여 비틀림 강성계수가 작아진다.

1) Ker Wilson에 의한 방법

Fig. 2.3 에 보이는 것과 같은 형식의 플랜지 커플링의 등가장 계산시 커플링의 $L_2/3$ 는 축에 구속되지 않고, 나머지 $2L_2/3$ 만이 보스와 커플링 플랜지에 의해서 토크를 전달하는 것으로 간주한다. 이에 대한 등가장은 식(2.4)와 같다.

$$L_e = \left[\frac{(L_1 + \frac{1}{3}L_2)}{D_1^4} + \frac{(\frac{2}{3}L_2 - \frac{1}{2}L_3)}{D_2^4 - D_1^4} + \frac{\frac{1}{2}L_3}{D_3^4 - D_1^4} \right] D_1^4 \qquad (2.4)$$

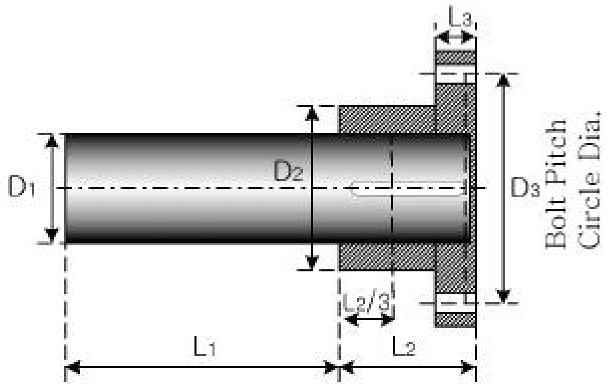


Fig. 2.3 Keyed coupling on straight shaft

2) B.I.C.E.R.A. 에 의한 방법

Fig. 2.4**와 같이 키이홈이 플랜지의 전길이에 걸쳐 있는 축의 등가장 계산은 커플링 끝단부터 커플링 길이의** $L/3$ **에 대하여 커플링을 비튼다고 가정하여 수행한다. 이에 대한 등가장은 식**(2.5)**와 같다.**

$$L_{e1} = L_1 \times \left(\frac{D_e}{D_1}\right)^4$$

$$L_{e2} = (L_2 + \Delta L) \times \left(\frac{D_e}{D_2}\right)^4$$

$$L_{e3} = L_3 \times \left(\frac{D_e}{D_3}\right)^4$$

$$L_e = L_{e1} + L_{e2} + L_{e3} \qquad (2.5)$$

$$L_1 = \frac{1}{3}L$$

$$L_2 = \frac{2}{3}L - L_3$$

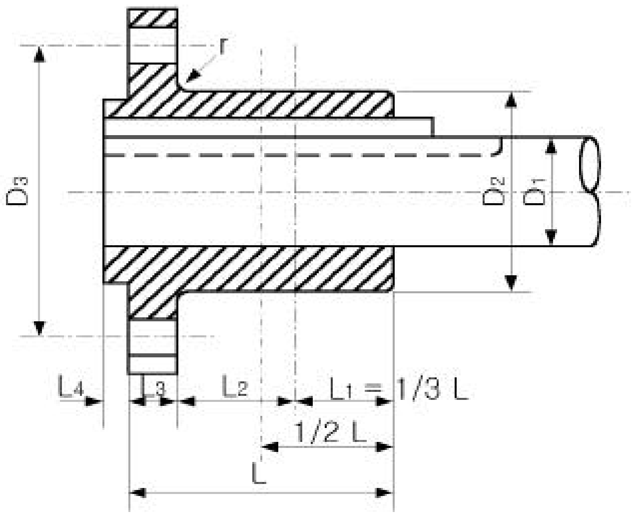


Fig. 2.4 Keyed coupling on straight shaft

2.2.2 단이 있는 축의 강성계수

Fig. 2.5 와 같이 여러 가지 상이한 지름과 길이를 갖는 축에 대한 등가장은 식 (2.6)과 같이 계산할 수 있다.

$$L_e = \sum_{i=1}^{n} l_i \left(\frac{d_0}{d_i}\right)^4 \qquad (2.6)$$

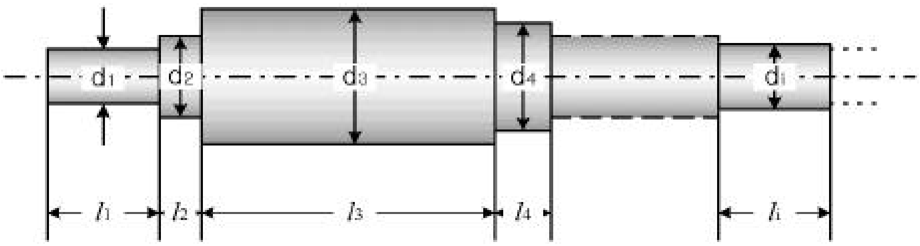
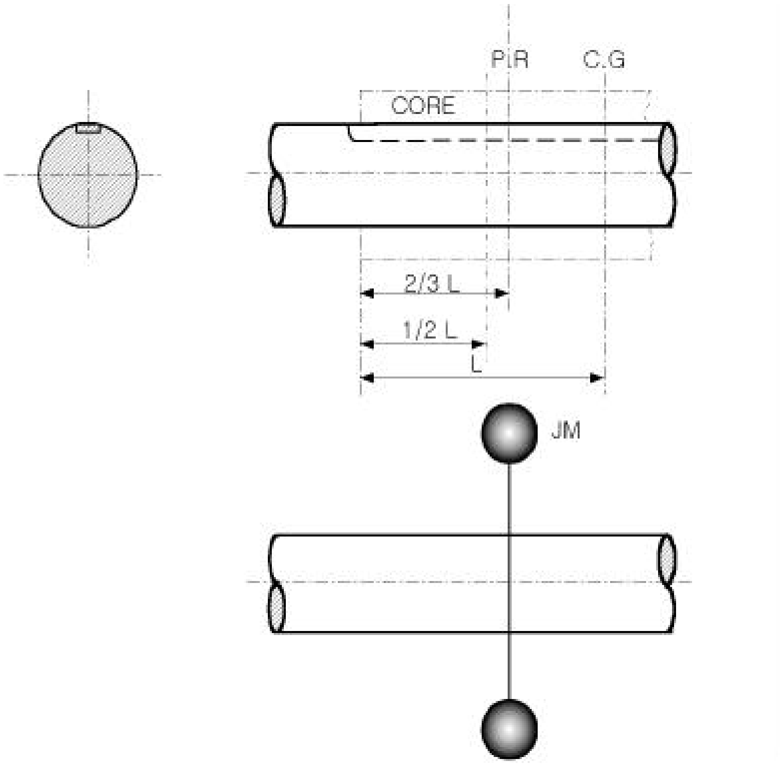


Fig. 2.5 Stepped shaft of various diameter

2.2.3 긴 키이홈을 갖는 회전자축의 강성계수

Fig. 2.6 과 같은 일반적인 형태의 회전자는 강성점(points of rigidity, P.R) 과 관성모멘트 J_{core} 로 나타내어지며, 관성모멘트는 강성점에 집중되어 축선상에 있다고 가정한다.



P.R : point of rigidity

C.G : center of gravity

J_{core} : moment of inertia

Fig. 2.6 Moment of inertia and point of rigidity of armature core

1) Ker Wilson에 의한 방법

발전기 회전자축에 대한 등가장을 계산하기 위하여 2.2.1절에서 기술한 커플링 플랜지의 등가장계산 경험식을 적용하였다. 이 경험식을 적용하기 위하여 Fig. 2.3에 보이는 커플링 플랜지 2개를 볼트면이 서로 닿도록 조립하고 이것을 회전자와 동일한 모델로 간주하였다. 각각의 커플링 플랜지에 대해서는 $L_2/3$만큼씩 축에 구속되지 않는 것으로 가정하였다. 즉, 결합한 커플링 양쪽에서 커플링의 전체 길이를 L 이라 하면(회전자 전체 길이를 L 이라 하면) 양쪽에서 $L/6$씩 축에 구속되지 않는 것으로 하여 강성계수에 포함시켰다.

2) B.I.C.E.R.A. 에 의한 방법

Fig. 2.6 과 같이 회전자 시작점에서 중심점까지 거리의 $2L/3$을 강성계수에 포함시키며, 반대편에서도 마찬가지로 중심점에서 끝점까지 거리의 $2L/3$을 강성계수에 포함시킨다. 즉 회전자 전체 길이를 L'로 하면 양쪽에서 $L'/3$씩이 발전기축의 강성계수로 계산된다.

3. 전달매트릭스법에 의한 축계의 비틀림진동 해석

축계의 다자유도진동 해석방법으로는 Holzer법, 전달매트릭스법, 모드해석법, 기계적 임피던스법 등이 있다. 발전기 축계의 비틀림진동 해석은 반복계산이 수반되므로 본 장에서는 계산시간의 면에서 유리한 전달매트릭스법을 이용하여 비틀림진동을 계산하였으며 전달매트릭스법에서 필요한 기초방정식을 제시한다.

3.1 자유진동 해석

Fig.3.1과 같이 축의 끝단이 비틀림을 받아서 회전 각변위가 일어날 때의 한 점 i에서의 상태량 벡터는 다음과 같이 표시된다.

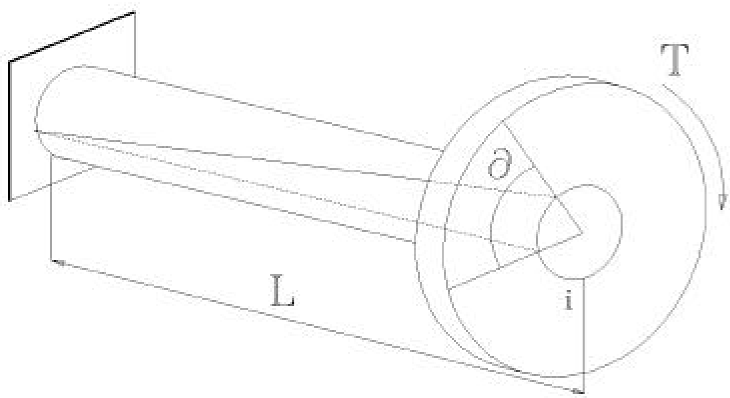


Fig.3.1 Deflection due to external force and torque

상태량 벡터(state vector)**란 외력을 받는 계의 어느 한 점에 있어서의 변위와 그에 대응하는 대응력을 규정하는 벡터량이다**.

$$\{Z_i\} = \begin{Bmatrix} \theta_i \\ T_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta \\ T \end{Bmatrix}_i \qquad (3.1)$$

$\{Z_i\}$: i **점에 있어서 상태량 벡터**,

θ_i : i **점에 있어서의 각변위**

T_i : i **점에 있어서의 토크**

Fig. 3.2 **와 같이 수 개의 질량 원판이 붙은 원형 단면축이 회전토크를 받아서 비틀림을 일으키는 상태를 전달매트릭스로 나타내면**, $(i-1)$ **번째 축에 작용하는 토크와 양측의 각변위와 축의 평형관계로부터 다음과 같은 식이 성립하게 된다**.

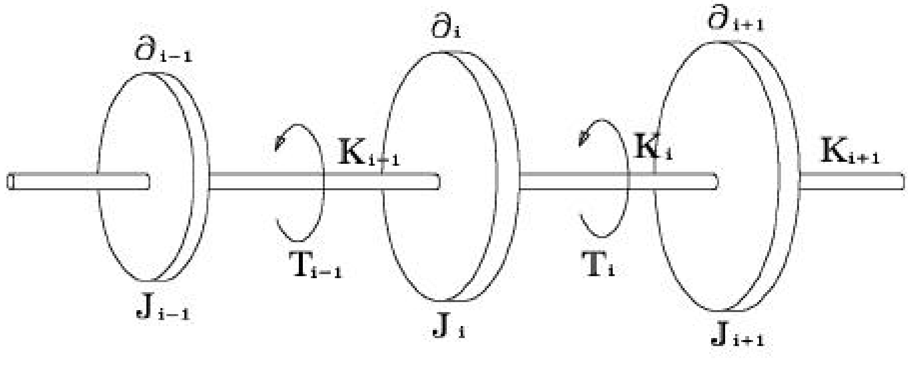


Fig. 3.2 Equivalent mass system of torsional vibration with multi-degree of freedom

$$T^L_i = T^R_{i-1} \tag{3.2}$$

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \frac{T^R_{i-1}}{k_{i-1}} \tag{3.3}$$

k : **축의 강성계수** ($= \frac{GJ_p}{L}$)

(G : **횡탄성계수** , J_p : **극관성모멘트** , l : **축의 길이**)

식(3.2), **식**(3.3)**에서 상단 첨자** L , R **은 각 질점의 좌측**, **우측을 나타내며**, **식**(3.2), **식**(3.3)**을 매트릭스로 정리하면 식**(3.4), **식**(3.5)**와 같이 된다**.

$$\{Z_i\}^L = \begin{Bmatrix} \theta \\ T \end{Bmatrix}^L_i = \begin{bmatrix} 1 & 1/k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{i-1} \begin{Bmatrix} \theta \\ T \end{Bmatrix}^R_{i-1} = [F]_{i-1}\{Z_{i-1}\}^R \tag{3.4}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 1/k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

여기서, $[F]$ **는 계매트릭스** (field matrix)**로서 두개의 질점** i **와** $i-1$**간의 상태량 관계를 규정해 주는 전달매트릭스이다**.

또한, **원판** i **에 대한 양측 상태량 벡터** $\{Z_i\}^L$, $\{Z_i\}^R$ **의 관계를 보면 비틀림각은 변하지 않고**, **토크는 원판의 관성모멘트 때문에 불연속으로 되어 식**(3.6), **식**(3.7) **과 같이 된다**.

$$\theta^R_i = \theta^L_i \tag{3.6}$$

$$T^R_i = -J_i \omega^2 \theta^L_i + T^L_i \tag{3.7}$$

J_i : i **번째 원판의 관성모멘트** ,

ω : **각진동수**

식(3.6), 식(3.7)을 매트릭스로 정리하여 나타내면 식(3.8), 식(3.9)와 같이 된다.

$$\{Z_i\}^R = \begin{Bmatrix} \theta \\ T \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -J_i\omega^2 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta \\ T \end{Bmatrix}_i^L = [P]_i\{Z_i\}^L \tag{3.8}$$

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -J_i\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

여기서, $[P]$는 질점매트릭스(point matrix)로서 질점 i의 양측에 대한 상태량을 규정하는 전달매트릭스이다.

3.2 고유진동수 및 진동모드 해석

비틀림 하중을 받는 축계에서는 어느 한 단면에 대해서 경계조건인 토크 T 와 각변위 θ 의 두 개의 인자 중에서 어느 한 개는 항상 알 수 있다. 즉, 고정단에서는 $\theta = 0$ 이고 T 는 미지의 값을 갖게 되며, 자유단에서 θ 는 어떤 미지의 값을 가지며 $T = 0$ 이다. 이와 같은 양단의 경계조건과 전달매트릭스를 이용하여 고유진동수를 구하는 과정을 설명하면 다음과 같이 요약할 수 있다.

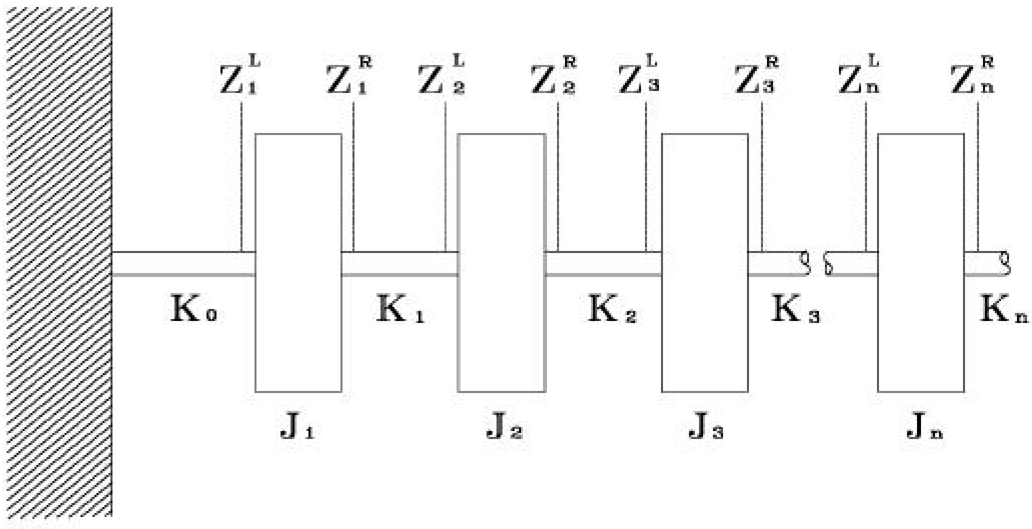


Fig. 3.3 A normal vector of torsional vibration system with multi-degree of freedom

Fig. 3. 3 에서와 같이 여러 개의 원판을 갖는 회전축에서 서로 근접한 두개의 상태량 벡터는 식(3.10)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \{Z_1\}^L &= [F_o]\{Z_o\} & \{Z_1\}^R &= [P_1]\{Z_1\}^L \\ \{Z_2\}^L &= [F_1]\{Z_1\} & \{Z_2\}^R &= [P_2]\{Z_2\}^L \\ \{Z_3\}^L &= [F_2]\{Z_2\} & \{Z_3\}^R &= [P_3]\{Z_3\}^L \\ &\vdots & &\vdots \\ \{Z_n\}^L &= [F_n]\{Z_n\} & \{Z_n\}^R &= [P_n]\{Z_n\}^L \end{aligned} \tag{3.10}$$

식(3.10)에서 각각의 좌측 식을 우측 식에 대입하여 정리하면 식(3.11)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \{Z_n\}^R &= [P_n][F_{n-1}][P_{n-1}][F_{n-2}]\cdots\cdots \\ &\qquad \cdots\cdots[P_2][F_1][P_1][F_o]\{Z_o\} \\ &= [A]\{Z_o\} \end{aligned} \tag{3.11}$$

식(3.11)에서의 $[A]$는 질점매트릭스와 계매트릭스들의 순차적 누적치이다. $\{Z_o\}$, $\{F_o\}$ 는 고정단의 경우에만 존재하고 엔진의 축계와 같이 양단이 자유단일 경우는 $\{Z_1\}^L$ 이 경계조건으로 되고 $T_1 = 0$, θ_1은 미지수로 된다. 식(3.11)의 계산을 위하여 편의상 3 개만의 질량 원판을 갖고 양측이 자유단인 축계의 전달매트릭스는 식(3.12)와 같이 된다.

$$\{Z_3\}^R = \begin{Bmatrix} \theta_3 \\ T_3 \end{Bmatrix} = [P_3][F_2][P_2][F_1][P_1]\{Z_1\}^L$$
$$= [A]\{Z_1\}^L = [A]\begin{Bmatrix} \theta_1 \\ T_1 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{J_1 J_2}{k_1 k_2}\omega^4 - \left(\frac{J_1}{k_1} + \frac{J_1 + J_2}{k_2}\right)\omega^2 & \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} - \frac{J_1}{k_1 k_2}\omega^2 \\ -\frac{J_1 J_2 J_3}{k_1 k_2}\omega^6 + \left\{J_1 J_3\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) + \frac{J_2 J_3}{k_2}\right\}\omega^4 - (J_1 + J_2 + J_3)\omega^2 & 1 + \frac{J_2 J_3}{k_1 k_2}\omega^4 - \left(\frac{J_2 + J_3}{k_1} + \frac{J_3}{k_2}\right)\omega^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

여기서, 양단의 경계조건은 $T_1 = 0$, $T_3 = 0$ **이므로 식**(3.13)**은 식**(3.14)**와 같이 된다.**

$$\begin{Bmatrix} \theta_3 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

식(3.14)**를 풀면 식**(3.15)**와 같은 연립방정식으로 된다.**

$$a_{11} \cdot \theta_1 = \theta_3$$
$$a_{21} \cdot \theta_1 = 0 \quad (3.15)$$

식(3.15)**에서** $\theta_1 \neq 0$ **이므로** $a_{21} = 0$ **이 되어야 한다. 여기서** a_{21} **의 값은 각진동**

수 ω 에 대응하는 계수로서 잔류토크가 된다. $a_{21} = 0$ 인 점은 Fig. 3.4 에서와 같이 잔류토크곡선이 ω 축과 교차되는 절점이 되고, 이 계산에서 구하고자하는 고유 각진동수 ω_n 이 된다. ω_n 의 값을 구하는데는 다음의 계산 순서를 따른다.

① ω 의 값으로서 적당한 값을 추정하고 그 값을 질점매트릭스의 ω 에 대입하여 $[A]$ 를 계산한다.

② 이 계산 결과가 0 이 되도록 ω 값을 순차적으로 바꾸어 가면서 계산을 반복한다.

③ ω 의 값이 만족할 만한 근사치가 되면 그 값을 취하고 다음 계산을 속행한다.

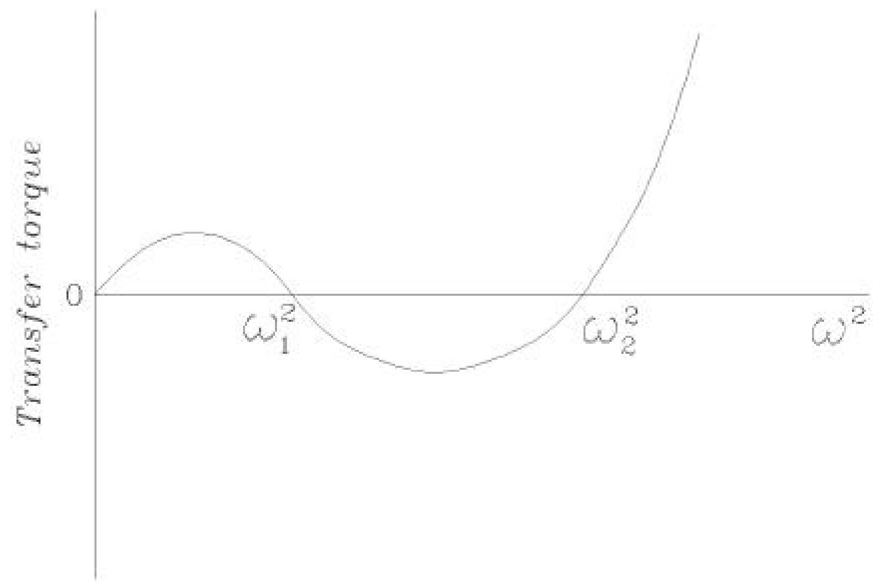


Fig. 3.4 Residual torque curve by ω^2

3.3 비틀림진동 기진력

디젤기관의 크랭크축에는 실린더내의 가스압력과 왕복질량 관성력에 의한 회전모멘트가 작용한다. 이들 압력은 일정한 주기를 갖고 끊임없이 변동하고 그 결과 크랭크 회전모멘트는 심히 불균일하게 된다. Fig. 3.5 에 있어 가스압력 P는 연접봉을 통하여 크랭크를 회전시킨다.

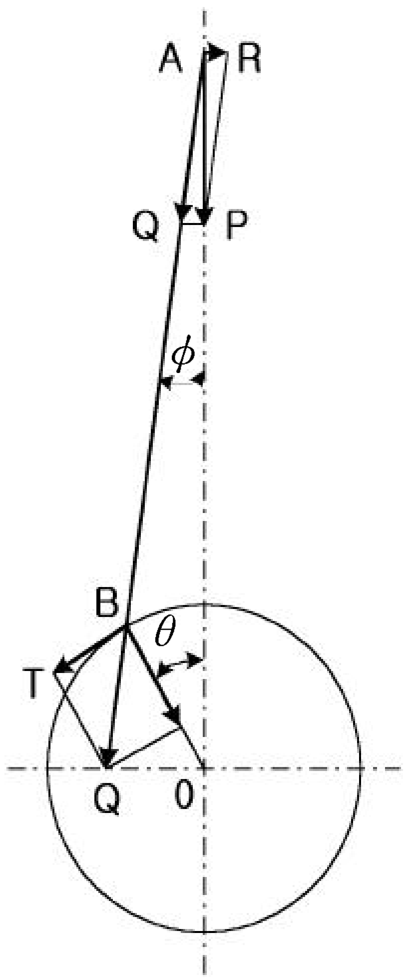


Fig. 3.5 Tangential force of crankshaft

지금 가스압력 P **를 연접봉에 비치는 힘** Q **와 실린더 벽에 직각인 힘** R **로 나누면**, Q **는 연접봉을 거쳐 크랭크핀** B **에 작용한다**. **점** B**에서 힘** Q **를 반경방향의 힘과 여기에 직각인 힘** T **로 나누면**, T **가 크랭크를 회전시키는 유효한 힘으로 된다**. Fig.3.5 **에서** $Q = P / \cos\phi$, $T = Q\sin(\theta + \phi)$ **이므로 크랭크 회전모멘트**, **즉 크랭크 회전력** M **은 다음과 같이 된다**.

$$M = Tr = Pr\frac{\sin(\theta+\phi)}{\cos\phi} = Pr\left(\sin\theta + \frac{r\cos\theta\sin\theta}{\sqrt{L^2 - r^2\sin^2\theta}}\right) \qquad (3.16)$$

$$\fallingdotseq Pr\left(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta\right)$$

L : **연접봉 길이**, r : **크랭크 반경**, λ : **연접봉 비**(r/L)

가스압력 P **를 실측**, **또는 추정한 지압선도로부터 구하면 가스압력에 의한 크랭크 회전모멘트** $M(\theta)$ **는 식**(3.16)**으로부터 구할 수 있다**. **가스압력** P **는** θ **의 주기함수이기 때문에** $M(\theta)$ **도** θ **의 주기함수로 되며** 2**행정기관에서는 크랭크** 1 **회전마다**, 4**행정기관에서는** 2**회전마다 각각** 1**사이클을 종료한다**. **따라서 식**(3.16) **은** θ **를 주기함수로 갖는** sin **및** cos **다항의 합**, **즉** Fourier**급수로 나타낼 수 있다**. 2**행정기관에서 식**(3.16)**의 회전 모멘트** M **은 다음과 같이 된다**.

$$M(\theta) = a_0 + a_1\cos\theta + a_2\cos 2\theta + a_3\cos 3\theta + \cdots$$

$$+ b_1\sin\theta + b_2\sin 2\theta + b_3\sin 3\theta + \cdots \qquad (3.17)$$

$$M(\theta) = C_0 + C_1\cos(\omega t + \phi_1) + C_2\cos(2\omega t + \phi_2) + \cdots$$

여기서, $a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} M(\theta)d\theta$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} M(\theta)\cos n\theta\, d\theta \;, \quad b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} M(\theta)\sin n\theta\, d\theta$$

$$C_n^2 = a_n^2 + b_n^2 \;, \quad \tan\phi_n = -b_n / a_n$$

4**행정기관에서는** θ **가** 4π (=720°) **증가할 때마다 모멘트** M **은** 1**사이클을 끝내게**

된다. 이 사이의 변화를 $\theta' = 0$ 부터 2π 까지의 사이로 옮기고, 즉 $\theta' = \theta/2$ 로 놓고 $M(\theta)$ 곡선을 $M(\theta')$ 곡선으로 고쳐서 Fouier급수로 바꾸어 쓰면

$$
\begin{aligned}
M(\theta') &= a_0' + a_1'\cos\theta' + a_2'\cos 2\theta' + a_3'\cos 3\theta + \cdots \\
&\quad + b_1'\sin\theta' + b_2'\sin\theta' + b_3'\sin 3\theta' + \cdots \\
&= a_0 + a_{1/2}\cos\frac{\theta}{2} + a_1\cos\theta + a_{3/2}\cos\frac{3\theta}{2} + \cdots \\
&\quad + b_{1/2}\sin\frac{\theta}{2} + b_1\sin\theta + b_{3/2}\sin\frac{3\theta}{2} + \cdots \\
&= C_0 + C_{1/2}\cos\left(\frac{\omega t}{2} + \phi_{1/2}\right) + C_1\cos(\omega t + \phi_1) + C_{3/2}\cos\left(\frac{3\omega t}{2} + \phi_{3/2}\right) + \cdots
\end{aligned}
\qquad (3.18)
$$

여기서,

$$a_0 = a_0' = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} M(\theta')d\theta'$$

$$a_{n/2} = a_n' = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} M(\theta')\cos n\theta' d\theta'$$

$$b_{n/2} = b_n' = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} M(\theta')\sin n\theta' d\theta'$$

$$C_{n/2}^2 = a_{n/2}^2 + b_{n/2}^2 \ , \quad \tan\phi_{n/2} = -\ b_{n/2}/a_{n/2}$$

식(3.17), 식(3.18)에서 크랭크 1회전으로 1/2사이클을 마치는 조화항을 1/2차, 1사이클을 끝마치는 조화항을 1차, …, n 사이클을 끝마치는 조화항을 n차 조화항이라 한다. $M(\theta)$ 가 주어지면 이상과 같이 급수로 전개할 수 있는데 그 모양이 복잡한 경우에는 이것을 수식적으로 표시하여 계수의 적분치를 구하는 것이 곤란하기 때문에 도식해법, 수치해석 또는 조화분석 장치로 적분치를 구한다.

피스톤 및 연접봉의 왕복질량 m_{rec} 에 의한 관성력의 회전모멘트 근사식도 관성력을 식(3.16)에 대입하고 Fourier급수로 전개하여 계산하면 식(3.19)와 같다.

$$M' \fallingdotseq -m_{rec} w^2 r^2 (\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta)$$

$$= m_{rec} w^2 r^2 (\frac{\lambda}{4}\sin\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta - \frac{3\lambda}{4}\sin 3\theta - \frac{\lambda^2}{4}\sin 4\theta) \qquad (3.19)$$

왕복질량 관성력에 의한 회전 모멘트도 Fourier 급수로 전개되는데 이들 조화항의 계수를 d_i 라 하면, 합성 회전모멘트는 가스압력에 의한 회전모멘트와 왕복질량 관성력에 의한 회전모멘트를 더하면 된다. 즉 식(3.17), 식(3.18)에 있어서 C_1, C_2, C_3, C_4 는 식(3.20)과 같이 바꾸어 쓴 것이 그대로 합성 회전모멘트 곡선을 주게 된다.

$$C_i = \sqrt{a_i^2 + (b_i + d_i)^2}\ , \quad \tan\phi_i = -(b_i + d_i)/a_i \ (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (3.20)$$

관성토크가 문제로 되는 것은 회전속도가 높은 경우이며 저속에서는 관성력이 무시할 수 있을 정도로 작으므로 가스압력만을 고려하면 된다.

여러가지 엔진에 있어 각 부하의 지압선도를 채취하고 각각의 토크곡선을 그려서 이것을 모두 조화분석하는 데는 많은 작업을 요하므로, 연소상태가 비슷한 기관에 있어서는 대표적인 지압선도로부터 실린더 면적을 1[mm^2] 크랭크암의 길이를 1[m] 로 하였을 때의 토크곡선을 분석하여 사용하면 편리하다. 이것을 토크 하모닉계수라고 한다. 이 경우 위식에서 C_i 가 토크 하모닉계수가 되며 토크곡선의 고조파진폭을 의미한다. 따라서 실제 기관의 고조파 토크 Q_i 는 이 값에 실린더 면적 $\pi D^2/4$ 과 크랭크 반경 r 을 곱하여 계산한다.

$$Q_i = \{a_i^2 + (b_i + d_i)^2\}\frac{\pi}{4} D^2 r = C_i \frac{\pi}{4} D^2 r \ [N \cdot m] \tag{3.21}$$

D : **실린더 직경** [mm]

따라서 기관 축계는 $Q_o = a_0(\frac{\pi}{4}) D^2 r \ [N \cdot m]$**의 정상토크를 받으면서 동시에 많은 고조파 토크** $Q_i = C_i(\frac{\pi}{4}) D^2 r \sin(iwt + \phi_i)$ **가 겹쳐서 축을 회전시키고 있다. 이 고조파는 축이 1회전하는 사이에** i **사이클을 이루는** i **회의 충격을 되풀이하여 축에 가하게 된다. 따라서 어떤 회전수에 있어서 되풀이되는 고조파 토크의 주기가 축계의 고유진동수와 일치하면** i **차의 비틀림 진동을 일으키고 이때의 회전수를** i **차의 위험회전수라 한다. 즉 고유진동수를** i **로 나누면** i **차의 위험회전수로 된다.**

3.4 강제진동 해석

강제감쇠진동 방정식은 식(3.22)의 자유진동방정식에 강제력과 감쇠력항을 부가한 것이며, 매트릭스로 나타내면 식(3.23)과 같이 된다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = 0 \qquad (3.22)$$

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [C]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{F(t)\} \qquad (3.23)$$

다만, $[J]$ 는 질량 또는 관성질량모멘트 매트릭스이며 대각매트릭스이고, $[K]$ 는 강성매트릭스, $[C]$ 는 감쇠매트릭스이며 각각 대칭이다. 또한, $\{F(t)\}$는 강제력을 나타내는 벡터이며 Fourier 급수로 표현할 수 있다.

강제진동에 의한 정상응답을 전달매트릭스법을 이용하여 계산하는 과정은 다음과 같다. 질점 J_{i-1} 과 J_i 사이의 비틀림각 θ 에 대한 식은 자유진동의 계매트릭스(field matrix) 강성항에 복소강성계수 $k_{i-1} + j\omega c_{i-1}$ 를 대입한 것으로 식(3.24), 식(3.25)와 같이 된다.

$$\theta_i^L = \theta_{i-1}^R + \frac{T_{i-1}^R}{k_{i-1} + j\omega c_{i-1}} \qquad (3.24)$$

$$T_i^L = T_{i-1}^R \qquad (3.25)$$

T_i : 내부토크, θ : 비틀림 각변위

c : 감쇠계수, k : 강성계수, ω : 회전각속도

윗 첨자 L , R 은 각각 등가질량의 좌측면과 우측면을 가리킴

강제감쇠 비틀림진동은 강제항에 의한 변수와 감쇠항에 의한 변수를 각각 하나 더 갖게 되므로 자유진동을 해석할 때 사용한 전달매트릭스는 그대로 사용할 수

가 없다. 그러므로 이것을 확장된 형태의 매트릭스로 나타내면 식(3.26)과 같이 되며 이를 확장 계매트릭스라고 한다.

$$\{Z_i\}^L = [F_i]\{Z_{i-1}\}^R$$
$$= \begin{Bmatrix} \theta \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k+j\omega c} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_{i-1}^R \quad (3.26)$$

감쇠강제진동의 경우에는 해가 복소수의 형태를 가지므로 식(3.26)의 확장 매트릭스를 실수부와 허수부로 나누면 식(3.27)과 같이 된다. 여기서 1, 2 열은 실수부의 값을 나타내고 3, 4 열은 허수부의 값을 나타낸다.

$$\{Z_i\}^L = \begin{Bmatrix} \theta^r \\ T^r \\ \theta^j \\ T^j \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_{i-1}}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2} & 0 & \frac{c_{i-1}\omega}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-c_{i-1}\omega}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2} & 1 & \frac{k_{i-1}}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta^r \\ T^r \\ \theta^j \\ T^j \\ 1 \end{Bmatrix}_{i-1}^R \quad (3.27)$$

그리고 i 번째 질점에 정현파 하중 $\overline{F}_i(t) = \overline{T}_i \sin\omega t$ 가 Fig. 3. 3 의 질점 i 에 작용한다고 하면, 질점의 좌우에 발생하는 비틀림 각변위는 같기 때문에 토크의 평형방정식은 식(3.28), 식(3.29)와 같이 된다.

$$T_i^R + \overline{F}_i(t) = T_i^L + (-\omega^2 J_i + j\omega c_i + k_i)\theta_i^L \quad (3.28)$$

$$\theta_i^R = \theta_i^L \qquad (3.29)$$

여기서, 외부 강제토크 $\overline{F}_i(t)$ 를 우변으로 이항하면 우변은 3 개의 변수 $(T_i^L, \theta_i^L, \overline{F}_i(t))$ 를 갖게 되므로 식(3.26)과 같이 확장된 형태의 매트릭스로 나타낼 수 있다. 이를 확장 점매트릭스(point matrix)라 하고 식(3.30)과 같이 된다.

$$\{Z_i\}^R = [P_i]\cdot\{Z_i\}^L = \begin{Bmatrix} \theta \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\omega^2 J_i + j\omega d_i + k_{di} & 1 & -\overline{F}(t) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta \\ T \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L \qquad (3.30)$$

이 식을 앞에서와 마찬가지로 실수부와 허수부의 확장된 형태의 매트릭스로 다시 쓰면 식(3.31)과 같이 된다. 이 식에서 1, 2 열은 실수부를 나타내며 3, 4 열은 허수부를 나타낸다.

$$\{Z_i\}^R = \begin{Bmatrix} \theta^r \\ T^r \\ \theta^j \\ T^j \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 J + k & 1 & -\omega d_i & 0 & -\overline{F}(t)^r \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega d_i & 1 & -\omega^2 J_i + k_{di} & 1 & -\overline{F}(t)^j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta^r \\ T^r \\ \theta^j \\ T^j \\ 1 \end{Bmatrix}_i^L \qquad (3.31)$$

여기서 전체 요소에 대한 전달매트릭스를 식(3.27), 식(3.31)과 같이 강제항을 포함하는 매트릭스로 확장하고 곱하면 식(3.32)와 같이 된다.

$$\{\overline{Z}_i\}^R = [P_i][F_i]\{Z_{i-1}\}^R \tag{3.32}$$

$$\begin{Bmatrix} \theta^r \\ T^r \\ \theta^j \\ T^j \\ 1 \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & -\overline{F}(t)^r \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & -\overline{F}(t)^j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta^r \\ T^r \\ \theta^j \\ T^j \\ 1 \end{Bmatrix}_{i-1}^R$$

여기서 $a_{11} = a_{33} = 1$, $a_{13} = 0$

$$a_{12} = a_{34} = \frac{k_{i-1}}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2}, \quad a_{14} = -a_{32} = \frac{c_{i-1}\omega}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2},$$

$$a_{21} = a_{43} = -\omega^2 J_i + k_{di},$$

$$a_{22} = a_{44} = \frac{-k_{i-1}\omega^2 J_i + k_{i-1}k_{di} - c_{i-1}d_i\omega^2}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2} + 1,$$

$$a_{23} = -a_{41} = -\omega d_i,$$

$$a_{24} = \frac{d_i k_{di}\omega - c_{i-1}k_{di}\omega - c_{i-1}\omega^3 J_i}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2} + 1,$$

$$a_{42} = \frac{d_i k_{di}\omega - c_{i-1}k_{di}\omega + c_{i-1}\omega^3 J_i}{k_{i-1}^2 + c_{i-1}^2\omega^2}$$

이 식에서 위의 4 행만이 의미를 갖는 값을 갖게 되고 미지수는 4 개이지만 이 중에 2 개는 경계조건에 의하여 정하여 진다. 예를 들어 양단이 자유인 경우에는 $T_i^r = T_i^i = T_0^r = T_0^i = 0$ 이 된다. 이를 이용하여 좌단의 경계조건으로부터 순차적으로 각 요소의 전달매트릭스를 곱하면 전체 상태량의 응답을 구할 수 있다. 따라서 엔진의 각 회전수에 대하여 전달매트릭스를 구하고 강성계수를 대입하면 강제진동진폭을 구할 수 있다.

4. 발전기 축계의 비틀림진동 해석 및 고찰

연구대상으로 선정한 발전기에 대하여 디젤기관 제작사에서 계산한 비틀림 고유진동수와 측정한 비틀림 고유진동수에 대하여 살펴보면, 설계초기 계산에 의한 1절 고유진동수는 4728 [cpm] 이었다. 선박에 탑재후 측정한 고유진동수는 4995 [cpm] 으로 1절 4.5차의 위험회전수가 1110 [rpm] 이므로 발전기 연속최대회전수 (1200 [rpm]) 의 ±10% 범위 (1080 1320 [rpm]) 에 포함되어 디젤기관 제작사에서는 고유진동수를 낮추기 위해 크랭크축 선단에 튜닝휠을 부착하였다. 튜닝휠 부착후 디젤기관 제작사에서 다시 계산한 고유진동수는 4889 [cpm] 으로 1절 4.5차 위험회전수가 1086.4 [rpm] 이므로 발전기 연속최대회전수(1200 [rpm])의 ±10% 범위(1080 1320 [rpm]) 에 있다. 하지만 튜닝휠이 부착된 상태의 다른 발전기를 측정한 고유진동수는 4770 [cpm]이었다.

따라서, 디젤기관 제작사에서 계산한 비틀림 고유진동수 값과 측정한 값 사이에 오차가 발생하고 있음을 알 수 있다. 이들 관계를 Table 4.1에 보인다.

일반적으로, 비틀림 고유진동수를 계산하기 위한 등가 탄성계 모델링시 가장 문제가 될 수 있는 크랭크축과 여기에 연결되는 왕복질량의 등가장과 등가질량은 디젤기관 제작사에서 제시한 값을 그대로 적용하고 있다. 또한, 발전기축의 회전자와 같이 도식적으로 계산하기 곤란한 등가질량도 발전기 제작사에서 제시한 값을 이용하고 있다. 비틀림 고유진동수 계산에 오차를 가져올 수 있는 부분에 대하여 상세히 검토한 바에 의하면, 키이홈 부분 특히 긴 키이홈을 지닌 회전자부의 비틀림 강성계수 계산에 따라서 고유진동수 값이 달라지게 됨을 알 수 있었다.

따라서, 최적의 강성계수를 구하기 위하여 실선에서 비틀림진동을 측정하여 검증하였다. 또한 비틀림 강제진동을 해석하여 측정결과와 비교 고찰하였다.

Table 4.1 Natural frequencies and critical speeds of 1-node torsional vibration for the S116L-DN

	Without tuning wheel			With tuning wheel	
	Natural frequency [c.p.m]	4.5th order [rpm]		Natural frequency [c.p.m]	4.5th order [rpm]
calculation (1'st)	4728.0	1050.7	calculation (2nd)	4889.0	1086.4
measurement (1'st)	4995.0	1110.0	measurement (2nd)	4770.0	1060.0

4.1 발전기 축계의 구성

연구대상의 발전기 축계는 Fig. 4.1과 같이 발전기와 발전기 구동용 원동기가 커플링 플랜지로 직접 연결되어있다. 이 발전기와 원동기의 주요사양은 Table 4.2에 나타내었다.

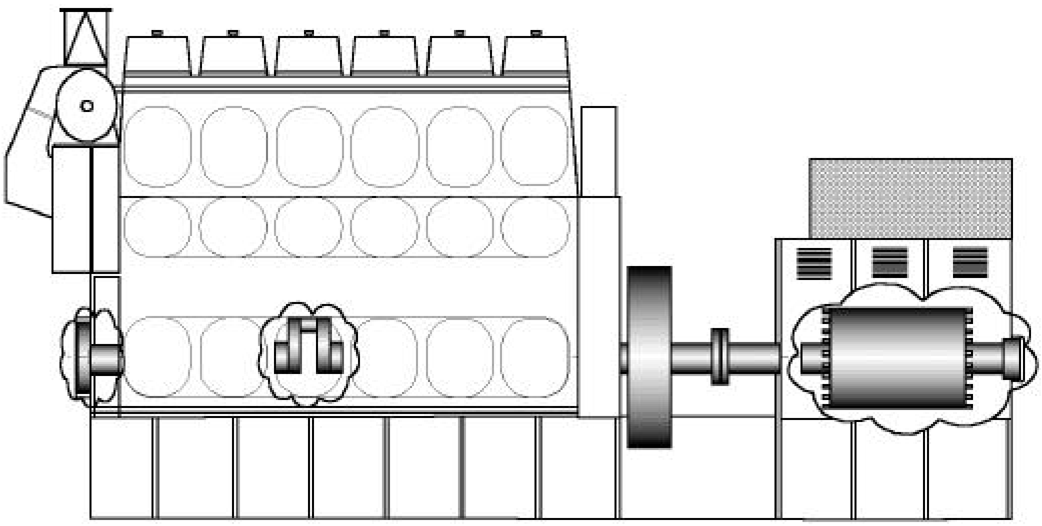


Fig. 4.1 Schematic diagram of generator shafting

Table 4.2 Specification of the S165L-DN diesel generator

Engine	Type	S165L-DN
	Cylinder bore X stroke [mm]	165.0 X 232.0
	BHP X RPM	420 X 1200
	No. of cylinder X cycle	6 X 4
	Firing order	1-5-3-6-2-4
	M. E. P [bar]	11.5
	Con. rod ratio (r/l)	0.3
	Maker	Yanmar diesel engine co,. ltd.
Generator	Type	HFC 6-356-64E
	RPM	1200
	Voltage [V]	445
	Pole X Hz	6 X 60
	Amp. [A] X kVA	454 X 350
	Etc.	Y-conn., 0.8φ
	Maker	Hyundai electrical engineering co., Ltd.

4.1.1 축계의 모델링

Fig. 4.1과 같은 연구대상 발전기 축계를 등가인 축계로 치환하고 비틀림진동을 해석하기 위한 등가탄성계로 모델링하면 Fig. 4.2 와 같다. J_1 은 크랭크축 선단, J_2 J_7 은 엔진의 각 실린더, J_8 은 플라이 휠, J_9 은 팬, J_{10} 은 회전자, J_{11} 은 여자기의 관성모멘트를 나타내며 K_1 K_{10} 은 축의 강성계수를 나타낸다.

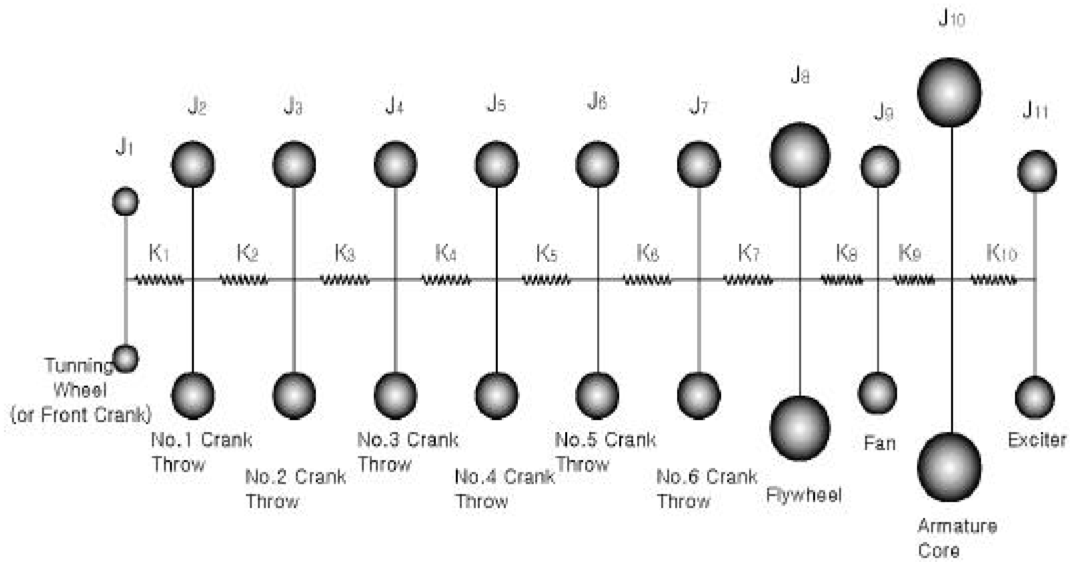


Fig. 4. 2 Equivalent mass system of torsional vibration with multi-degree of freedom

4.1.2 축계의 강성계수

2장에서 언급한바 있는 Fig. 2.1과 같은 발전기축에 대해 두가지 경험식에 의한 것과 디젤기관 제작사에서 제시한 발전기축 비틀림 강성계수값을 나타낸 것이 Table 4.3, Table 4.4 이다. 여기서 축 지름 85 [mm], 100 [mm]는 발전기축 최소지름을 말하며, Table 4.4는 발전기축 지름을 85 [mm]에서 100 [mm]로 교환하기 위해 계산한 경우이다. Table 4.3은 디젤기관 제작사에서 발전기축 회전자부의 강성점을 80%로 간주하여 비틀림 강성계수가 가장 적게 계산되어진 경우이고, Table 4.4는 반대로 강성점을 0%로 간주하여 즉 회전자부의 비틀림 강성계수를 무시하여 가장 크게 계산된 경우이다. 강성계수 계산에 있어서 강성점의 비율을 임의적으로 해석하여 발전기축 비틀림 강성계수에 오류가 발생하고 있음을 알 수 있다. 강성점은 유사한 형태의 경험을 바탕으로 축에 알맞게 가정되는데 일반적으로 강성점은 이용 가능한 진동주파수실험의 결과로 결정되며 복잡한 형상의 축 요소의 강성계수에 접근하는 여러 가지 방법으로 평가되고 있다.

Table 4.3 Stiffness of generator shaft (diameter: 85 [mm])

	Coupling→Fan [MNm/rad]	Fan→Armat. Core [MNm/rad]	Armat. Core→Excitor [MNm/rad]
Ker Wilson	1.8034	7.7952	4.9322
B.I.C.E.R.A.	1.8074	6.1225	4.1907
Maker (P.R : 80%)	**1.7454**	**5.2803**	**3.7422**

Table 4.4 Stiffness of generator shaft (diameter: 100[mm])

	Coupling→Fan [MNm/rad]	Fan→Armat. Core [MNm/rad]	Armat. Core→Excitor [MNm/rad]
Ker Wilson	3.1327	9.4154	4.9322
B.I.C.E.R.A.	3.1484	7.0819	4.1907
Maker (P.R : 0%)	**3.1555**	**10.6884**	**5.7192**

4.2 발전기 축계의 비틀림진동 측정

발전기 축계의 비틀림 진동측정은 동일한 형식의 발전기용 디젤기관을 2기씩 탑재한 선박 3척을 통하여 총 6기에서 다음과 같은 3가지 경우로 측정하였다.

① Generator shaft with tuning wheel (diameter : 85[mm]), 6기
② Generator shaft without tuning wheel (diameter : 85[mm]), 3기
③ Generator shaft without tuning wheel (diameter : 100[mm]), 1기

Fig. 4.3 은 비틀림 진동을 측정하기 위한 장비의 장치도이다. 비틀림 진동진폭은 디젤기관 크랭크축 선단에서 측정하였으며, 비접촉식 레이저 비틀림진동계(Polytec-4000)를 사용하였다. 이로부터 얻어진 비틀림각을 주파수분석기(CF-360)로 주파수 분석을 행하여 비틀림진동의 주파수와 진폭을 측정하였다. 측정결과의 신뢰성을 확보하기 위해 발전기관의 회전수를 증가하면서 그리고 감소하면서 5회씩 반복하였다. 측정장비 제원은 Table 4.5 와 같다.

Photo 4.1, 4.2 는 측정시 장비의 설치상태를 나타내며, Photo 4.1 은 튜닝휠을 취부한 장면이고, Photo 4.2는 튜닝휠을 취외한 장면이다. 크랭크축 선단에 비틀림 진동신호를 측정하는 Sensor head와 Tachometer를 볼 수 있다.

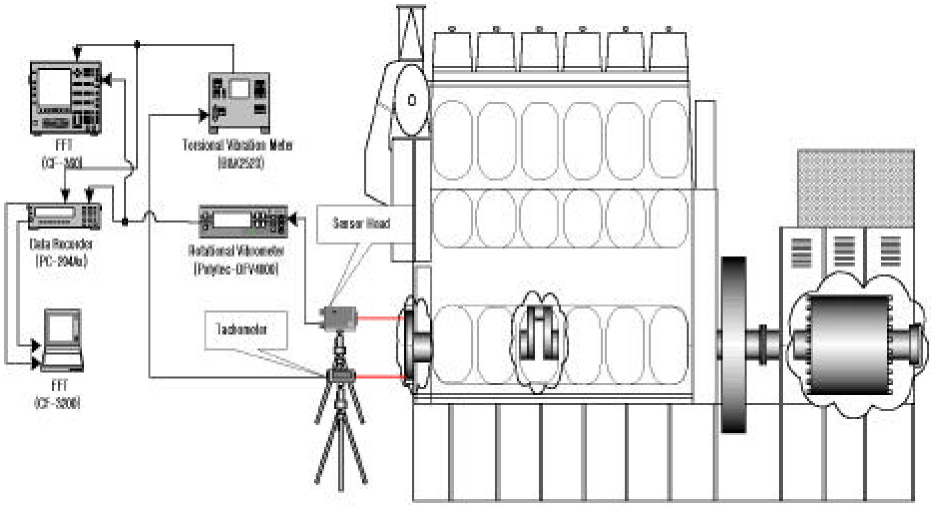


Fig. 4.3 Schematic diagram of generator shafting and measuring system

Table 4.5 Specification of the test equipments

Specification	Type	Maker
F. F. T	2-CH, CF-360	ONOSOKKI
	2-CH, CF-3200	ONOSOKKI
Tracking filter	CF-0382	ONOSOKKI
Rotational vibrometer	OFV- 4000	POLYTEC
Sensor head	OFV- 400	POLYTEC
Photoelectric tachometer	MM-0024	B & K
Torsional vibration meter	B&K 2523	B & K
Data recorder	PC-204Ax	SONY
Plotter	CX-335	ONOSOKKI

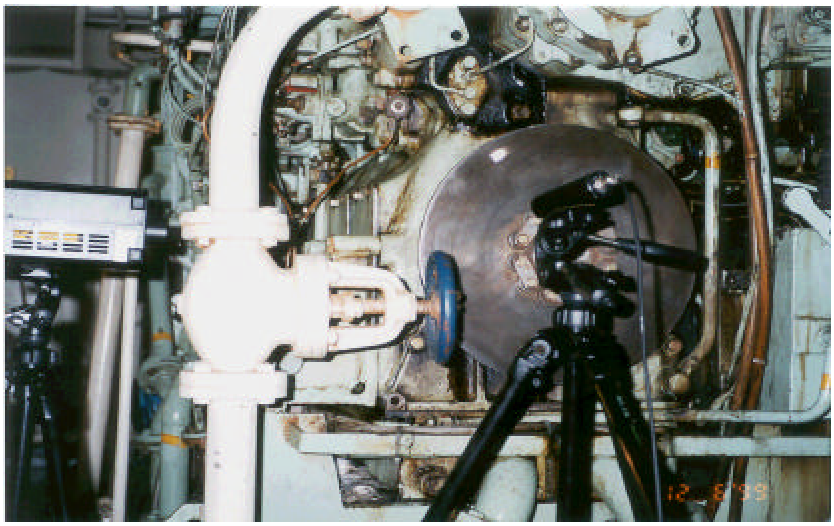


Photo 4.1 Setup of sensor head and tachometer at the front of crankshaft with tuning wheel

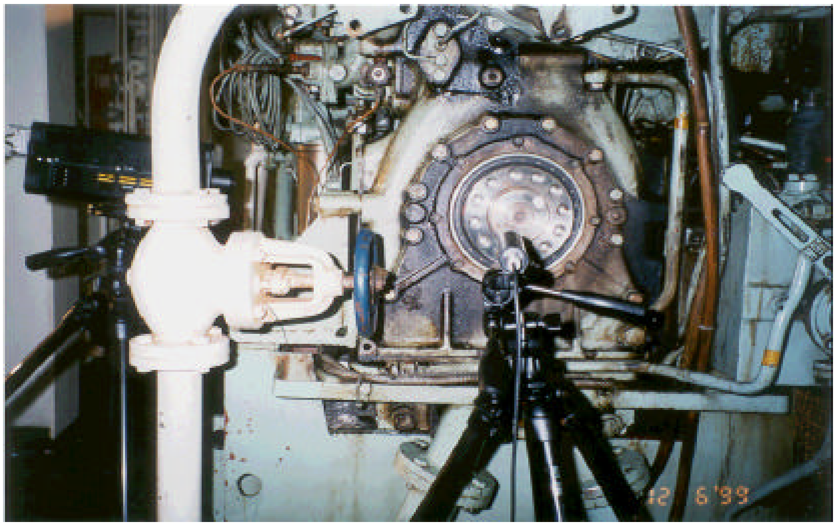


Photo 4.2 Setup of sensor head and tachometer at the front of crankshaft without tuning wheel

4.3 측정결과와 해석결과의 비교 및 고찰

발전기 구동용 디젤기관은 정속 회전수에서 사용되고 있다. 일반적으로 연구 대상의 발전기와같이 가버너의 특성이 디젤기관 시동후 연속최대회전수까지 회전수를 증가시켜야 되는 경우의 발전기는 기동회전수에서 연속최대회전수까지 비틀림 강제진동을 해석하여 위험회전수 구역을 설정할 필요가 있으며, 실적이 없는 경우에는 실선의 측정결과와 비교 검토할 필요가 있다.

발전기 구동용 디젤기관의 비틀림 강제진동 측정은 기동회전수에서 연속최대회전수까지 무부하 운전상태로 측정되어지며, 일정회전수의 부하상태에서 비틀림 진동진폭은 부하증가에 따라 디젤기관의 기진력(하모닉계수)이 증가하므로 당연히 비틀림 진동진폭이 증가할 것으로 사료되었으나, 측정결과에 의하면 디젤기관의 기진력이 증가함에 따라 비틀림 진동진폭은 무부하상태에서 무시할 정도의 증가율을 나타내었다. 그러므로 본 논문에서는 발전기 축계의 비틀림 강제진동은 무부하상태에 맞추어 해석하였다.

상기의 측정결과를 통하여 무부하 상태에서 발전기 구동용 디젤기관의 기진력은 본 논문에서 사용한 비틀림진동 프로그램 해석결과 발전기 구동용 디젤기관의 연속최대부하의 15%에서 거의 일치하고 있음을 확인할 수 있었다.

따라서 4.3.1절에서는 발전기축 강성계수계산은 비틀림 고유진동수 측정결과와 비교를 통하여 B.I.C.E.R.A.의 경험식이 가장 신뢰성 있음을 확인하였다. 4.3.2절에서는 발전기용 디젤기관의 기진력은 연속최대부하의 15%로 추정하여 발전기 축계의 비틀림진동을 전달매트릭스법을 이용한 강제진동 해석프로그램[(7)-(10)]으로 해석하였으며, 기동회전수에서 연속최대회전수까지 무부하 상태로 측정한 진동진폭의 결과와 비교 검토하였다. 4.3.3절에서는 수정계수를 이용하여 측정한 진동진폭를 부가응력으로 치환하여 해석한 부가응력과 비교 검토하였다.

4.3.1 비틀림 고유진동수 비교

비틀림 고유진동수의 측정결과와 계산결과의 비교는 Table 4.6 4.8 에 정리하였다, 비교의 편리를 위해 해당회전수에서의 측정값과 계산값의 편차를 백분율로 나타내었다. Table 4.6의 A-1에서 C-2는 발전기 6기 각각의 구분을 나타내며, Table 4.7에서 A-2, B-2, C-2는 Table 4.6과 동일한 발전기에서 튜닝휠을 제거한 경우이고, Table 4.8은 Table 4.6의 A-1 발전기에서 발전기축 지름을 100 [mm]로 교환하고 튜닝휠을 제거한 경우이다.

이들을 비교 검토하여 보면 발전기축의 등가탄성계 모델링시 긴 키이홈을 가진 발전기축의 강성계수는 B.I.C.E.R.A.의 경험식이 비틀림 고유진동수를 계산하는데 가장 적합함을 알 수 있다.

Table 4.6 Shaft dia. 85mm with tuning wheel

G/E	Measured values	Calculated values					
		Ker Wilson		BICERA		Maker	
	cpm	cpm	Deviation (%)	cpm	Deviation (%)	cpm	Deviation (%)
A-1	4694	4862.2	+3.58	4774.3	+1.71	4889.0	+4.15
A-2	4754	4862.2	+2.28	4774.3	+0.43	4889.0	+2.84
B-1	4649	4862.2	+4.59	4774.3	+2.70	4889.0	+5.16
B-2	4727	4862.2	+2.86	4774.3	+1.00	4889.0	+3.42
C-1	4772	4862.2	+1.89	4774.3	+0.05	4889.0	+2.45
C-2	4786	4862.2	+1.59	4774.3	-0.24	4889.0	+2.15
Average	**4730**	4862.2	**+2.79**	4774.3	**+0.94**	4889.0	**+3.36**

Table 4.7 Shaft dia. 85mm without Tunning Wheel

G/E	Measured values	Calculated values					
		Ker Wilson		BICERA		Maker	
	cpm	cpm	Deviation (%)	cpm	Deviation (%)	cpm	Deviation (%)
A-2	4846	4950.5	+2.15	4854.9	+0.18	4728	-2.43
B-2	4829	4950.5	+2.15	4854.9	+054	4728	-2.09
C-2	4867	4950.5	+1.72	4854.9	-0.25	4728	-2.86
Average	**4847**	4950.5	**+2.14**	4854.9	**+0.16**	4728	**-2.46**

Table 4.8 Shaft dia. 100mm without tuning wheel

G/E	Measured values	Calculated values					
		Ker Wilson		BICERA		Maker	
	cpm	cpm	Deviation (%)	cpm	Deviation (%)	cpm	Deviation (%)
A-1	**5940.0**	6049	**+1.84**	5894.5	**-0.69**	6129.0	**+3.18**

4.3.2 비틀림 진동진폭의 비교

크랭크축 선단에서 차수별 진동진폭 및 합성진동진폭(overall)을 측정하였다. 이와같이 계측한 측정결과와 디젤기관의 기진력을 15%로 하여 계산한 결과를 합성진동진폭을 통해 비교 검토하였다. 이들 그림에서 가로축은 디젤기관의 회전수[rpm]를 세로축은 비틀림 진동진폭[degree]을 나타낸다.

튜닝휠이 부착된 발전기축 지름 85 [mm], 6기를 측정한 결과와 해석프로그램의 계산결과를 비교한 것이 Fig. 4.4이다. Fig. 4.5의 경우는 Fig. 4.4에서 C-1 발전기는 측정의 잘못으로 판단되어 해석 대상에서 제외하고, 발전기 5기의 측정 비틀림진동 진폭 평균값과 해석프로그램의 계산 값을 비교한 것이다. Fig. 4.6은 튜닝휠을 취외한 발전기 축지름 85[mm], 3기의 경우에 대하여 비틀림진동 진폭 측정결과와 계산결과를 비교한 것이고 평균치를 구하여 비교한 것이 Fig. 4.7 이다. Fig. 4.8는 튜닝휠이 취외된 발전기 축지름 100 [mm], 1기의 경우에 대하여 측정 결과와 계산결과를 비교한 것이다.

이들을 검토하여 보면 측정결과와 계산결과가 거의 일치하고 있으며 Fig.4.5, Fig.4.7의 1100 [rpm]에서 1200 [rpm] 구간에서 비틀림진동 진폭 측정평균값과 해석값이 약간의 차이를 보이는 것은 실제 디젤기관의 기진력과 해석상의 기진력 차이에서 발생한 것으로 추정된다.[11]

그리고 Fig.4.8에 나타낸 축지름 100 [mm]의 경우에도 1100 [rpm]에서 1200 [rpm] 구간에서 차이가 나는 것은 디젤기관의 기진력이 조금 크게 해석된 것으로 사료된다.

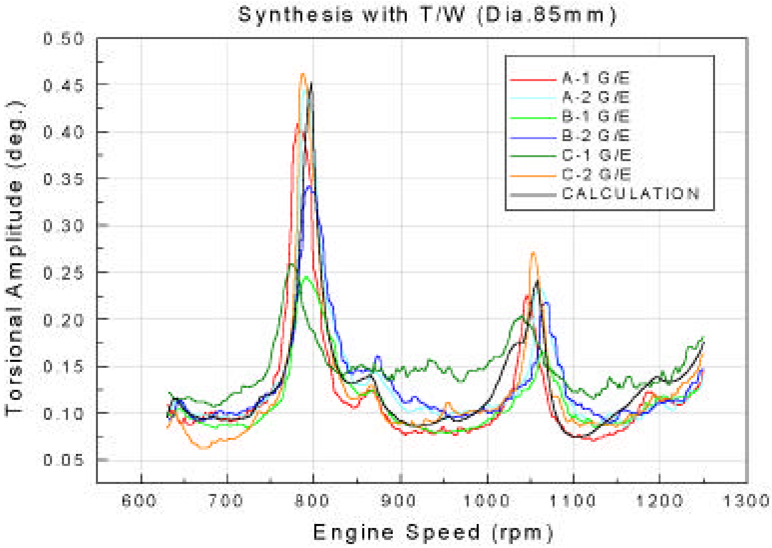


Fig. 4.4 Comparison between calculated and measured values of diesel generator shafting (6sets)

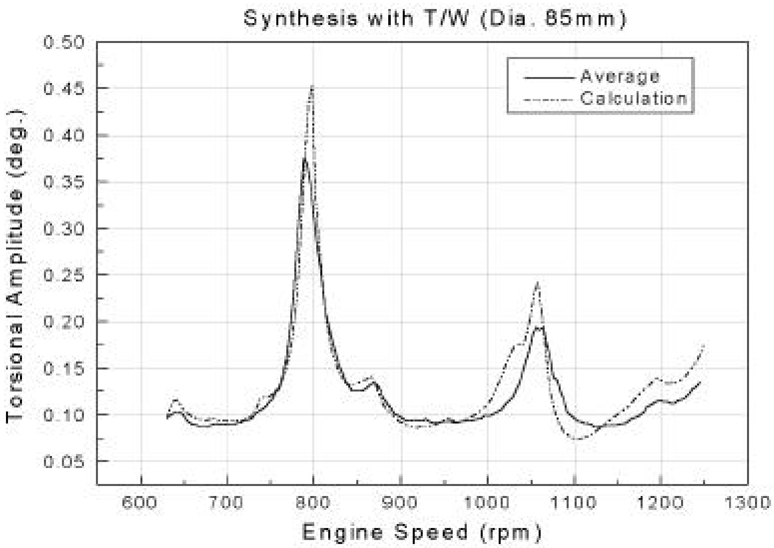


Fig. 4.5 Comparison between calculated and average measured values of diesel generator shafting

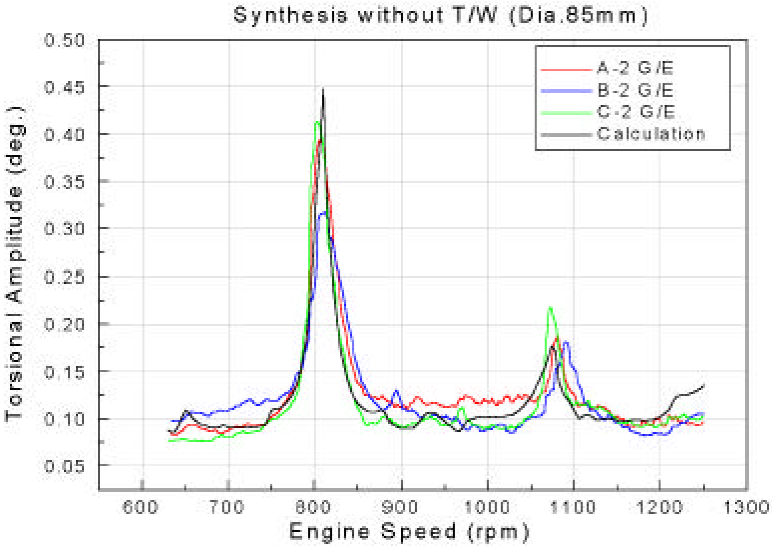


Fig. 4.6 Comparison between calculated and measured values of diesel generator shafting (3sets)

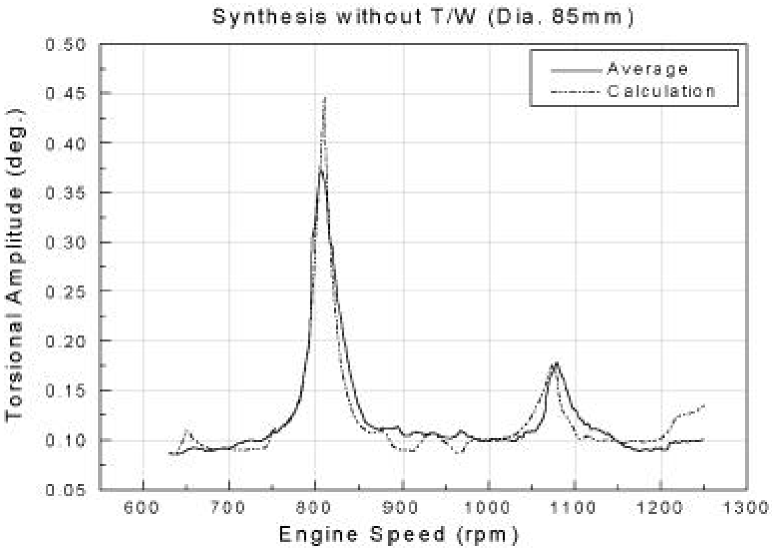


Fig. 4.7 Comparison between calculated and average measured values of diesel generator shafting

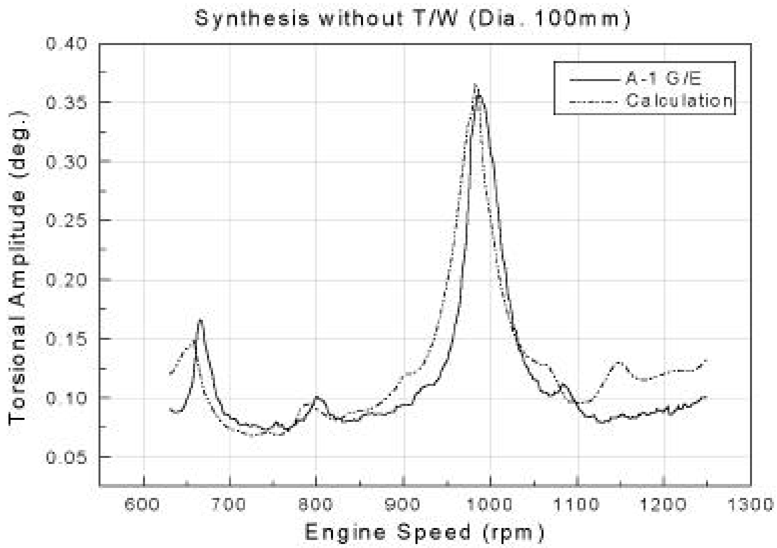


Fig.4.8 Comparison between calculated and measured values of diesel generator shafting

4.3.3 발전기축의 부가응력 계산

비틀림진동에 대한 안전성을 부가응력으로 평가하는 것이 일반적이기 때문에 크랭크축 선단에서 측정한 비틀림 진동진폭을 부가응력이 가장 크게 작용하는 절점에 해당하는 축의 부가응력으로 평가하였다. 이 장에서 기술하고 있는 비틀림진동 부가응력으로 치환은 Table 4.9의 비틀림 자유진동 계산시의 Holzer 표을 이용하였다.

Table 4.9의 Holzer 표에서 Stress factor는 No.1 Cylinder를 1[rad] 비틀었다고 가정하였을 경우의 각 질점간의 축의 전단응력이다. 그러나 실제의 진동측정시 비틀림각은 1도(1degree)의 수분의 1이라는 작은 각도로 계측되기 때문에 비틀림

진동 부가응력으로 치환하는 경우 No.1 실린더를 1°비틀었을 경우의 값(1[rad] =57.3°)을 기준으로 하여 계산하였다.

최대부하 응력이 걸리는 곳은 절점을 포함하는 질점 간의 축이고, Fig. 4.1의 발전기 축계에서는 1절 진동으로서 플라이휠과 팬사이 축의 절점에 있으며 이 1절진동의 전단응력 즉, $17109\ [N/mm^2] \div 57.3 = 298.58\ [N/mm^2]$ 이 모든 축계에 작용하는 것으로 가정하였다.

이 1절진동의 전단응력을 비틀림 강제진동 계산서상의 크랭크축 선단 비틀림진동 진폭에 곱하여 비틀림진동 부가응력으로 치환한다. No.1 Cylinder 크랭크축의 비틀림진폭을 계산 또는 계측에 의하여 정확히 알 수 있으면 실제로 축을 비트는 진동진폭에 대한 최대응력을 알 수 있다.[13] 예로서 630 [rpm] 에서 크랭크축 선단에서 계산된 비틀림 강제진동 진폭 값이 0.09 °라하고 1절진동의 전단응력이 모든 축계에 작용하는 것으로 가정하면, Table 4.9 Holzer 표의 발전기축에 가해지는 부가응력은 $298.58\ [N/mm^2] \times 0.09 = 26.87\ [N/mm^2]$ 이다. 이때 비틀림 강제진동 계산상의 발전기축에 가해지는 부가응력은 $14.88\ [N/mm^2]$ 이었다. 위에서 가정한 1절만에 의한 부가응력이 크게 작용하고 있는 것으로 계산되고 있다.

따라서, 계산상의 부가응력은 $14.88\ [N/mm^2]$ 이므로 1절진동에 의한 부가응력 $28.67\ [N/mm^2]$ 을 $14.88\ [N/mm^2]$ 과 같은 값으로 평가되어야 한다.

계산상 발전기축의 부가응력 값을 진폭에 의한 부가응력 값으로 나누어 즉, $14.88 \div 26.87 = 0.5538$ 에서 0.5538 을 수정계수로 하고, 측정한 진동진폭에 이 수정계수를 곱하여 $298.58\ [N/mm^2] \times 0.09 \times 0.5538 = 14.88\ [N/mm^2]$ 로 하여 발전기축의 응력 값으로 할 수 있으며 631 [rpm] 1250 [rpm]구간을 이와 같이 치환할 수 있다.

비틀림진동 계산서상의 수정계수를 계측한 비틀림진동 진폭에 곱하여 계측한 부가응력으로 평가한 후 해석프로그램상의 부가응력 계산값과 비교하였다.

4.3.2절의 크랭크축 선단 진동진폭에 수정계수를 곱하여 비틀림진동 합성부가응력으로하고, 해석프로그램상의 비틀림진동 합성부가응력과 비교 검토한 것이

Fig. 4.9 ~ 4.13까지이다. 이들 그림에서 가로축은 디젤기관의 회전수[rpm]를 세로축은 부가응력 [N/mm^2]을 나타낸다.

이들을 검토하여 보면 크랭크축 선단에서 계측된 비틀림 진동진폭으로부터 얻은 발전기축 비틀림진동 부가응력 치환결과와 해석프로그램에 의한 발전기축의 비틀림진동 부가응력 계산결과는 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 사용한 해석프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

Table 4.9 Hozer tabulation

1-node Natural frequency = 4774.3 [c.p.m]				
No.	Mass name	Amplitude [rad]	Sum torque [N·m]	Stress factor [N·mm^2]
1	Add Mass	0.10127E+01	0.12503e+06	0.41868E+03
2	Cyl. no. 1	0.10000e+01	0.30648e+06	0.10263e+04
3	Cyl. no. 2	0.95121e+00	0.47908e+06	0.16043e+04
4	Cyl. no. 3	0.87495e+00	0.63784e+06	0.21359e+04
5	Cyl. no. 4	0.77342e+00	0.77817e+06	0.26059e+04
6	Cyl. no. 5	0.64955e+00	0.89603e+06	0.30005e+04
7	Cyl. no. 6	0.50692e+00	0.98801e+06	0.33086e+04
8	Flywheel	0.39532e+00	0.20631e+07	0.17109e+05
9	Fan	-0.7461e+00	0.19138e+07	0.49903e+04
10	Rotor	-0.1058e+01	0.19254e+06	0.64477e+03
11	Exciter	-0.1104e+01	0.85681e+03	0.64477e+03

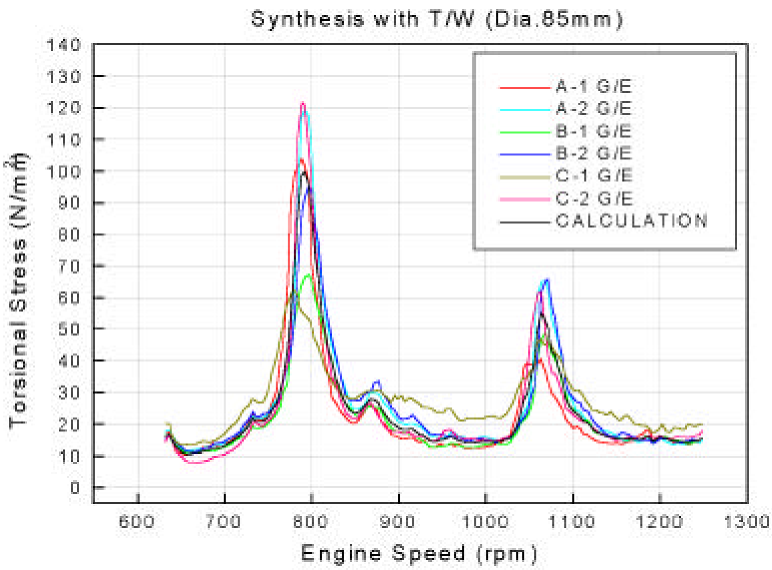


Fig. 4.9 Comparison between calculated and measured values of diesel generator shafting (6sets)

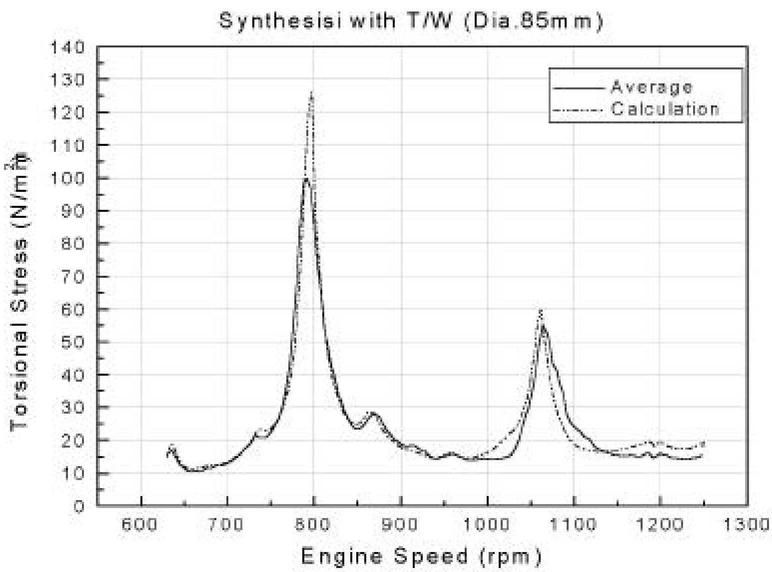


Fig. 4.10 Comparison between calculated and average measured values of generator shafting system

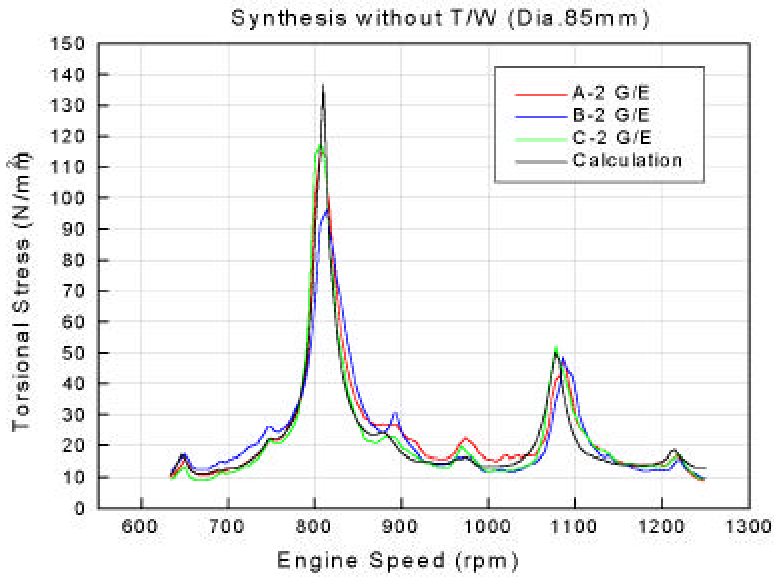


Fig. 4.11 Comparison between calculated and measured values of diesel generator shafting (3sets)

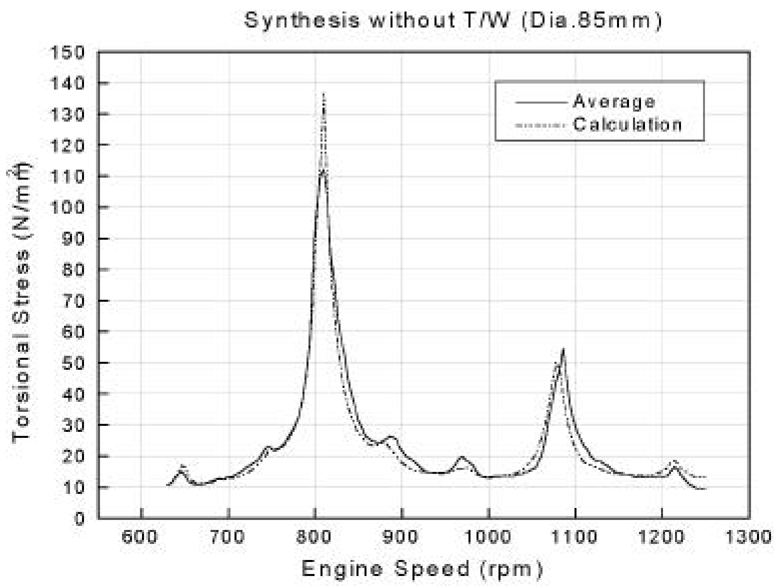


Fig. 4.12 Comparison between calculated and average measured values of diesel generator shafting

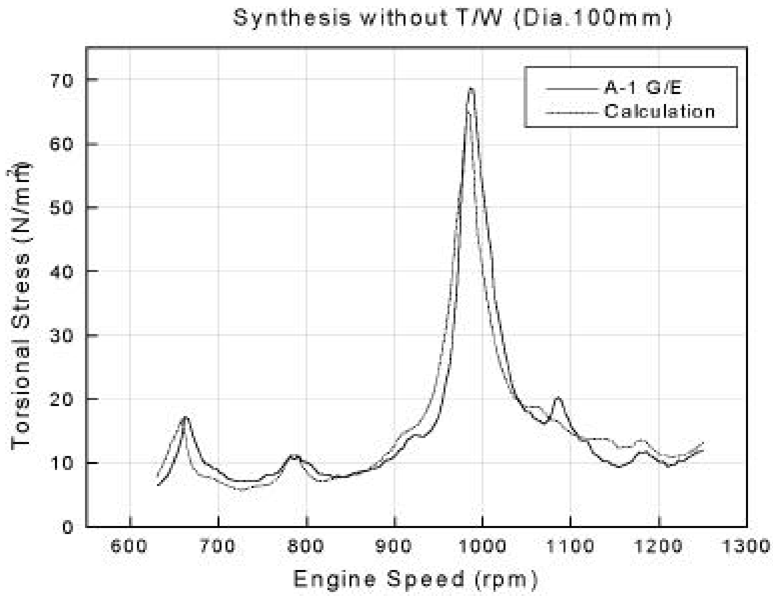


Fig. 4.13 Comparison between calculated and measured values of diesel generator shafting

5. 결 론

본 연구에서는 디젤기관에 직결된 발전기 축계 비틀림진동의 신뢰성 있는 해석을 위해 긴 키이홈을 갖는 발전기축의 모델링 방법을 제시하였다. 또한 발전기축계의 비틀림 강제진동 해석시 디젤기관의 기진력 관점에서 비틀림 진동진폭을 해석하였으며 이를 토대로 측정된 비틀림 진동진폭을 통하여 비틀림진동 부가응력으로 추정하고 이들을 해석결과와 비교 검토하였다.

이상의 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 축계의 비틀림 고유진동수을 구하는데 있어서 발전기축과 같이 긴 키이홈을 가지는 축의 강성계수는 B.I.C.E.R.A. 에 의한 경험식이 가장 신뢰할 수 있음을 확인하였다.

2) 발전기 구동용 디젤기관은 기동회전수에서 연속최대회전수까지 비틀림진동을 해석하여 위험회전수 구간을 정하는 것이 타당하다. 또한 비틀림 강제진동 측정시 기동회전수에서 연속최대회전수까지 무부하 상태로 비틀림 진동진폭이 측정되므로 디젤기관의 기진력 관점에서 해석하였으며, 전산프로그램을 이용한 비틀림진동 해석결과 이때의 발전기 구동용 디젤기관의 기진력은 연속최대부하의 15%정도가 됨을 확인하였다.

3) 발전기 축계의 비틀림진동은 부가응력으로 평가하는 것이 일반적이다. 그러므로 크랭크축 선단에서 측정한 비틀림 진동진폭을 수정계수를 이용하여 부가응력이 가장 크게 작용하는 절점이 위치한 축의 부가응력으로 환산할 수 있는 평가방법을 제시하였다.

참 고 문 헌

(1) 전효중, "선박 동력전달장치", 태화출판사, p.12 13, 1986

(2) 전효중, "추진축계진동", 대한조선학회, p.81 82, 1974

(3) 전효중, 기계역학, 일중사, p.159 160, 1984

(4) 赤堀 昇, "船舶主機關のねじり振動", p.143 144, 1963

(5) B.I.C.E.R.A., "A Hand Book on Torsional Vibration", Cambridge University Press, p.95 96, p.131 132, 1958

(6) W. K. WILSON, "Practical Solution of Torsional Vibration Problems", Champman & Hall, p.570 573, 1971

(7) 김의간, "추진축계 비선형 강제 비틀림진동해석 전산프로그램 개발에 관한 연구", 한국해양대학교 부설 산업연구소, 1993

(8) 이돈출, "대형 디젤엔진의 본체 및 축계 진동 제어", 한국해양대학교 대학원 박사학위 논문, 1995.8

(9) 박용남, "디젤엔진 축계의 비선형 비틀림진동에 관한 연구", 한국해양대학교 대학원 박사학위 논문, 1997.2

(10) 박희주, "탄성커플링을 갖는 엔진축계의 비틀림진동에 관한 연구", 한국해양대학교 대학원 석사학위 논문, 1997.2

(11) 이돈출, 유정대, "디젤엔진에서 비틀림진동의 공진과 그 응용", 한국소음진동공학회지, 제10권, 제1호, 2000. 5

(12) 선박진동 소음제어 지침, 한국선급, 1997

(13) 富山 修, 內燃機關のねじり振動と疲れ强さ, コロナ社, p.91 93, 1956