

工學博士 學位論文

空氣浮揚船의 推進 및 浮揚  
軸系 振動에 관한 研究

*A Study on the Vibration of Shafting System  
for Propulsion and Lift in Air Cushion Vehicle*

指導教授 金正烈

2008年 2月

韓國海洋大學校 大學院

機關시스템工學科

孫善太

# 목 차

<i>List of Tables</i> .....	iv
<i>List of Figures</i> .....	vi
<i>Abstract</i> .....	xi
<b>제 1 장 서 론</b> .....	<b>1</b>
1.1 논문의 배경 .....	1
1.1.1 공기부양선의 개요 .....	1
1.1.2 공기부양선의 진동 특성 .....	3
1.2 연구 목적 .....	4
1.3 연구 방법 및 내용 .....	5
<b>제 2 장 대상 축계 시스템 구성 및 기진원 분석</b> .....	<b>7</b>
2.1 추진 및 부양 축계 시스템 구성 .....	7
2.2 기진원 분석 .....	8
2.2.1 서언 .....	8
2.2.2 축계 구성 요소별 기진원 .....	9
2.2.3 비틀림진동 기진원 .....	12
2.2.4 종진동 기진원 .....	12
2.2.5 횡진동 기진원 .....	13
<b>제 3 장 비틀림진동</b> .....	<b>14</b>

3.1 분지계의 해석 .....	14
3.1.1 감속기어 축계의 등가화 .....	14
3.1.2 분지계의 고유진동수와 진동 모드 계산 .....	17
3.2 운동방정식 .....	17
3.3 모드 해석 .....	20
3.4 비틀림진동 해석 결과 및 검토 .....	24
3.4.1 해석모델 .....	24
3.4.2 계통의 운전조건 및 해석범위 .....	26
3.4.3 비틀림진동 기진주파수 .....	28
3.4.4 해석 입력자료 .....	29
3.4.5 해석 결과 및 검토 .....	30
3.5 비틀림진동 계측 및 평가 .....	45
3.5.1 서언 .....	45
3.5.2 비틀림진동 계측 .....	46
3.6 소결론 .....	48
<b>제 4 장   종진동 .....</b>	<b>49</b>
4.1 종진동 운동방정식 .....	49
4.2 종진동 해석모델 .....	51
4.2.1 해석모델 .....	51
4.2.2 입력자료 .....	55
4.3 해석 결과 및 검토 .....	58
4.3.1 종진동 기진주파수 .....	58
4.3.2 추진축계 .....	58
4.3.3 구동축계 .....	65
4.3.4 부양축계 .....	68

4.4 종진동 계측 및 평가 .....	73
4.4.1 서언 .....	73
4.4.2 계측 및 평가 .....	73
4.5 소결론 .....	76
<b>제 5 장  횡진동 .....</b>	<b>77</b>
5.1 횡진동 운동방정식 .....	77
5.1.1 횡진동 운동방정식 .....	77
5.1.2 선체운동에 의한 자이로스코픽 모멘트 .....	82
5.1.3 불평형력 요소 .....	83
5.2 횡진동 해석모델 .....	84
5.2.1 해석모델 .....	84
5.2.2 입력자료 .....	87
5.3 해석 결과 및 검토 .....	90
5.3.1 서언 .....	90
5.3.2 추진축계 .....	91
5.3.3 구동축계 .....	103
5.3.4 부양축계 .....	105
5.4 횡진동 계측 및 평가 .....	107
5.4.1 서언 .....	107
5.4.2 계측 및 평가 .....	107
5.5 소결론 .....	109
<b>제 6 장  결  론 .....</b>	<b>110</b>
<b>참고문헌 .....</b>	<b>112</b>

## *List of Tables*

<i>Table 1.1</i>	Type and classification of ACV .....	3
<i>Table 2.1</i>	Torsional exciting source and frequency .....	12
<i>Table 2.2</i>	Axial exciting source and frequency .....	13
<i>Table 2.3</i>	Lateral exciting source and frequency .....	13
<i>Table 3.1</i>	Equivalent quantities of branched system .....	16
<i>Table 3.2</i>	Physical properties of AISI 4140 .....	26
<i>Table 3.3</i>	Torsional exciting frequency of system .....	28
<i>Table 3.4</i>	Input data for torsional vibration analysis .....	29
<i>Table 3.5</i>	Natural frequencies of torsional vibration .....	31
<i>Table 4.1</i>	Modeling method of shaft system .....	52
<i>Table 4.2</i>	Model of shaft section .....	52
<i>Table 4.3</i>	Major mass components in the model of the axial vibration analysis .....	56
<i>Table 4.4</i>	Bearing stiffness in the model of the axial vibration analysis .....	57
<i>Table 4.5</i>	Axial exciting frequency of system .....	58
<i>Table 4.6</i>	Natural frequencies of propeller shaft section .....	59
<i>Table 4.7</i>	Natural frequencies of propeller blade .....	61

<b>Table 4.8</b>	Natural frequencies of drive shaft section .....	66
<b>Table 4.9</b>	Natural frequencies of lift fan shaft section .....	68
<b>Table 4.10</b>	Natural frequencies of lift fan impeller .....	70
<b>Table 5.1</b>	Model of shaft section .....	85
<b>Table 5.2</b>	Major mass components in the model of the lateral vibration analysis .....	88
<b>Table 5.3</b>	Bearing stiffness in the model of the lateral vibration analysis .....	89
<b>Table 5.4</b>	Lateral exciting frequency of system .....	90
<b>Table 5.5</b>	Natural frequencies of propeller shaft section .....	91
<b>Table 5.6</b>	Natural frequencies of drive shaft section .....	103
<b>Table 5.7</b>	Natural frequencies of lift fan shaft section .....	105

## *List of Figures*

<b>Fig. 1.1</b>	Air cushion vehicle .....	1
<b>Fig. 2.1</b>	General arrangement of propulsion and lift system .....	7
<b>Fig. 3.1</b>	Branched system rotating with different speed .....	14
<b>Fig. 3.2</b>	Mass-elastic diagram for propulsion and lift system .....	18
<b>Fig. 3.3</b>	Mass and elastic model of propulsion and lift shafting .....	24
<b>Fig. 3.4</b>	Reduction gear ratio .....	25
<b>Fig. 3.5</b>	Operating map of system .....	27
<b>Fig. 3.6</b>	Campbell diagram of shafting excitation (twin engines) .....	34
<b>Fig. 3.7</b>	Mode shapes of propulsion and lift shafting (twin engines, 13.6 Hz, 203.9 Hz, 251.5 Hz) .....	35
	(a) Shafting between propeller and lift fan	
	(b) Shafting between gas turbine and engine gear	
<b>Fig. 3.8</b>	Campbell diagram of shafting excitation (forward engine) .....	37
<b>Fig. 3.9</b>	Mode shapes of propulsion and lift shafting (front engine, 13.6 Hz, 23.5 Hz) .....	38
<b>Fig. 3.10</b>	Mode shapes of propulsion and lift shafting (front engine, 204.1 Hz, 254.3 Hz) .....	38
<b>Fig. 3.11</b>	Campbell diagram of shafting excitation (rear engine) .....	40
<b>Fig. 3.12</b>	Mode shapes of propulsion and lift shafting (rear engine, 222.1 Hz, 249.1 Hz, 263.2 Hz) .....	41

<b>Fig. 3.13</b>	Campbell diagram of propulsion shafting excitation (separate operation) .....	42
<b>Fig. 3.14</b>	Mode shapes of propulsion shafting (separate operation, 251.1 Hz, 258.3 Hz) .....	43
<b>Fig. 3.15</b>	Campbell diagram of lift fan shafting excitation (separate operation) .....	44
<b>Fig. 3.16</b>	Measuring position of torsional strain on lift fan shaft .....	45
<b>Fig. 3.17</b>	Measurement of torsional vibration strain on lift fan shaft .....	47
<b>Fig. 3.18</b>	Torsional vibration strain on lift fan shaft .....	47
<b>Fig. 4.1</b>	Model of shaft system for mathematical analysis of axial vibration .....	49
<b>Fig. 4.2</b>	Dividing point for mass and elastic model of propulsion and lift shafting .....	52
<b>Fig. 4.3</b>	Mass and elastic model of propulsion and lift shafting .....	53
	(a) Propulsion shaft section	
	(b) Drive shaft section	
	(c) Lift fan shaft section	
<b>Fig. 4.4</b>	Solid model of propeller blade .....	54
<b>Fig. 4.5</b>	Solid model of lift fan impeller .....	55
<b>Fig. 4.6</b>	Arrangement of propulsion shafting system .....	59
<b>Fig. 4.7</b>	Campbell diagram of propeller shaft excitation .....	60



<b>Fig. 4.8</b>	Campbell diagram of propeller shaft excitation (propeller blade) .....	62
<b>Fig. 4.9</b>	Mode shape of propeller blade (2.4 Hz) .....	63
<b>Fig. 4.10</b>	Mode shape of propeller blade (7.5 Hz) .....	63
<b>Fig. 4.11</b>	Mode shape of propeller blade (11.7 Hz) .....	64
<b>Fig. 4.12</b>	Mode shape of propeller blade (15.4 Hz) .....	64
<b>Fig. 4.13</b>	Mode shape of propeller blade (22.6 Hz) .....	65
<b>Fig. 4.14</b>	Mode shape of drive shaft (79.6 Hz) .....	66
<b>Fig. 4.15</b>	Campbell diagram of drive shaft excitation .....	67
<b>Fig. 4.16</b>	Campbell diagram of lift fan shaft excitation .....	69
<b>Fig. 4.17</b>	Campbell diagram of lift fan shaft excitation (lift fan impeller) .....	71
<b>Fig. 4.18</b>	Mode shape of lift fan impeller (26.8 Hz) .....	72
<b>Fig. 4.19</b>	Mode shape of lift fan impeller (39.0 Hz) .....	72
<b>Fig. 4.20</b>	Position of vibration sensor on bearing of lift fan impeller shaft .....	74
<b>Fig. 4.21</b>	Measuring result - vibration spectrum on bearing of lift fan impeller shaft .....	75
<b>Fig. 4.22</b>	Measuring result - natural frequency of lift fan impeller .....	75
<b>Fig. 5.1</b>	Spinning and whirling shaft element .....	77
<b>Fig. 5.2</b>	Gyroscopic effect on shaft system by yawing of craft .....	83

<b>Fig. 5.3</b>	Vector plot of gyroscopic moment on shaft system by pitching of craft .....	83
<b>Fig. 5.4</b>	Dividing point for mass and elastic model of propulsion and lift shafting .....	85
<b>Fig. 5.5</b>	Model of propulsion and lift shafting (propulsion shaft section) .....	86
<b>Fig. 5.6</b>	Model of propulsion and lift shafting (drive shaft section) .....	86
<b>Fig. 5.7</b>	Model of propulsion and lift shafting (lift fan shaft section) .....	87
<b>Fig. 5.8</b>	Campbell diagram of propeller shaft excitation .....	92
<b>Fig. 5.9</b>	Mode shape of propeller shaft (20.3 Hz) .....	93
<b>Fig. 5.10</b>	Result of harmonic analysis of propeller shaft (G6.3 unbalanced) .....	94
<b>Fig. 5.11</b>	Result of harmonic analysis of propeller shaft (yawing or pitching of craft) .....	96
<b>Fig. 5.12</b>	Natural frequency vs stiffness of flexible coupling .....	97
<b>Fig. 5.13</b>	Mode shape of propeller shaft (24.0 Hz, coupling stiffness increase [40 times] ) .....	98
<b>Fig. 5.14</b>	Model of propulsion shaft section (increasing shaft diameter) .....	99
<b>Fig. 5.15</b>	Mode shapes of propeller shaft (25.0 Hz, increasing shaft diameter and flexible coupling stiffness) .....	99
<b>Fig. 5.16</b>	Natural frequency vs stiffness of flexible coupling (increasing shaft diameter) .....	100

<b>Fig. 5.17</b>	Model for stiffness analysis of propeller duct .....	101
<b>Fig. 5.18</b>	Natural frequency vs stiffness of propeller bearing supports (duct strut) .....	102
<b>Fig. 5.19</b>	Campbell diagram of drive shaft excitation .....	104
<b>Fig. 5.20</b>	Campbell diagram of lift fan shaft excitation .....	106
<b>Fig. 5.21</b>	Results of lateral vibration measurement (propeller shaft section @1164rpm, MCR 90%) .....	108
	(a) Horizontal direction	
	(b) Vertical direction	
<b>Fig. 5.22</b>	Results of lateral vibration measurement (propeller shaft section @1298rpm, MCR 100%) .....	108
	(a) Horizontal direction	
	(b) Vertical direction	

*A Study on the Vibration of Shafting System  
for Propulsion and Lift in Air Cushion Vehicle*

*Seon - Tae Son*

*Department of Marine System Engineering  
Graduate School  
Korea Maritime University*

*Abstract*

A propulsion and lift shafting system in the air cushion vehicle (ACV) is a flexible multi-elements system which consists of two aeroderivative gas turbines with own bevel gears, four stage lift fan reduction gear, two stage propulsion reduction gear, air propeller and lifting fans of large capacity.

In addition, the system includes the multi-branched shafting with multi-gas turbine engines and thin walled shaft with flexible coupling. Such a branched shafting system has very intricate vibrating characteristics. Especially, the thin walled shaft with flexible couplings can lower the torsional natural frequencies of shafting system to the extent that causes resonances in the range of operating revolution.

In the first part of this study, to evaluate vibrational characteristics some analytical methods for the propulsion and lift shafting system are studied and calculating equations are derived. Also torsional natural frequencies and mode shapes of the system are analyzed and the results are compared with potential sources of excitation.

The analysis, including natural frequencies and mode shapes, for five operation cases of the system is conducted using ANSYS code with a equivalent mass-elastic model. The results of torsional vibration analysis are compared with the results of the vibration test conducted during Sea Trial.

In the second part of this study, axial vibration analysis is conducted on a propulsion and lift shafting system for the air cushion vehicle using ANSYS code. The shafting system is totally flexible multi-elements system including wood composite material of air propeller, aluminum alloy of lift fan and thin walled shaft with flexible coupling.

The results of analysis contains the axial natural frequencies and mode shapes of the shafting system taking into account an equivalent mass-elastic model for shafting system as well as the three-dimensional models for propeller blade and fan impeller. Such a flexible shafting system has very intricate vibrating characteristics. Especially, axial natural frequencies of flexible components such as propeller blade and impeller of lift fan can be lowered to the extent that causes a resonance in the range of operating revolution. The results for axial vibration analysis are presented and compared with the ones of axial vibration test for lift fan conducted during Sea Trial.

In the third part of this study, for the study of lateral vibration on a

propulsion and lift shafting system for an air cushion vehicle, lateral vibration analysis is conducted using ANSYS code. The analysis includes lateral natural frequencies, mode shapes and harmonic analysis of the shafting system taking into account a three-dimensional models for propulsion and lifting shaft system. In case of ACV the yawing and pitching rate of craft will be quite high. During yawing and pitching of craft, significant gyroscopic moment will be effected to the shafting and will generate high amplitude of lateral vibration. So, such a shafting system has very intricate lateral vibrating characteristics and natural frequencies of shafting must be avoided in the range of operating revolution. The control method of lateral vibration is also included in this study.

This thesis includes evaluation of excitation frequency source and analysis, measurement and control of torsional, axial and lateral vibration on a propulsion and lift shafting system for an air cushion vehicle.

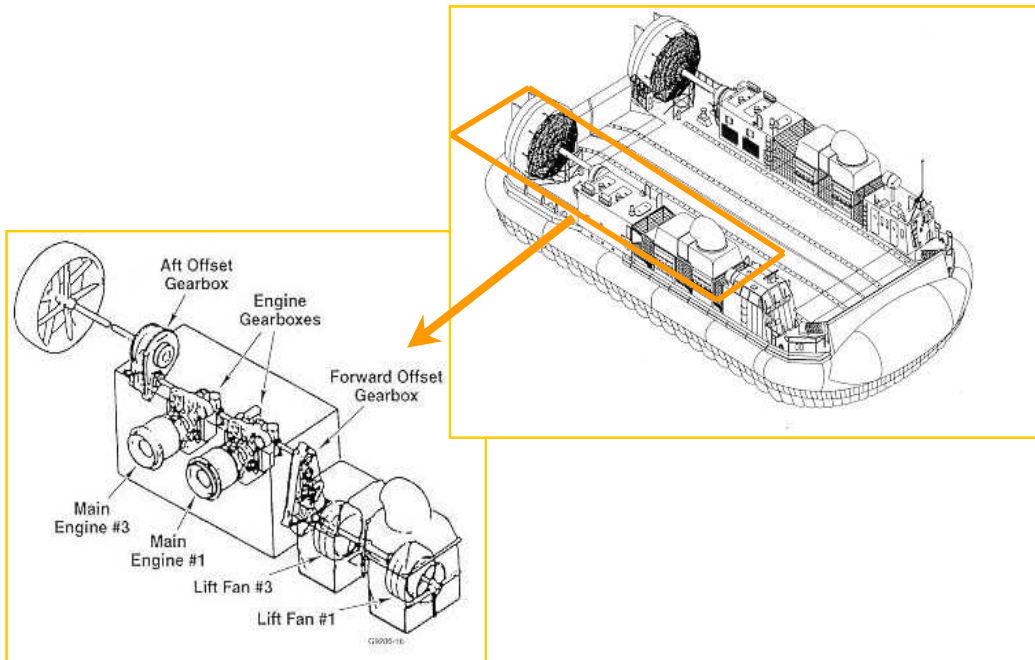
It is considered that the performed study and the derived approach on the vibrational problems for ACV can be used for future development of ACV shafting system.

# 제 1 장 서 론

## 1.1 논문의 배경

### 1.1.1 공기부양선의 개요<sup>[1],[2]</sup>

**Fig. 1.1**에 보이는 공기부양선(Air Cushion Vehicle ; ACV)은 선체의 아래 부분과 지면이나 수면 혹은 다른 표면과의 접촉면 사이에 계속해서 압축 공기를 분사, 선체를 부양시켜 접촉저항을 최소화하여 비행기와 같이 공기프로펠러에 의해서 고속으로 항진할 수 있도록 설계된 선박이다. 이와 같이 공기부양선은 항공기와 선박의 중간형태로서 물 위에서뿐만 아니라 일반 선박으로는 운항할 수 없는 천수, 갯벌, 늪지대, 급류, 자갈, 모래, 빙판, 눈 위에서도 운항할 수 있는 수륙양용의 특성을 가지고 있다<sup>[1]</sup>.



**Fig. 1.1** Air cushion vehicle (US Navy LCAC : Internet download)

따라서 공기부양선은 부양송풍기를 구동하는 부양계통과 추진을 위해 공기 프로펠러를 구동하는 추진계통으로 구성되어 있으며, 그 구동방식에는 부양송풍기 및 공기프로펠러를 하나의 축으로 연결하여 구동하는 통합방식과 각각 분리하여 독립적으로 구동하는 분리방식의 두 가지 방법이 있다. 또한 엔진은 출력에 따라 2 대 이상을 채용하기도 하며, 부양력 및 추진력 효율을 높이기 위해 경량의 엔진을 사용한다.

이에 따라 지금까지 공기부양선에 채택하여 온 엔진으로서는 공냉식 디젤엔진, 항공기용 왕복동엔진, 항공기용 가스터빈엔진이 있으며, 소요 동력에 따라 복수의 엔진을 설치한다. 또한 부양계통과 추진계통을 통합하여 운전할 때 추진기는 가변피치 추진기형 공기프로펠러를 사용하며, 다수의 엔진, 부양송풍기, 공기프로펠러를 통합하여 구동하기 위해 분지를 갖는 복잡한 축계를 사용하고, 각부의 구동회전수에 따라 다양한 형식의 감속기어를 채택한다.

공기부양선의 성능은 주로 선체의 크기와 엔진 마력에 의해 좌우되는데, 일반적으로 엔진 마력은 선박의 크기와 관련이 있다. 그리고 선박의 크기는 용도를 결정하는 주요 요인이 되기 때문에 선박의 총중량(All up weight)에 따라 소형, 중형, 대형의 세 가지로 분류하며, 각각 **Table 1.1** 과 같다.

본 논문에서 연구대상으로 채택한 추진 및 부양축계 모델은 대형 공기부양선 중에서 가장 많이 건조된 미 해군 고속상륙정 LCAC (Landing Craft Air Cushion)(**Fig. 1.1**)를 참조하였는데, LCAC는 알루미늄 합금 선체로 추진 및 부양계통은 4 대의 4,000 HP급 가스터빈으로 추진 공기 프로펠러 및 부양송풍기를 구동하는 통합시스템으로 구성되어 있다. LCAC은 미 해군에서 AALC(Amphibious Assault Landing Craft)개발계획에 의거 1978년에 JEFF(A)와 JEFF(B)의 시험정을 개발하였으며, 1984년에 LCAC 제 1 호선을 건조하였다. 그리고 이 LCAC는 1986년 6척이 건조된 이후 총 90여 척이 건조되어 현재 미 해군 및 일본 해상보안청용으로 취역하고 있다.

LCAC는 선박의 총중량이 160 톤으로 40 kt 이상의 속도로 운용 가능한 대표적인 대형 공기부양선이며, 가장 많이 건조된 공기부양선이다.



Table 1.1 Type and classification of ACV

종류	총중량 [톤]	사용 엔진	용도
소형	~10	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 항공기용 왕복동엔진</li> <li>· 공냉식 디젤엔진</li> <li>· 항공기용 가스터빈</li> </ul>	여객도선, 화물선, 고속탐색 및 구조용, 세관감시선, 탐사용, 군사용, 경주용
중형	10~100	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 10~25톤 사이의 공기부양선 중에서 상대적으로 작은 동력이 소요되는 경우 : 공냉식 디젤엔진</li> <li>· 나머지 대부분 : 항공기용 가스터빈</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 민수용 : 여객 및 카페리</li> <li>· 군사용 : 병참지원정, 해군정찰정, 공격 전투정</li> </ul>
대형	100톤 이상	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 속력 : 40~65노트</li> <li>· 경량 고출력 엔진 필요</li> <li>· 항공기엔진을 개조한 가스터빈 : 2~6대 채택</li> <li>· 부양계통과 추진계통을 분리 또는 통합 구동하는 체계이용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 민수용 : 카페리</li> <li>· 군사용 : 고속 상륙정</li> </ul>

### 1.1.2 공기부양선의 진동 특성

공기부양선은 일반 수상선의 진동보다는 복잡하고 고차조화기진원에 의한 진동이 특징으로 되어 있고, 공기부양선의 추진 동력밀도는 15~80 kW/ton 으로 일반 수상선중 상대적으로 동력밀도가 높은 군함에 비교해도 높은 동력밀도를 가진다.

터빈 추진 공기부양선에서 가스터빈의 회전수는 약 10 000~16 000 rpm 이며 프로펠러의 회전수는 1 000~1 300 rpm, 그리고 부양송풍기는 약 500~1 800 rpm 이다<sup>[3]</sup>. 또한 다수의 동력 전달 감속기어 및 축계가 공기부양선에 설치되어 있으므로 평형이 깨진 추진력 또는 부양력의 기진력 및 어떤 장비에 의한

불평형 기진력(모멘트)은 공기부양선에서의 치명적인 진동 문제를 야기시킬 수 있다.

진동에 민감한 복잡한 추진 축계 및 부양축계에서는 미미한 손상, 마모, 정렬 오차 및 불완전한 평형잡이에 의해 공기 프로펠러 및 부양송풍기의 동적 평형이 악화되며, 이것은 복잡한 진동원이 될 수 있다.

공기부양선은 선체 중량을 줄이기 위해 알루미늄 합금, FRP 소재를 사용하므로 일반 수상선에 비해 상대적으로 선체구조가 유연하게 되어 선체의 고유진동수는 현저히 낮아지게 되며, 이러한 이유로 장비 설치대의 본체 강성을 충분히 강하게 하더라도 유연선체 구조로 인하여 장비 설치대의 고유진동수 및 축의 고유진동수를 축 작동 회전수 영역으로 낮추게 된다. 반면 구조에 대한 정적 및 동적 응력이 증가하게 된다.

또한 공기부양선의 추진 및 부양축계는 중량을 최소화하기 위해 경량 고풍력으로 고속 회전하는 가스터빈, 복합소재 공기 프로펠러, 알루미늄 또는 FRP 재질의 부양송풍기, 알루미늄 케이싱을 갖는 감속기어, 두께가 극히 얇은 중공 축 및 유연 커플링으로 구성되어 있다. 이와 같이 구성된 추진 및 부양 시스템은 탄성지지 된 유연 탄성 축계, 탄성체인 추진용 공기 프로펠러 및 부양용 송풍기를 포함한 시스템으로서 선박이나 항공기의 추진축계와는 상이한 진동 특성을 가진다.

이상과 같이, 공기부양선은 일반적인 선박의 진동기준 및 진동해석 모델을 적용할 수 없으며 항공기 또는 헬리콥터의 진동기준, 해석 및 평가와도 다르다<sup>[3]</sup>. 따라서 이에 대한 연구를 수행하여 공기부양선 추진 및 부양 축계의 진동에 대한 특성을 평가하고 해석방법 등을 정립하는 것이 필요하다.

## 1.2 연구 목적

공기부양선의 추진 및 부양축계는 그 특성상 탄성지지 된 유연 탄성 축계, 탄성체인 추진용 공기 프로펠러 및 부양용 송풍기를 포함한 시스템으로서 선박이나 항공기의 추진축계와는 상이한 진동 특성을 가진다. 통상 공기 프로펠

러 및 부양송풍기를 동시에 구동하는 특수한 시스템으로서 선박과 항공기 추진 시스템을 혼합한 형태이기 때문에 선박이나 항공기의 추진계통과는 상이한 진동특성을 가진다.

따라서 추진 및 부양축계 시스템의 동적 특성을 파악하며, 평가하기 위해서는 선박의 추진축계 또는 헬리콥터 등 항공기의 진동 기준, 해석 및 평가 방법을 적용하기 어려움이 있다.

본 연구에서는 공기부양선 추진 및 부양축계 진동에 대한 효과적인 분석, 평가 및 제어를 위하여 공기부양선 추진 및 부양축계의 독특한 기진력을 종합적으로 분석, 검토하여 공기부양선 축계의 진동을 평가하여 진동대책을 수립하는데 있다.

또한 본 논문에서는 축계의 비틀림진동, 종진동, 횡진동 해석방법을 검토하여 실제 설계 건조된 LCAC급 공기부양선의 추진 및 부양 축계의 계산 결과를 평가하고 공기부양선 추진 및 부양축계의 독특한 진동 특성을 규명하여 공기부양선의 건조 설계 단계에서 축계의 진동을 효율적으로 제어토록 한다.

### 1.3 연구 방법 및 내용

본 연구에서는 공기부양선의 추진 및 부양축계 시스템의 기진원 분석을 통하여 일반적인 축계에서와 같은 불평형, 정렬불량 등의 기진원외에 공기프로펠러, 임펠러 등의 기진원을 축계 비틀림 진동, 종진동, 횡진동 측면에서 분석하여 각 진동해석 결과 평가에 적용한다.

공기부양선의 추진 및 부양 축계의 비틀림 진동에 대해서는 비감쇠 자유 비틀림진동을 해석하여 운전영역에 공진점 존재 여부 및 진폭을 파악하여 축계 설계에 반영하고자 하였다. 이를 위하여 추진 및 부양 축계를 집중질량계로 모델링하여 운동방정식을 유도하였으며, 이에 대한 해석은 신뢰도를 높이기 위하여 현재 일반적으로 널리 사용하고 있는 상용 프로그램인 ANSYS code를 이용하였다. 여기서 비틀림진동 해석은 축계의 작동을 5가지 모드로 구분

하여 수행하였으며, 고유진동수 및 모드형상을 통하여 진동특성을 확인하였다.

모드형상에 따른 비틀림 진동 특성에 대한 평가를 실제 시운전시 계측을 통하여 확인하였다.

중진동 연구는 비감쇠 자유 중진동을 해석하여 운전영역에서의 공진점 존재 여부 및 진폭을 파악하였고, 유연 탄성체인 프로펠러 및 임펠러의 모드 해석을 수행하여 축계설계에 반영하고자 하였다. 이를 위하여 추진 및 부양 축계를 집중질량계로 모델링 하였으며, 프로펠러 블레이드 및 부양송풍기 임펠러는 3차원 모델로 모델링하여 상용 프로그램인 ANSYS code를 이용하여 해석을 수행하였다. 여기서 중진동 해석 검토 결과에 의하여 축계 진동문제가 확인된 부양송풍기 축계에 대한 중진동 해석결과는 실제 시운전시 계측치를 통하여 진동특성을 확인하였다.

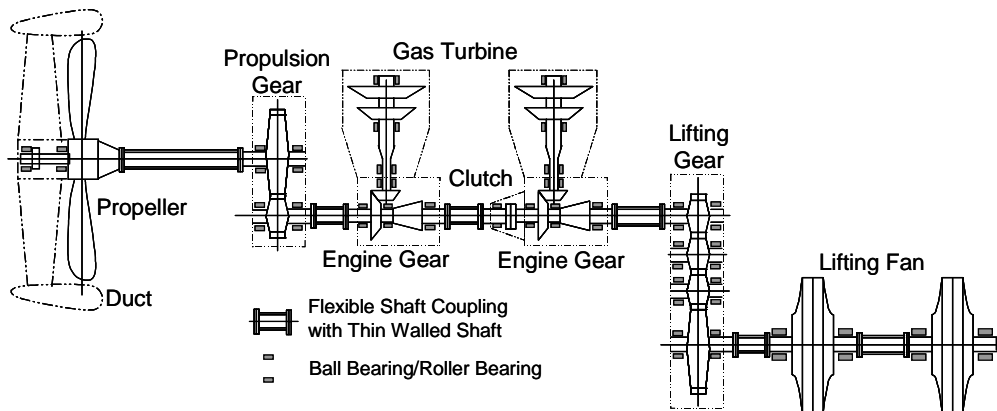
횡진동 연구에서는 유연탄성지지대의 횡진동 고유진동수에 대한 영향을 분석하고, 자이로모멘트에 의한 영향, 공기부양선의 고속선회시 축계에 가해지는 자이로모멘트에 의한 영향을 검토하였다. 상용 프로그램인 ANSYS code를 이용하여 횡진동 해석을 수행하여 운전영역에서의 공진의 유해유무를 해석하였고 얇은 중공축 및 유연커플링 축계에서 고유진동수와 진동모드를 변경하는 방법을 검토하였다. 횡진동 해석결과는 실제 시운전시 계측치를 통하여 진동특성을 확인하였다.

## 제 2 장 대상 축계 시스템 구성 및 기진원 분석

### 2.1 추진 및 부양 축계 시스템 구성

공기부양선은 가스터빈 또는 공냉식 디젤엔진으로 송풍기를 구동하여 선체를 부양하고 공기 프로펠러를 구동하여 추진하므로 추진 및 부양을 위한 동력 전달 시스템은 부양을 용이하게 하고 고속으로 항진하기 위하여 항공기와 같이 가볍고 유연한 부품으로 구성된 다요소 유연체이다.

해석 대상으로 하고 있는 추진 및 부양 체계는 단위체적당 출력이 아주 높은 (고밀도, high density) 공기부양선에 적용된 체계로 **Fig. 2.1** 과 같으며, 구성품은 가스터빈 2 대, 엔진 감속기어(베벨기어, 내부에 오버런 클러치 내장), 프로펠러용 감속기어, 부양 송풍기용 감속기어, 부양 송풍기 2 대, 프로펠러, 프로펠러 덕트, 분리 클러치, 부양 송풍기 베어링, 축 및 유연 커플링으로 구성되어 있다.



**Fig. 2.1** General arrangement of propulsion and lift system

항공기형 고속터빈 방식의 가스터빈 2대가 각각 엔진 감속기어를 통하여 축에 병렬로 연결되어 추진기어를 통하여 공기 프로펠러를 구동하고, 동시에 부양기어를 통하여 부양송풍기를 구동한다<sup>[4]</sup>. 공기프로펠러는 FRP 또는 알루미늄 판재로 제작한 프로펠러 덕트 내에 위치하고 덕트 스트러트 내의 프로펠러 지지베어링 및 추력베어링에 의해 지지되며, 이 덕트 스트러트를 통하여 프로펠러의 추력을 선체에 전달한다. 공기프로펠러는 목재복합재 블레이드로 구성되어 있다. 그리고 프로펠러 축은 프로펠러 덕트내 스트러트에 의해 지지되어 있다.

엔진기어, 추진기어, 부양기어는 경량화된 기어로, 엔진기어는 베벨기어 형식으로 오버런 클러치를 내장하고 있으며, 추진기어와 부양기어는 헬리컬 형식이고 부양기어는 4단 기어이다. 부양송풍기 임펠러는 양흡입 형식으로서 알루미늄 또는 FRP 판재로 제작되며 각각 24장의 블레이드로 구성되어 있다.

각 연결축은 AISI 4140 크롬몰리브덴 강재로 만들며 그 두께가 아주 얇은 중공축이다. 그리고 각 축의 양단에는 다이아프램 형식의 유연 커플링이 설치되어 있어서 축의 강성이 작고, 각 베어링은 볼 베어링 또는 롤러 베어링으로 구성되어 베어링 감쇠율은 무시할 정도로 작다.

## 2.2 기진원 분석

### 2.2.1 서 언

본 장에서는 공기부양선의 추진 및 부양계통에 발생하는 기진원에 대하여 검토한다.

공기부양선의 추진 및 부양축계는 회전체로 구성되어 있고, 왕복동 엔진 축계와 달리 구동토크가 균일하나 공기 프로펠러, 부양송풍기 등 주요 구성품이 유연 탄성체이며, 유연커플링 및 얇은 중공축, 축계 유연지지대 등으로 구성되어 있고, 일반 선박 왕복동 엔진 축계에 비하여 고속 회전등의 특성을 가지고 있으므로 기진원에 대한 검토가 필요하다.

## 2.2.2 축계 구성 요소별 기진원

### (1) 공기 프로펠러<sup>[5]</sup>

공기 프로펠러의 자체 진동은 공기역학적 연성에 의한 진동으로 고찰되어야 한다. 그러나 공기역학적 연성에 의한 진동은 본 논문의 검토 대상이 아니므로 본 논문에서는 추진축계에 대한 기진원에 국한하여 검토한다. 공기 프로펠러는 축계 시스템에 기진력으로, 역으로 추진 축계는 각종 다양한 형태의 진동으로 이러한 기진력에 반응한다.

프로펠러 블레이드는 재질이 목재 또는 복합소재의 연성재질이므로 재질 특성상 고유진동수가 축 회전수에 근접할 경우 고유진동수에서 유연한 보 (beam)로 플랩핑(flapping)이 일어나는 경향이 있다. 따라서 축계회전수에 근접한 블레이드의 축 종방향 고유진동수는 축계의 종진동 기진원이다. 따라서 추진축의 기진원은 축 회전수 배수인 불평형, 블레이드 고유진동수, 그리고 블레이드 배수인 공기역학적 가진 등이다.

프로펠러 블레이드는 유연체로 시간에 따라 변화하는 공기 부하에 반응한다. 이러한 동작의 각 모드는 고유진동수에 해당한다. 만약 적용 공기부하에 대한 주파수가 이러한 고유진동수에 근접하면 블레이드는 공기 부하에 영향을 받는 모드에서 굽힘, 비틀림으로 반응한다. 이러한 블레이드의 진동은 축계의 작동영역 내에서 공진을 발생시킨다.

공기부양선에서 주요한 기진원은 프로펠러로서 프로펠러 허브 및 블레이드의 공기역학적 현상에 의해 이러한 기진력이 생성된다.

프로펠러 블레이드에 작용하는 정상상태의 공기역학적 힘은 프로펠러 회전수의 조화 주파수이다. 만약 모든 블레이드가 공기역학적 측면 및 기계적 측면에서 동일하다면, 축계 및 선체로 전달되는 진동 기진력 또는 모멘트는 블레이드 수의 배수의 기진력 또는 모멘트이다. 따라서 4 블레이드 프로펠러는 매 회전수마다 4 사이클의 배수로 전달되며 5 블레이드 프로펠러는 5의 배수이다.

각 블레이드의 수직 전단력  $F$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$F = f_0 + f_1 \cos \varphi + g_1 \sin \varphi + f_2 \cos 2\varphi + g_2 \sin 2\varphi + \dots + f_m \cos m\varphi + g_m \sin m\varphi \quad (2.1)$$

여기서,

$\varphi$  : 하나의 프로펠러 블레이드의 방위각

$f_1$  : 부하의  $\cos$  성분 진폭

$g_1$  : 부하의  $\sin$  성분 진폭

그러므로 블레이드 "A" 위의 부하가  $F(\varphi)$  라 하면, 그 때 블레이드 "B" 위의 힘 "B" 는  $F(\varphi + 2\pi/n)$  이며, 여기서  $n$  은 블레이드 수이다. 이러한 표현을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{F_{\text{total}}}{n} = f_0 + f_n \cos n\varphi + g_n \sin n\varphi + f_{2n} \cos 2n\varphi + g_{2n} \sin 2n\varphi + \dots + f_{mn} \sin mn\varphi + g_{mn} \sin mn\varphi \quad (2.2)$$

따라서 축 토크를 나타내는 벡터는 동일한 형태로 동일한 방향에 있다. 축에 대하여 수직면에서 회전하는 벡터의 힘은 면내 전단, 방사상 전단, 그리고 피칭 모멘트의 약간 다른 형태로 작용하며 시스템에 가한 부하는 오직 블레이드 수의 배수이다.

블레이드 불평형과 같은 정상적 효과에 의한 1차 조화력에 대한 것을 제외하고 유일한 기진력은 앞에서 제시했듯이 프로펠러 회전수의 조화 성분이다. 만약 로터에 단순 질량 불평형이 있다면 불평형 원심력이 프로펠러의 중심에서 방사상으로 작용한다. 선체로 전달된 힘은  $\Omega$  가 프로펠러 속도인 경우 회전 시스템  $\pm\Omega$  의 주파수와 동등하다.

## (2) 부양송풍기<sup>[7]</sup>

부양송풍기는 공기역학적 측면에서 블레이드 주파수가 주 기진원이 될 수 있다. 그러나 블레이드 수가 많을 경우 토크 변동이 미미하여 가진주파수로 검토하지 않을 수 있다.



부양송풍기는 가공 정밀도와 기계부품의 결합상태로 인해 불균형이 야기된다. 이러한 회전기계에서 질량 불균형은 회전체의 각속도에 해당하는 주파수를 갖는 기진력으로 가진하는 결과를 가져와 송풍기 축계 기본회전수에 해당하는 주파수의 진동을 발생시킨다. 회전체의 축이 중심선축에 대하여 임의의 각도를 이루는 정렬 불량으로 인해 회전할 때는 질량 불균형에 의하여 축 기본 회전주파수의 2배에 해당하는 고조파를 갖는 진동이 발생한다.

축의 정렬불량(misalignment)은 송풍기의 베어링 수명에 직접적인 영향을 줄뿐만 아니라 베어링에 주기적인 하중을 가하기 때문에 볼과 내외륜에 마모를 촉진한다. 축의 정렬불량은 송풍기의 회전체 제작시 여러 가지 원인에 의해 나타나는데, 이를 각도 어긋남(angular misalignment)과 축간 어긋남(offset misalignment)으로 분류할 수 있으며 통상 이 두 가지의 조합으로 나타난다. 회전축의 어긋남에 의해 발생하는 진동은 회전속도에 대한 기본주파수의 고조파들로 나타나며, 특히 각도 어긋남이 있으면 종진동 기진원이 된다. 그러나 축계배치 계산에 따른 정렬불량의 경우 기진력이 작아 초기 진동설계시 고려사항이라기 보다 문제 발생시 고장진단에서 고려된다.

이 이외에도 공기 부양선의 부양송풍기는 중량감소를 위해 알루미늄 또는 FRP 케이싱 및 임펠러를 채용하므로, 이들 구성품이 낮은 고유진동수를 가지는 유연탄성체가 되어, 부양송풍기 임펠러 자체의 고유진동수가 축계 시스템의 고유진동수와 공진이 될 경우 축계 시스템의 기진력이 될 수 있다.

### (3) 감속기어

감속기어에서 고주파 진동<sup>[2]</sup>이 발생할 수 있으나 이로 인해 축계에 위험을 초래할 가능성은 적으므로 여진주파수로 고려할 필요가 없으며, 질량 불평형에 의한 기진력만을 고려한다.

### (4) 가스터빈

가스터빈은 터빈 블레이드 통과 주파수를 기진원으로 간주할 수 있으나 블레이드 수량이 많은 경우 회전시 토크 변동이 미미하여 기진 주파수는 고려하지 않으며 질량 불균일에 따른 불평형력을 기진원으로 한다.

### 2.2.3 비틀림진동 기진원

공기 프로펠러의 기진 토크는 2.2.2 항에서 검토한 결과 및 공기부양선의 실선 계측<sup>[6]</sup>에 의하면 공기 프로펠러가 가장 중요한 기진원이다. 따라서 프로펠러 블레이드 날개수의 1차 및 2차 주파수를 기진 주파수로 한다.

가스터빈 로터의 블레이드 날개수, 부양송풍기 임펠러 블레이드의 날개수가 많을 경우 블레이드로 인한 토크 변동이 미미하여 날개수에 따른 기진주파수는 검토하지 않는다. 이상을 정리하여 해석대상 축계의 기진주파수를 정리하면 **Table 2.1** 과 같다.

**Table 2.1 Torsional exciting source and frequency**

No.	Excitation frequency	Excitation source
1	1× shaft speed	unbalance
2	No. of propeller blade × 1 shaft speed	propulsion propeller
3	No. of propeller blade × 2 shaft speed	propulsion propeller

### 2.2.4 종진동 기진원

공기부양선의 추진 및 부양축계는 고속으로 회전하는 유연탄성지지 된 탄성 축계로 일반적인 축계에서와 같이 불평형, 정렬불량 등의 기진원외에 공기프로펠러, 임펠러 등의 기진원을 가진다. 공기프로펠러 및 임펠러는 유연탄성체로 고유진동수가 축계의 작동영역에 위치하면 공진이 발생한다<sup>[5]</sup>.

구동축 부분에서 각 기어의 기어 메쉬에 의한 기진력은 기어 이(齒)수가 많아 높은 주파수 일뿐 아니라 진폭이 작아 실제적으로 종진동 기진원이 될 수 없으므로 기진원에서 제외하고 질량 불평형에 의한 축 회전수 배수만을 기진원으로 고려한다.

부양축계의 주 기진원은 추진축과 유사하게 축 회전수 배수인 불평형, 임펠

러 고유진동수, 그리고 임펠러 블레이드 배수인 블레이드 통과주파수로 공기 역학적 기진 등이 있다. 이상과 같이 검토한 종진동 기진원을 정리하면 **Table 2.2** 와 같다.

**Table 2.2 Axial exciting source and frequency**

No.	Excitation frequency	Excitation source
1	1× shaft speed	unbalance
2	No. of impeller blade × shaft speed	lift fan impeller
3	No. of propeller blade × shaft speed	propeller
4	Axial natural frequency of impeller	lift fan impeller
5	Axial natural frequency of propeller blade	propeller blade

### 2.2.5 횡진동 기진원

공기부양선의 추진 및 부양계통은 고속으로 회전하는 탄성지지 된 탄성축계 로 횡진동 주 기진원은 **Table 2.3** 과 같이 불평형 및 정렬불량 등의 기진원이 주 기진원이 되나, 정렬불량의 경우 기진력이 작아 초기 진동설계시 고려하지 않는다.

**Table 2.3 Lateral exciting source and frequency**

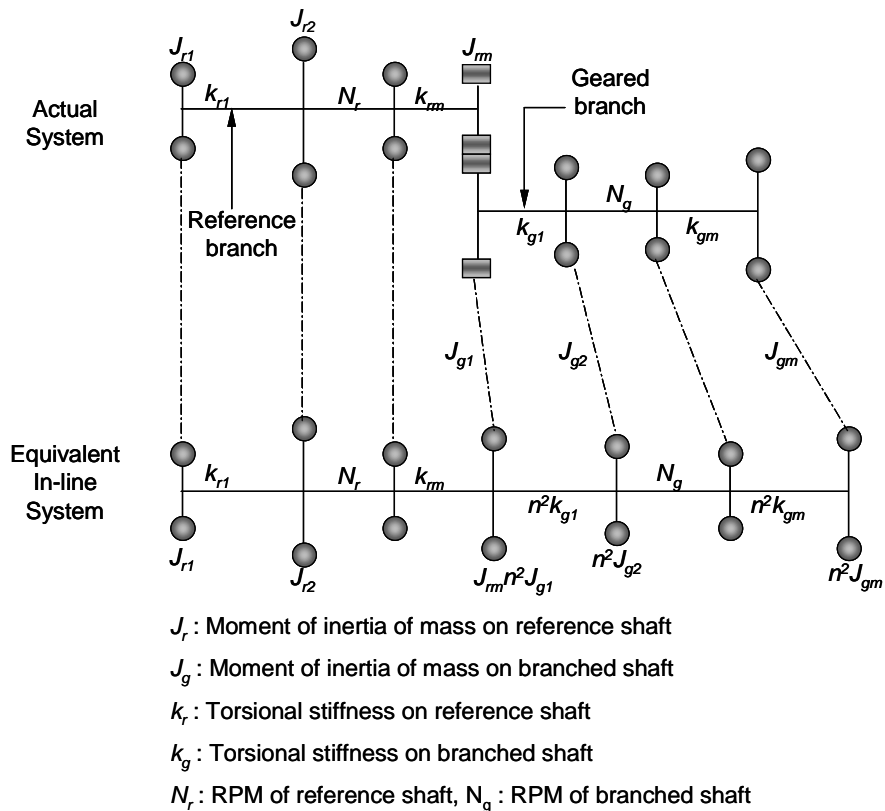
No.	Excitation frequency	Excitation source
1	1× shaft speed	unbalance
2	2× shaft speed	misalignment

## 제 3 장 비틀림진동<sup>[8]</sup>

### 3.1 분지계의 해석

#### 3.1.1 감속기어 축계의 등가화

증감속 기어를 갖는 분지축계는 복잡한 시스템으로 이루어져 있고 서로 다른 속도로 회전하는 분지축이 존재하므로, 기준회전속도에 대해 시스템 전체를 동역학적으로 등가가 되도록 **Fig. 3.1** 과 같이 등가계로 환산<sup>[9][10][11]</sup>하여 해석한다.



**Fig. 3.1** Branched system rotating with different speed

증감속기어부의 각변위, 각속도 및 회전수 관계로부터

$$T_r = R_r F, \quad T_g = R_g F \quad (3.1)$$

여기서,

- $T_r$  : 기준축의 토크 [N m]
- $T_g$  : 분지축의 토크 [N m]
- $R_r$  : 기어 휠의 피치원 반경 [m]
- $R_g$  : 피니언의 피치원 반경 [m]
- $F$  : 전달력 [N]

맞물린 기어에 대해서는 같은 힘이 작용하므로 다음과 같이 된다.

$$\frac{T_r}{T_g} = \frac{R_r}{R_g} = \frac{\theta_g}{\theta_r} = \frac{\omega_g}{\omega_r} = \frac{N_g}{N_r} = n \quad (3.2)$$

여기서,

- $\theta_r$  : 기준축의 진동진폭,       $\theta_g$  : 분지축의 진동진폭
- $\omega_r$  : 기준축의 각속도,       $\omega_g$  : 분지축의 각속도
- $n$  : 기어 이수(齒數) 비

분지축의 비틀림강성계수  $k_g$  및 등가 비틀림강성계수  $k_e$  에 대한 변형에너지는

$$U_g = \frac{k_g \theta_g^2}{2} \quad (3.3)$$

$$U_e = \frac{k_e \theta_e^2}{2} \quad (3.4)$$

식 (3.3), (3.4) 및 식 (3.2)로부터 등가 비틀림 강성계수를 구하면 다음과 같이 된다.

$$k_e = k_g \left( \frac{\theta_g}{\theta_e} \right)^2 = k_g \left( \frac{N_g}{N_r} \right)^2 = k_g n^2 \quad (3.5)$$

그리고 질량관성모멘트  $J_g$  및 등가질량관성모멘트  $J_e$  에 대한 운동에너지는

$$V_g = \frac{J_g \omega_g^2}{2} \quad (3.6)$$

$$V_e = \frac{J_e \omega_e^2}{2} \quad (3.7)$$

식 (3.6), (3.7) 및 식 (3.2)로부터 등가 질량관성모멘트를 구하면 다음과 같다.

$$J_e = J_g \left( \frac{\omega_g}{\omega_e} \right)^2 = J_g n^2 \quad (3.8)$$

이상의 결과를 요약하여 정리하면 **Table 3.1** 과 같다.

**Table 3.1 Equivalent quantities of branched system**

Description	Reference branch actual value	Geared branch	
		Actual value	Value referred to revolution of reference branch
RPM	$N_r$	$N_g$	$\frac{N_g}{n}$
Order number	$i_r$	$i_g$	$n i_g$
Moment of inertia	$J_r$	$J_g$	$n^2 J_g$
Torsional stiffness	$k_r$	$k_g$	$n^2 k_g$
Torque	$T_r$	$T_g$	$n T_g$
Damping coefficient	$C_r$	$C_g$	$n^2 C_g$
Amplitude	$\theta_r$	$\theta_g$	$\frac{\theta_g}{n}$

### 3.1.2 분지계의 고유진동수와 진동 모드 계산<sup>[12]</sup>

분지계의 고유진동수와 진동모드의 계산은 먼저 주 진동계에 대해 계산을 시작한 다음 분지계가 연결된 질점까지 계산을 진행하며 분지계의 시작점부터 주진동계의 연결점까지 계산을 진행하여 계산 결과를 비교한다.

주 진동계와 분지계의 연결점을  $i$ , 질점  $i$ 의 질량을  $m_i$ 라 하면 주진동계의 비틀림각은  $i$  점에서  $\theta_i = a_{11}\theta_1$ , 분지계의  $i$  점에서 비틀림각을  $\theta'_i = a'_{11}\theta'_1$ 라 하면 질점  $m_i$ 의 비틀림각은  $\theta_i = \theta'_i$  즉,

$$\left. \begin{aligned} a_{11} \theta_1 &= a'_{11} \theta'_1 \\ \theta'_1 &= \left( \frac{a_{11}}{a'_{11}} \right) \theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

식 (3.9)로 얻은  $\theta'_1$  으로 분지계의 계산을 다시 시작하면 그 결과로 얻은 값은  $m_i$ 에서 같은 값으로 된다. 질점  $m_i$ 에서 계산결과는 다음과 같이 주 진동계에 합산된다.

$$\left\{ \begin{array}{c} \theta'_i \\ T'_i \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} (a_{11}/a'_{11})\theta_1 \\ T_1 \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

여기서,

$\theta'_i$  : 분지계  $i$ 점에 있어서의 각변위

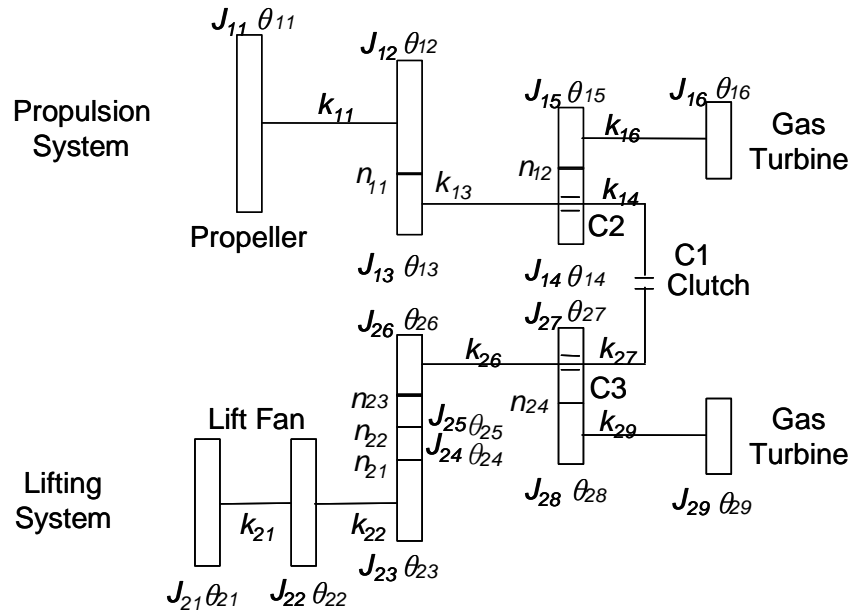
$T'_i$  : 분지계  $i$ 점에 있어서의 토크

## 3.2 운동방정식

비틀림 진동을 이론적으로 해석하기 위해 추진 및 부양 축계를 **Fig. 3.2**와

같이 등가계로 표시하고, 각 요소별 운동방정식<sup>[13]</sup>을 구한다. **Fig. 3.2** 에서  $J$  : 질량관성모멘트,  $k$  : 축의 강성계수,  $\theta$  : 각변위,  $C$  : 클러치이다. 운동방정식은 시스템의 운전개념에 따라 다음과 같이 분리하여 구한다.

- (i) 클러치 C1 으로 시스템을 추진계통과 부양계통으로 분리하여 별개로 운전하는 경우
- (ii) 클러치 C1 을 연결하여 추진계통과 부양계통을 통합하여 운전하는 경우



**Fig. 3.2** Mass-elastic diagram for propulsion and lift system

(1) 분리 작동시 - 추진계통에 대한 운동방정식

$$J_{11} \ddot{\theta}_{11} + k_{11} (\theta_{11} - \theta_{12}) = 0 \quad (3.11)$$

$$J_{12} \ddot{\theta}_{12} - k_{11} (\theta_{11} - \theta_{12}) = -n_{11} \{ J_{13} \ddot{\theta}_{13} + k_{13} (\theta_{13} - \theta_{14}) \} \quad (3.12)$$

$$J_{14} \ddot{\theta}_{14} - k_{13} (\theta_{13} - \theta_{14}) = -n_{12} \{ J_{15} \ddot{\theta}_{15} + k_{16} (\theta_{15} - \theta_{16}) \} \quad (3.13)$$

$$J_{16} \ddot{\theta}_{16} - k_{16} (\theta_{15} - \theta_{16}) = 0 \quad (3.14)$$



(2) 분리 작동시 - 부양계통에 대한 운동방정식

$$J_{21} \ddot{\theta}_{21} + k_{21} (\theta_{21} - \theta_{22}) = 0 \quad (3.15)$$

$$J_{22} \ddot{\theta}_{22} - k_{21} (\theta_{21} - \theta_{22}) + k_{22} (\theta_{22} - \theta_{23}) = 0 \quad (3.16)$$

$$J_{23} \ddot{\theta}_{23} - k_{22} (\theta_{22} - \theta_{23}) + k'_{26} (\theta_{26} - \theta'_{27}) = 0 \quad (3.17)$$

여기서,

$$J'_{23} \ddot{\theta}_{23} = (J_{23} + n_{21}^2 J_{24} + n_{21}^2 n_{22}^2 J_{25} + n_{21}^2 n_{22}^2 n_{23}^2 J_{26}) \ddot{\theta}_{23}$$

$$k'_{26} (\theta_{26} - \theta'_{27}) = n_{21}^2 n_{22}^2 n_{23}^2 (\theta_{26} - \theta'_{27})$$

$$n_{21} \theta_{23} = \theta_{24}$$

$$n_{21} n_{22} \theta_{23} = \theta_{25}$$

$$n_{21} n_{22} n_{23} \theta_{23} = \theta_{26}$$

$$n_{21} n_{22} n_{23} \theta_{27} = \theta'_{27}$$

이므로 식 (3.17)을 정리하면

$$J_{23} \ddot{\theta}_{23} + n_{21} J_{24} \ddot{\theta}_{24} + n_{21} n_{22} J_{25} \ddot{\theta}_{25} + n_{21} n_{22} n_{26} J_{26} \ddot{\theta}_{26} \\ + k_{22} (\theta_{22} - \theta_{23}) + n_{21} n_{22} n_{23} k_{26} (\theta_{26} - \theta_{27}) = 0$$

$$J_{23} \ddot{\theta}_{23} - k_{22} (\theta_{22} - \theta_{23}) = \\ - n_{21} \{ J_{24} \ddot{\theta}_{24} + n_{22} J_{25} \ddot{\theta}_{25} + n_{22} n_{23} J_{26} \ddot{\theta}_{26} - n_{22} n_{23} (\theta_{26} - \theta_{27}) \} \quad (3.17a)$$

$$(J_{27} + n_{24}^2 J_{28}) \ddot{\theta}_{27} - k_{26} (\theta_{26} - \theta_{27}) + n_{24}^2 k_{29} (\theta_{27} - \theta'_{29}) = 0$$

$$J_{27} \ddot{\theta}_{27} - k_{26} (\theta_{26} - \theta_{27}) + n_{24}^2 \{ J_{28} \ddot{\theta}_{27} + k_{29} (\theta_{27} - \theta'_{29}) \} = 0$$

여기서,  $\theta_{28} = n_{24} \theta_{27}$ ,  $\theta_{29} = n \theta'_{29}$  이므로

$$J_{27} \ddot{\theta}_{27} - k_{26} (\theta_{26} - \theta_{27}) = - n_{24} \{ J_{28} \ddot{\theta}_{28} + k_{29} (\theta_{28} - \theta_{29}) \} \quad (3.18)$$

$$J_{29} \ddot{\theta}_{29} - k_{29} (\theta_{28} - \theta_{29}) = 0 \quad (3.19)$$

(3) 추진계통 및 부양계통 통합 운전시 운동방정식

분리 작동시와 비교해 볼 때 변경되는 운동방정식은 (3.13)식과 (3.18)식으로서 다음과 같이 되고, 나머지 식은 동일하다.

$$J_{14}\ddot{\theta}_{14} - k_{13}(\theta_{13} - \theta_{14}) + k_{14}(\theta_{14} - \theta_{27}) = -n_{12}\{J_{15}\ddot{\theta}_{15} + k_{16}(\theta_{15} - \theta_{16})\} \quad (3.20)$$

$$J_{27}\ddot{\theta}_{27} - k_{26}(\theta_{26} - \theta_{27}) - k_{27}(\theta_{27} - \theta_{14}) = -n_{24}\{J_{28}\ddot{\theta}_{28} + k_{29}(\theta_{28} - \theta_{29})\} \quad (3.21)$$

여기서  $n_{11}$ ,  $n_{12}$ ,  $n_{21}$ ,  $n_{22}$ ,  $n_{23}$ ,  $n_{24}$  는 기어의 속도비이다.

### 3.3 모드 해석<sup>[15]</sup>

다자유도계의 Lagrange 방정식을 매트릭스로 표시하여 비감쇠  $n$  자유도계의 자유진동의 경우 감쇠와 외력을 0 이라 놓으면 다음과 같이 된다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (3.22)$$

여기서,

$[K]$  : 비틀림 강성 매트릭스

$[M]$  : 질량 관성모멘트 매트릭스

$\{q\}$  : 변위 벡터

$\{\ddot{q}\}$  : 변위의 2차 도함수 벡터

미분방정식 (3.22)의 기본해인 벡터  $\{q\}$ 의 요소를

$$q_j = u_j \cos(\omega t - \varphi) \quad (\text{단, } j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.23)$$

라 가정하고 (3.22)식에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$([K - \omega^2[M]] \{u\} = \{0\}) \quad (3.24)$$

(3.24)식은  $u_j$  에 관한 제차방정식이므로  $u_j$  가 0 이 아닌 해를 갖기 위해서는 (3.24)식의 계수행렬식이 0 이어야 한다. 즉,

$$|[K] - \omega^2[M]| = \begin{vmatrix} k_{11} - \omega^2 m_{11} & k_{12} - \omega^2 m_{12} & \dots & k_{1n} - \omega^2 m_{1n} \\ k_{21} - \omega^2 m_{21} & k_{22} - \omega^2 m_{22} & \dots & k_{2n} - \omega^2 m_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} - \omega^2 m_{n1} & k_{n2} - \omega^2 m_{n2} & \dots & k_{nn} - \omega^2 m_{nn} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.25)$$

특성방정식 (3.25)는  $\omega^2$  에 관한  $n$  차 대수방정식이며 이것을 풀면  $n$  개의 고유 각진동수  $\omega_r^2$  (단,  $r=1,2,\dots,n$ ) 이 결정된다. 물리적 이유를 고려하여  $\omega_r$  의 양 (+)의 값만을 취하면 이들 값 중에서 적은 것으로부터 순차로 1차, 2차, ...,  $n$  차 고유진동수이다. 지금  $r$  차 고유진동수  $\omega_r$  을 (3.24)식에 대입하고 그 때의 진폭 벡터를  $\{u^{(r)}\}$  이라고 하면 다음과 같이 된다.

$$([K] - \omega_r^2[M])\{u^{(r)}\} = \{0\} \quad (3.26)$$

이 성분을 풀어쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (k_{11} - \omega_r^2 m_{11})u_1^{(r)} + (k_{12} - \omega_r^2 m_{12})u_2^{(r)} + \dots + (k_{1n} - \omega_r^2 m_{1n})u_n^{(r)} &= 0 \\ (k_{21} - \omega_r^2 m_{21})u_1^{(r)} + (k_{22} - \omega_r^2 m_{22})u_2^{(r)} + \dots + (k_{2n} - \omega_r^2 m_{2n})u_n^{(r)} &= 0 \\ \dots & \\ (k_{n1} - \omega_r^2 m_{n1})u_1^{(r)} + (k_{n2} - \omega_r^2 m_{n2})u_2^{(r)} + \dots + (k_{nn} - \omega_r^2 m_{nn})u_n^{(r)} &= 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

진폭벡터  $\{u^{(r)}\}$  의 요소  $u_j^{(r)}$  (단,  $j=1,2,\dots,n$ ) 는 진동의 각 좌표의 진폭을 부여

한다. (3.27)식은 동차방정식이고 계수행렬이 0 이므로  $u_j^{(r)}$ 의 절대치는 정해지지 않으나 진폭비

$$u_1^{(r)} : u_2^{(r)} : \dots : u_n^{(r)} \quad (3.28)$$

은 정해진다. 여기서,

$$u_1^{(r)} = 1 \quad (3.29)$$

과 같이 하나의 성분을 1로 취하거나 또는

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n m_{jk} u_j^{(r)} u_k^{(r)} = \{u^{(r)}\}^T [M] \{u^{(r)}\} = 1 \quad (3.30)$$

과 같이 기준화(normalizing)하면 해는  $\{u^{(r)}\} \cos(\omega_r t - \psi_r)$ 로 주어진다. 이 해는 모든 좌표가 동일한 진동수  $\omega_r$ 와 위상  $\psi_r$ 을 가지며 그 진폭비가 일정한 진동을 부여하는 것으로  $r$ 차 기준진동이라 부른다. 또한 진폭  $\{u^{(r)}\}$ 은 진동의 형태를 부여하는 것이며 기준진동 모드라 한다.  $n$ 자유도계에서는  $n$ 개의 고유진동수가 있으므로 이들에 대응하여  $n$ 가지의 기준진동모드  $\{u^{(r)}\}$ 이 존재하게 되며, 자유진동은 이러한 기준진동의 합으로 표시된다.

$$\{q\} = \sum_{r=1}^n \{q^{(r)}\} = \sum_{r=1}^n c_r \{u^{(r)}\} \cos(\omega_r t - \psi_r) \quad (3.31)$$

여기서  $2n$ 개의 임의의 정수  $c_r, \psi_r$  (단,  $r=1, 2, \dots, n$ )는 초기조건  $q_i(0), \dot{q}_j(0)$  (단,  $j=1, 2, \dots, n$ )에 의하여 결정된다. 또한, (3.24)식을 다음과 같이 고쳐 쓰면 (3.32)식이 되고,

$$[K]\{u\} = \omega^2 [M]\{u\} \quad (3.32)$$

이 식의 양변에 왼쪽으로부터  $[M]^{-1}$ 을 곱하고,  $\lambda = \omega^2, [A] = [M]^{-1}[K]$ 라 놓으면 다음과 같이 정리된다.

$$[A]\{u\} = \lambda\{u\} \quad (3.33)$$

이 식을 만족하는  $\lambda$  및  $\{u\}$ 를 구하는 문제가 고유치 문제이며, (3.33)에서  $\lambda$ 는 매트릭스  $[A]$ 의 고유치,  $\{u\}$ 는 고유치  $\lambda$ 에 대한 고유벡터이다. 즉, 다자유도계의 고유진동수와 기준진동형을 구하는 문제는 매트릭스  $[A]$  ( $= [M]^{-1}[K]$ )의 고유치와 고유벡터를 구하는 문제로 귀착된다. 다만, 고유진동수는  $[A]$ 의 고유치의 평방근을 취해야 하고, 이와 같이 구한 고유각진동수를  $2\pi$ 로 나누어야 한다. (3.24)식의 해는, 만약 행렬식  $([K] - \omega^2[M]) = 0$  이고  $\{u\} \neq 0$  이면, 이는 의미 있는 해가 되며 (3.24)식은 다음과 같이 간략하게 된다.

$$([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (3.34)$$

$$([K] - \lambda[M]) = 0 \quad (3.35)$$

이 행렬은 이산 고유값  $\lambda_j$  또는  $\omega_j^2$ 에서 오직 0이 되고, 따라서 (3.34)식은 다음과 같이 정리된다.

$$([K] - \omega_j^2[M])\{u_j\} = 0 \quad (\text{단, } j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.36)$$

각 고유치와 고유벡터는 물체의 자유진동모드를 정의하고,  $j$ 차 고유값  $\lambda_j$ 는 다음과 같은  $j$ 차 고유진동수와 관련이 있다.

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} \quad (3.37)$$

$$\omega_j = \sqrt{\lambda_j} \quad (3.38)$$

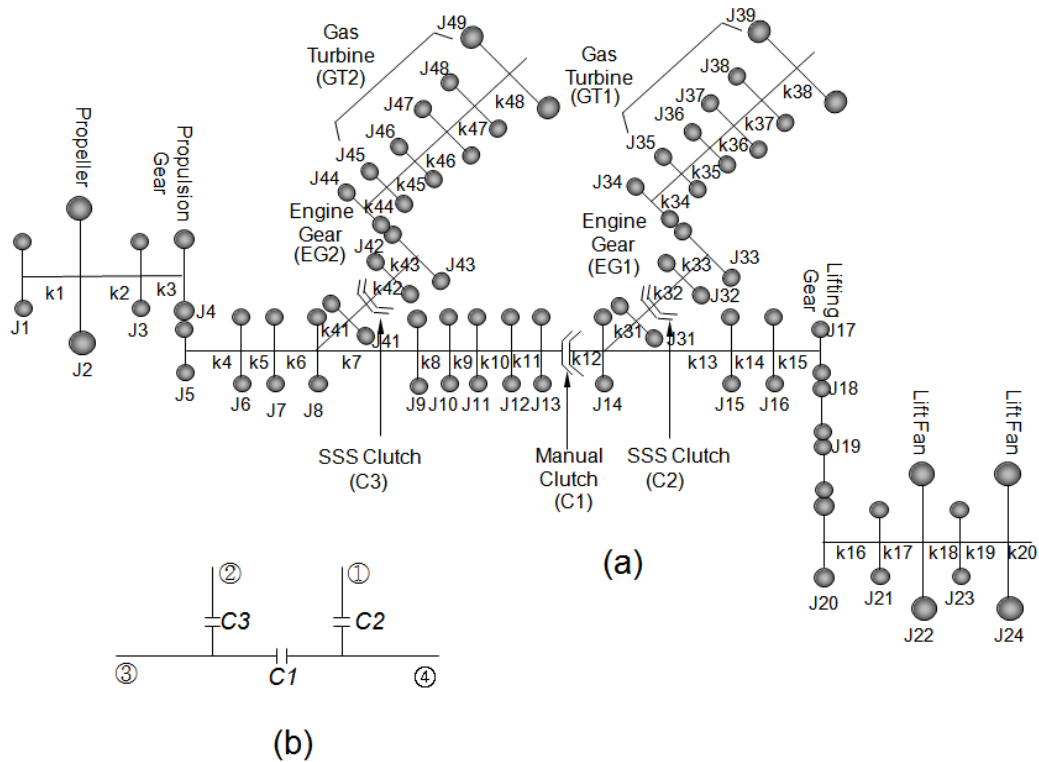
그리고 고유치 및 고유벡터의 수는 자유진동의 수와 같다. ANSYS에서 다자유도계의 유한요소로 표시되는 계의 고유응답은 좌표계에서 방정식 (3.22)의 해로서 얻어지며, 전체 시스템의 모델은 각각의 타 좌표계와 독립된 단일 좌표계에 의한 각 질량요소의 운동으로 나타낸다. 그리고 각 독립적인 방정식은 모든 절점에 대하여 1자유도계로 처리한다.

### 3.4 비틀림진동 해석 결과 및 검토

#### 3.4.1 해석모델

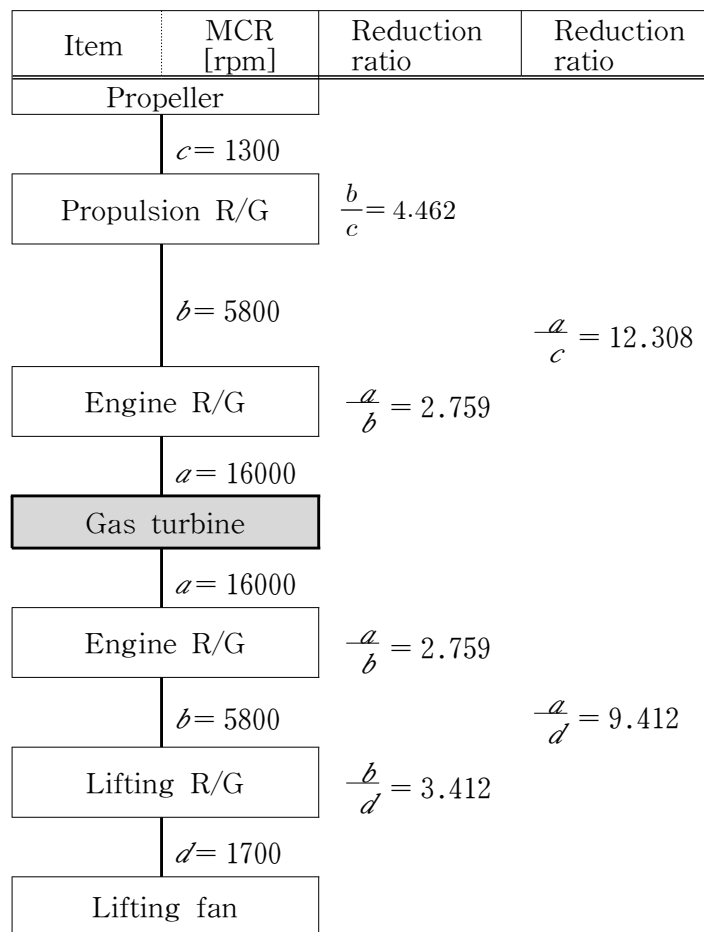
본 연구에서 대상으로 하는 추진 및 부양 축계는 **Fig. 2.2**에 제시된 시스템과 같고, 이는 미국, 일본 등에서 실제 운용하고 있는 고밀도 공기부양선의 추진 및 부양 축계로서 **Fig. 3.3 (a)**와 같이 모델링하였고, 또한 각 요소의 특성치는 각 장비 제작사에서 제시한 값을 이용하였다.

**Fig. 3.3 (b)**는 클러치 C1, C2, C4를 중심으로 **Fig. 3.3 (a)**를 간략화한 것으로서 ①, ②, ③, ④는 각각 다음과 같고, **Fig. 3.4**는 각 장비별 회전수와 감속비를 나타낸 것이다 (R/G : reduction gear).



**Fig. 3.3** Mass and elastic model of propulsion and lift shafting

- ① : Front side gas turbine (이후, 간단히 GT1 으로 표기)
- ② : Rear side gas turbine (이후, 간단히 GT2 로 표기)
- ③ : Propulsion shafting, propulsion reduction gear and propeller
- ④ : Lift shafting, lifting reduction gear and lift fan (2 ea)



**Fig. 3.4 Reduction gear ratio**

프로펠러, 기어, 부양송풍기용 임펠러 등은 단일 질량관성모멘트로 모델링하였으며 각 축계, 가스터빈, 클러치 등은 다질점 상당 질량관성모멘트와 상당 스프링으로 모델링하였다. 극관성 모멘트가 작은 유연 커플링과 얇은 중공축은 질량이 없는 축으로 간주할 수 있으나 축계의 특성을 고려하여 각 부분의 관성을 강체디스크에 집중시켜 축에 대해서는 강성만 존재하고 질량이 없는 축으로 간주한다. 각 기어 시스템에 대한 관성과 강성의 치환을 위한 기준축은 추진기어와 부양기어를 연결하는 엔진기어 EG1, EG2의 출력축을 기준으로 하였다.

해석모델의 각 요소의 특성치는 각 장비 제작사가 산출한 자료를 이용하였으며, 해석모델에 적용한 축의 재질은 AISI 4140 크롬-몰리브덴 강을 사용하였으며 물성치는 **Table 3.2**와 같다.

**Table 3.2 Physical properties of AISI 4140**

Material	Density $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Young's modulus $E$ [MPa]	Modulus of rigidity $G$ [MPa]	Yield stress [MPa]
AISI 4140	7 850.0	210 000	80 769	417.1

### 3.4.2 계통의 운전조건 및 해석 범위

공기부양선의 추진 및 부양계통은 2대의 가스터빈으로 프로펠러 및 부양송풍기를 구동하며, 3개의 클러치에 의해 계통이 분리, 통합 운전되는 복잡한 체계이므로 비틀림 진동해석 범위를 결정하기 위해 계통의 작동을 다음과 같이 나누어 검토한다.

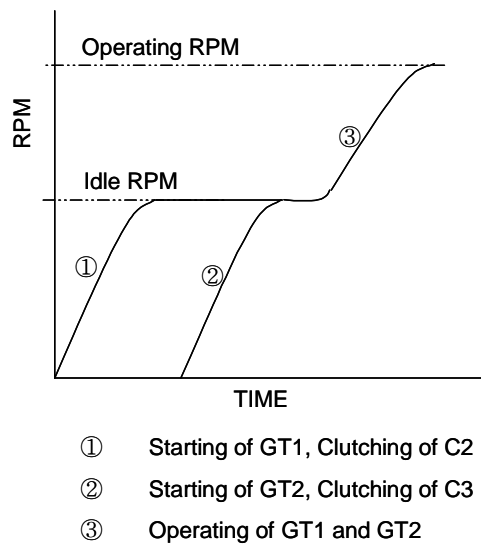
#### (1) 추진 및 부양 통합 운전

**Fig. 3.3**에서 수동클러치C1을 연결하여 시스템을 운전하는 경우이며 정상 운전시에 사용하는 방법이다. 시동시에는 프로펠러를 0(zero) 피치로 유지하고 가스터빈 2대중 먼저 1대를 시동시키는데, 이 때 시동되는 가스터빈 엔진



기어내의 오버런 클러치가 자동 연결되고 정지된 가스터빈측의 오버런 클러치는 분리된 채로 유지되어 계통 전체는 1대의 가스터빈만으로 무부하 회전수로 운전된다(**Fig. 3.5**). 여기서는 ①번 가스터빈(GT1)을 먼저 기동시키고 다음에 ②번 가스터빈(GT2)을 기동시키는 것으로 한다.

가스터빈 1대가 기동되어 연결되고 나면, 정지해 있는 가스터빈을 시동시킨다. 이 가스터빈이 시동되어 무부하 회전수가 되면 오버런 클러치가 연결되어 계통전체는 2대의 가스터빈으로 운전되며, 2대의 가스터빈의 회전수를 작동회전수로 상승시켜 프로펠러 피치를 조정하여 추진한다.



**Fig. 3.5** Operating map of system

(2) 비상 작동

- i) 가스터빈 1대가 고장나면, 가스터빈 1대로 전 계통을 구동하고 프로펠러 피치를 낮추어 엔진부하를 감소시킨다. 이 때 고장난 가스터빈은 엔진기어 내의 클러치에 의해 자동으로 분리된다.
- ii) 프로펠러 또는 부양송풍기에 고장이 발생하면 수동클러치 C1으로 추진계통과 부양계통을 분리하여 운전한다.

이상과 같은 작동개념에 따라 다음과 같은 5 가지 경우에 대해 비틀림진동을 해석하고자 한다.

CASE	수동클러치 C1	가스터빈		프로펠러	부 양 송 풍 기
		GT1	GT2		
1	연결	작동	작동	작동	작동
2	"	작동	-	작동	작동
3	"	-	작동	작동	작동
4	분리	-	작동	작동	-
5	"	작동	-	-	작동

### 3.4.3 비틀림진동 기진주파수

2.2.3 항에서 검토한 대로 해석대상 축계의 기진주파수를 정리하면 **Table 3.3** 과 같다.

**Table 3.3 Torsional exciting frequency of system**

No	Parts	Operating range [rpm]		Exciting frequency[Hz]		Remark
		Idle Rev.	Normal operating range	Idle Rev.	Operating range	
1	Shaft of gas turbine	9,600	13,000 ~ 16,000	160	216.7 ~ 266.7	
2	Shaft of engine gear output	3,480	4,712 ~ 5,800	58	78.5 ~ 96.7	
3	Shaft of lifting fan	1,020	1,381 ~ 1,700	17	23.0 ~ 28.3	
4	Shaft of propeller	780	1,056 ~ 1,300	65	88.0 ~ 108.3	5 blade*1
				130	176.0 ~ 216.6	5 blade*2
				13	17.6 ~ 21.7	Shaft

### 3.4.4 해석 입력자료

축계 해석을 위한 입력 자료를 정리하면 **Table 3.4** 와 같다.

**Table 3.4 Input data for torsional vibration analysis**

Mass			Stiffness		Speed Ratio
No.	Mass Name	Inertia ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	No	Stiffness ( $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )	
J1		0.15	k1	1 260.0	1/4.462
J2	propeller	95.5	k2	305.0	1/4.462
J3	propeller shaft	2.52	k3	196.0	1/4.462
J4	propulsion gear	27.7			1/4.462
J5	propulsion gear	0.183	k4	503.0	
J6		0.007	k5	230.0	
J7		0.17	k6	71.4	
J8		0.0122	k7	24.2	
J9		0.0443	k8	425.0	
J10		0.08	k9	42.8	
J11		0.012	k10	169.0	
J12		0.0087	k11	2 300.0	
J13		0.013	k12	1 100.0	
J14		0.012	k13	425.0	
J15		0.04	k14	20.9	
J16		0.11	k15	77.9	
J17	lifting gear	0.13			
J18	lifting gear	1.293			1/2.79
J19	lifting gear	1.293			1/2.79
J20	lifting gear	8.92	k16	79.0	1/3.412
J21		0.43	k17	23.3	1/3.412
J22	lift fan	92.6	k18	828.0	1/3.412
J23		0.272	k19	40.3	1/3.412
J24	lift fan	92.6	k20	828.0	1/3.412

(To be continued)

Mass			Stiffness		Speed Ratio
No.	Mass Name	Inertia ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	No	Stiffness ( $\text{kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ )	
J31		1.80	k31	1 000.0	
J32		0.04	k32	236.0	
J33		0.82	k33	236.0	
J34		0.02			2.759
J35	Gas turbine	0.01	k34	11.2	2.759
J36	Gas turbine	0.027	k35	23 500.0	2.759
J37	Gas turbine	0.082	k36	2 680.0	2.759
J38	Gas turbine	0.072	k37	6 760.0	2.759
J39	Gas turbine	0.056	k38	9 980.0	2.759
J41		1.80	k41	1 000.0	
J42		0.04	k42	236.0	
J43		0.82	k43	236.0	
J44		0.02			2.759
J45	Gas turbine	0.01	k44	11.2	2.759
J46	Gas turbine	0.027	k35	23 500.0	2.759
J47	Gas turbine	0.082	k36	2 680.0	2.759
J48	Gas turbine	0.072	k37	6 760.0	2.759
J49	Gas turbine	0.06	k38	9 980.0	2.759

### 3.4.5 해석 결과 및 검토

시스템의 각 CASE 별 해석은 ANSYS code로 수행하였으며, 기진 주파수대의 고유진동수 해석결과는 **Table 3.5**와 같다. 표에서 밑줄로 그어놓은 부분은 무부하 운전 또는 정상운전 영역 내에 존재하는 고유진동수이다.

**Table 3.5 Natural frequencies of torsional vibration**

Mode (order)	Natural Frequency [Hz]				
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
1	2.6	2.7	2.6	7.7	3.5
2	4.4	4.4	4.7	34.1	6.2
3	6.4	6.5	7.6	46.6	13.5
4	9.7	<b><u>13.6</u></b>	10.0	72.3	38.8
5	<b><u>13.6</u></b>	<b><u>23.5</u></b>	34.4	<b><u>161.9</u></b>	135.7
6	34.4	39.0	46.9	<b><u>251.1</u></b>	144.3
7	38.9	68.5	54.4	<b><u>258.3</u></b>	151.3
8	47.8	72.4	72.3	-	277.9
9	72.3	121.9	124.2	-	-
10	135.7	135.7	135.7	-	-
11	148.4	148.4	167.0	-	-
12	<b><u>203.9</u></b>	<b><u>204.1</u></b>	<b><u>222.1</u></b>	-	-
13	<b><u>251.5</u></b>	<b><u>254.3</u></b>	<b><u>249.1</u></b>	-	-
14	277.1	277.1	<b><u>263.3</u></b>	-	-
15	282.7	-	-	-	-

해석대상 축계는 얇은 증공축 및 유연 커플링, 4대의 감속기어 및 2개의 분지에 의한 가스터빈 구동계통으로 구성되어 있어 그 구조가 복잡하고 또한 다양한 축계 특성치를 포함하고 있는 관계로 인하여, 고유진동수가 운전점 이하 낮은 모드에서 부터 가스터빈 작동회전수 영역까지 많은 진동수와 다양한 모드형상으로 나타나고 있다.

이에 대해 각 고유진동수에 대한 모드형상을 해석하였으며, 각 모드에서 모드형상은 표기의 편의상 프로펠러, 추진감속기어, 엔진감속기어, 부양감속기어

및 부양송풍기로 이어지는 구동축의 주 진동계와 전·후부 가스터빈 축의 분지계로 구분하여 도시하였다. 다음은 각 CASE 별 해석에 대한 검토 결과이다.

(1) CASE 1(가스터빈 2대 구동)의 해석결과 검토

CASE 1의 경우 고유진동수는 **Table 3.5**에 나타낸 바와 같이 MCR 영역까지 모두 15개 모드가 존재하는데, 그 중에서 공진모드는 **Fig. 3.6**의 캠벨 다이어그램에서 알 수 있듯이 다음과 같다.

- 5차 (13.6 Hz) 모드 : 무부하 운전시 프로펠러와 공진
- 12차 (203.9 Hz) 모드 : 프로펠러 블레이드 2차 성분과 공진
- 13차 (251.5 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진

위의 공진모드 외에도 무부하운전점과 작동영역에 사이에 존재하는 공진모드가 4개가 있으나 무부하 운전점에서 작동영역까지 급속통과 영역이므로 검토 대상에서 제외한다.

시스템이 정상작동할 때의 진동 모드, 1차(2.6 Hz)~4차(9.7 Hz), 6차(34.4 Hz)~12차(145.9 Hz)까지는 모두 정상운전영역에서 각 축과 동조하지 않으므로 큰 문제는 없을 것으로 판단된다. **Fig. 3.7**은 공진모드의 모드형상으로 **Fig. 3.7 (a)**는 프로펠러에서 클러치 C1을 거쳐 리프트 팬에 이르는 축계이고, **Fig. 3.7 (b)**는 가스터빈에서 엔진 감속기어까지이다. 그리고 **Fig. 3.7 (b)**에서 ① 과 ②는 각각 터빈 GT1 ① 및 GT2 ②와의 연결점이다.

**Fig. 3.6**에서 5차(13.6 Hz) 모드형상은 엔진 기동후 무부하 운전시 프로펠러 축과 동조하는 것으로 되어 있는데, **Fig. 3.7 (a)**에서 프로펠러 축 부위의 진폭이 적어 공진으로 인한 큰 문제는 발생하지 않을 것으로 예상되지만, 무부하 운전점은 변경설정이 가능하므로 공진으로 인한 문제를 최소화하기 위해서 무부하 운전점을 재설정할 필요도 있는 것으로 판단된다.

**Fig. 3.6** 에서 12 차(203.9 Hz) 모드형상은 프로펠러 블레이드 2 차 성분과 동조하지만 **Fig. 3.7 (a)** 에서 알 수 있듯이 프로펠러 및 프로펠러 축 부위의 진폭이 작고, 또한 13 차(251.5 Hz) 모드형상은 가스터빈 축과 동조하는 것으로 되어있지만 **Fig. 3.7 (b)** 에서 알 수 있듯이 여기서도 마찬가지로 진폭이 작으므로 결과적으로 양쪽 모두 공진으로 인한 문제는 발생하지 않을 것으로 예상된다.

이상의 검토에서 가스터빈을 2 대 작동시켜 정상작동하는 경우 3 개의 고유진동수가 운전영역에 존재하지만, 진동문제를 유발할 수 있는 경우는 예상되지 않는다. 다만 축 설계시 무부하 운전점 및 축 강성에 대해 고려할 필요가 있을 것으로 사료된다.

이 때, 공기부양선의 특성상 축의 중량을 증가시킬 경우 문제가 되므로, 중량을 증가시키지 않는 유연 커플링의 강성을 증가시키는 방안들이 고려되어야 한다. 또한 엔진기어 내에 위치한 오버런 클러치는 진동에 강한 형식으로 선정하여 스프래그(sprag) 클러치보다 자기동기(SSS, self synchronized shift) 클러치로 선정하는 것이 타당하다.

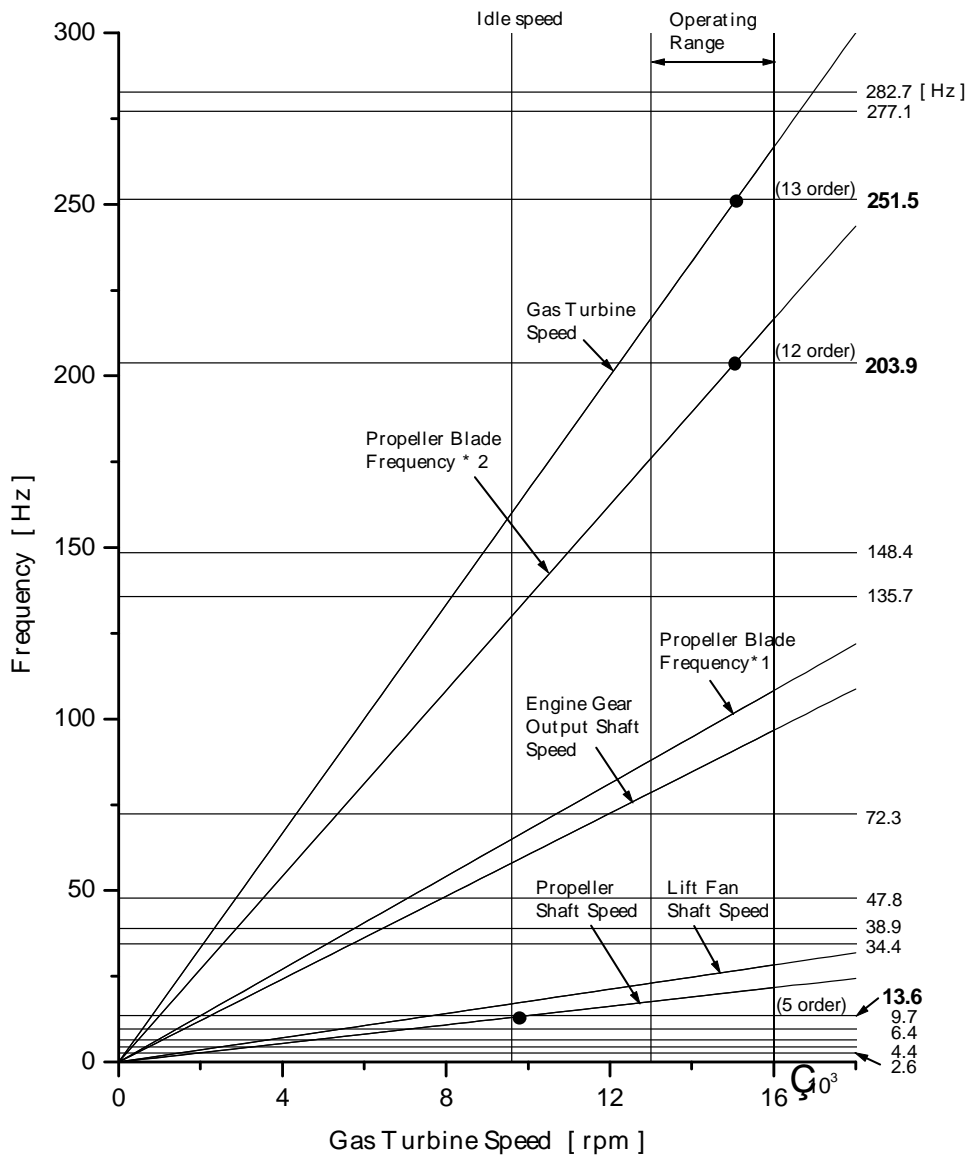
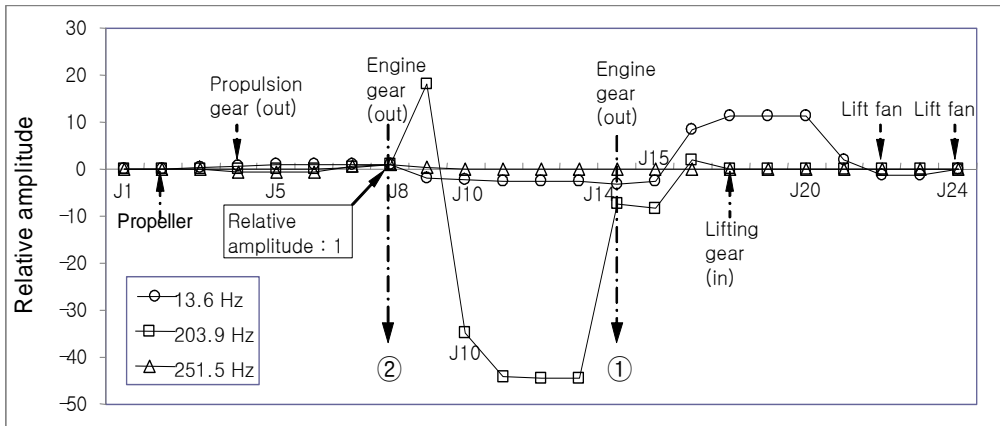
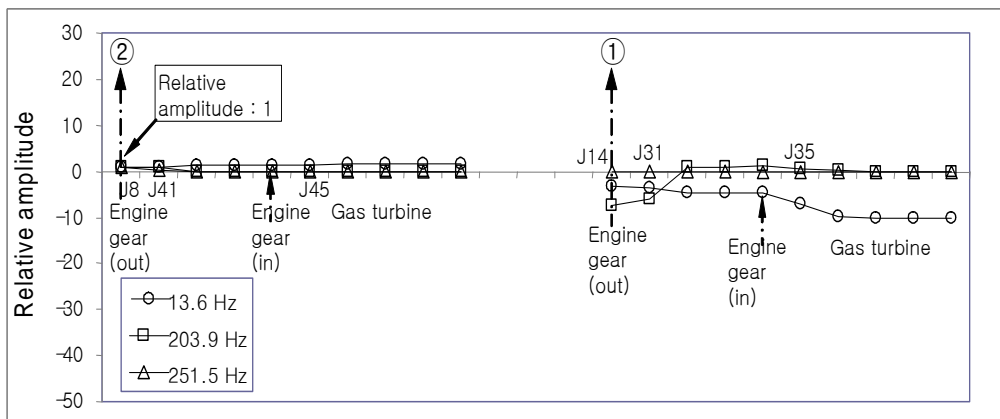


Fig. 3.6 Campbell diagram of shafting excitation (twin engines)





(a) Shafting between propeller and lift fan



(b) Shafting between gas turbine and engine gear

Fig. 3.7 Mode shapes of propulsion and lift shafting (twin engines, 13.6 Hz, 203.9 Hz, 251.5 Hz)

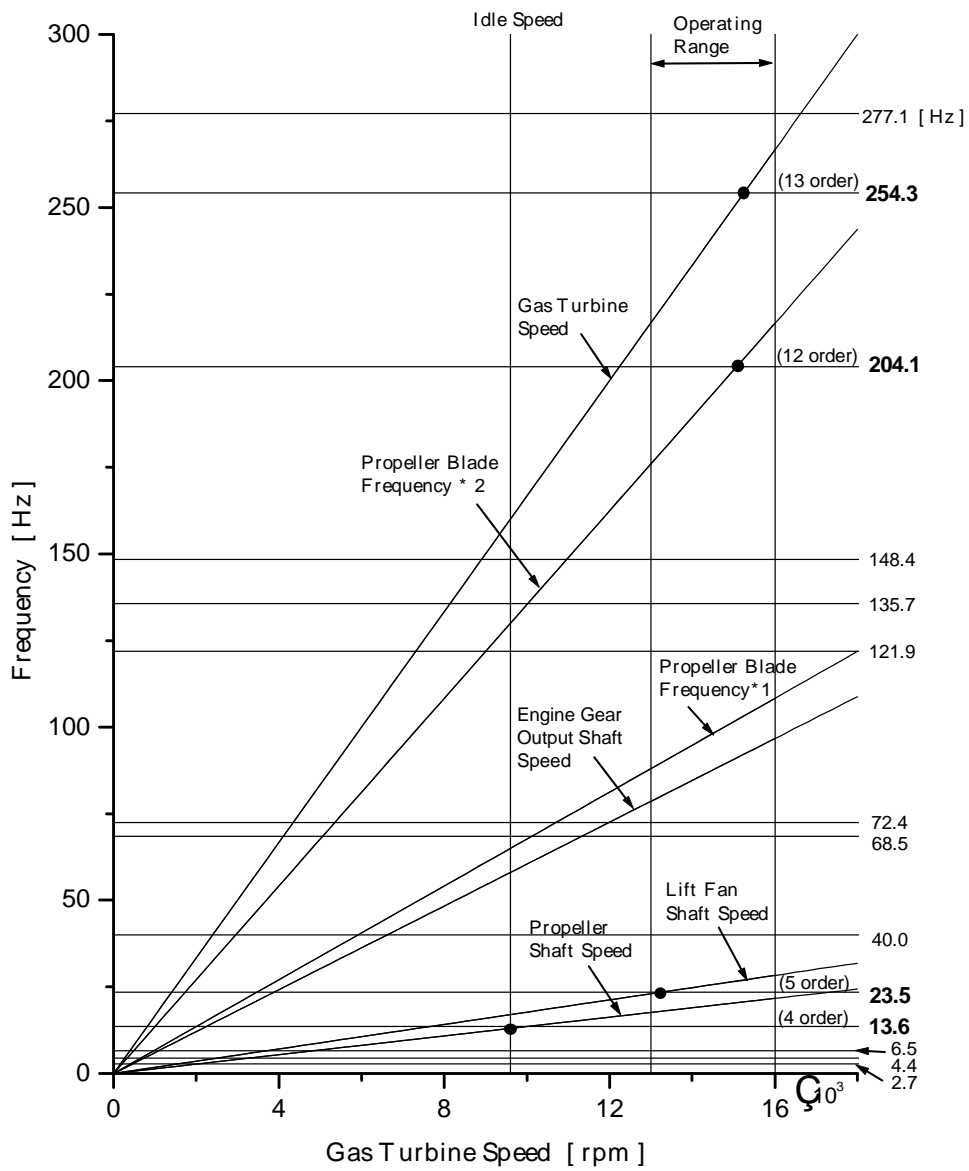
(2) CASE 2(가스터빈 GT1 1 대 구동)의 해석결과 검토

CASE 2의 경우 고유진동수는 **Table 3.5**에 나타낸 바와 같이 MCR 영역까지 모두 14 개 모드가 존재하는데, 그 중에서 공진모드는 **Fig. 3.8**의 캠벨 선도에서 알 수 있듯이 다음과 같다.

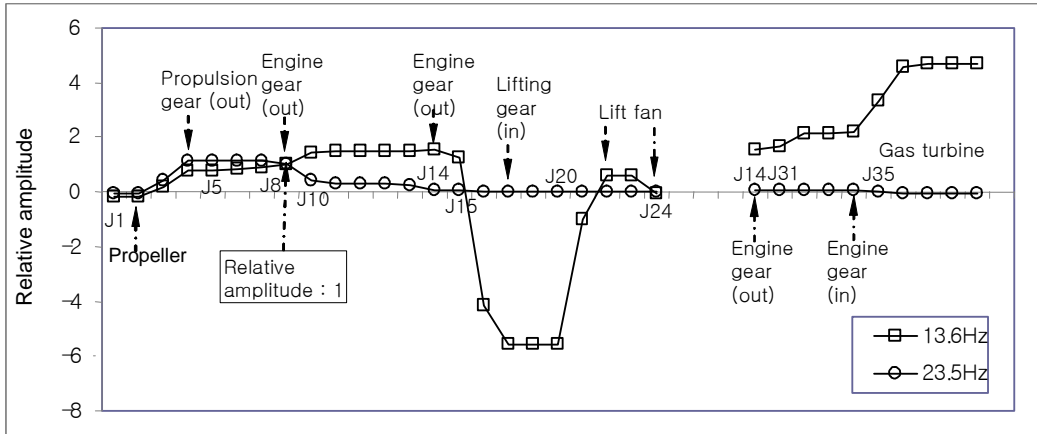
- 4 차(13.6 Hz) 모드 : 무부하 운전시 프로펠러와 공진
- 5 차(23.5 Hz) 모드 : 부양 송풍기와 공진
- 12 차(204.1 Hz) 모드 : 프로펠러 블레이드 2 차성분과 공진
- 13 차(254.3 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진

**Fig. 3.9**에서 4 차 (13.6 Hz) 모드형상은 엔진 기동후 무부하 운전시 프로펠러와 동조하고 5 차 (23.5 Hz)는 운전영역에서 부양 송풍기와 동조하는 것으로 되어 있는데, **Fig. 3.9**에서 모드 형상을 보면 13.6 Hz 일 때 프로펠러 축에 절점이 존재하지만 진폭이 그다지 크지 않고, 23.5 Hz 일 때도 부양 송풍기와 동조하지만 진폭이 아주 작으므로 문제시 되지는 않을 것으로 생각된다.

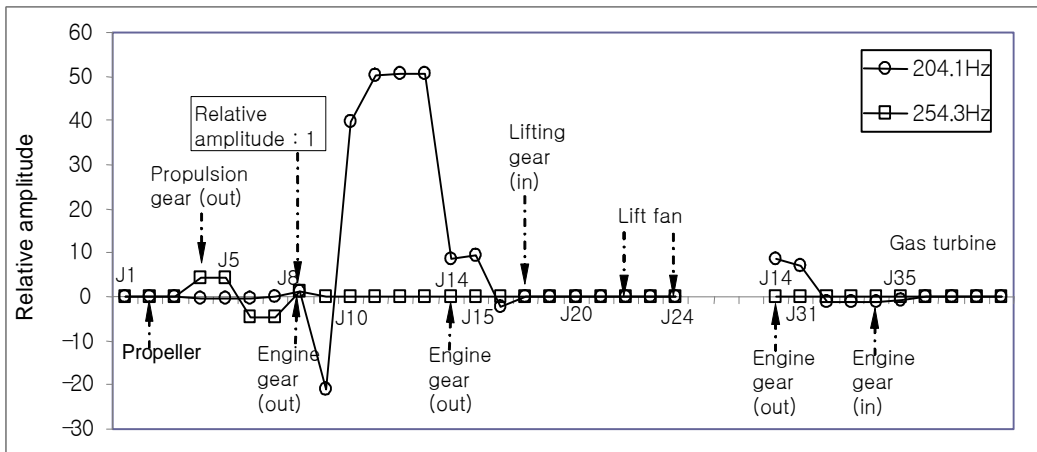
또한 운전영역 내에서 프로펠러 블레이드 2 차 성분과 동조하는 12 차 (204.1 Hz) 모드를 살펴보면 **Fig. 3.10**에서 프로펠러 및 축 부분의 진폭은 작고, 가스터빈과 동조하는 13 차 (254.3 Hz) 모드에서도 가스터빈 부분에서는 진폭이 작으므로 문제로 되지 않는다.



*Fig. 3.8 Campbell diagram of shafting excitation (forward engine)*



*Fig. 3.9 Mode shapes of propulsion and lift shafting (front engine, 13.6 Hz, 23.5 Hz)*



*Fig. 3.10 Mode shapes of propulsion and lift shafting (front engine, 204.1 Hz, 254.3 Hz)*

(3) CASE 3(가스터빈 GT2 1 대 구동)의 해석결과 검토

CASE 3의 경우 고유진동수는 **Table 3.5**에 나타낸 바와 같이 MCR 영역까지 모두 14 개 모드가 존재하지만, CASE 2의 경우와 달리 공진모드는 **Fig. 3.11**의 캠벨 선도에서 알 수 있듯이 무부하 운전시에는 나타나지 않고 운전 영역에서만 존재하는데 다음과 같다.

- 12 차(222.1 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진
- 13 차(249.1 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진
- 14 차(263.3 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진

**Fig. 3.11**에서 12 차 (222.1 Hz), 13 차 (249.1 Hz), 14 차 (263.3 Hz) 모두 가스터빈과 동조하는 것으로 나타나는데, **Fig. 3.12**의 모드 형상을 보면 13차와 14차의 경우 진폭이 작아 문제는 없을 것이라고 사료되지만, 12 차의 경우에는 후부 엔진기어(EG2)의 출력부 진폭이 커 공진으로 인해 엔진 기어부분 및 엔진 기어 내부의 클러치부가 진동에 취약할 수 있다. CASE 1에서 언급한 바와 같이 엔진기어 내에 위치한 오버런 클러치를 진동에 강한 자기동기(SSS, self synchronized shift) 클러치로 선정하는 것이 타당하다.

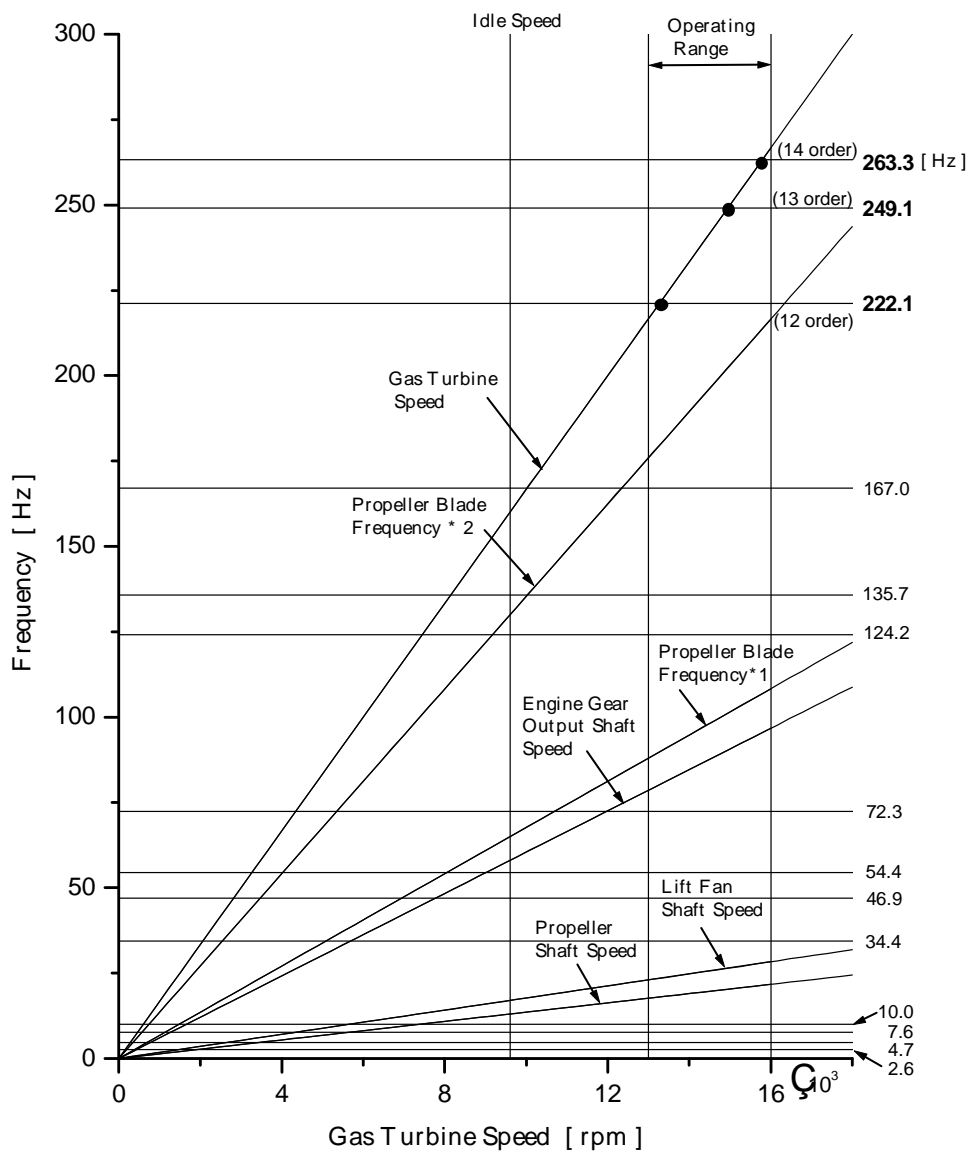
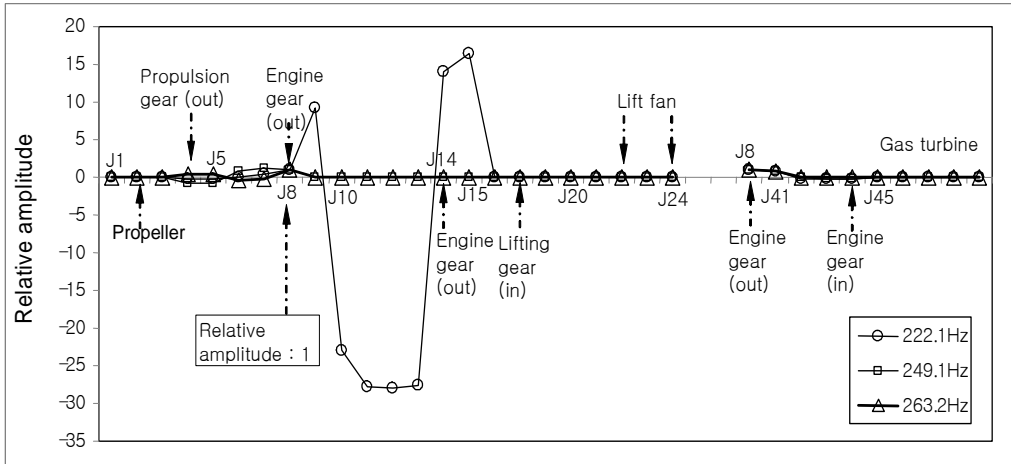


Fig. 3.11 Campbell diagram of shafting excitation (rear engine)



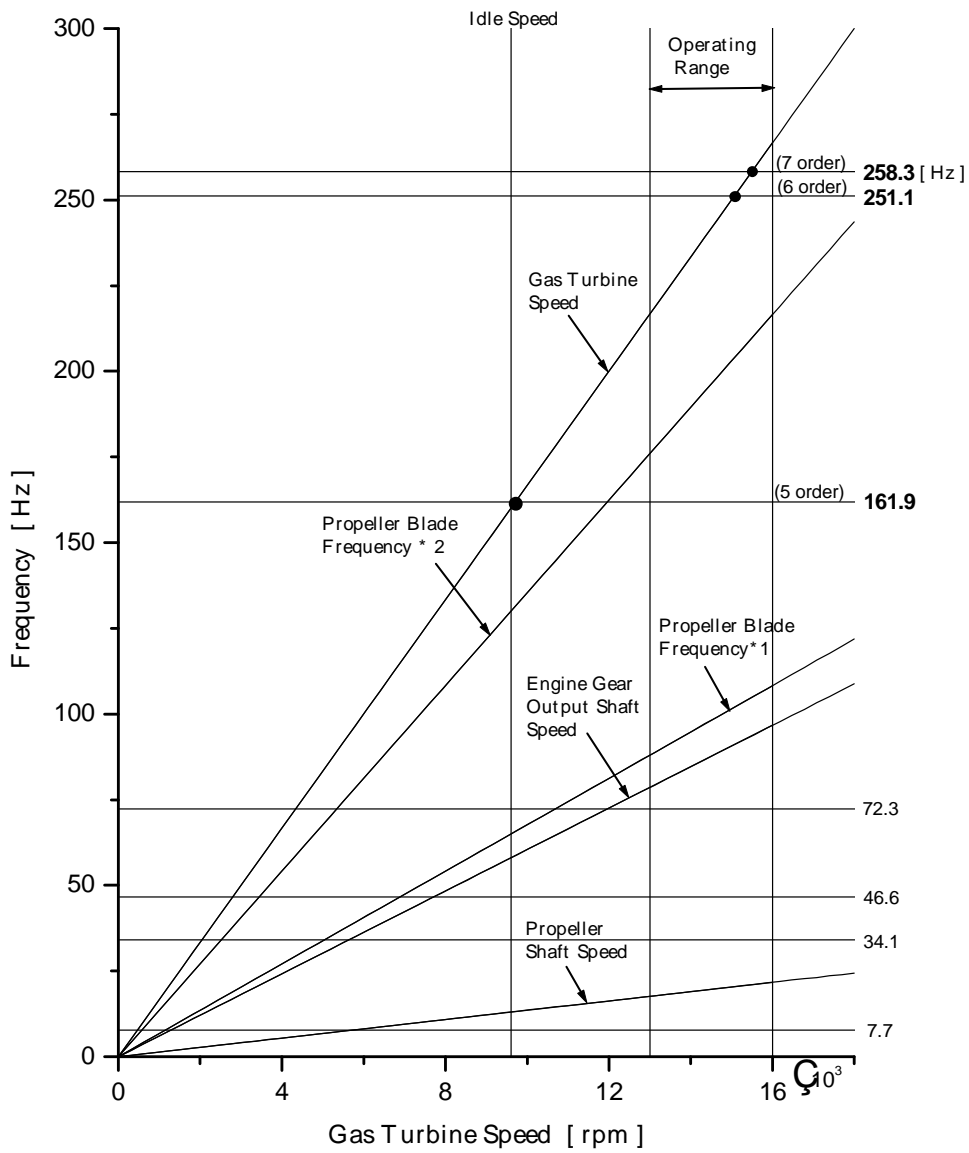
**Fig. 3.12 Mode shapes of propulsion and lift shafting (rear engine, 222.1 Hz, 249.1 Hz, 263.2 Hz)**

(4) CASE 4, 5(분리 구동)의 해석결과 검토

수동클러치  $C_1$  으로 추진계통과 부양계통을 분리하여 운용시 프로펠러만 구동하는 CASE 4의 경우에는 7개의 고유진동수가 존재하고, 부양 팬만 구동하는 CASE 5의 경우에는 8개의 고유진동수가 존재한다.

프로펠러만 구동하는 CASE 4의 경우 공진모드는 **Fig. 3.13**의 캠벨 선도에서 알 수 있듯이 5차가 무부하 운전시에 나타나고 6차와 7차가 운전영역에 존재하는데 다음과 같다.

- 5 차 (161.9 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진
- 6 차 (251.1 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진
- 7 차 (258.3 Hz) 모드 : 가스터빈과 공진

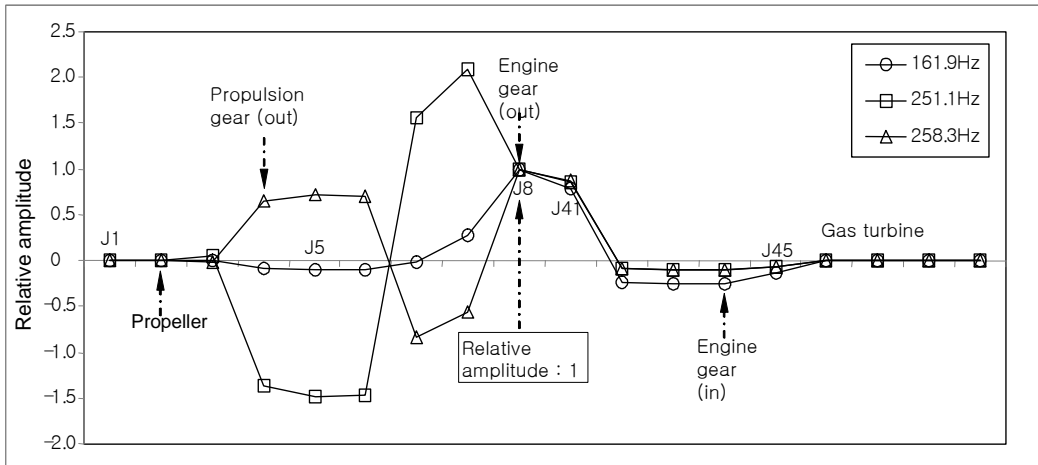


*Fig. 3.13 Campbell diagram of propulsion shafting excitation (separate operation)*

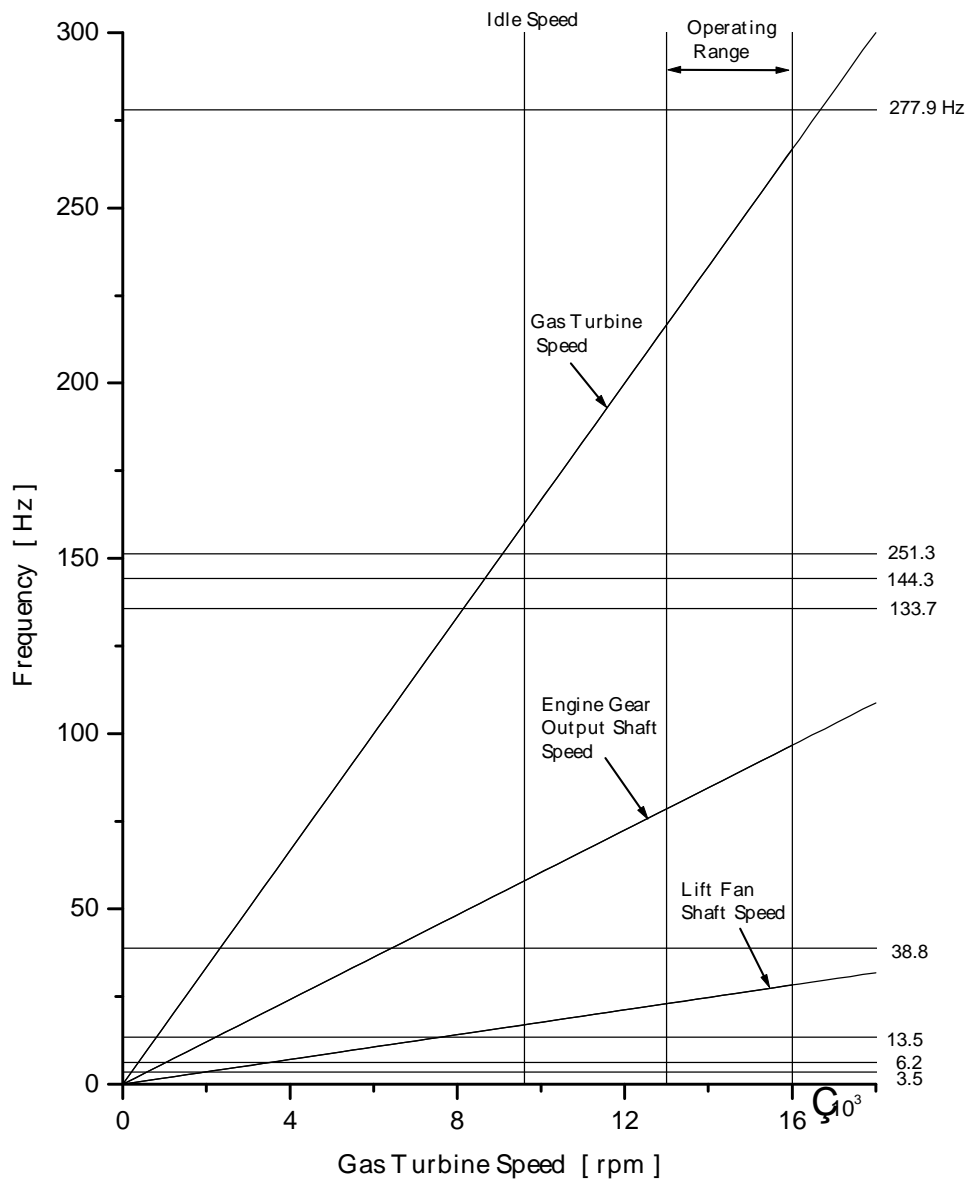


**Fig. 3.14**의 모드 형상을 보면 상기 모두 가스터빈부에서 진폭이 크지 않으므로 그다지 문제가 되지 않는 것으로 생각한다.

CASE 5의 경우에는 **Fig. 3.15**의 켈벨 다이어그램에서 알 수 있듯이 전 영역에서 공진점이 존재하지 않으므로 문제는 없다.



**Fig. 3.14** Mode shapes of propulsion shafting  
(separate operation, 251.1 Hz, 258.3 Hz)

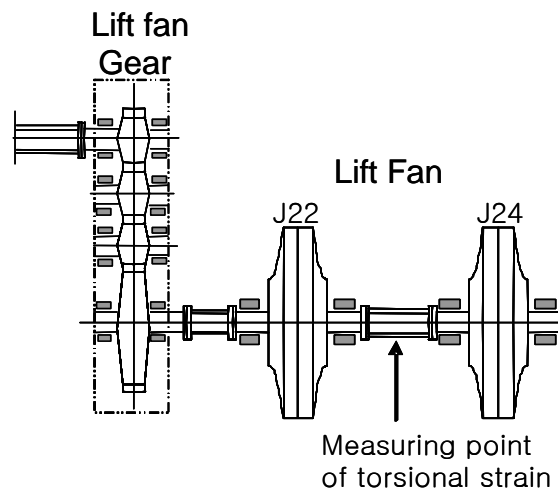


*Fig. 3.15 Campbell diagram of lift fan shafting excitation (separate operation)*

### 3.5 비틀림진동 계측 및 평가

#### 3.5.1 서 언

3.4 절, CASE 2(가스터빈 GT1 1대 구동)의 해석결과(**Fig. 3.8** 캠벨 선도), 5차(23.5 Hz) 모드가 부양축계의 작동 범위에서 공진이 일어난다. 그러나 자유진동해석결과 모드 형상의 검토를 통하여 5차(23.5 Hz) 모드는 부양송풍기 축계에서 비진폭이 작아 축계에 문제가 없다고 판단하였다. 이에 대하여 **Fig. 3.16**에 제시된 위치에서 비틀림 변형을 계측, 진동부가응력을 평가하여 비틀림 자유진동해석 및 평가 결과와 비교한다.



*Fig. 3.16 Measuring position of torsional strain on lift fan shaft*

진동 계측장비의 사양은 다음과 같다.

Polytec 4000 series rotational vibrometer

OFV-4000 controller, OFV-400 sensor head

- Non-contact laser measurement of torsional angular vibration

- measurement range : - 7 000 ~ +11 000 rpm
- Accuracy :  $\pm 1\%$  (또는  $\pm 5$  rpm)
- Frequency range : 0.5 Hz ~ 10 kHz
- Linearity error :  $<0.25\%$
- Laser type : Helium Neon
- IEEE-488 and RS 232 interface protocol

### 3.5.2 비틀림진동 계측

**Fig. 3.17**은 **Fig. 3.16**에 제시된 위치에서 비틀림 진동 계측을 실시한 결과로 가로축은 시동 후 경과 시간, 그리고 세로축은 시간경과에 따른 축 회전수 변화 및 비틀림 변형을 표시하였다.

**Fig. 3.17**에서 축 회전수 23.5 Hz (1 410 rpm)에 해당하는 208~210 초 사이의 계측치 상세를 **Fig. 3.18**에 도시하였다.

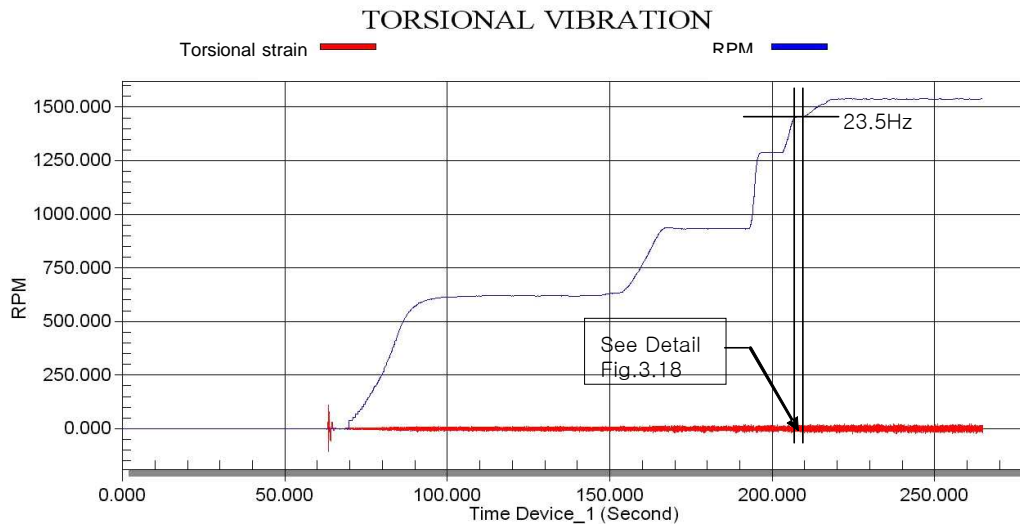
**Fig. 3.18**의 계측 결과에서 진폭  $1V = 0.1^\circ$  이므로 비틀림 변형은,

$$16 \text{ [mV]} = \frac{16 \times 0.1}{1000 \times 57.3} = 27.9 \times 10^{-6} \text{ [rad]}$$

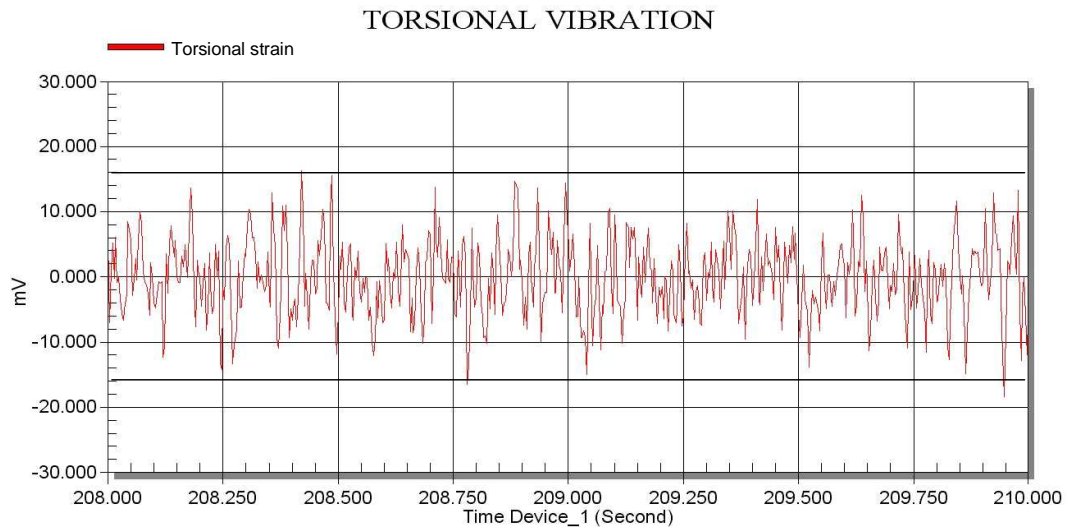
$$\tau = \frac{G\theta}{2} = \frac{80769 \times 27.9 \times 10^{-6}}{2} = 1.28 \text{ [MPa]}$$

계측결과 부양송풍기 중간축에서의 진동 부가응력은 1.28 MPa로 **Table 3.2**에 제시된 축의 인장강도 417.1 MPa의 0.3%로 자유진동해석 결과의 모드형상과 같이 아주 낮은 값이다.

**Fig. 3.8**의 캠벨 선도에서 부양송풍기 축 작동회전수와 비틀림 고유진동수 23.5 Hz가 공진하는 것을 확인하고, 모드형상을 검토한 결과, 부양축계의 비진폭이 작아 비틀림 진동 문제가 없는 것으로 판단되었다. 이에 대하여 시운전시 비틀림 진폭을 계측한 결과, 진동 부가응력이 인장강도의 0.3%의 낮은 값이었다. 따라서 비틀림 진동 공진에 대한 유해성 여부를 자유진동해석 결과에 따른 모드 형상을 검토하여 판별할 수 있음을 확인하였다.



*Fig. 3.17 Measurement of torsional vibration strain on lift fan shaft*



*Fig. 3.18 Torsional vibration strain on lift fan shaft*

### 3.6 소결론

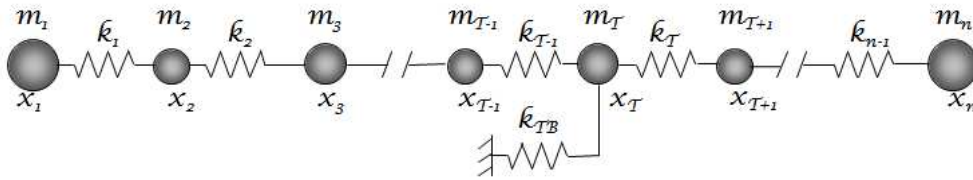
본 연구에서는 복수의 분지축, 다수의 기어, 공기프로펠러, 부양송풍기 임펠러를 포함하는 추진 및 부양 축계에 대해 비감쇠 자유 비틀림진동을 해석하고, 운전영역에 공진점 존재 여부 및 진폭을 파악하여, 축계 설계에 반영하기 위하여 시스템을 역학적 등가계로 모델링하였다. 그리고 해석은 상용 프로그램인 ANSYS code를 이용하였으며, 추진 및 부양 축계에 있어서 비틀림진동에 대한 기진력을 검토하고, 고유진동수와 모드형상을 구하여 축계의 진동특성을 검토한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 축계의 작동을 5 가지 모드로 구분하여 비틀림 진동해석을 수행하였으며, 해석결과 얇은 중공축과 유연커플링의 특성으로 인해 다수의 고유진동수가 시스템의 무부하 운전 및 운전영역 내에 존재함을 확인하였다.
- (2) 후부엔진 GT2 1 대만으로 프로펠러 및 부양 팬을 가동시킬 때 후부엔진 기어부분 및 엔진기어 내부 클러치부분이 진동에 취약할 수 있으므로 진동에 강한 자기동기(SSS) 클러치를 사용하는 것이 바람직하다고 판단된다.
- (3) 비틀림 진동 공진의 유해유무를 자유진동해석에 의한 고유진동수 및 모드형상으로 판별 할 수 있음을 시운전시 진동계측을 통하여 확인하였다.

## 제 4 장 종진동<sup>[19]</sup>

### 4.1 종진동 운동방정식<sup>[22]</sup>

Fig. 4.1 은 종진동의 수학적 해석을 위한 모델링이다.



**Fig. 4.1 Model of shaft system for mathematical analysis of axial vibration**

Fig. 4.1 에서  $i$  번째의 질량, 종방향 스프링 정수, 종방향 변위를 각각  $m_i, k_i, x_i$  라 하고 베어링부의 질량, 베어링의 종방향 스프링 정수, 종방향 변위를 각각  $m_T, k_{TB}, x_T$  라 하면 종방향의 자유진동 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (4.1)$$

$$m_1 \ddot{x}_2 - k_1(x_1 - x_2) + k_2(x_2 - x_3) = 0 \quad (4.2)$$

.....

$$m_i \ddot{x}_i - k_{i-1}(x_{i-1} - x_i) + k_i(x_i - x_{i+1}) = 0 \quad (4.3)$$

.....

$$m_T \ddot{x}_T - k_{T-1}(x_{T-1} - x_T) + k_T(x_T - x_{T+1}) + k_{TB}x_T = 0 \quad (4.4)$$

.....

$$m_n \ddot{x}_n + k_{n-1}(x_{n-1} - x_n) = 0 \quad (4.5)$$

상기 식 (4.1)~(4.5)를 전부 합하면

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + \cdots + m_i \ddot{x}_i + \cdots + m_T \ddot{x}_T + k_{TB} x_T + \cdots + m_n \ddot{x}_n = 0 \quad (4.6)$$

식 (4.6)의 해로서  $x_i = a_i \sin pt$  라 놓고 이를 식 (4.1)~(4.6)에 대입하면

$$m_1 a_1 p^2 - k_1 (a_1 - a_2) = 0 \quad (4.7)$$

$$m_2 a_2 p^2 - k_1 (a_1 - a_2) - k_2 (a_2 - a_3) = 0 \quad (4.8)$$

.....

$$m_i a_i p^2 - k_{i-1} (a_{i-1} - a_i) - k_i (a_i - a_{i+1}) = 0 \quad (4.9)$$

.....

$$m_T a_T p^2 - k_{T-1} (a_{T-1} - a_T) - k_T (a_T - a_{T-1}) + k_{TB} a_T = 0 \quad (4.10)$$

.....

$$m_n a_n p^2 - k_{n-1} (a_{n-1} - a_n) = 0 \quad (4.11)$$

상기 식 (4.7)~(4.11)을 전부 합하면 다음 식을 얻는다.

$$m_1 a_1 p^2 + m_2 a_2 p^2 + \cdots + (m_T p^2 - k_{TB}) a_T + \cdots + m_n a_n p^2 = 0 \quad (4.12)$$

식 (4.7)~(4.11)로부터  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 을 소거하면  $p^2$ 에 관한  $n$ 차 방정식을 얻게 되고 이로서  $p^2$ 에 관한  $n$ 개의 근을 구함으로써 고유진동수와 진동 모드를 결정한다.



## 4.2 종진동 해석모델

### 4.2.1 해석모델

일반적인 선박의 축계 종진동 해석 방법에 따르면 축계의 종진동 해석은 집중질량계로 모델링하여 고유진동수를 해석하고 축회전 주파수, 부양송풍기 및 프로펠러 블레이드 통과 주파수와 공진 유무를 평가한다. 그러나 2.3항에서 검토한 바와 같이 공기부양선 축계 시스템에 적용된 공기 프로펠러 및 임펠러는 재질 및 경량설계로 인해 프로펠러의 블레이드 자체의 고유진동수, 그리고 축과 연결되는 임펠러 중심원판의 고유진동수가 축의 작동영역까지 낮아져 축회전 주파수 성분과 공진이 일어나므로 이에 대한 평가가 필요하다.

이러한 해석을 위해서는 각 장비의 3차원 모델을 포함하는 3차원 축계 모델로 해석하는 것이 원칙이나 이 경우 많은 시간이 소요되며, 경계조건 설정의 복잡성, 입력자료 및 출력자료의 방대화로 인해 해석결과에 대한 평가가 어려워, 집중질량계에 의한 축계 진동해석과 별도로 블레이드 및 임펠러를 3차원 모델링하여 고유진동수 및 모드형상을 해석하여 종진동을 평가한다. 각 기진원에 대한 공진을 평가하기 위한 해석방법은 *Table 4.1*과 같다.

기어 메시는 종 강성을 유효하게 전달할 수 없는 것으로 가정하여 *Fig. 4.2*에서 제시된 대로 추진기어 및 부양기어를 분리점으로 하여 축계 전체를 다음과 같이 3개의 분리된 축계로 모델화(*Table 4.2, Fig. 4.3*) 하였다.

- (1) 추진축계 (propeller shaft section)
- (2) 구동축계 (drive shaft section)
- (3) 부양축계 (lift fan shaft section)

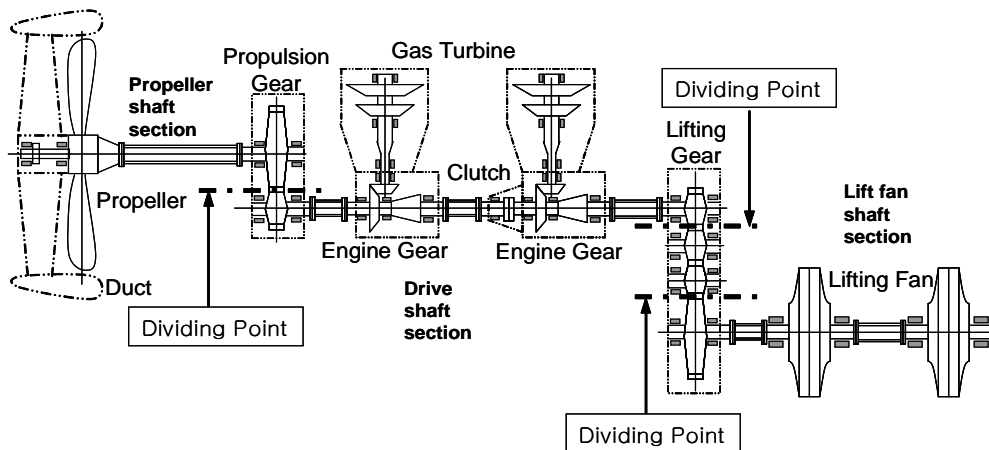
여기서 축계는 기본적으로 *Fig. 4.3*과 같이 프로펠러, 기어, 부양송풍기용 임펠러 등은 1질점계로 모델링 하였으며, 각 축 및 커플링은 등가 질량과 등가 스프링으로 모델링 하였다.

**Table 4.1 Modeling method of shaft system**

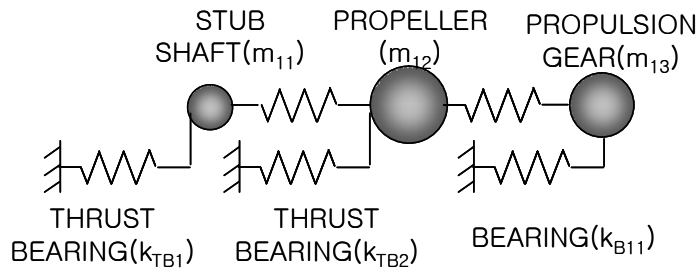
No.	Excitation source	Modeling method
1	Unbalance	Mass-elastic model
2	Lift fan impeller passing frequency	
3	Propeller blade passing frequency	
4	Natural frequency of lift fan impeller	Three dimensional model for propeller blade and impeller
5	Natural frequency of propeller blade	

**Table 4.2 Model of shaft section**

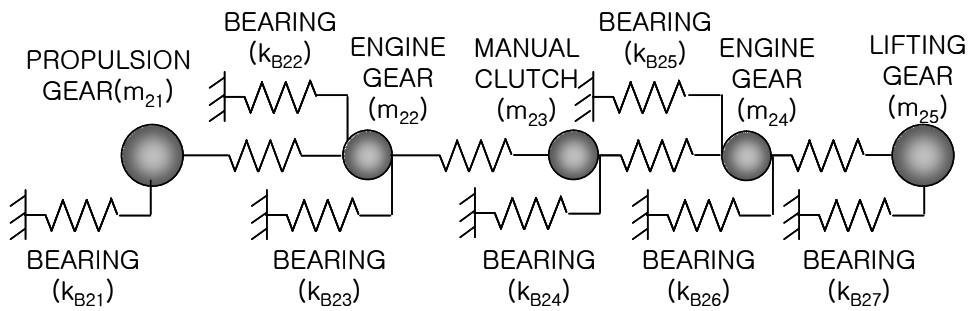
shaft section	from	to
1	propeller shafting	propulsion low speed gear
2	drive shafting	propulsion high speed gear
3	lift fan shafting	lifting slow speed gear



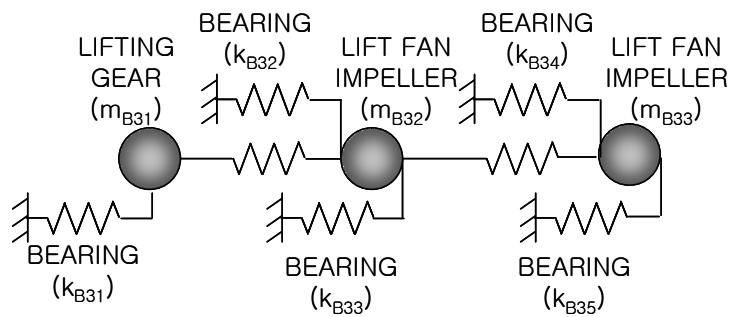
**Fig. 4.2 Dividing point for mass and elastic model of propulsion and lift shafting**



(a) Propulsion shaft section



(b) Drive shaft section



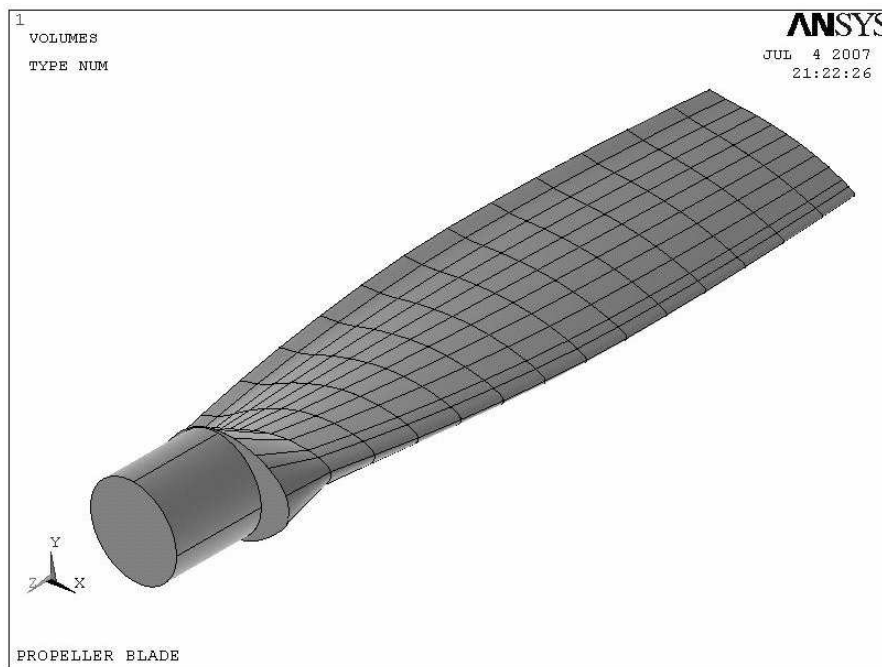
(c) Lift fan shaft section

Fig. 4.3 Mass and elastic model of propulsion and lift shafting

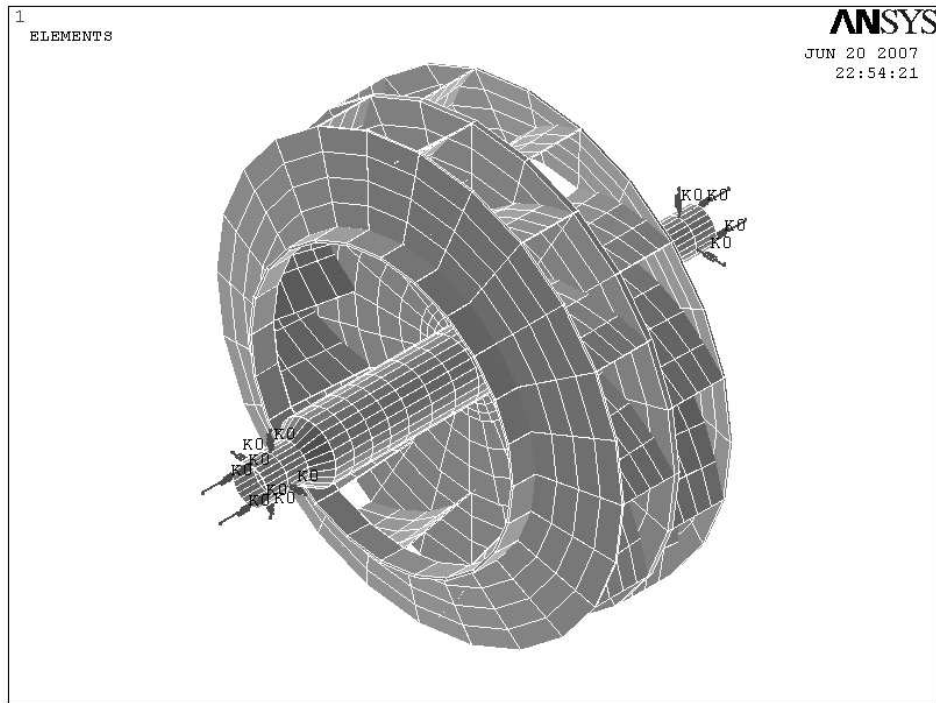
ANSYS Code에 의한 실제 해석모델은 프로펠러, 기어 휠, 송풍기 임펠러와 같은 주요 질량계는 ANSYS Code Point Mass (MASS21)로 모델화하였고, 축은 재질특성 및 형상을 입력하여 강성 및 질량을 ANSYS code에 의해 산출하여 해석에 적용하도록 모델링하였다. 유연 커플링은 유연 디스크 팩을 가진 구조로 등가 종강성의 축으로 모델화 하였다. 커플링의 등가 종 강성은 커플링의 종변형 대 부하 곡선에서 계산되었다.

가스터빈은 베벨기어를 통하여 축계와 직각으로 연결되어 종진동에 영향이 없는 것으로 가정하여 모델에서 제외하였다.

고유진동수 계산 및 모드형상 해석을 위해 블레이드 및 임펠러를 ANSYS Code Solid (Solid45)로 **Fig. 4.4** 및 **Fig. 4.5**와 같이 모델화 한다. 프로펠러 블레이드는 단일 블레이드를 모델링하고 프로펠러 허브와 연결부위를 고정점으로 경계조건을 결정한다. 임펠러는 임펠러 베어링지점의 지지강성을 포함하여 모델링하였다.



**Fig. 4.4** Solid model of propeller blade



*Fig. 4.5 Solid model of lift fan impeller*

#### 4.2.2 입력자료

축계의 재질은, **Table 3.2**의 AISI 4140 재질을 적용한다. 주요 질량계를 제외한 축은 재질특성 및 형상을 ANSYS에 입력하여 강성 및 질량을 산출하며, 유연 커플링은 등가 종강성의 중공축으로 모델화 한다. 유연 커플링의 종강성은 커플링의 종변형 대 부하 곡선에서 계산한다.

주요 질량계에 대한 입력자료는 장비제작사 제시 자료를 사용하였으며, **Table 4.3**에 제시하였다.

**Table 4.3 Major mass components in the model of the axial vibration analysis**

No.	Item	Mass [kg]
<b><i>Propeller shaft section</i></b>		
m <sub>11</sub>	Stub shaft assembly (part of propeller assembly)	210.0
m <sub>12</sub>	Propeller	350.0
m <sub>13</sub>	Propulsion gearbox(low speed gear wheel)	255.0
<b><i>Drive shaft section</i></b>		
m <sub>21</sub>	Propulsion gearbox(high speed gear wheel)	53.0
m <sub>22</sub>	Engine gear	45.0
m <sub>23</sub>	Manual disconnect clutch	10.0
m <sub>24</sub>	Engine gear	45.0
m <sub>25</sub>	Lifting gearbox(high speed gear wheel)	35.0
<b><i>Lift fan shaft section</i></b>		
m <sub>31</sub>	Lifting gearbox(low speed gear wheel)	135.0
m <sub>32</sub>	Lifting fan impeller	290.0
m <sub>33</sub>	Lifting fan impeller	290.0

베어링 강성은 베어링 형식이 볼 또는 톨러 베어링으로 Al 합금재 베어링 설치대의 강성계수에 비하여 베어링 강성계수가 아주 높은 값이므로 베어링 강성은 무시할 수 있는 값이다. 따라서 베어링 설치대 및 선체 유한요소 강성 해석 결과를 베어링지지 강성계수에 적용하며, 강성계수는 **Table 4.4** 와 같다.

**Table 4.4 Bearing stiffness in the model of the axial vibration analysis**

No.	Bearing location	Axial stiffness [MN/m]
<b><i>Propeller Shaft Section</i></b>		
k <sub>TB1</sub>	propeller strut	13.5
k <sub>TB2</sub>	propeller strut	13.5
k <sub>B11</sub>	propulsion gearbox (fwd)	41.9
<b><i>Drive Shaft Section</i></b>		
k <sub>B21</sub>	propulsion gearbox (aft)	49.7
k <sub>B22</sub>	engine gearbox	21.0
k <sub>B23</sub>	engine gearbox	20.7
k <sub>B24</sub>	engine gearbox	10.0
k <sub>B25</sub>	engine gearbox	21.0
k <sub>B26</sub>	engine gearbox	20.7
k <sub>B27</sub>	lift gearbox (aft)	30.8
<b><i>Lift Fan Section</i></b>		
k <sub>B31</sub>	lift gearbox (fwd)	35.4
k <sub>B32</sub>	lift fan bearing	68.3
k <sub>B33</sub>	lift fan bearing	68.3
k <sub>B34</sub>	lift fan bearing	68.3
k <sub>B35</sub>	lift fan bearing	68.3

### 4.3 해석 결과 및 검토

#### 4.3.1 종진동 기진주파수

2.2.4 항에서 검토한대로 해석대상 축계의 기진주파수를 정리하면 **Table 4.5** 와 같다.

**Table 4.5 Axial exciting frequency of system**

No	Parts	Operating range [rpm]		Exciting frequency[Hz]		Remark
		Idle Rev.	Normal operating range	Idle Rev.	Operating range	
1	Shaft of gas turbine	9,600	13,000 ~ 16,000	160	216.7 ~ 266.7	
2	Shaft of engine gear output	3,480	4,712 ~ 5,800	58	78.5 ~ 96.7	
3	Shaft of lifting fan	1,020	1,381 ~ 1,700	408	552.0 ~ 679.2	24 blade*1
				17	23.0 ~ 28.3	shaft
				Natural frequency of impeller		Axial
4	Shaft of propeller	780	1,056 ~ 1,300	65	88.0 ~ 108.3	5 blade*1
				13	17.6 ~ 21.7	Shaft
				Natural frequency of propeller		Axial

#### 4.3.2 추진축계

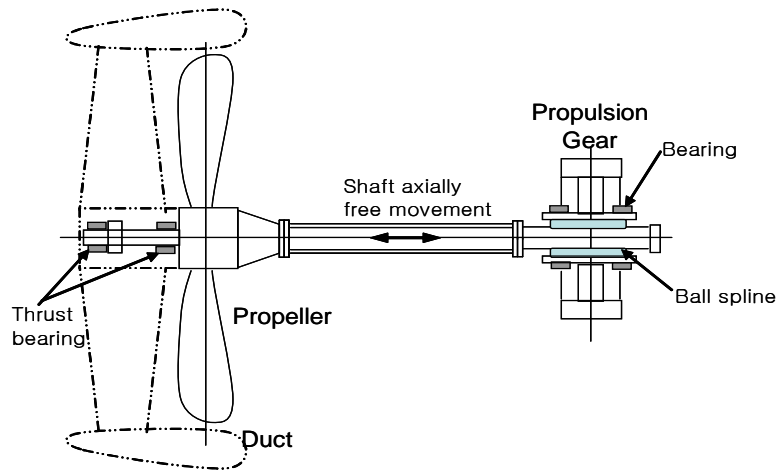
추진축은 프로펠러의 추력으로 인하여 종방향 거동이 발생하며 이러한 종방향 거동은 추진기어에서 흡수되어야 한다. 이러한 축의 종방향 거동을 추진기어에서 흡수하기 위하여 **Fig. 4.6** 과 같이 추진축과 추진기어를 볼 스플라인(ball spline)으로 연결시킨다. 이때 축과 기어는 종진동 관점에서는 완전히 분리되어 있으므로 진동 해석 모델에서 기어를 제외하여야 한다. 그러나 작동시 볼 스플라인의 고착에 의해 축과 추진기어가 일체가 되는 경우도 해석 및 평가가 수행되어야 한다. 따라서 추진축계는 다음 2가지 경우에 대해 해석하였다.



**Case 1** : 추진축이 볼 스플라인으로 인해 추진기어와 완전히 분리된 경우  
(Not stick)

**Case 2** : 추진축과 볼 스플라인이 고착되어 종 강성이 추진기어에 전달되어 추진기어가 축과 일체로 되는 경우(Stick)

**Table 4.6** 은 진동해석 결과로 첫 6 개의 모드를 목록화 하였다.



**Fig. 4.6** Arrangement of propulsion shafting system

**Table 4.6** Natural frequencies of propeller shaft section

Mode (order)	Natural frequency [Hz]	
	<b>Case 1</b> (shaft not stick)	<b>Case 2</b> (shaft stick)
1	36.9	39.6
2	57.5	83.0
3	519.6	159.6
4	962.0	552.1
5	1095.8	962.5
6	1736.8	1097.0

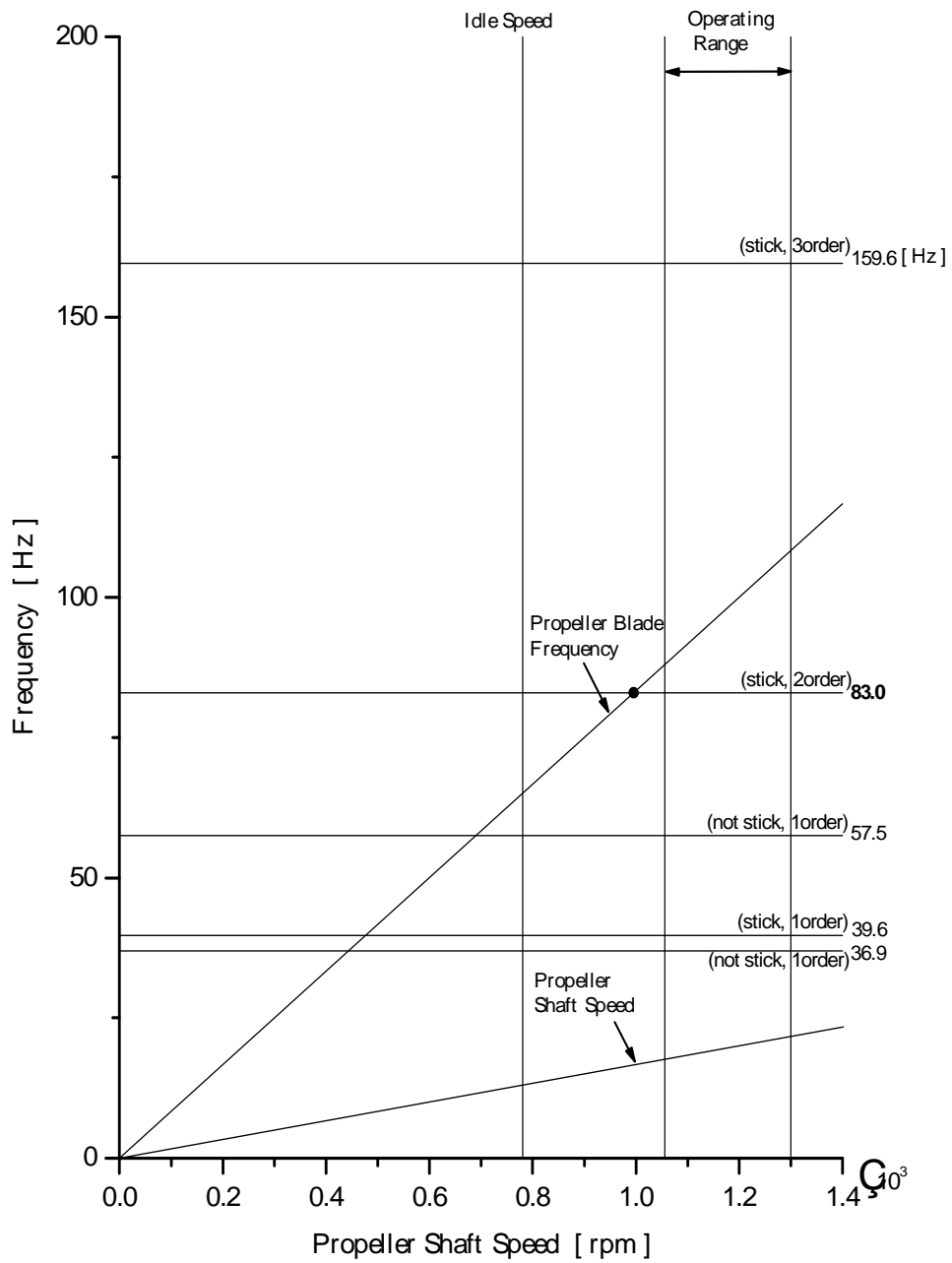


Fig. 4.7 Campbell diagram of propeller shaft excitation

**Fig. 4.7**의 캠벨 선도에서 다음 모드가 축 무부하 회전수와 작동회전수 범위 사이에서 공진한다.

▷ 83.0 Hz 모드 : **Case 2** (Stick)에서 주요 기진원인 프로펠러 블레이드 성분과 축 무부하 회전수와 작동회전수 범위 사이에서 공진.

83.0 Hz 모드는 볼 스플라인이 고착되어 추진축의 종강성이 추진기어에 전달되는 **Case 2**의 경우이며, 무부하 운전점과 작동영역 사이에 위치하므로 엔진 제어상 무부하 회전수에서 작동 회전수까지 급속통과가 이루어지므로 공진 문제점은 발생하지 않을 것으로 판단된다.

**Table 4.7**은 프로펠러 블레이드의 고유진동수 해석결과이며 **Fig. 4.8**의 캠벨 선도를 이용하여 블레이드 고유진동수와 축 회전수와 공진 유무를 도시하였다.

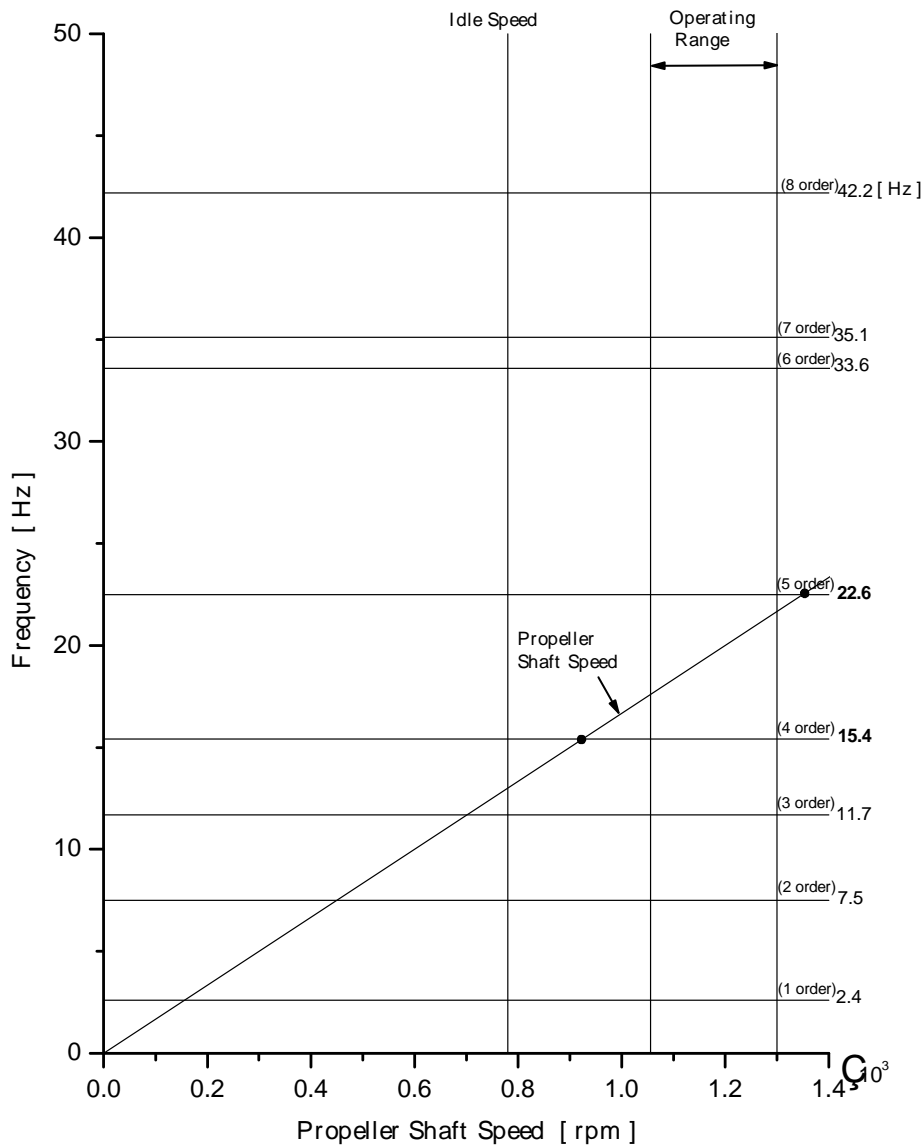
**Table 4.7 Natural frequencies of propeller blade**

Vibratory mode	Natural frequency [Hz]
1	2.4
2	7.5
3	11.7
4	15.4
5	22.6
6	33.6
7	35.2
8	42.2

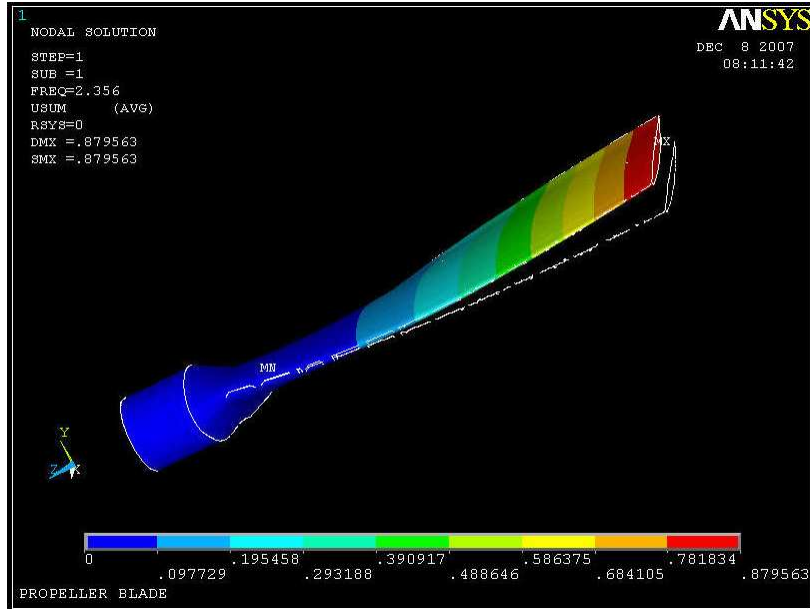
캠벨 선도에서 블레이드 진동 중 4차 (15.4 Hz) 모드가 축 무부하 회전수와 작동 회전수 범위 사이의 영역에 존재하며 5차 (22.6 Hz) 모드가 최대 작동회전수와 근접하여 위치한다.

**Fig. 4.9 ~ Fig. 4.13**은 각 모드의 형상을 도시하였으며, 각 모드형상은 축의 종방향 진동에 대한 기진모드임을 알 수 있다. 4차(15.4 Hz) 모드의 경우

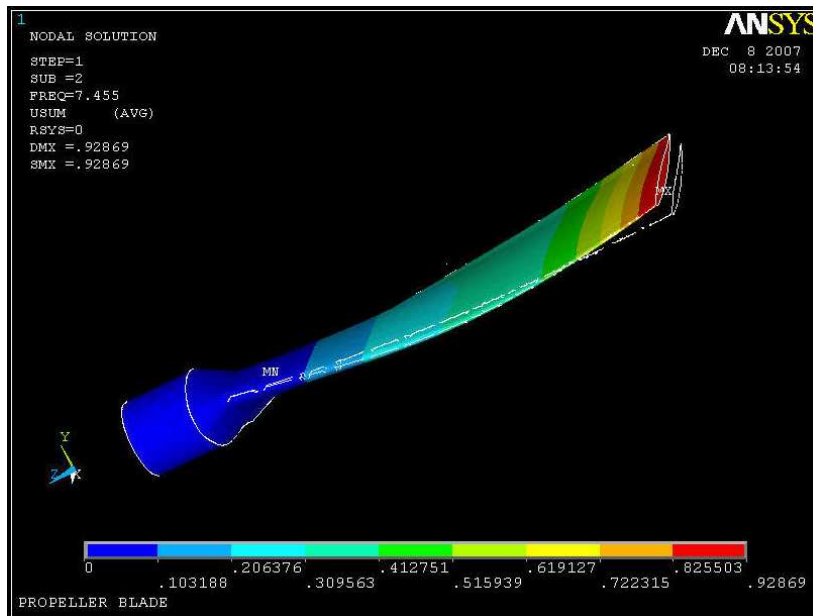
무부하 회전수와 작동회전수 범위 사이의 회전수 급속통과 구역에 위치하여 공진 문제가 없으나 5차(22.6Hz)모드는 축의 최대 작동회전수와 근접하여 위치하므로 블레이드 설계시 이를 고려하여 분리여유를 더 확보할 필요가 있다.



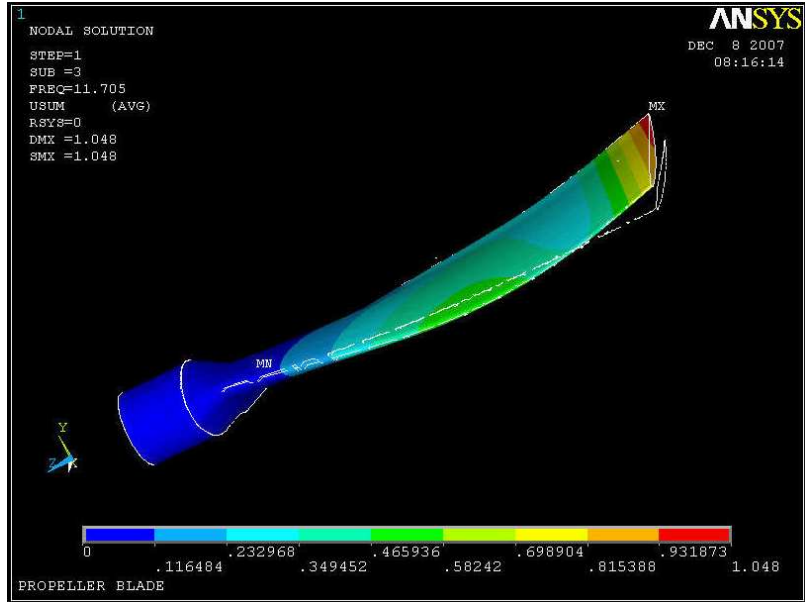
*Fig. 4.8 Campbell diagram of propeller shaft excitation (propeller blade)*



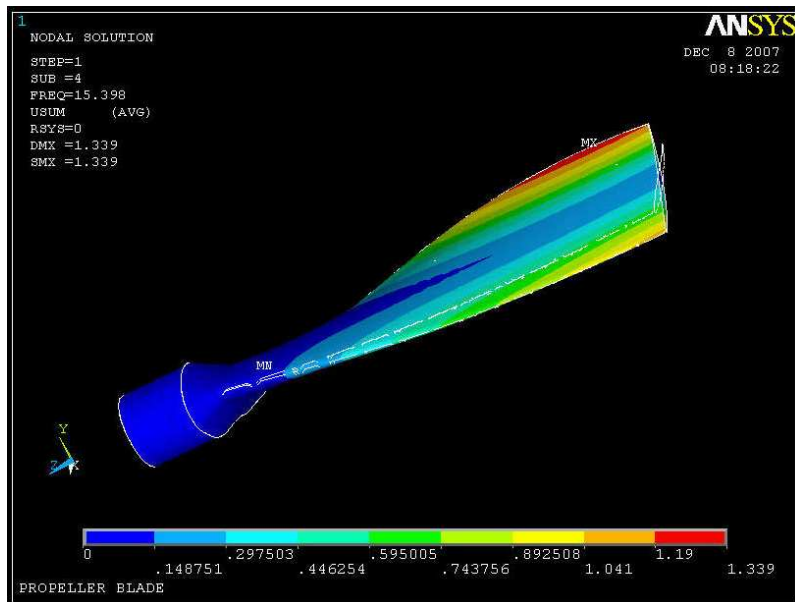
*Fig. 4.9 Mode shape of propeller blade (2.4 Hz)*



*Fig. 4.10 Mode shape of propeller blade (7.5 Hz)*



*Fig. 4.11 Mode shape of propeller blade (11.7 Hz)*



*Fig. 4.12 Mode shape of propeller blade (15.4 Hz)*

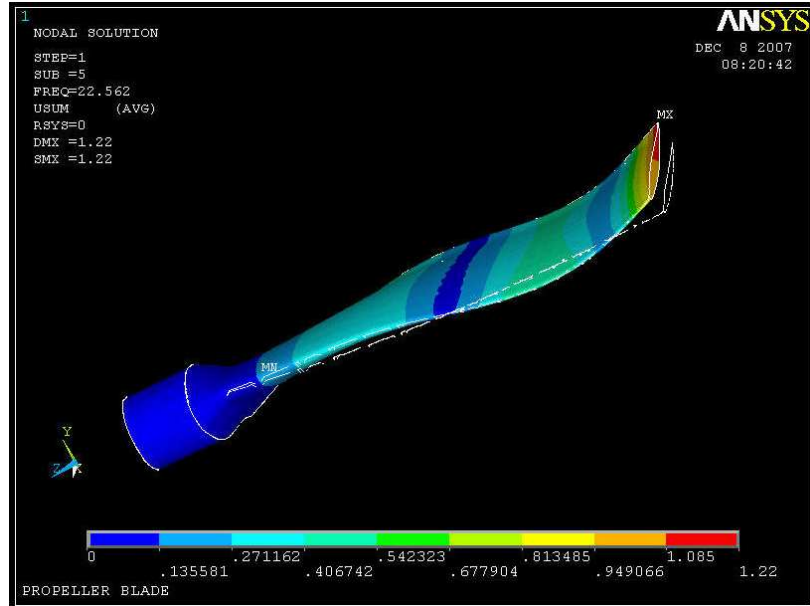


Fig. 4.13 Mode shape of propeller blade (22.6 Hz)

### 4.3.3 구동축계

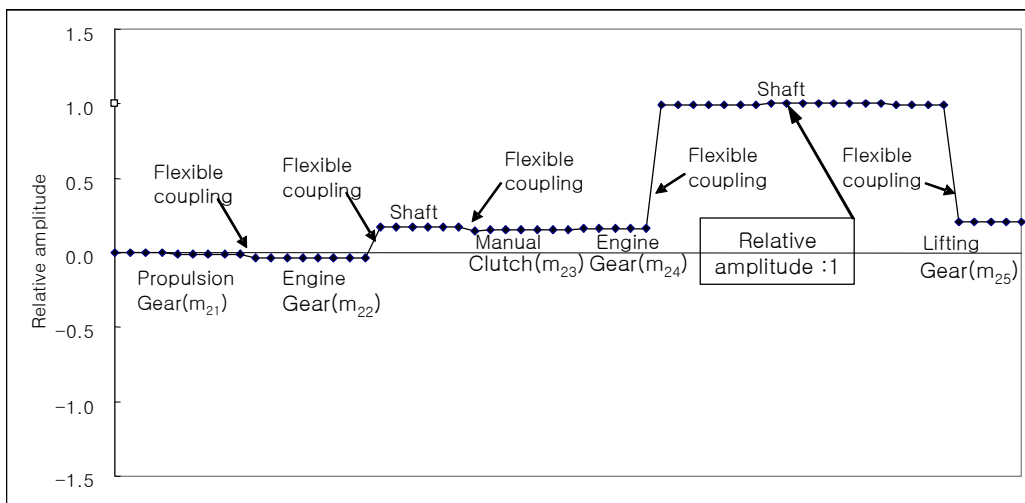
구동축계에서는 질량 불평형에 의한 기진원 외에 특별한 기진원이 없으므로 축 회전수 주파수와 공진만을 검토한다. **Table 4.8**은 진동해석 결과 중 첫 6개의 모드를 나타낸 것이며, 공진모드는 **Fig. 4.15**의 캠벨 선도에서 다음과 같다.

▷ 2 차(79.6 Hz) 모드 : 작동영역에서 축 회전수와 공진

2 차 (79.6 Hz) 모드는 운전영역 내 저속영역에 위치하며 모드 형상은 **Fig. 14**에서 보는 바와 같이 상대적으로 큰 종진동 진폭이 발생하는 부분은 유연 커플링 부분이며, 종진동에 민감한 기어 등의 경우 진폭이 적고, 기진원이 질량 불평형에 의한 기진이므로 기진력이 작아 축계의 종진동 문제점은 발생하지 않을 것으로 판단된다.

**Table 4.8** *Natural frequencies of drive shaft section*

Vibratory mode	Natural frequency [Hz]
1	44.6
2	79.6
3	103.9
4	137.3
5	144.1
6	149.3



**Fig. 4.14** *Mode shape of drive shaft (79.6 Hz)*



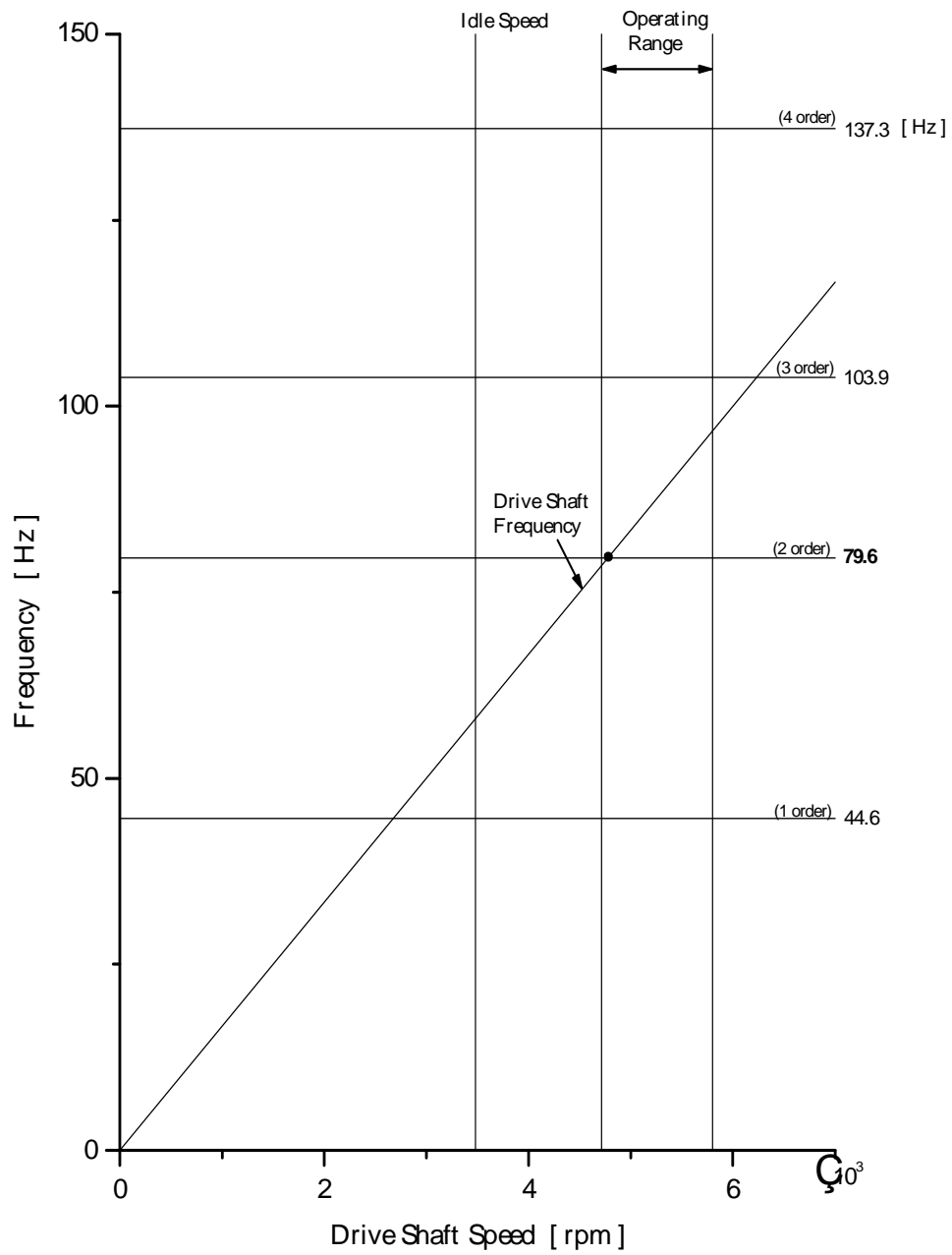


Fig. 4.15 Campbell diagram of drive shaft excitation

#### 4.3.4 부양축계

*Table 4.9* 는 부양축계 진동해석 결과 첫 6 개의 모드를 나타냈으며, *Fig. 4.16* 캠벨 선도에서 공진 유무를 도시하였다. 캠벨 선도에서 보는 바와 같이 축회전수 및 부양송풍기 임펠러 기진 주파수와 공진되는 고유진동수는 없다.

*Table 4.9 Natural frequencies of lift fan shaft section*

Vibratory mode	Natural frequency [Hz]
1	47.7
2	59.8
3	79.0
4	95.2
5	96.0
6	921.2

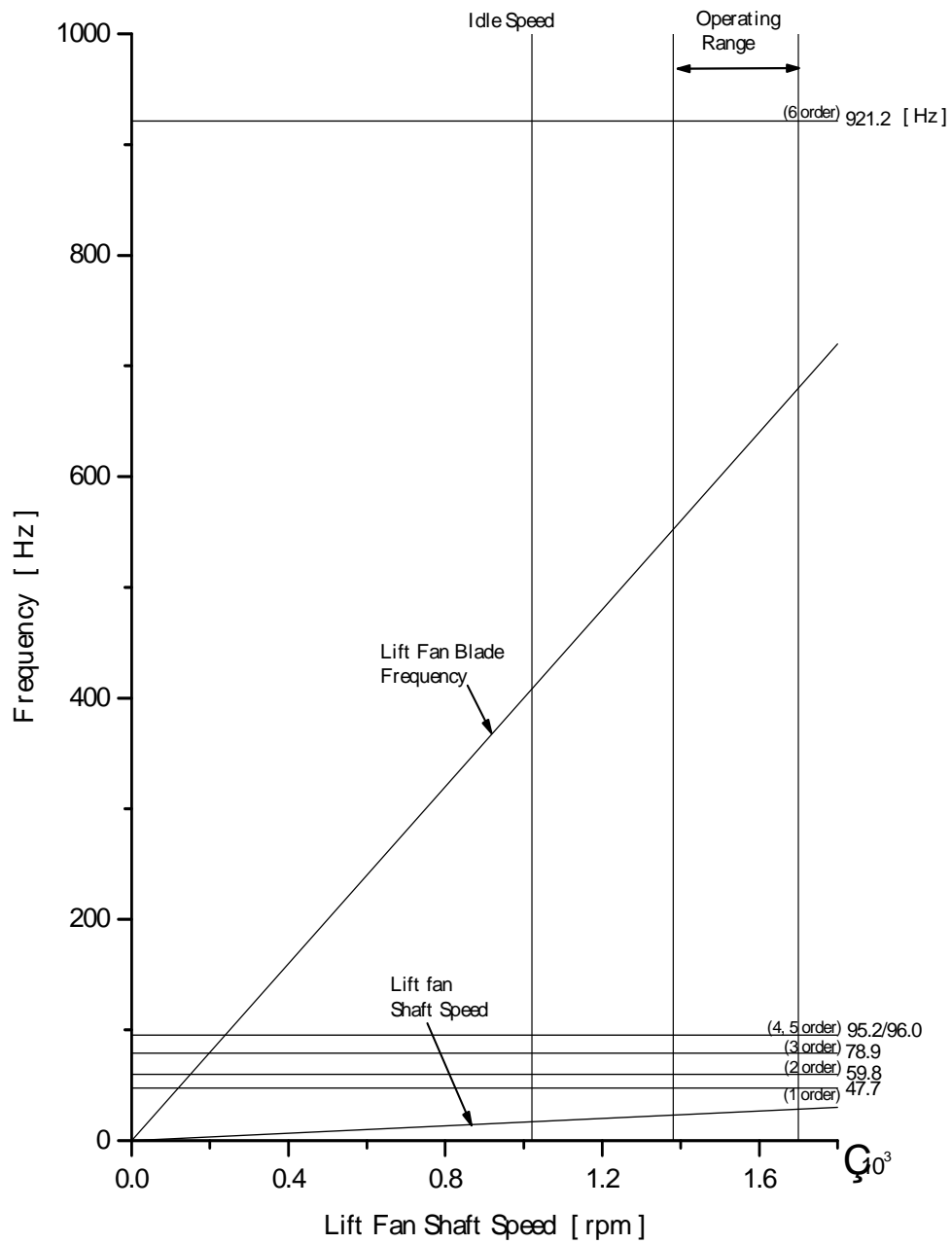


Fig. 4.16 Campbell diagram of lift fan shaft excitation

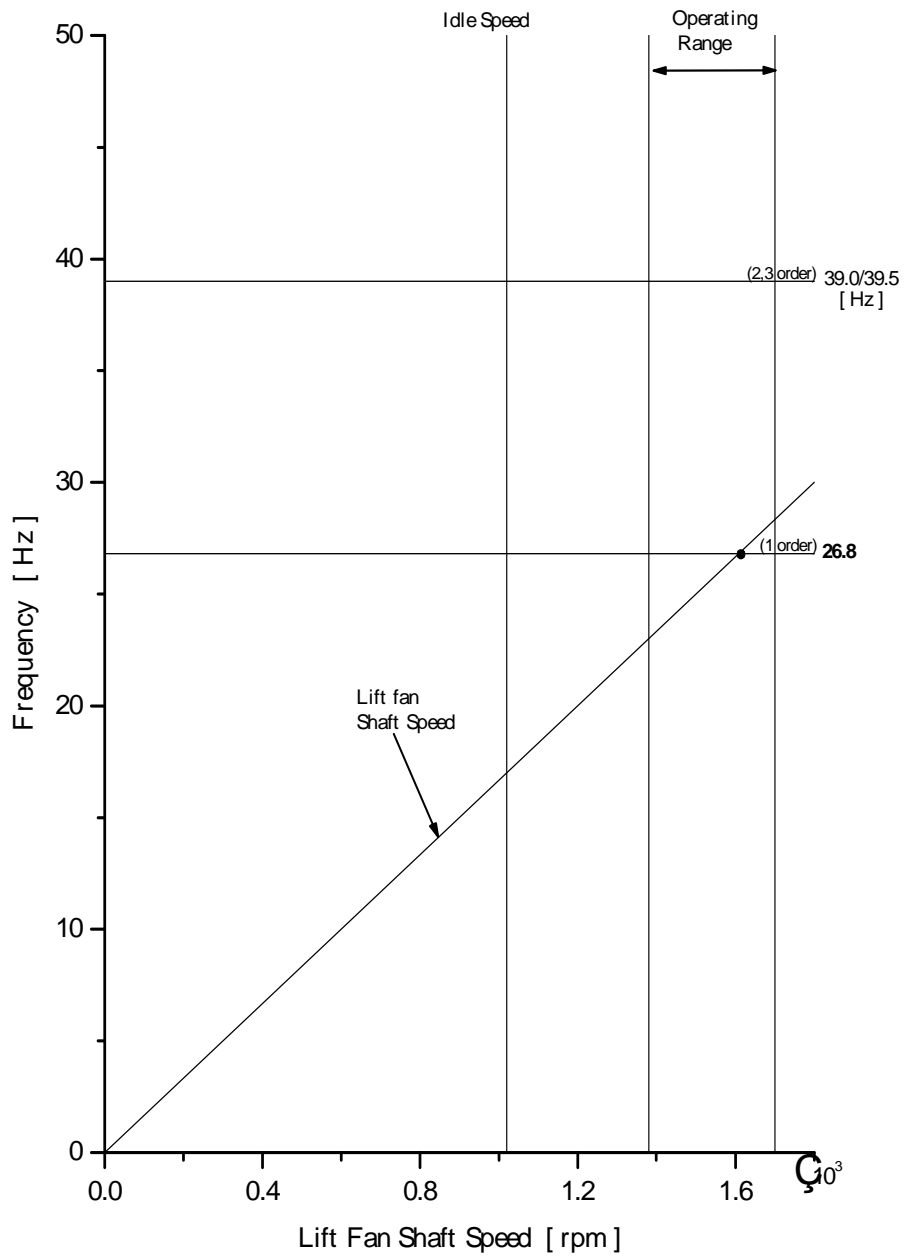
**Table 4.10** 은 부양송풍기 임펠러의 진동해석 결과 고유진동수 첫 6개 모드이며, **Fig. 4.17** 캠벨 선도에서 임펠러의 고유진동수와 부양축계의 공진유무를 도시하였고, 축회전수와 공진하는 진동모드는 다음과 같다.

▷ 1 차 (26.8 Hz) 모드 : 작동영역에서 축 회전수와 공진

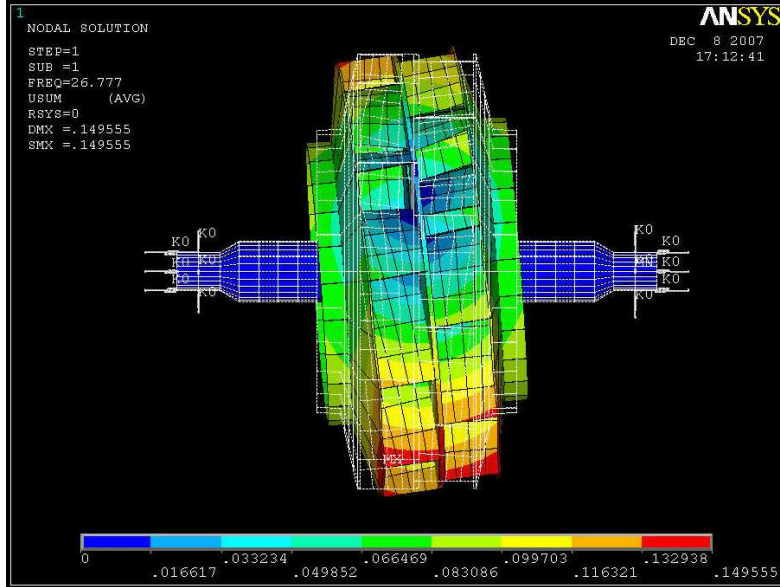
축회전수와 공진하는 1차(26.8 Hz)모드의 모드형상은 **Fig. 4.18** 과 같으며 진동의 방향은 축의 종방향이며, **Fig. 4.19** 에 제시된 2차(39.0 Hz) 모드형상 역시 축의 종방향으로, 공기부양선의 임펠러의 경우 임펠러의 고유진동수에 의해 축계의 종진동 공진 문제가 발생할 가능성이 있음을 보여준다. 이러한 종진동 공진을 회피하기 위해서는 임펠러 설계 단계에서 모드해석을 수행하여 임펠러의 설계를 변경하는 등의 진동제어를 하지 않으면, 임펠러 제작완료 후 시운전 단계에서는 공진을 회피하기가 어려워진다. 따라서 임펠러 설계 단계의 진동제어가 필요하다.

**Table 4.10** *Natural frequencies of lift fan impeller*

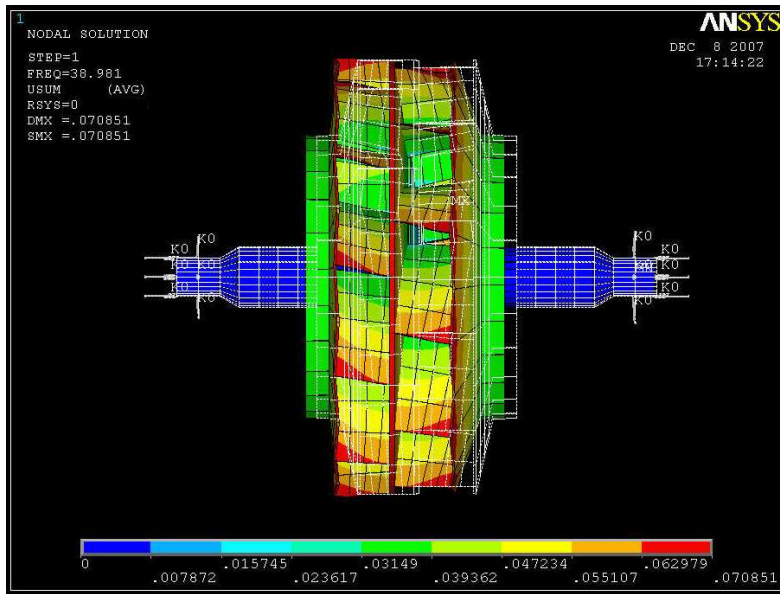
Vibratory mode	Natural frequency [Hz]
1	26.8
2	39.0
3	39.5
4	85.3
5	85.9
6	95.0



*Fig. 4.17 Campbell diagram of lift fan shaft excitation (lift fan impeller)*



*Fig. 4.18 Mode shape of lift fan impeller (26.8 Hz)*



*Fig. 4.19 Mode shape of lift fan impeller (39.0 Hz)*

## 4.4 종진동 계측 및 평가

### 4.4.1 서언

4.3.4 항에서 진동해석 결과 부양송풍기 임펠러의 1차 고유진동수로 인해 부양축계에 공진이 발생하는 것을 확인하였으나, 임펠러의 설계변경이 불가하여 진동제어 없이 시운전을 실시하였고, **Fig. 4.20** 과 같이 부양송풍기 전부 베어링 하우스에 진동 감지기를 설치하여 종진동 계측을 실시하였다. 축계진동 계측에 사용된 계측장비는 다음과 같다.

■ 진동신호 검출 : Accelerometer

Model	CSI-361L
Frequency Range	1.0 Hz ~ 10.0 kHz
Sensitivity	100 mV/g
Amplitude linearity	±1 %
Shock Limit	5 000 gPk

■ Data Collection 및 주파수분석 : FFT

Model	CSI-2130
Frequency Range	1.0 Hz ~ 80 kHz
Input Channel	2 channels
Dynamic Range	90 dB 이상
A/D Converter	16 bit
Zoom Resolution	0.01 Hz

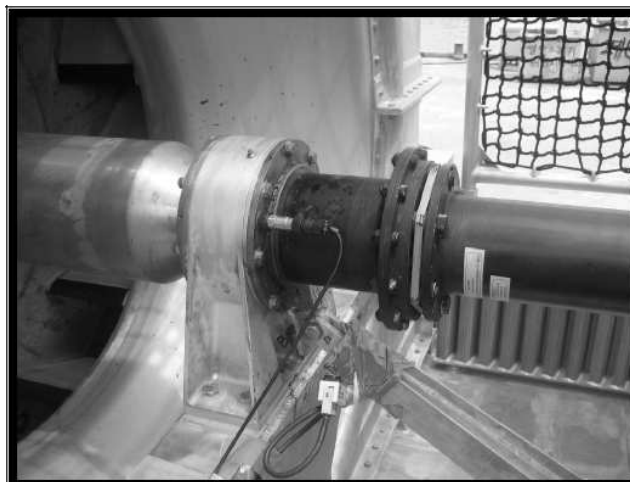
### 4.4.2 계측 및 평가

**Fig. 4.21** 은 시운전시 부양송풍기 베어링에서의 진동계측 결과이다. 부양송풍기 베어링에 수직방향 2 개소, 수평방향 2 개소, 종방향 1 개소에 가속도계를 설치하여 진동신호를 검출한 결과 수평 및 수직 방향은 양호한 반면 종방향 진동 스펙트럼(**Fig. 4.21, F1A**)은 최대 7.26 mm/s 로 계측되었으며, 이 진동수준은 KS B 6311 송풍기 베어링 진동규격(6 mm/s)<sup>[35]</sup> 기준으로 볼 때 요구기준을 다소 초과하는 수준이다.

집중질량모델로 축계 종진동을 해석한 **Fig. 4.16** 캠벨 선도에서는 축계 작동영역에서 공진점이 존재하지 않았으나, 임펠러 모드해석 결과, **Fig. 4.17** 캠벨선도에서 1차모드가 25.5 Hz로 공진하는 것이 확인되었다. 종진동 계측시 축 회전수는 1,512 rpm (25.2Hz) 으로 진동해석시 공진되는 1차모드 부근이므로 부양송풍기 임펠러의 고유진동수와 축회전수가 공진하고 있음이 추정되었다.

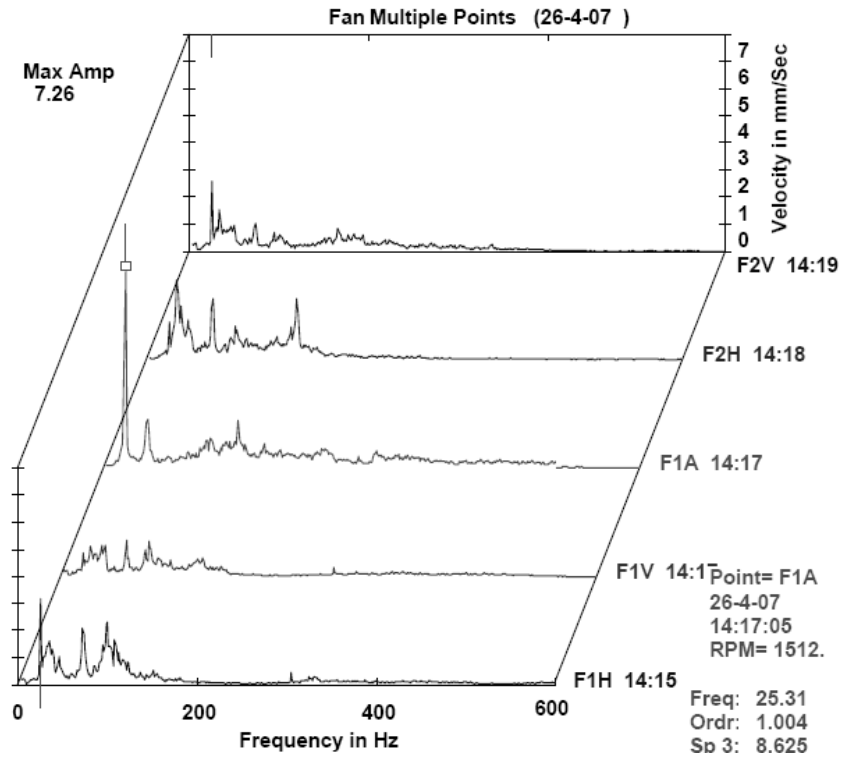
임펠러 종진동 고유진동수의 확인을 위해 임펠러를 망치로 타격(Impact Test Method)하여 고유진동수를 계측하였다. 계측방법은 축과 연결되는 임펠러 중심판에 종방향으로 망치로 타격하고 베어링 하우스에서 종방향 진동을 측정하였다.

**Fig. 4.22** 는 축계 설치완료 후 임펠러 중심판을 망치로 타격하여 계측한 고유진동수이다. 계측된 고유진동수는 25.5 Hz로 해석 결과 26.8 Hz와 거의 일치하였다. 임펠러의 고유진동수에 의한 종진동 공진을 회피하기 위해서는 임펠러 판재의 두께 등을 변화시켜 고유진동수를 변화시켜야 하므로 임펠러 제작 완료 후에는 진동을 회피하기가 쉽지 않다. 따라서 초기 설계시 집중질량모델에 의한 축계 종진동 해석 외에 임펠러의 모드해석을 수행하여 설계에 반영하는 것이 필요하다.

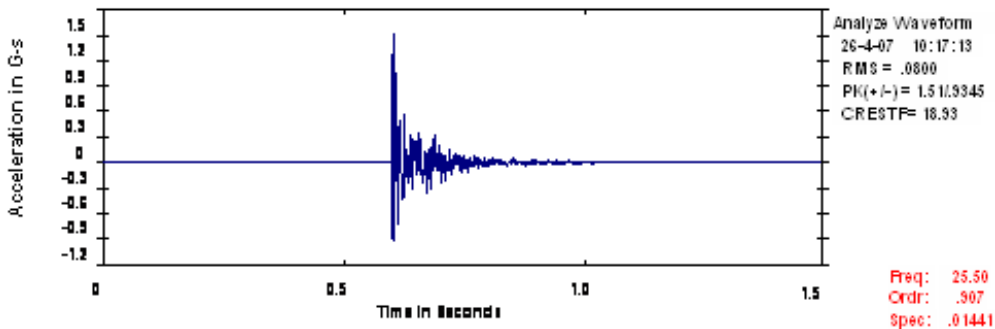


**Fig. 4.20** Position of vibration sensors on bearing of lift fan impeller shaft





*Fig. 4.21 Measuring result - vibration spectrum on bearing of lift fan impeller shaft*



*Fig. 4.22 Measuring result - natural frequency of lift fan impeller*

## 4.5 소결론

본 연구에서는 부양송풍기 임펠러 및 공기 프로펠러 등 유연탄성체를 포함하는 공기부양선의 유연 탄성축계를 집중질량계에 의한 축계 자유 종진동해석을 수행하고, 임펠러 및 공기 프로펠러는 3차원 모델에 의해 모드해석을 수행, 고유진동수, 운전영역에서 공진점 존재 및 모드 형상을 파악하였다. 이에 대한 해석은 상용 프로그램인 ANSYS code를 이용하여 해석하였다.

따라서 추진 및 부양 축계에 있어서 종진동에 대한 기진력 특성 및 진동특성을 검토한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 축계를 집중질량계로 3개의 모델로 구분하여 모델링하여 종진동 해석을 수행하였으며, 해석결과 고유진동수가 시스템의 무부하 운전 및 운전영역 내에 주요 기진원과 공진은 문제가 없는 것으로 확인하였다.
- (2) 유연 탄성체인 프로펠러 블레이드 및 송풍기 임펠러의 모드해석을 통해 종방향 고유진동수를 해석한 결과 부양송풍기 임펠러의 고유진동수가 축의 운전점 내에 존재하는 것을 확인하여 공진가능성이 예상되었고 진동계측 결과 이를 검증하였다.
- (3) 따라서 유연탄성체를 포함하는 축계의 종진동해석은 설계단계에서 집중질량계에 의한 해석 외에 프로펠러 블레이드 및 송풍기 임펠러의 3차원 모델에 의한 모드해석으로 종진동을 평가하여 설계에 반영하는 것이 필요하다.

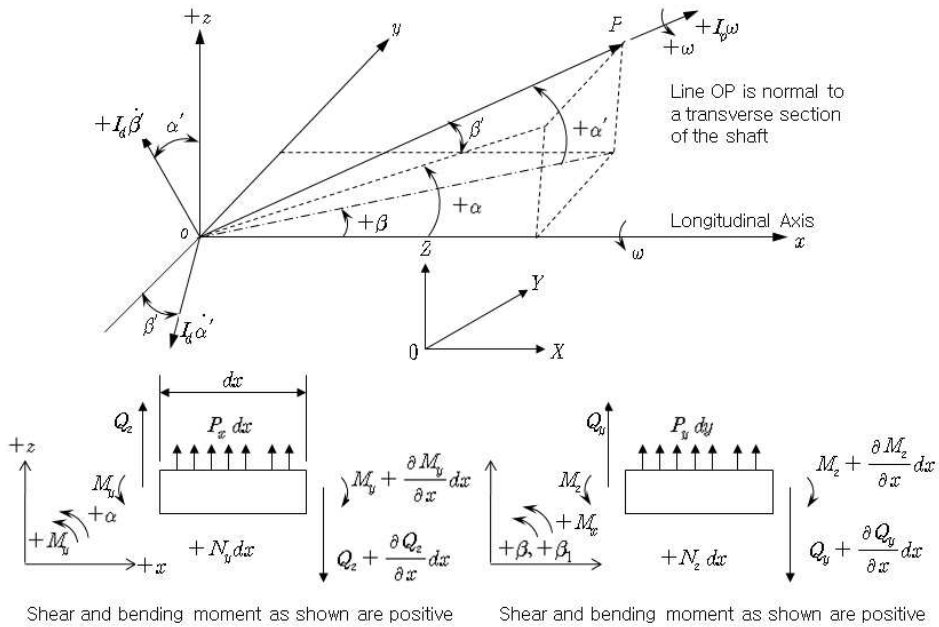
## 제 5 장 횡진동<sup>[41]</sup>

### 5.1 횡진동 운동방정식

#### 5.1.1 횡진동 운동방정식<sup>[42]</sup>

회전하면서 선회하는 디스크를 포함하는 축계의 횡진동 운동방정식은 굽힘 및 전단 강성, 자이로스코픽 모멘트 및 회전관성, 그리고 외부 모멘트 및 힘을 고려하여야 한다. **Fig. 5.1** 은 회전하면서 선회하는 축계의 운동량 요소들을 표시하였다. **Fig. 5.1** 에서  $OP$  는 회전하면서 선회하는 축이다.

**Fig. 5.1** 에서 축  $Oy$  상의 각 운동량을 정리하면,



**Fig. 5.1** Spinning and whirling shaft element

$$\begin{aligned}
& -I_p \omega \cos \alpha' \sin \beta + I_d \frac{d\alpha'}{dt} \cos \beta' + I_d \frac{d\beta'}{dt} \sin \alpha' \sin \beta \\
& = \text{Oy 축에 대한 단위길이당 각운동량} \quad (5.1)
\end{aligned}$$

여기서,

$I_p$  : 극관성모멘트

$I_d$  : 직경관성모멘트

$\alpha'$  :  $OP$ 와  $xy$  면 사이의 각

$\beta'$  :  $OP$ 와  $xz$  면 사이의 각

$\alpha$  :  $OP$ 의  $xz$  면에 투영각

$\beta$  :  $OP$ 의  $xy$  면에 투영각

$\omega$  : 축의 회전각속도

$Oz$  축에 대해서도 정리하면,

$$\begin{aligned}
& I_p \omega \sin \alpha' + I_d \frac{d\beta'}{dt} \cos \alpha' + I_d \frac{d\alpha'}{dt} \sin \beta' \sin \alpha \\
& = \text{Oz 축에 대한 단위 길이당 각운동량} \quad (5.2)
\end{aligned}$$

미소각을  $\xi$  라 하면  $\cos \xi = 1$ ,  $\sin \xi = \xi$ ,  $\alpha' = \alpha$ ,  $\beta' = \beta$  이므로 간략화하면,

$$-I_p \omega \beta + I_d \frac{d\alpha}{dt} = \text{Oy 축에 대한 단위 길이당 각운동량} \quad (5.3)$$

$$I_p \omega \alpha + I_d \frac{d\beta}{dt} = \text{Oz 축에 대한 단위 길이당 각운동량} \quad (5.4)$$

축에 대한 각운동량의 시간당 변화율은 모멘트와 같으므로,

$$\left. \begin{aligned} I_d \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - I_P \omega \frac{d\beta}{dt} &= M_y^m \\ I_d \frac{d^2 \beta}{dt^2} + I_P \omega \frac{d\alpha}{dt} &= M_z^m \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

여기서,  $M_y^m$  과  $M_z^m$  은 각각  $-y$  및  $-z$  축에 관한 모멘트이다. **Fig. 5.1** 의  $xz$  면에서, 굽힘모멘트 및 전단력은 보에 작용하는 모멘트와 외력으로,

$$\frac{\partial Q_z}{\partial x} - P_z + m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \quad (5.7)$$

$$-Q_z + N_y - \frac{\partial M_y}{\partial x} - \left( I_d \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - I_P \omega \frac{d\beta}{dt} \right) = 0 \quad (5.8)$$

여기서,

$Q_z$  :  $z$  방향에서 보에 작용하는 전단력

$P_z$  :  $z$  방향에서 단위길이당 외력

$N_y$  :  $y$  축에 대한 단위길이 당 외부모멘트

$M_y$  :  $y$  축에 대한 임의단면  $x$  에서 굽힘모멘트

또한,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \alpha_1 = \alpha + \epsilon_{xz} \quad (5.9)$$

여기서,

$\alpha_1$  :  $-xz$  면에서 축의 중립축 투영각

$\alpha$  :  $-xz$  면에서 축 단면의 투영각

$\epsilon_{xz}$  :  $-xz$  면에서 전단으로 인한 중립축의 경사 성분

보 이론에서 굽힘모멘트 및 전단력은,

$$M_y = -EI \frac{\partial \alpha}{\partial x} \quad (5.10)$$

$$Q_z = -K_{AG} \epsilon_{xz} = -K_{AG} \left[ \frac{\partial z}{\partial x} - \alpha \right] \quad (5.11)$$

여기서,

$EI$  : 굽힘강성

$K_{AG}$  : 임의 단면  $x$  에서 전단강성

식 (5.7)과 (5.8)을 정리하면

$$K_{AG} \left[ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right] + P_z - m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \quad (5.12)$$

$$K_{AG} \left[ \frac{\partial z}{\partial x} - \alpha \right] + N_y + EI \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + I_p \omega \frac{d\beta}{dt} - I_d \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = 0 \quad (5.13)$$

여기서,  $m$  : 단위 길이당 질량이다. **Fig. 5.1** 의  $xy$  면에서, 굽힘모멘트 및 전단력은 보에 작용하는 모멘트와 외력이므로,

$$\frac{\partial Q_y}{\partial x} - P_y + m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad (5.14)$$

$$-\frac{\partial M_z}{\partial x} - Q_y + N_z - \left( I_p \omega \frac{d\alpha}{dt} - I_d \frac{d^2 \beta}{dt^2} \right) = 0 \quad (5.15)$$

여기서,

$Q_y$  :  $y$  방향에서 보에 작용하는 전단력

$P_y$  :  $y$  방향에서 단위 길이당 외력

$N_z$  :  $z$  축에 대한 단위 길이당 외부 모멘트

$M_z$  :  $z$  축에 대한 임의단면  $x$  에서 굽힘 모멘트

또한,

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \beta_1 = \beta + \varepsilon_{xy} \quad (5.16)$$

여기서,

- $\beta_1$  :  $-xy$  면에서 축의 중립축 투영각
- $\beta$  :  $-xy$  면에서 축 단면의 투영각
- $\varepsilon_{xy}$  :  $-xy$  면에서 전단으로 인한 중립축의 경사 성분

굽힘모멘트 및 전단력은 다음과 같다.

$$M_z = -EI \frac{\partial \beta}{\partial x} \quad (5.17)$$

$$Q_y = -K_{AG} \varepsilon_{xy} = -K_{AG} \left[ \frac{\partial y}{\partial x} - \beta \right] \quad (5.18)$$

식 (5.14)와 (5.15)를 다시 정리하면,

$$K_{AG} \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial \beta}{\partial x} \right] + P_y - m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad (5.19)$$

$$EI \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} + K_{AG} \left[ \frac{\partial y}{\partial x} - \beta \right] + N_z - I_p \omega \frac{d\alpha}{dt} - I_d \frac{d^2 \beta}{dt^2} = 0 \quad (5.20)$$

식 (5.13)과 식 (5.20)에서  $\left[ I_p \omega \frac{d\beta}{dt} \right]$  및  $\left[ -I_p \omega \frac{d\alpha}{dt} \right]$  항은 축 회전 및 선회와 관련된 자이로스코픽항으로 축회전  $\omega$ 와 선회방향이 같은 전향휘둘림 (forward whirl)에서는  $\omega \frac{d\beta}{dt} < 0$ ,  $\omega \frac{d\alpha}{dt} > 0$ 으로 축에 변위를 감소시키는 방향으로 자이로모멘트가 작용하여 축의 고유진동수를 감소시키게 된다.

또한 역으로, 축 회전  $\omega$  와 선회방향이 역방향인 후향휘들림(reverse whirl)에서는  $\omega \frac{d\beta}{dt} > 0$ ,  $\omega \frac{d\alpha}{dt} < 0$  으로 축에 변위를 증가시키는 방향으로 자이로모멘트가 작용하여 축의 고유진동수를 증가시키게 된다.

### 5.1.2 선체운동에 의한 자이로스코픽 모멘트

축이  $\omega$  로 회전하고 선체가  $\Omega$  의 각속도로 회전할 경우 축에  $H = I_P \omega$  의 각운동량 벡터가 존재한다. **Fig. 5.2** 에서 선체가  $y$  축을  $\Omega = \frac{d\varphi}{dt}$  로 공전하는 회전축에서  $dt$  시간에  $H$  는  $d\varphi$  로 방향을 바꾸기 때문에, **Fig. 5.2** 로부터 각운동량 변화는

$$H d\varphi = I_P \omega d\varphi \quad (5.21)$$

따라서 단위 시간당 각운동량 변화는

$$\frac{I_P \omega}{dt} = I_P \omega \frac{d\varphi}{dt} = I_P \omega \Omega \quad (5.22)$$

자이로모멘트는  $-I_P \omega \Omega$  로 선체 운동시 축에는 자이로모멘트가 가해지며 이 자이로모멘트는 축계의 진폭을 증가시키는 조화 기진력이 된다. 실제 공기부양선의 운용시 공기부양선의 선회 운동보다 피칭에 의한 동요가 더 큰 각속도를 가지고 빈번하게 일어난다<sup>[2]</sup>. **Fig. 5.3** 은 선체의 피칭시 자이로 모멘트 벡터를 나타낸 것이다.



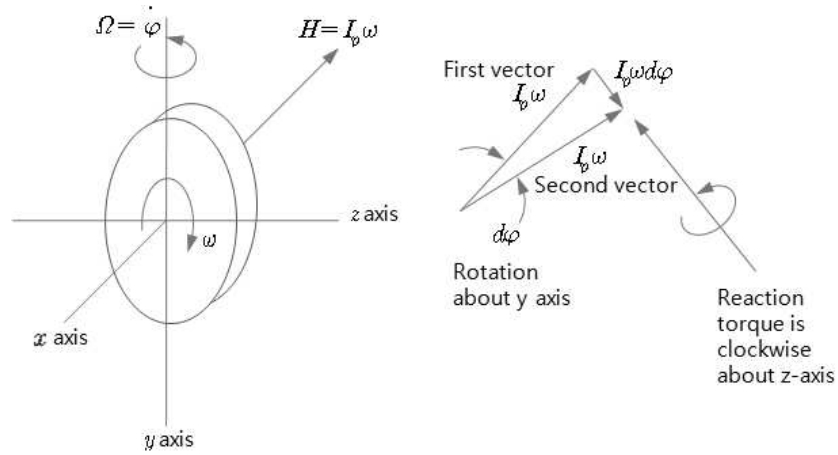


Fig. 5.2 Gyroscopic effect on shaft system by yawing of craft

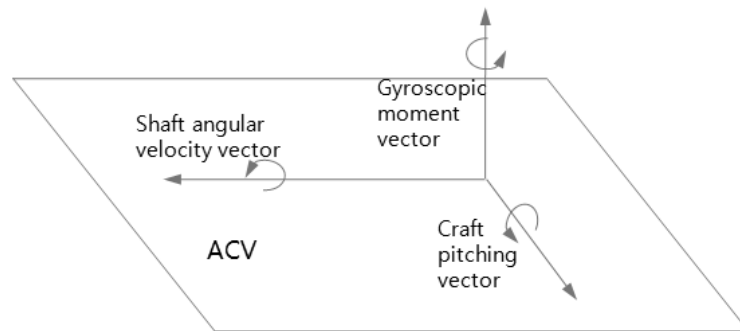


Fig. 5.3 Vector plot of gyroscopic moment on shaft system by pitching of craft

### 5.1.3 불평형력 요소

회전체의 질량분포는 완전하지 못하므로 회전대칭이 되지 못한다. 이 때문에 회전체의 무게 중심은 회전축으로부터  $e$  만큼 편심되어 있고 회전축이  $\omega$  의 각속도로 회전할 때, 크기  $F = me\omega^2$  의 원심력이 축에 발생하고 이 힘이

외력으로 작용한다. 불평형력의 크기는 편심과 질량의 곱  $U=me$  로 표시되며 이를 불평형이라 한다. 이에 대한 기준은 ISO 1940-1 에 따른다.

ISO 1940-1<sup>[31]</sup>에서는 다음 식(5.23)과 같이 동적 균형도 등급을 각 축계 구성요소에 적용하며, 프로펠러는 G6.3, 부양송풍기를 비롯한 가스터빈, 감속기어 및 축계는 G2.5 이상 정도의 등급을 적용한다. 동적 균형도 등급  $G$ 는,

$$G = \frac{U}{1000M} \times \omega \quad (5.23)$$

여기서,

$U$  : 허용 잔류 불균형

$M$  : 회전체의 질량

$\omega$  : 회전체의 회전속도

## 5.2 횡진동 해석모델

### 5.2.1 해석모델

횡진동 해석에 자이로스코픽 효과를 반영하기 위하여 프로펠러, 부양송풍기 임펠러, 기어 휠 등은 등가 질량 및 질량관성모멘트의 회전디스크로 치환하고, 축은 동일 형상으로 3차원 모델링한다.

가스터빈은 베벨기어를 통하여 축계와 직각으로 연결되어 횡진동에 영향이 없는 것으로 가정하여 모델에서 제외하였다.

기어 메시는 굽힘 강성을 유효하게 전달할 수 없는 것으로 가정하여, **Table 5.1** 및 **Fig. 5.4**에 제시된 바와 같이 추진 및 부양축계의 각 기어를 분리점으로 하여 전체 축계를 다음과 같이 3개의 분리된 축계로 모델화 하였다.

- (1) 추진축계 (propeller shaft section)
- (2) 구동축계 (drive shaft section)
- (3) 부양축계 (lift fan shaft section)

Fig. 5.5, Fig. 5.6 및 Fig. 5.7 은 추진 및 부양축계 모델링이다.

Table 5.1 Model of shaft section

shaft section		from	to
1	propeller shafting	after end of propeller shaft	propulsion low speed gear
2	drive shafting	propulsion high speed gear	lifting high speed gear
3	lifting fan shafting	lifting slow speed gear	forward lift fan

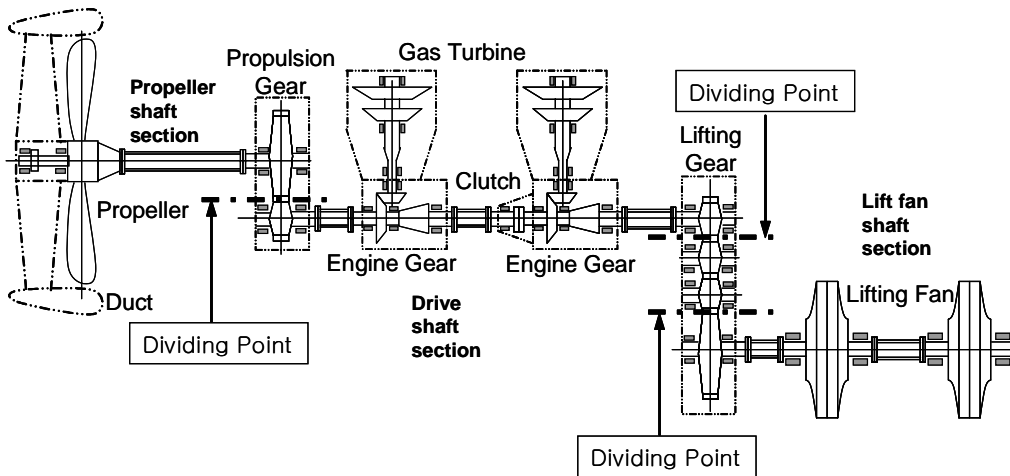
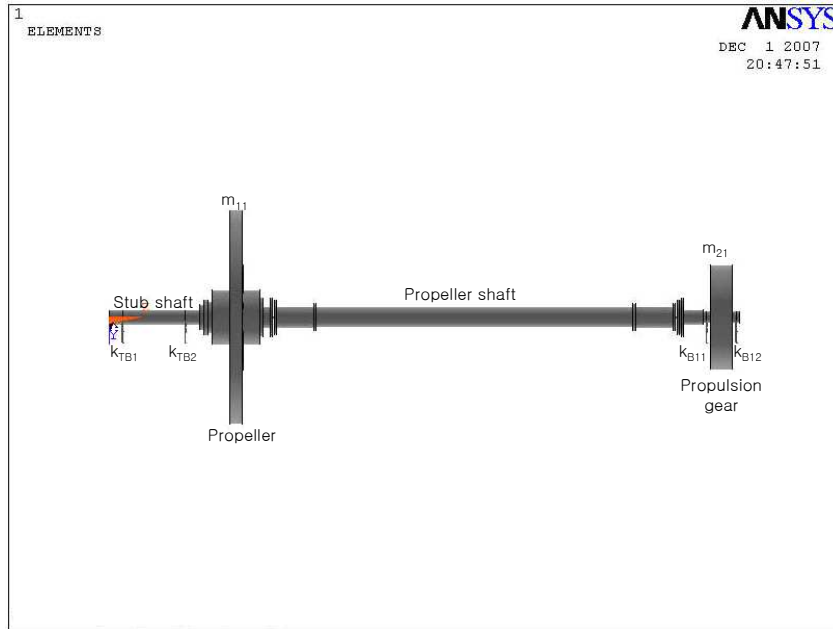
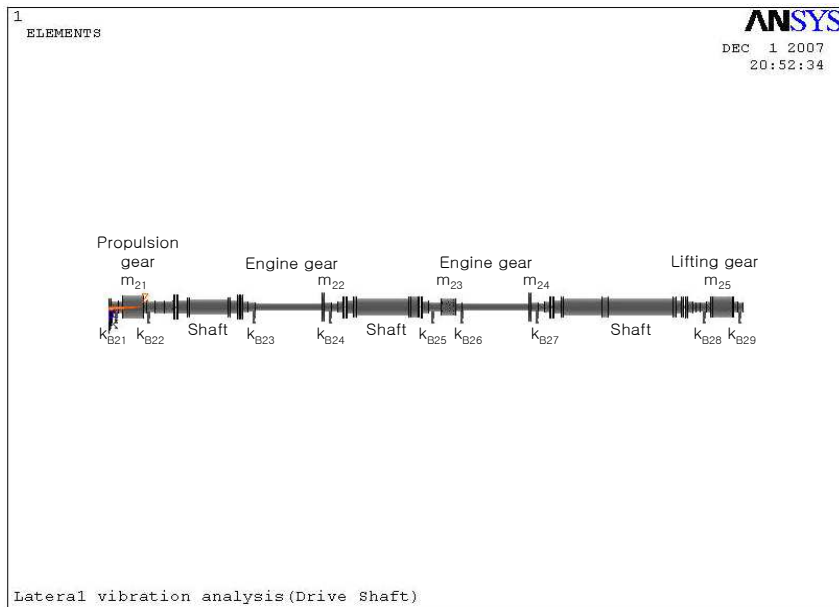


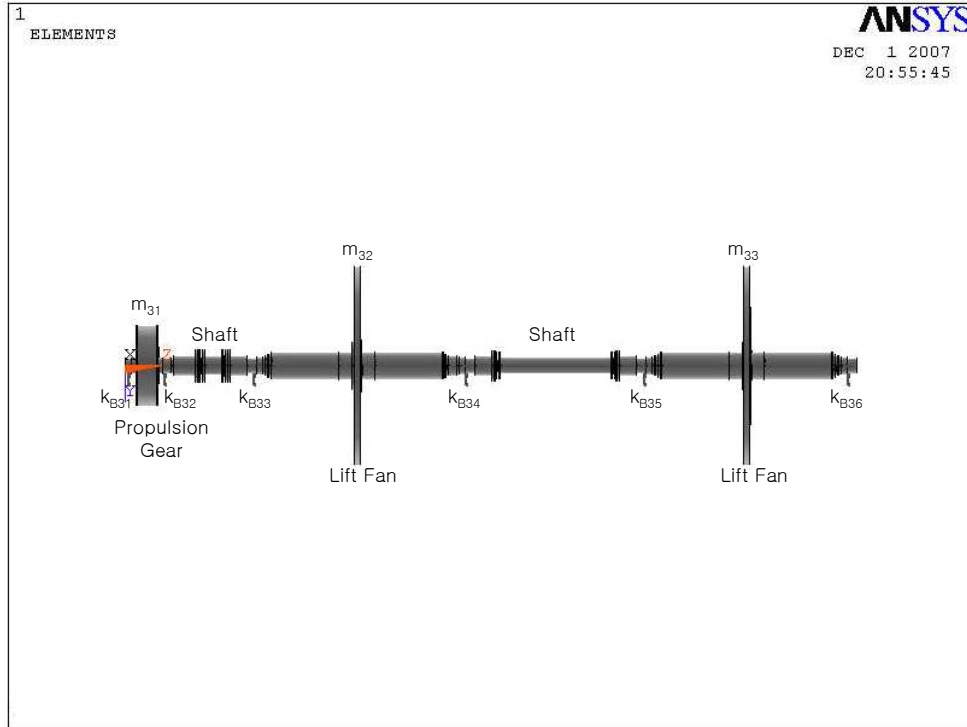
Fig. 5.4 Dividing point for mass and elastic model of propulsion and lift shafting



*Fig. 5.5 Model of propulsion and lift shafting (propulsion shaft section)*



*Fig. 5.6 Model of propulsion and lift shafting (drive shaft section)*



*Fig. 5.7 Model of propulsion and lift shafting (lift fan shaft section)*

### 5.2.2 입력자료

축계의 재질은, **Table 3.2**의 AISI 4140 재질을 적용하였다. 축은 재질특성 및 형상을 입력하며, 유연 커플링은 유연 디스크 팩을 가진 구조로 등가 굽힘 강성의 중공축으로<sup>[25]</sup> 모델화 하였고, 굽힘 강성의 계산은 커플링의 굽힘 변형 대 부하 곡선에서 계산되었다.

축 형상자료 및 회전 디스크로 치환하기 위한 주요 질량계의 질량 및 질량 관성모멘트에 대한 입력자료는 장비제작사 제시 자료를 사용하였으며 **Table 5.2**에 목록화 하였다.

**Table 5.2 Major mass components in the model of the lateral vibration analysis**

No.	Item	Mass [kg]	Mass moment of inertia [kg · m <sup>2</sup> ]	
			Polar	Transverse
<b><i>Propeller shaft section</i></b>				
m <sub>11</sub>	Propeller	350.0	95.5	50.1
m <sub>12</sub>	Propulsion gearbox (low)	255.0	27.7	13.8
<b><i>Drive shaft section</i></b>				
m <sub>21</sub>	Propulsion gearbox(high)	53.0	0.183	0.129
m <sub>22</sub>	SSS clutch	14.0	0.14	0.07
m <sub>23</sub>	quill shaft disc	34.2	0.027	0.014
m <sub>24</sub>	SSS clutch	14.0	0.14	0.07
m <sub>25</sub>	Lifting gearbox(high)	35.0	0.13	0.093
<b><i>Lift fan shaft section</i></b>				
m <sub>31</sub>	Lifting gearbox(low)	135.0	8.92	4.5
m <sub>32</sub>	Lifting fan impeller	290.0	92.6	46.7
m <sub>33</sub>	Lifting fan impeller	290.0	92.6	46.7

베어링 강성은 베어링 형식이 볼 또는 롤러 베어링으로 Al 합금재 베어링 설치대의 강성계수에 비하여 베어링 강성계수가 아주 높은 값이므로 베어링 강성은 무시할 수 있는 값이다. 따라서 베어링 설치대 및 선체 유한요소 강성 해석 결과를 베어링지지 강성계수에 적용하며, 강성계수는 **Table 5.3** 과 같다.

**Table 5.3 Bearing stiffness in the model of the lateral vibration analysis**

No.	Bearing Location	Stiffness [MN/m]	
		Athwartship	Vertical
<b><i>Propeller Shaft Section</i></b>			
k <sub>TB1</sub>	propeller strut	71.4	250.0
k <sub>TB2</sub>	propeller strut	71.4	250.0
k <sub>B11</sub>	propulsion gearbox (low)	4 230.0	4 230.0
k <sub>B12</sub>	propulsion gearbox (low)	4 230.0	4 230.0
<b><i>Drive Shaft Section</i></b>			
k <sub>B21</sub>	propulsion gearbox(high)	1 335.0	1 330.0
k <sub>B22</sub>	propulsion gearbox(high)	1 335.0	1 330.0
k <sub>B23</sub>	engine gearbox	25.3	24.2
k <sub>B24</sub>	engine gearbox	25.3	24.2
k <sub>B25</sub>	engine gearbox	25.3	24.2
k <sub>B26</sub>	engine gearbox	25.3	24.2
k <sub>B27</sub>	engine gearbox	25.3	24.2
k <sub>B28</sub>	lift gearbox (high)	1 070.0	1 070.0
k <sub>B29</sub>	lift gearbox (high)	995.0	995.0
<b><i>Lift Fan Section</i></b>			
k <sub>B31</sub>	lift gearbox (low)	2 660.0	2 660.0
k <sub>B32</sub>	lift gearbox (low)	2 660.0	2 660.0
k <sub>B33</sub>	lift fan bearing	71.2	71.2
k <sub>B34</sub>	lift fan bearing	71.2	71.2
k <sub>B35</sub>	lift fan bearing	71.2	71.2
k <sub>B36</sub>	lift fan bearing	71.2	71.2

## 5.3 해석 결과 및 검토

### 5.3.1 서 언

공기부양선의 추진 및 부양계통은 고속으로 회전하는 탄성지지 된 탄성축계로 불평형이 횡진동의 주 기진원이다.

이 이외에 공기부양선은 운용중 고속 선회 및 피칭과 같은 선체운동이 일어나므로 축계 횡진동의 고유진동수에 영향을 끼치는 자이로스코픽 효과 외에도 고속의 선체운동에 의한 자이로모멘트 영향으로 프로펠러 및 부양송풍기와 같은 큰 관성체에는 큰 횡진동이 유기되며 이에 대한 평가가 필요하다.

따라서 각 기진원에 대한 공진을 확인하기 위하여 모드해석을 수행하며 선체운동시 자이로모멘트에 의한 유해 여부를 검토하기 위하여 강제진동해석을 수행한다. 2.2.5 항에서 검토한대로 해석대상 축계의 기진주파수를 정리하면 **Table 5.4** 와 같다.

**Table 5.4 Lateral exciting frequency of system**

No	Parts	Operating range [rpm]		Exciting frequency[Hz]		Remark
		Idle Rev.	Normal operating range	Idle Rev.	Operating range	
1	Shaft of gas turbine	9 600	13 000~16 000	160	216.7~266.7	unbalance
2	Shaft of engine gear output	3 480	4 712~5 800	58	78.5~96.7	unbalance
3	Shaft of lifting fan	1 020	1 381~1 700	17	23.0~28.3	unbalance
4	Shaft of propeller	780	1 056~1 300	13	17.6~21.7	unbalance



### 5.3.2 추진축계

추진축계의 자유회진동 해석 결과, **Table 5.5**에 첫 4개의 고유진동수에 대하여 자이로스코픽 효과를 고려하지 않은 경우 및 고려한 경우 최대 작동 축 회전수에서의 고유진동수를 보여주고 있다.

**Table 5.5** 및 **Fig. 5.8** 캠벨 선도에서 보는 바와 같이 고유진동수 1차, 2차 모드인 전향휘둘림(forward whirl)과 후향휘둘림(reverse whirl)이 축 회전수 0에서 일치하지 않는 현상이 나타난다. 이것은 베어링부 강성(**Table 5.3**)이 프로펠러 덕트의 구조로 인해 수직방향 강성이 수평방향보다 3.5배 이상 큰 값을 가지므로 베어링부의 이방성 강성특성에 따라 나타나는 현상이다.<sup>[39]</sup>

공진모드는 **Fig. 5.8**의 캠벨 선도에서 알 수 있듯이 다음과 같다.

▷ 1차 모드 : 고유진동수 1차 후향휘둘림 모드가 축 작동회전수 범위 내 위치하여 공진.

1차 모드 형상은 **Fig. 5.9**에서 보는 바와 같이 프로펠러 질량으로 인해 축의 유연 커플링에서 최대 진폭이 발생한다.

**Table 5.5** Natural frequencies of propeller shaft section

Mode (order)		Natural frequency [Hz]	
		Without gyroscopic effect	With gyroscopic effect (at max. shaft speed)
1st	Reverse	22.5	20.3
	Forward	28.7	30.8
2nd	Reverse	42.7	42.2
	Forward	43.8	44.9

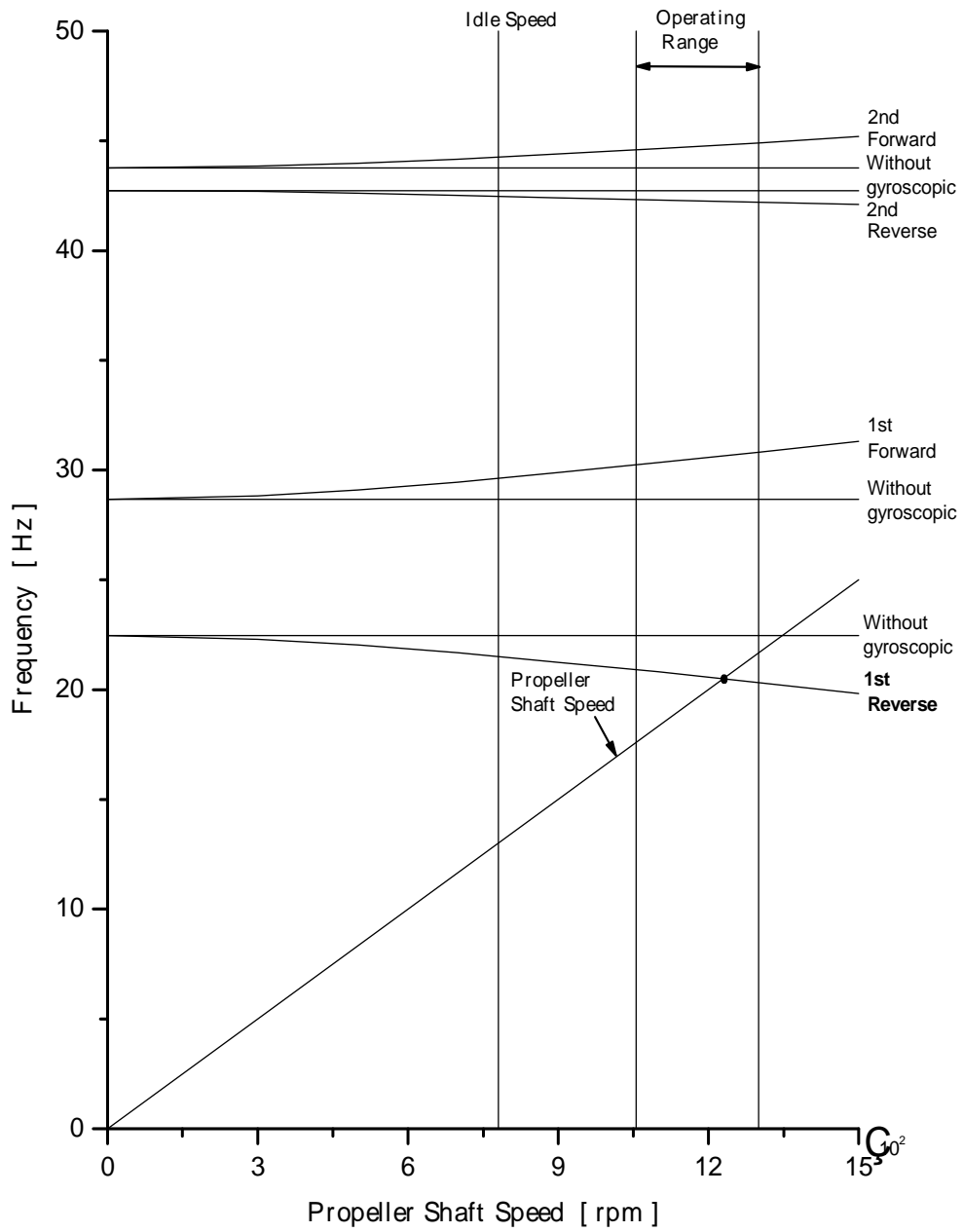


Fig. 5.8 Campbell diagram of propeller shaft excitation

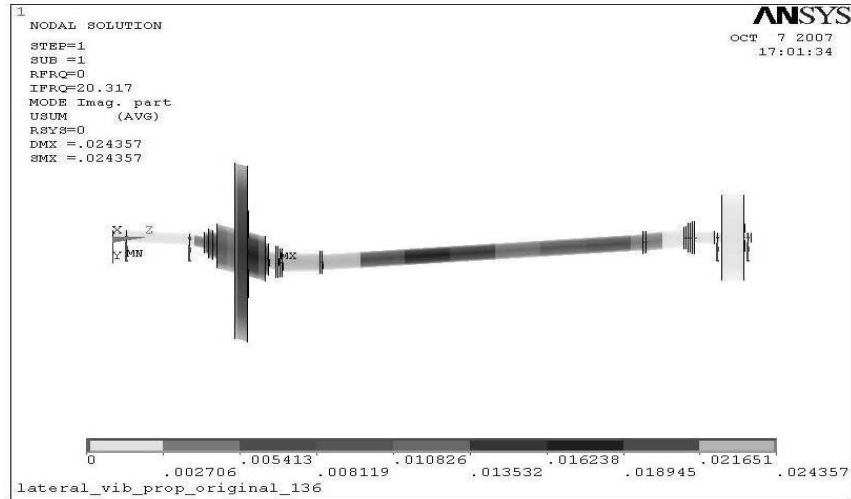


Fig. 5.9 Mode shape of propeller shaft (20.3 Hz)

축 작동회전수 범위 내에 위치하여 공진하는 1차 모드의 유해여부를 판단하기 위하여 강제진동해석을 수행하며, 유해할 경우 축계 구성요소를 변경하여 진동을 제어 한다. 따라서 축계에 ISO 1940-1 G6.3의 동적 균형도 등급이 적용되었을 때 불평형력에 의한 조화진동해석을 다음과 같이 수행한다.

- ▷ 프로펠러에 ISO 1940-1<sup>[31]</sup>에 따른 균형도 등급 G6.3의 잔류 불평형 질량이 부가되었을 때의 조화진동 해석

식 (5.23)에서 동적 균형도 등급

$$G = \frac{U}{1000M} \times \omega : U = \frac{1000GM}{\omega} = 16201 \text{ g} \cdot \text{mm} \rightarrow 0.159 \text{ N} \cdot \text{m}$$

여기서,

$U$  : 허용 잔류 불균형 [g · mm]

$G$  : 동적균형도, 6.3

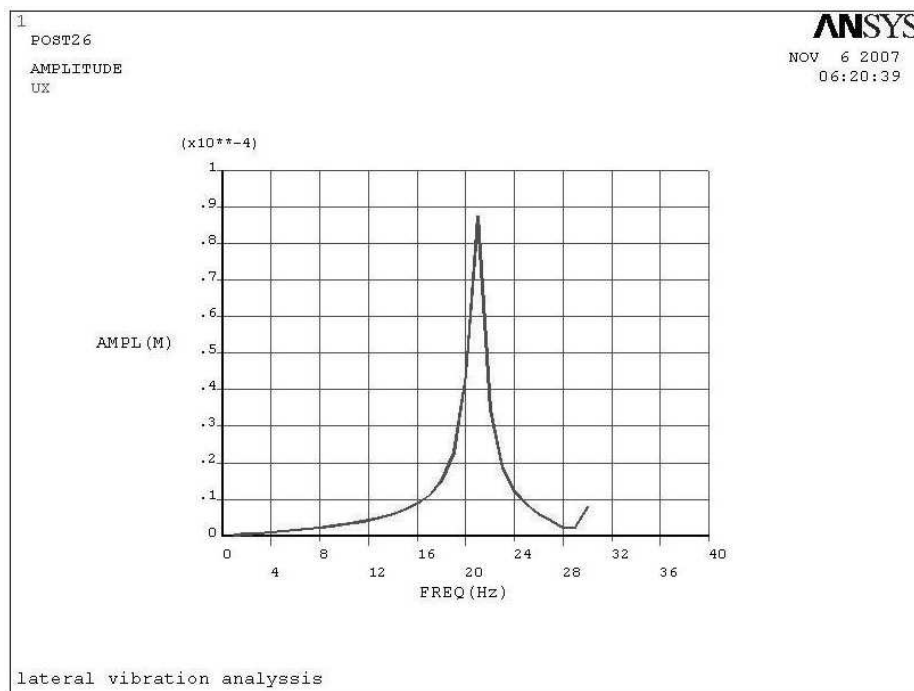
$M$  : 회전체의 질량 [kg], 350

$\omega$  : 회전체의 회전각속도 [rad/s], 136.1

불균형에 의해  $F = me\omega^2$  의 원심력이 발생하고 이 힘이 외력으로 작용하며, 편심과 질량의 곱  $U = me$  이므로 조화진력  $F$ 는 다음과 같다.

$$F = me\omega^2 = U\omega^2 = 2940.1 \text{ [N]}$$

따라서 프로펠러 질량 질점에 2940.1 N의 조화진력을 부가하고, 감쇠계수를 0.02로 적용하여 조화진동 해석을 수행하였으며, **Fig. 5.10**은 조화진동 해석결과이다. 프로펠러의 허용 진동기준은 FAA(Federal Aviation Administration) 프로펠러 밸런싱 기준치<sup>[30]</sup>, 0.25 IPS (=6.35 mm/s)를 적용한다. 해석결과 축계 작동 범위내에 공진점에서 진폭은  $8.7 \times 10^{-2}$  mm (11.1 mm/s)로 FAA 프로펠러 밸런싱 기준치, 0.25 IPS (=6.35 mm/s)를 크게 초과하게 된다.



**Fig. 5.10** Result of harmonic analysis of propeller shaft (G6.3 unbalanced)

또한 공기부양선은 고속 선회 및 피칭과 같은 선체 운동이 일어나고, 이 때 축계에는 높은 자이로모멘트가 가하여져 큰 진폭의 횡진동이 발생한다. 선체 종동요시 식 (5.22)에 의하여 축이  $\omega$  로 회전하고 선체가  $\Omega$  의 각속도로 회전할 경우 축에  $H = I_p \omega$  의 각운동량이 존재하고, 축계에는 자이로모멘트,  $M_g = I_p \omega \Omega$  가 부가되므로 가장 큰 질량관성모멘트를 가지는 프로펠러에 의한 자이로모멘트를 축계에 부가하여 강제진동해석을 수행한다.

이 때 선체의 피칭 및 선회율은 실적선 및 공기부양선의 건조 요구조건에 따라  $0.5 \text{ rad/s}^{[2]}$ 를 적용하며, 다음의 조건으로 강제진동해석을 수행한다.

- ▷ 공기부양선 선체의 피칭 및 선회율,  $0.5 \text{ rad/s}$  시 자이로모멘트를 축계에 가할 때 강제진동 해석

선체운동시 자이로 모멘트는

$$M_g = I_p \omega \Omega = 6498.8 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

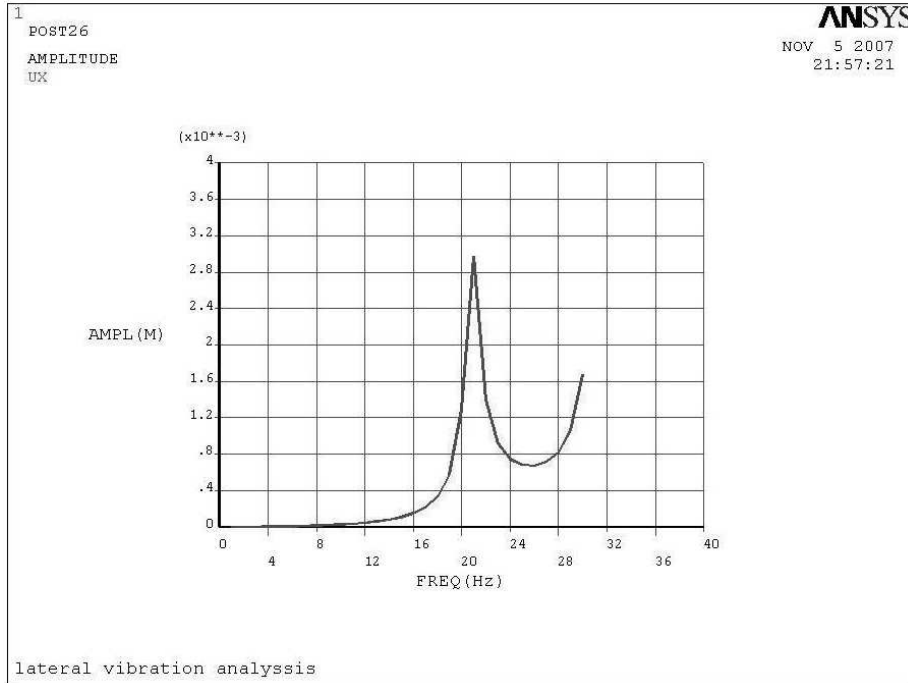
여기서,

$I_p$  : 프로펠러 관성모멘트 [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ], 95.5

$\Omega$  : 선체의 종동요 비율(pitching or yawing rate) [ $\text{rad/s}$ ], 0.5

$\omega$  : 프로펠러 회전 속도 [ $\text{rad/s}$ ], 136.1

따라서 프로펠러 질량 질점에  $6498.8 \text{ N} \cdot \text{m}$  를 부가하고, 감쇠율을 0.02 로 적용하여 조화진동 해석을 수행하며, **Fig. 5.11** 은 조화진동 해석결과로서, 프로펠러 지점에서의 공진진폭은  $2.9 \text{ mm}$  ( $=368 \text{ mm/s}$ )로 불평형에 따른 강제진동 진폭에 비하여 크게 증가하여 축계손상을 초래할 것으로 판단된다. 따라서 축계의 구성요소를 변경하여 공진점을 축계의 작동범위 밖으로 변경하는 것이 필요하다.



**Fig. 5.11 Result of harmonic analysis of propeller shaft  
(yawing or pitching of craft)**

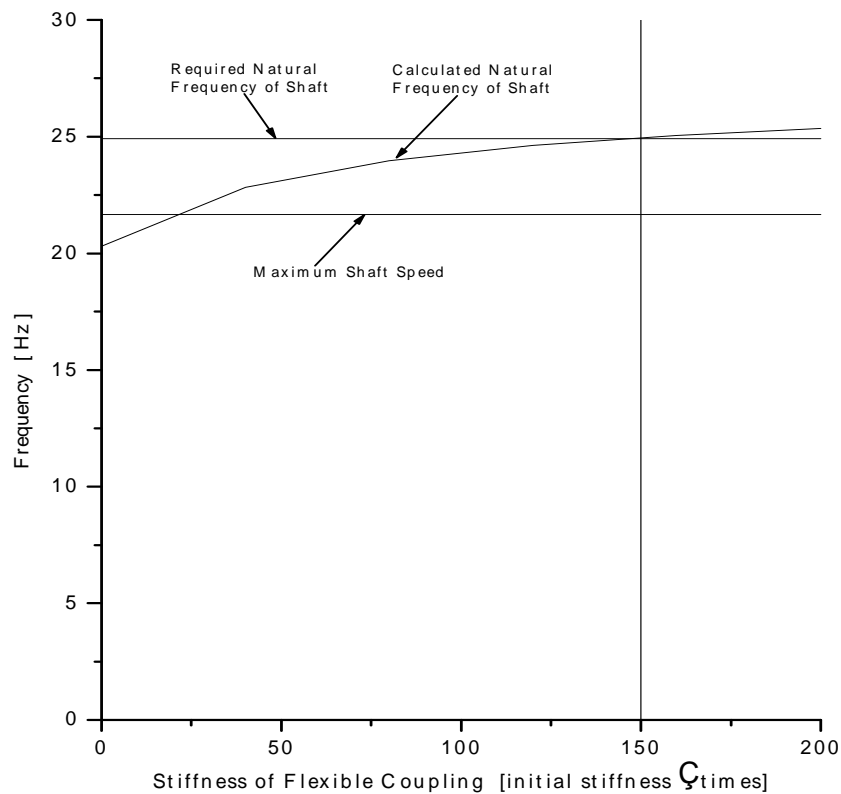
이상의 검토에서 보는 바와 같이 공기부양선 축계는 고속회전하며 선체도 고속으로 선회 및 피칭하므로 축계 작동영역 내에 공진점이 위치할 경우 축계에 위험을 초래하기 때문에 반드시 공진점을 회피할 수 있도록 진동제어가 되어야 한다.

진동제어시 축계의 고유진동수는 축의 최대 작동 회전수보다 15%<sup>[33]</sup> 이상의 분리여유를 가지도록 증가시키는 것을 목표로 하여 다음과 같은 요소를 변경하여야 한다.

- 축계 질량 감소, 특히 프로펠러 질량 감소
- 축의 강성 증가
- 축의 베어링 지지 강성 증가

프로펠러의 질량변경은 일반적으로 축계 진동해석 전 프로펠러의 설계가 이미 확정되어 변경이 용이하지 않기 때문에 고려하지 않으며, 축계의 질량 감소의 경우 축의 질량 감소가 축경의 감소 또는 축의 두께의 감소와 연관되며, 이는 축의 강성 감소로 직접 연관되어 적용이 용이하지 않다. 따라서 축의 강성의 증가 또는 축의 지지강성의 증가만을 고려한다. 축의 강성을 증가시키기 위해서 유연커플링의 강성을 변경하는 방법을 1차적으로 적용한다.

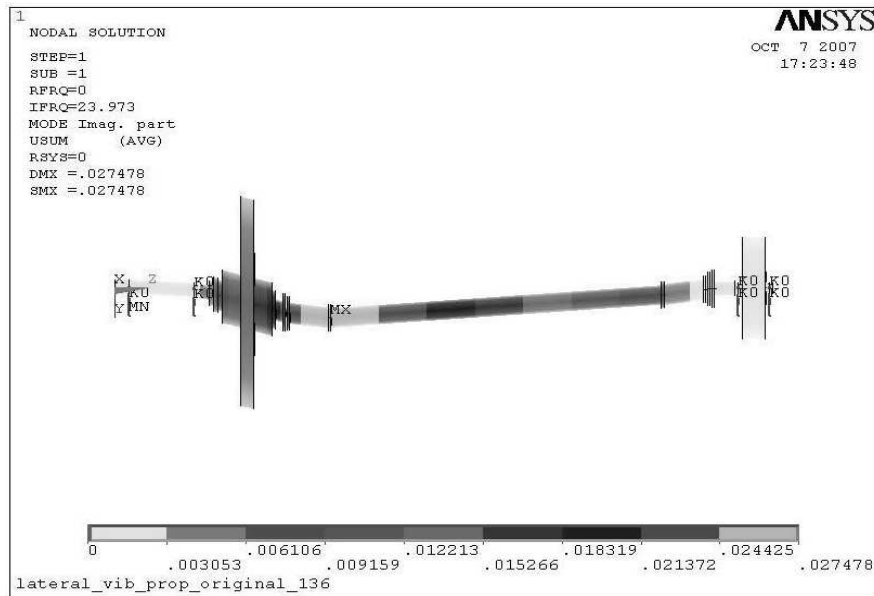
**Fig. 5.12** 는 유연커플링의 강성을 200 배까지 증가시켰을 때 축계의 고유진동수 증가를 나타낸 것으로, 축계의 고유진동수 1차 모드가 축의 최대작동 회전수 보다 15% 이상의 여유를 갖기 위해서는 기존 유연커플링 강성에서 150 배 이상의 강성 증가가 필요하다.



**Fig. 5.12** Natural frequency vs stiffness of flexible coupling

그러나 **Fig. 5.13** 에서 보는 바와 같이 유연 커플링의 강성을 40 배 이상 증가시킬 경우에는 유연커플링의 기능이 상실되어 연결축 부위에서 최대 진폭이 발생하게 된다.

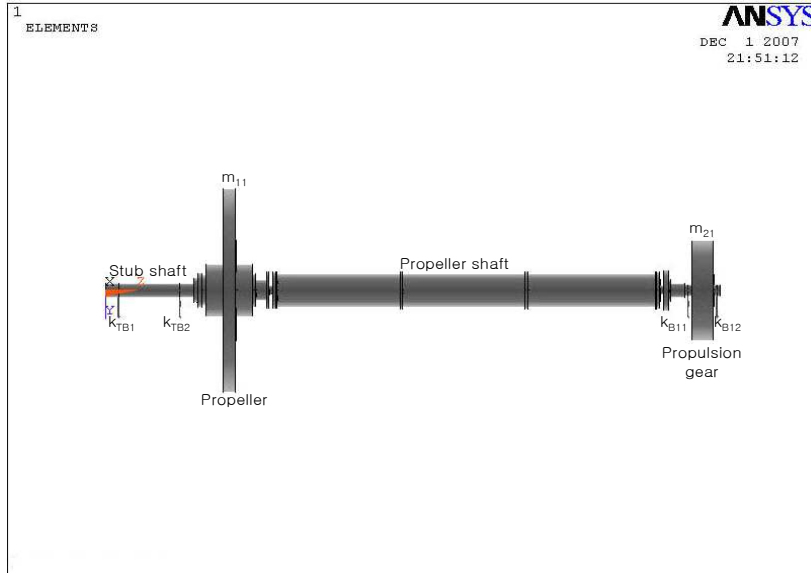
그러므로 유연커플링의 강성만을 지나치게 증가시 유연커플링의 기능이 상실되어 축계 배치에 문제가 발생하므로, 유연커플링의 강성 증가와 병행하여 축의 강성을 증가(축경의 변경)시키는 방법을 적용한다.



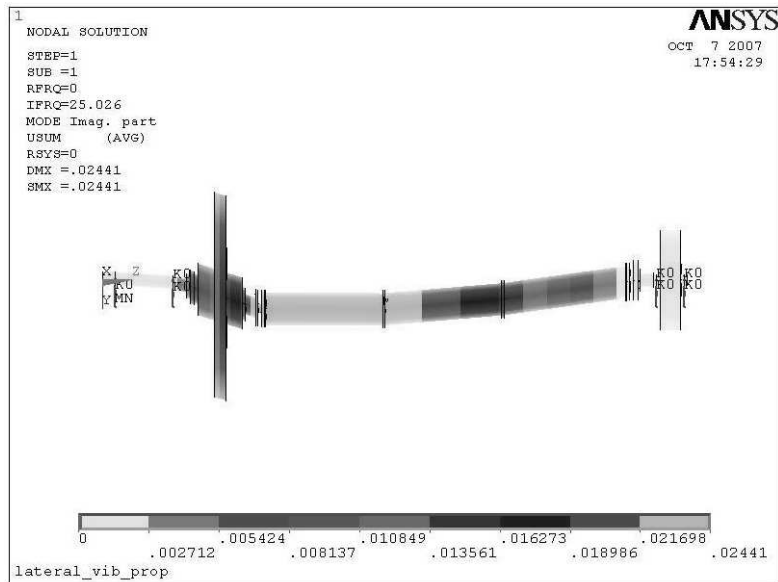
**Fig. 5.13 Mode shape of propeller shaft**  
(24.0 Hz, coupling stiffness increase [40 times])

**Fig. 5.14** 는 축경을 증가 및 유연커플링의 강성을 증가시켰을 경우의 축계 모델이며, **Fig. 5.16**은 유연커플링의 강성을 80배까지 증가시킬 때 축계의 고유진동수 증가를 표시한 것으로, 축계의 고유진동수 1차 모드가 축의 최대 작동 회전수 보다 15% 이상의 여유를 갖기 위해서는 기존 유연커플링보다 68 배 이상의 강성 증가가 필요하게 되며, **Fig. 5.15** 의 모드형상에서 보는 바와 같이 유연 커플링의 기능이 상실되지 않음을 알 수 있다. 따라서 축경 및 유연커플링의 강성을 동시에 증가시켜 진동을 제어한다.

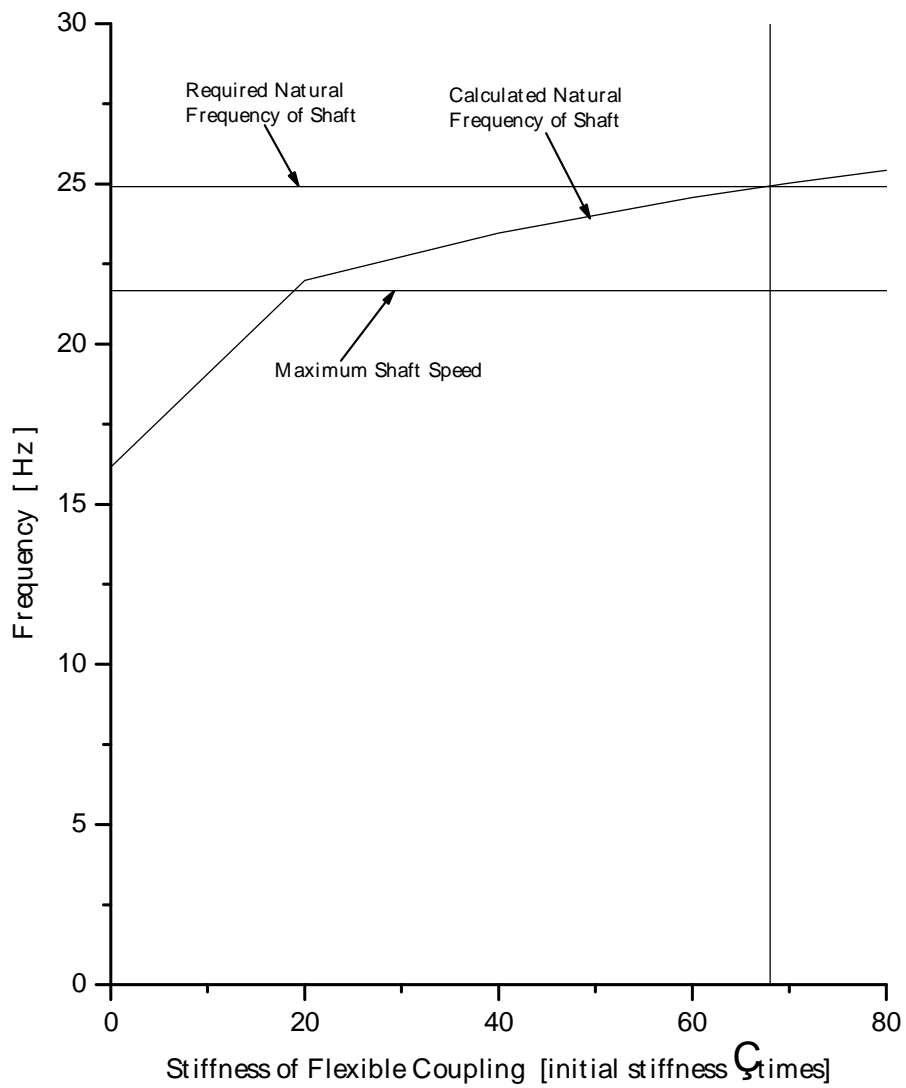




*Fig. 5.14 Model of propulsion shaft section (increasing shaft diameter)*



*Fig. 5.15 Mode shape of propeller shaft (25.0 Hz, increasing shaft diameter and flexible coupling stiffness)*

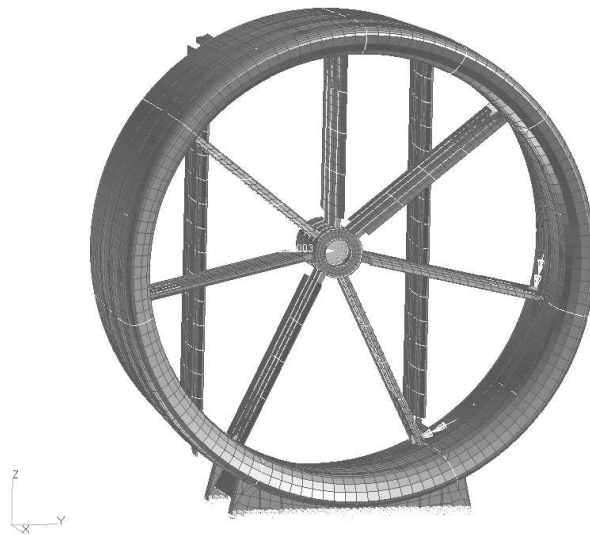


*Fig. 5.16 Natural frequency vs stiffness of flexible coupling (increasing shaft diameter)*

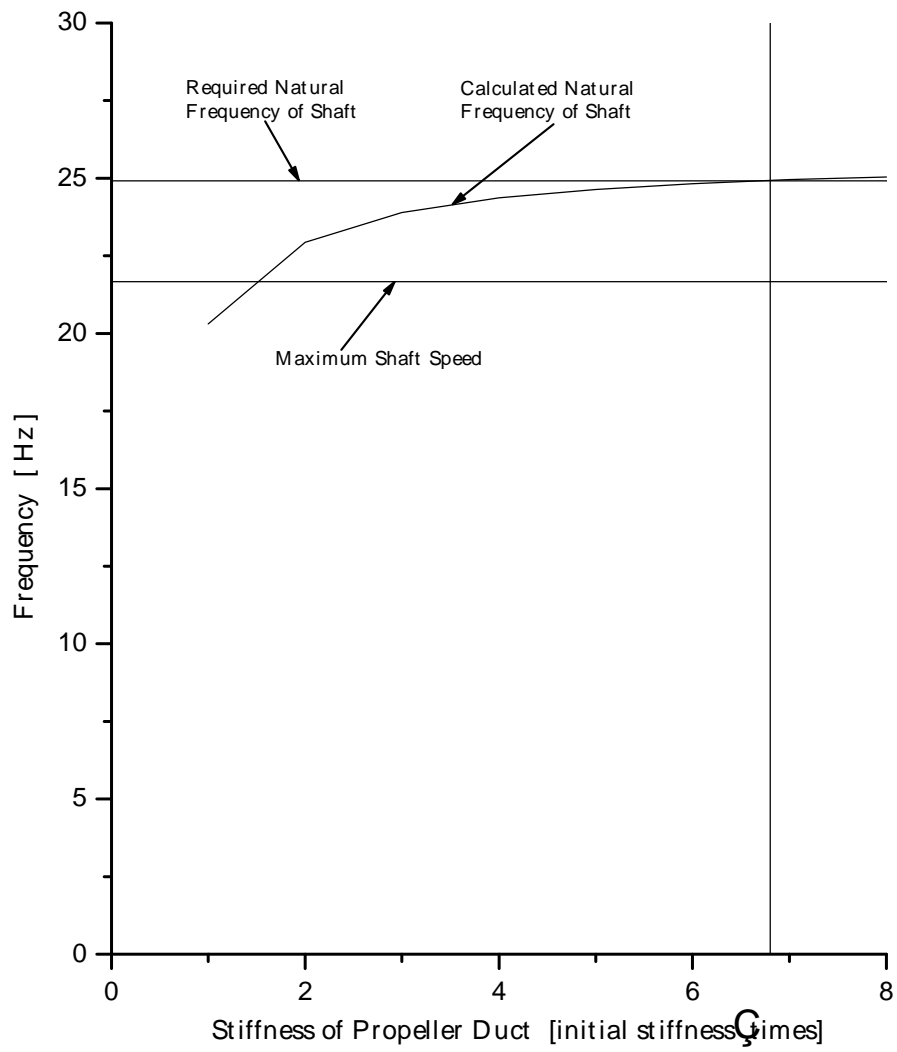
축의 지지강성을 증가시켜 축계의 고유진동수를 변경하는 경우, 베어링 강성은 지지대 강성에 비하여 높은 값으로 무시하기로 하였으므로 베어링 지지대 강성만을 증가시켜 진동해석을 수행한다.

베어링의 지지대는 **Fig. 5.17** 과 같이 프로펠러 덕트의 형상으로 되어 있으며, **Fig. 5.18** 은 지지대 강성의 변화에 따른 고유진동수 변화를 나타낸다. **Fig. 5.18** 에서 고유진동수 1차 모드가 축의 최대작동 회전수 보다 15% 이상의 여유를 갖기 위해서는 기존 지지대보다 5.8 배 이상의 강성 증가가 필요하다.

그러나 **Fig. 5.17** 의 프로펠러 덕트 강성해석 모델에서 보는 바와 같이 덕트는 구조적으로 성능 및 중량을 유지하면서 지지대 강성을 증가시키는 것은 매우 곤란하며, 더구나 5.8 배의 강성을 증가시키기는 불가능하다고 판단된다. 따라서 지지대 강성의 증가에 의한 축계 고유진동수의 증가방법은 타당하지 않다.



**Fig. 5.17** Model for stiffness analysis of propeller duct



*Fig. 5.18 Natural frequency vs stiffness of propeller bearing supports (duct strut)*

### 5.3.3 구동축계

구동축계 해석결과에서 고유진동수와 축 회전수 성분과의 공진을 검토한다. **Table 5.6**은 진동해석 결과 중 첫 4개의 모드를 나타낸 것이며, **Fig. 5.19**의 캠벨 선도에서 알 수 있듯이 작동영역에서 공진 모드는 나타나지 않는다.

**Table 5.6** *Natural frequencies of drive shaft section*

Mode (order)		Natural frequency [Hz]	
		Without gyroscopic effect	With gyroscopic effect (at max. shaft speed)
1st	Reverse	31.7	28.4
	Forward		37.6
2nd	Reverse	158.4	154.4
	Forward		162.4

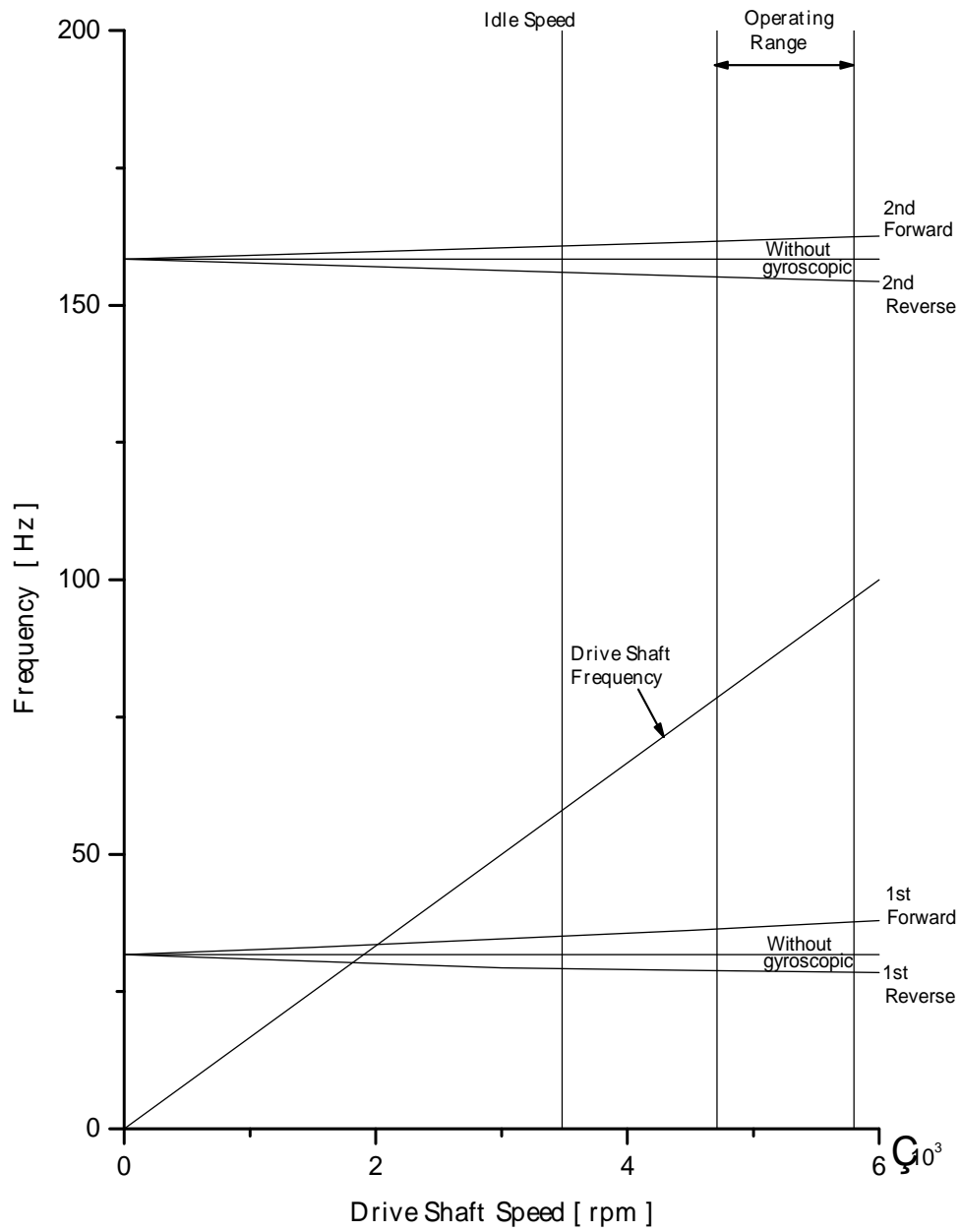


Fig. 5.19 Campbell diagram of drive shaft excitation

### 5.3.4 부양축계

부양축계를 모델화하여 진동해석을 수행하여 첫 4개의 모드에 대해 **Table 5.7**에 나타내었고, **Fig. 5.20**과 같이 캠벨 선도에서 공진유무를 도시하였다. 캠벨 선도에서 보는 바와 같이 1차 모드가 최대 축회전수에 근접되어 있으므로 축계의 유연 커플링 강성을 변경하여 축계의 1차 고유진동수를 증가시켜 분리여유를 15% 이상 확보토록 한다.

**Table 5.7** Natural frequencies of lift fan shaft section

Mode (order)		Natural frequency [Hz]	
		Without gyroscopic effect	With gyroscopic effect (at max. shaft speed)
1st	Reverse	37.4	29.8
	Forward		48.7
2nd	Reverse	101.2	99.5
	Forward		103.1

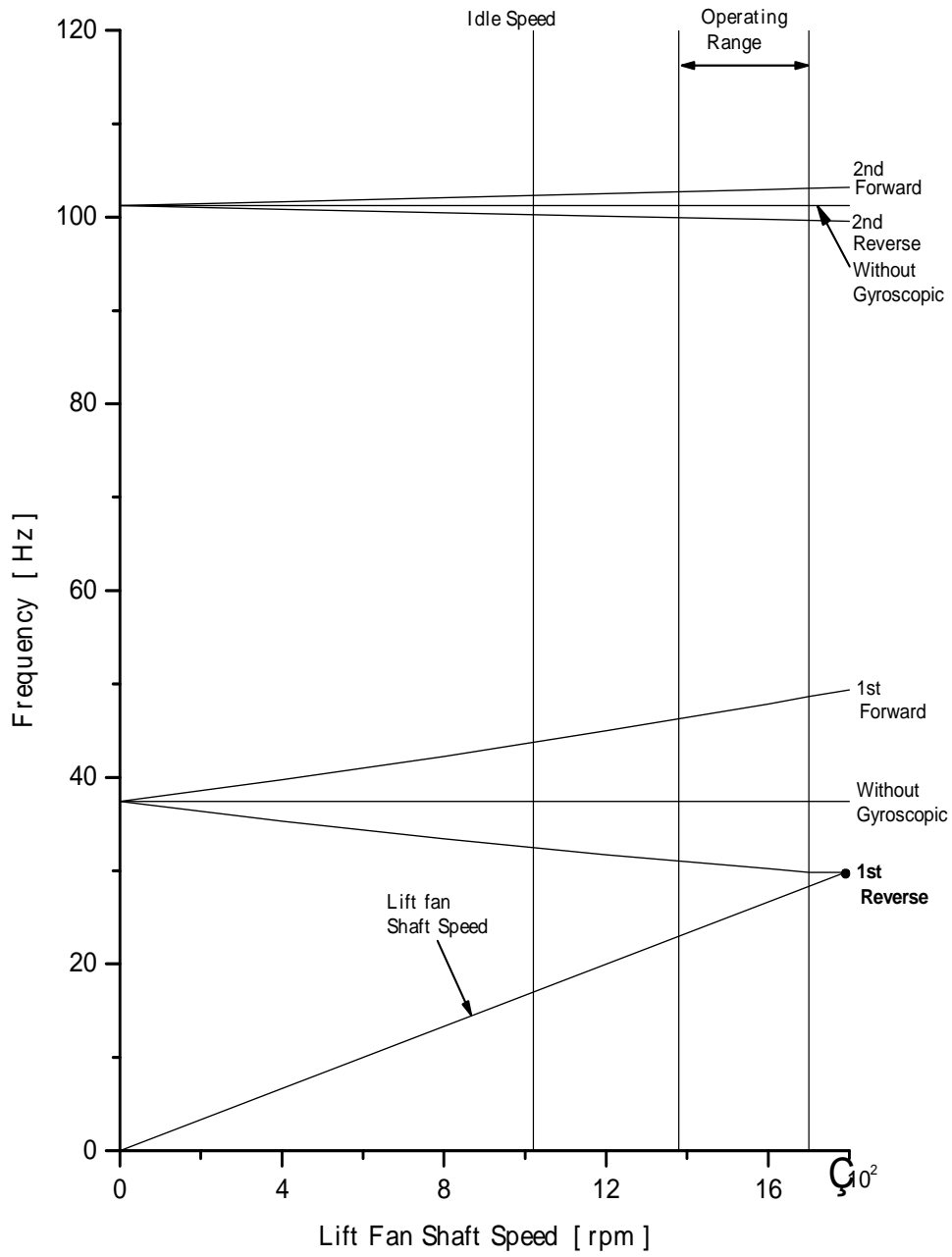


Fig. 5.20 Campbell diagram of lift fan shaft excitation



## 5.4 횡진동 계측 및 평가

### 5.4.1 서언

5.3.2 항에서 검토한 추진축계의 횡진동 해석 및 진동제어 결과를 확인하기 위하여 계측을 실시하였다. 진동 계측은 시운전시 프로펠러 전부 베어링부에 수평 및 수직방향의 진동 감지기를 설치하여 수행하였다. 축계 횡진동 계측에 사용된 계측장비는 다음과 같다.

■ 진동신호 검출 : Accelerometer

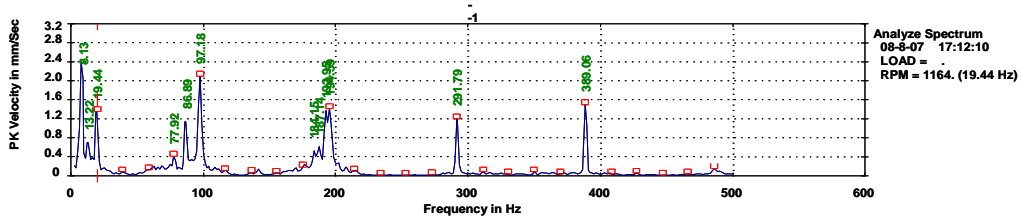
Model	CSI-361L
Frequency Range	1.0 Hz ~ 10.0 kHz
Sensitivity	100 mV/g
Amplitude linearity	±1 %
Shock Limit	5 000 gPk

■ Data Collection 및 주파수분석 : FFT

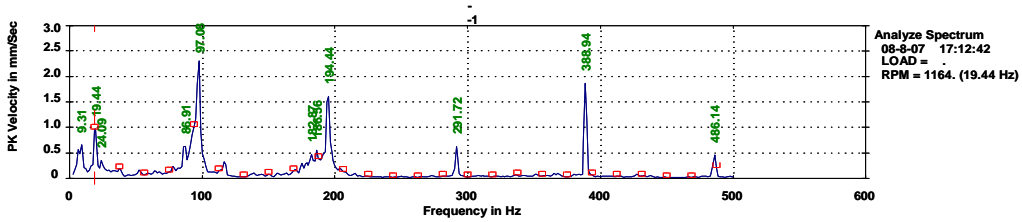
Model	CSI-2130
Frequency Range	1.0 Hz ~ 80 kHz
Input Channel	2 channels
Dynamic Range	90 dB 이상
A/D Converter	16 bit
Zoom Resolution	0.01 Hz

### 5.4.2 계측 및 평가

*Fig. 5.21, Fig. 5.22* 는 실제 운용시 프로펠러 부분의 진동을 계측한 값이다. *Fig. 5.22*, 프로펠러 최대회전수에서 계측한 값은 수직방향, 축회전수 1차 주파수에서 4.4 mm/s 로 FAA(Federal Aviation Administration) 프로펠러 진동기준치<sup>[12]</sup> 0.25 IPS (=6.35 mm/s)를 초과하지 않는 양호한 값으로 진동제어가 적절하였음을 보여 준다.

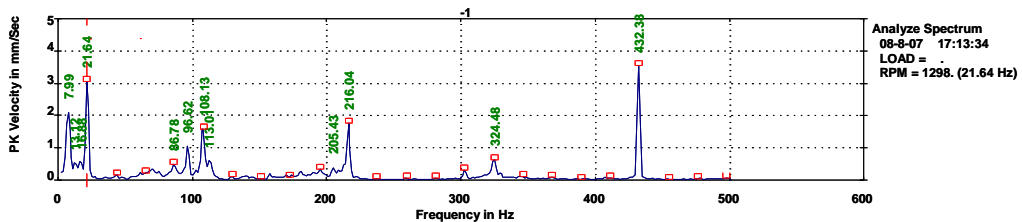


(a) Horizontal direction

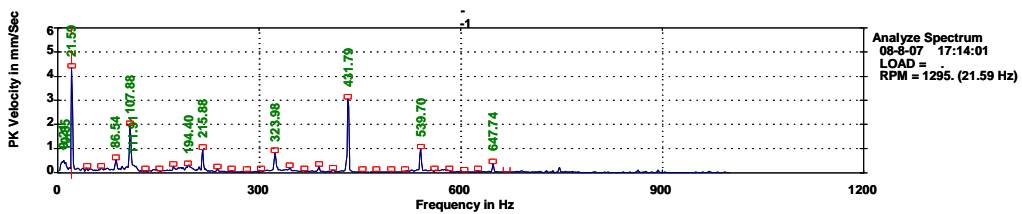


(b) Vertical direction

*Fig. 5.21 Results of lateral vibration measurement (propeller section @1164rpm, MCR 90%)*



(a) Horizontal direction



(b) Vertical direction

*Fig. 5.22 Results of lateral vibration measurement (propeller section @1298 rpm, MCR 100%)*

## 5.5 소결론

본 연구에서는 공기부양선 유연탄성축계의 자유횡진동 해석을 수행하여 고유진동수 및 모드형상을 해석하였고, 자이로스코픽 효과에 의한 고유진동수 변화를 검토하였다. 또한 공진하는 횡 고유진동수에 대하여 강제진동해석을 수행하여 선체가 고속회전 및 피칭하는 경우 축에 부가되는 자이로모멘트에 의한 공진의 유해여부를 파악하였고 공진점 회피를 위한 축설계 변경을 검토하였다. 이에 대한 해석은 상용 프로그램인 ANSYS code를 이용하여 해석하였다.

따라서 추진 및 부양 축계에 있어서 횡진동에 대한 진동특성 및 진동제어를 검토한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 축계를 집중질량계로 3개의 모델로 구분하여 모델링하여 횡진동 해석을 수행하였으며, 각 해석결과 자이로스코픽 효과가 고유진동수에 큰 영향을 주는 것을 확인하였으며 고속으로 회전하는 공기부양선의 축계 진동해석에 주요 고려사항임을 확인하였다.
- (2) 고속으로 회전 및 피칭하는 공기부양선의 축계에는 선체 운동에 의한 자이로모멘트가 부가되어 작동영역 내에 고유진동수가 위치할 경우 진폭이 과대하여 유해한 진동을 유발하므로 고유진동수가 작동영역에 위치하지 않도록 제어가 필요하다.
- (3) 고유진동수 제어에 가장 효과적인 방법은 축 유연커플링 및 축의 강성을 동시에 변화시키는 방법이다.

## 제 6 장 결 론

공기부양선 추진 및 부양 축계 시스템에서 발생하는 비틀림, 종, 횡진동을 효과적으로 평가, 제어하기 위해서 본 연구를 수행하였으며, 본 연구에서는 이러한 축계 시스템의 진동특성을 검토하기 위하여 축계 기진원, 해석모델 및 진동해석 방법 검토, 그리고 진동 계측 및 평가를 수행하였으며 이를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 공기부양선의 추진 및 부양 축계 시스템의 기진원은 일반 상선 축계와 다르며, 공기프로펠러 및 부양송풍기가 주 기진원이다.
- (2) 공기부양선 축계는 얇은 중공축과 유연커플링의 사용으로 인해 다수의 비틀림 고유진동수가 시스템의 운전영역에서 공진하는 것을 피할 수 없으므로 각 공진점에 대한 유해유무를 평가하여 진동제어를 실시하여야 한다. 공진에 대한 평가는 비틀림 자유진동 해석에 의한 고유진동수와 모드형상에 의해서 판별할 수 있다.
- (3) 공기부양선의 축계 구성품인 프로펠러 블레이드 및 송풍기 임펠러는 유연탄성체이므로 축계의 종진동해석은 설계단계에서 집중질량계에 의한 축계진동 해석 외에 프로펠러 블레이드 및 송풍기 임펠러 대한 3차원 모델에 의한 모드해석으로 종진동을 평가하여 설계에 반영하는 것이 필요하다.
- (4) 고속으로 회전하는 공기부양선의 축계 진동에 자이로스코픽 효과가 주요 고려사항이며 또한 고속으로 회전 및 피칭하는 선체 운동에 의한 자이로스코픽 모멘트의 축계 횡진동에 대한 영향으로 작동영역 내에 고유진동수가 위치할 경우 유해한 진동을 유발하므로 고유진동수가 작동영역에 위치하지 않도록 제어가 필요하다.

(5) 횡 고유진동수 제어에 가장 효과적인 방법은 축 유연커플링 및 축의 강성을 변화시키는 방법이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 이성진, 이채우, “공기부양선”, 교양문화, 1991.
- [2] G.H. Elsley, A. J. Devereux, “Hovercraft Design and Construction”, David & Charles Newton Abbot, 1968.
- [3] Liang Yun, Alan Bliault, “Theory and Design of Air Cushion Craft”, John Wiley & Sons Inc. 2000.
- [4] Howard Harris, Phil Schneider, “Integration of the ETF40B Gas Turbine Engine and FADEC System into the Landing Craft Air Cushion Vehicle”, ASME TURBO EXPO 2000, 2000.
- [5] Headquarters, US Army Material Command, “AMCP 706-201, Engineering Design Handbook, Helicopter Engineering, Part 1 Preliminary Design”, 1974.
- [6] “TF25/KTMI Hovercraft Propulsion System Torsional Analysis”, Stratford Division, Textron Lycoming, 1988.
- [7] 송승훈 “산업용 송풍기의 진동저감에 관한 연구”, 한국소음진동학회 1999년도 추계학술대회 논문집, pp. 492~497, 1999.
- [8] 손선태, 김정렬, “공기부양선의 추진 및 부양축계 비틀림 진동 해석 연구”, 한국마린엔지니어링학회지, 제31권, 4호, pp. 335~342, 2007.

- [9] 옥유관, “모드해석법에 의한 분지를 갖는 추진축계의 합성 비틀림 진동계산에 관한 연구”, 한국해양대학교 대학원 석사학위 논문, 1988.
- [10] 전효중, 김의간, 옥류관, 이돈출, “여러개의 분지를 갖는 동력장치의 비틀림진동 해석” 한국박용기관학회지, 제13권, 제2호, pp. 117~138, 1989.
- [11] 전효중, “여러 개의 분지를 갖는 동력장치의 비틀림 진동해석”, 한국과학재단, 1989.
- [12] 전효중, “User’s manual of TRATOVI”, pp. 40~70.
- [13] 전효중, 이돈출, “추진축계 진동론”, 다솜출판사, pp. 81~89, 2003.
- [14] 한국기계연구소, “공기부양정의 소음해석 및 진동소음 예측”, 1989.
- [15] Peter Kohnke, “ANSYS, Inc. Theory”, Twelfth Edition SAS IP, pp. 15-22~17-44, 2001.
- [16] Neville F Rieger “The Relationship Between Finite Element Analysis and Modal Analysis” Stress Technology Incorporated, Rochester, Newyork, 1986.
- [17] 김경득, “기어전동 회전축계의 진동해석”, 부경대학교 대학원 석사학위 논문, 2000.
- [18] J. S. Rao, “Rotor Dynamics”, John Wiley & Sons Inc, 1983.
- [19] 손선태, 길병래, 김정렬, “공기부양선의 추진 및 부양축계 종진동 해석 연구”, 한국마린엔지니어링학회지, 제31권, 6호, pp. 768~776, 2007.

- [20] 김영주, 고장권, 김의간, 전효중, “내연기관 크랭크축계 종진동에 관한 연구”, 한국박용기관학회지, 제6권, 제2호, 1982.
- [21] Y.Kang, Y.-P. Chang, J.-W. Tsai, L.-H. Mu, Y.-F. Chang, " An Investigation in Stiffness Effects on Dynamics of Rotor-Bearing-Foundation Systems", Journal of sound and vibration (2000) 231(2), pp 343~347, 2000.
- [22] 전효중, 박용남, 박현호 “선박추진축계 종진동 및 횡진동의 전산프로그램 개발에 관한 연구”, 한국박용기관학회, 1986.
- [23] 양보석, “회전기계의 진동”, 인터비전, 2002.
- [24] 山本敏男, 太田博, “機械力學”, 朝倉書店, 1997.
- [25] Den Hartog, "Mechanical vibrations" New York: McGraw-Hill, 1956.
- [26] 류재완, “기어이의 변동 메쉬 강성을 고려한 비틀림 진동해석” 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1999.
- [27] Zbigniew Osinski “Damping of vibration” Brookfield, 1998
- [28] Michel Lalanne, Guy Ferraris, "Rotordynamics Prediction in Engineering", John wiley and Son, 1998.
- [29] K.J Rumford, R. Andrejczyk, “Use of Control Feedback Theory to Understand Other Oscillations”, Gas turbine and Aeroengine Congress ASME, 1988



- [30] TEC Aviation Division "Guide to Propeller Balancing", 1996.
- [31] ISO 1940/1, "Balance Quality Requirements of Rigid Rotors." International Organization for Standardization, 2003.
- [32] MIL-STD-167-1 (SHIPS), "Mechanical Vibrations of Shipboard Equipment." Department of the Navy, Naval Ship Systems Command, 1974.
- [33] MIL-STD-167-2 (SHIPS), "Mechanical Vibrations of Shipboard Equipment." Department of the Navy, Naval Ship Systems Command, 1974.
- [34] ISO 10816 "Mechanical vibration - Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts" International Organization for Standardization, 2001
- [35] KS B 6311 "송풍기의 시험 및 검사 방법", 한국산업규격, 2001.
- [36] C. R. Burrows, M. N. Sahinkaya, " Vibration control of multi-mode rotor-bearing systems", Proc. R. Soc. Lond. A 386, pp.77~94, 1983.
- [37] Eduard Malenovsky "Using the Modal Method in Rotor Dynamic Systems" International Journal of Rotating Machinery, 9(3), pp 181~196, 2003.

- [38] 정경렬, 이종범, 한성호, 최길봉, “무인헬리콥터 로터 블레이드의 구조적 진동특성 분석 및 시험에 관한 연구” 한국소음진동공학회지 제5권 제2호, pp. 215~224, 1995.
- [39] Erwin Krämer, “Dynamics of Rotors and Foundations”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993.
- [40] K. Balaji, K. Sriram, V. Ramnanurti, “Development of use-frendly programs for static and dynamic analysis of radial impellers”, Advances in Engineering software 31(2000), pp. 775~791, 2000.
- [41] 손선태, 길병래, 조권희, 김정렬, “공기부양선의 추진 및 부양축계 횡진동 해석에 관한 연구”, 한국마린엔지니어링학회지, 2007. (투고중)
- [42] Norman H. Jasper, “A Theoretical Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shaft-Disk Systems”, Report 827 NS 712~100, 1954.