工學碩士 學位論文

강인 제어 기법을 이용한 4륜 조향 차량의 제어기 설계 및 성능 평가

Vehicle Control and Performance Analysis of 4WS Passenger Cars using Robust Control Techniques

指導敎授 柳 三 相

2000年 2月

韓國海洋大學敎 大學院

機 械 工 學 科

李 炅 憲

本 論文을 李炅憲의 工學碩士 學位論文으로 認准함

主審 : 工學博士 朴權夏 ㊞

副審 : 工學博士 金煥成 ㊞

副審 : 工學博士 柳三相 ㊞

2000年 2月

韓國海洋大學教 大學院

機 械 工 學 科

李 炅 憲

목 차

Abstract

In this dissertation, a lateral control design is presented for automatic steering of active four-wheel steering (4WS) vehicles for highway driving. The linearized two degree-of freedom (2 DOF) equations for the lateral dynamics are derived using the Newton's equations. A robust controller using μ-analysis and synthesis is designed for a linear model of a passenger cars moving a given path. The performance of the robust controller is then evaluated using simulation studies.

It is shown that the presented control method possesses the inherent advantages that are robust to complex uncertainty for typical driving maneuvers. Finally, the active 4WS vehicle achieves good performance for a wide range of uncertainty in the highway operating conditions.

기 호

β	:	차량 측면 미끄럼 각
$\dot{r}$	:	요우 속도 ($\dot{r} = \frac{d}{dt}\psi$)
$C_{\alpha f}$	:	전륜 선회 강성계수
$C_{\alpha r}$	:	후륜 선회 강성계수
M	:	차량 질량
V	:	CG에서 차량의 속도
I_{zz}	:	z 축에 대한 차량의 질량 관성 모멘트
l_f (l_r)	:	전(후) 축과 CG 사이의 거리
l_w	:	차량의 측면에서 공기역학의 중심점과 CG와의 거리
f_w	:	차량의 측면에서 공기역학의 중심에 작용하는 바람의 힘
δ_f (δ_r)	:	전(후)륜 조향각
α_f (α_r)	:	전(후) 타이어의 미끄럼 각
$L = l_f + l_r$	:	축간 거리
a_y	:	차량의 횡방향 가속도
F_f (F_r)	:	전(후) 타이어의 측면 힘
A^*	:	행렬 A 의 공액 전치 행렬
$\bar{\sigma}(A)$	:	행렬 A 의 최대 특이치
$\underline{\sigma}(A)$	:	행렬 A 의 최소 특이치
$trace(A)$	:	행렬 A 의 대각선 요소의 합
$\rho(A)$	:	행렬 A 의 스펙트럼 반경(Spectral Radius)

Δ : **모델 불확실성**

$$G(s) := \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array}\right] := C(sI - A)^{-1}B + D$$

제 1 장 서 론

1.1 연구 동향

차량의 조향 장치는 크게 Two Wheel Steering(2WS), Four Wheel Steering(4WS)으로 나눌 수 있다. Ackermann은 분포 질량을 앞축과 뒷축에서 집중된 질량으로 가정을 하고 횡방향 움직임과 요우 움직임이 있는 4WS Model을 정립하고 연구하였다. [11] [16] 4WS는 차량에서 자이로를 통하여 요우속도 (r)와 전륜 축에서 가속도미터(accelerometer)로 측면 가속도 (a_y), 속도 센서로서 속도(V)등을 측정하여 이 들을 피드백 시키고 제어함으로서 운전자가 원하는 성능을 얻고, 차량의 안정성과 조향 성능의 향상을 위한 연구를 하였다. [7], [8], [16] [18]

조향 방법으로는 후륜이 어떠한 동적인 보상(dynamic compensation) 없이 전륜에 비례하는 조향각을 갖도록 제어하는 방법, 고속 시에도 과도 상태의 요잉(yawing)과 미끄럼 각 응답을 향상시키기 위해 약간의 지연을 가지고 전륜의 조향 동력을 피드백하여 동 위상으로만 조향 하도록 하는 방법, 차량의 과도 주행상태에서도 차체 미끄럼 각이 최소로 될 수 있도록 위상지연 제어(phase lag control) 또는 역 위상제어(phase lead control) 방법, 차체 미끄럼 각을 최소화하기 위한 방법으로서 앞 차축에 작용되는 횡 가속도를 측정하여 주어진 횡 가속도와 비교한 후 차이를 보정 할 수 있도록 후륜을 조

향 하는 방법, 그리고 차체 미끄럼 각을 보정하는 경우와는 달리 차체의 요우운동이 과도 주행상태에서 일찍 정상상태로 전환될 수 있도록 차체의 요잉 각 속도를 측정하여 뒷바퀴 조향각의 피드백 제어 신호로 사용하는 방법 등이 지금 까지 연구되고 있다. [8] [10], [17] [19]

1.2 연구 내용

본 연구에서는 보다 능동적인 조향 장치를 설계하기 위하여 H_∞와 μ-Analysis and Synthesis를 적용함으로써 차량이 각종 외란 및 모델 불확실성(model uncertainty)에 의한 영향을 최소화하고 조종 안전성을 확보함으로써 승차감 향상을 꾀하도록 하였다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구를 하였다. 첫째, 차량의 조향 모델을 Bicycle Model (single track model)로 만들고 이 모델을 수학적으로 모델링을 하였다. 둘째, 차량의 각종 변화 요소와 외란(disturbance), 계측잡음 등을 포함하여 모델에 대한 모델링의 오차를 감소시켰다. 셋째 H_∞와 μ 제어 기법을 이용하여 능동적인 조향 제어기를 설계하고 그에 대하여 성능을 평가하였다. 세부적으로는 차량의 선회 시에 운전자가 운전대를 조작함으로 해서 발생되는 횡방향의 운동에 관심을 가지고 이것에 의해 나타나는 조종성과 안정성이 어떠한 결과를 발생하는지에 대하여 알아보고자 하였다. 또한 안정성 부분에 있어서는 예를 들면 고속 주행 중

에 횡방향으로 돌풍이 발생하게 될 때, 외부 힘이나 외란 들이 생길 때 조향에 어떠한 영향을 주게 되는지를 검토하고, 그리고 임으로 주어진 곡면 도로를 따라서 차량이 정확히 추적을 하게되는지를 알아보고자 하였다. 이러한 차량에 대하여 차선을 추적하는 알고리즘을 설계하고 여기서 다루게 될 제어 기법인 H_∞ 와 μ 를 도입하여 횡방향 추적 알고리즘에 대하여 적용을 하고 제어기를 설계함으로 해서 보다 나은 조향 성능을 발휘하고자 하였다. 또, 그러한 제어기법을 통한 제어 시스템의 분석하고자 하였다.

1.3 연구 목적

첫째, 운전자의 조향 입력에 대하여 차량의 횡 방향 가속도(lateral acceleration)를 최소화시킨다. 둘째, 외부 외란(disturbance)에 대하여 차량의 반응을 최소화시킨다. 셋째, 고속에서 차량이 선회 시에 모든 궤도에서 미끄럼 각(vehicle sideslip angle)을 최소화시킨다. 넷째. 차량의 선회 시에 주어진 곡면 도로를 추적하는데 있어서 오차를 최소화 시켜서 원하는 경로로 추종을 하게 만든다. 다섯째, 설계된 제어기가 불확실성 하에서 강인 안정성(robust stability)과 강인한 성능(robust performance)을 가진다. 이러한 목적을 달성하는 것은 차량의 횡방향 안정성(lateral stability)과 승차감(ride comfort) 향상의 역할을 담당하게 되는 것이다.

제 2 장 차량 운동 및 운동 방정식 유도

2.1 Bicycle Model (Single-Track Model)

차량의 몸체는 강체로 간주하고 앞부분과 뒷부분의 각각의 타이어는 하나로 합해진 모델 즉, Bicycle 모델을 사용하였다.

이 모델은 평면에서 모델링 하였을 때 차량의 방향 운동 특성을 충분하게 반영할 수 있는 간단화된 모델이며 Fig.1과 같이 차량의 수직방향 좌우 회전(yaw motion)과 횡방향 미끄럼 (side slip motion)이 있는 2자유도 모델로 선택을 하였다.

Fig.1의 Single Track Model에서 전륜 부분은 Fig.2와 같이 된다. 후륜 부분도 마찬가지로 Fig.2와 같이 고려하여 전개한다. ([7] [10], [17] [18])

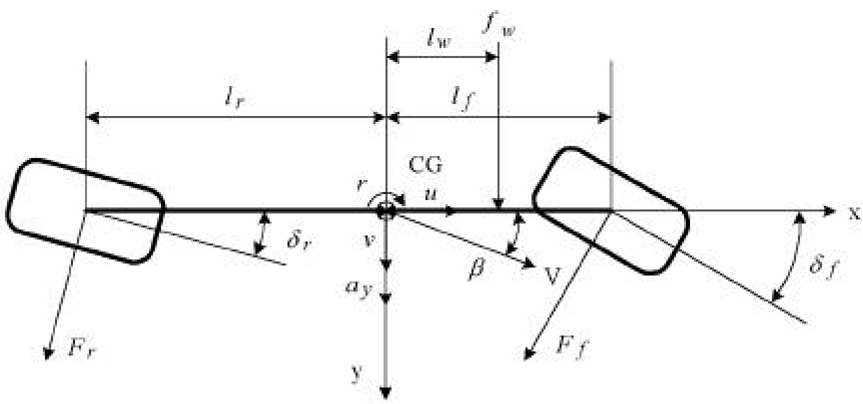

Fig.1 Single-track vehicle model

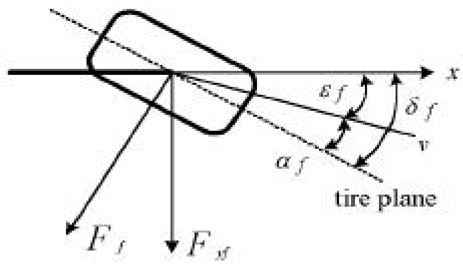

Fig.2 Tire slip angle diagram
(front tire)

2.2 차량의 운동 방정식을 유도하기 위한 가정

선형적으로 해석을 하기 위하여 차량은 일정한 속도로 선회를 한다고 가정을 하며, 일정한 범위 내의 횡방향 가속도(lateral acceleration)를 가진다고 가정한다.

① Tire Sideslip Angle (α)과 선회력 (F_y)과의 관계

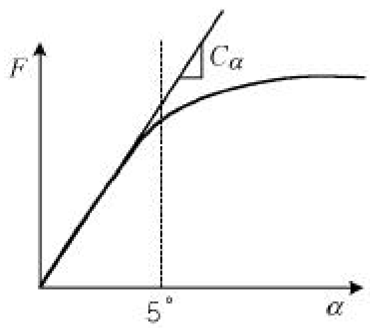

Fig.3 Cornering force characteristics

선회력(cornering force)은 차량의 타이어 Side Slip Angle과 다음과 같은 관계가 있다. Fig.3에서 보듯이 약 $\alpha \leq 5^\circ$ 정

도까지는 α가 증가함에 따라 선회력 F도 선형적으로 증가함을 알 수 있다. ([4] pp. 198 200, [6] pp. 29 33)

그러면 작은 각에 대하여 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = C_{\alpha}\,\alpha \tag{1}$$

(1)에서 C_{α}는 비례 상수가 되며 물리적 의미는 Cornering Stiffness이다. 그러면 각각의 타이어의 선회력은 (2)와 같이 된다.

$$F_{yf} = C_{\alpha f}\,\alpha_f$$

$$F_{yr} = C_{\alpha r}\,\alpha_r \tag{2}$$

즉, 타이어의 횡력과 미끄럼 각이 선형적으로 비례하는 선형 타이어 모델을 사용하게 되었다. 횡 가속도가 $6\ m/s^2$ 이하가 된다고 가정하였으며 차량의 횡 미끄럼 각이 $5°$ 이하가 된다는 가정 하에 선형 자동차 모델을 이용하여 선형적으로 해석을 한다.

2.3 SAE에 의한 좌표계 및 운동 변수

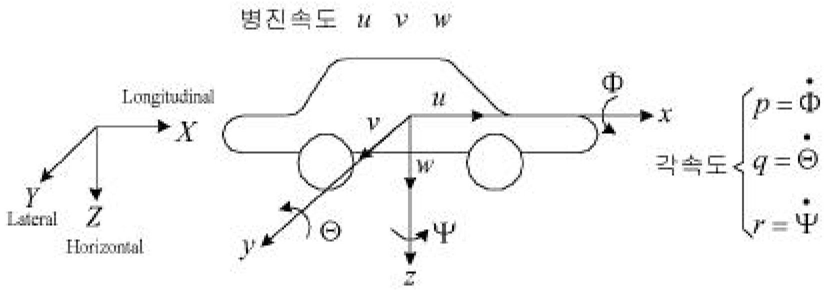

Fig.4 Vehicle axis system (6DOF)

Fig.4에서 차량을 3차원 좌표계에서 보면 6자유도계로 운동을 하게 된다. x, y, z 축을 중심으로 병진 운동을 하는 속도성분은 각각 u, v, w 가 되며 회전운동을 하는 각 성분은 각각 roll(Φ), pitch(Θ), yaw(Ψ)가 된다. 또 각 성분을 미분한 각속도 성분은 각각 p, q, r 이 된다.

2.4 차량의 2자유도 운동 방정식

요우(yaw motion)와 측면 미끄럼(sideslip motion)의 2자유도계 모델에 대하여 모델링을 하기 위하여 수학적인 모델링을 하기 위하여 아래와 같이 전개한다. 타이어 측면 미끄럼각(side slip angle)을 계산하기 위하여 (3) (5)와 같이 고려한다. Fig.2에서 타이어 측면 미끄럼 각(α_f)는 (3)과 같이된다.

$$\alpha_f = \delta_f - \varepsilon_f \tag{3}$$

$$\varepsilon_f = \tan^{-1}\left(\frac{v + l_f r}{u}\right)$$

만약, ε_f 가 작은 각이라고 가정을 하면

$$\varepsilon_f = \tan^{-1}\left(\frac{v + l_f r}{u}\right) \simeq \left(\frac{v + l_f r}{u}\right)$$ 가 된다.

$$\alpha_f = \delta_f - \varepsilon_f = \delta_f - \left(\frac{v + l_f r}{u}\right) \tag{4}$$

후륜의 경우도 마찬가지로 (4)와 같이 유도를 하면 (5)가 된다.

$$\alpha_r = \delta_r - \varepsilon_r = \delta_r - \left(\frac{l_f r - v}{u}\right) \tag{5}$$

Fig.1의 Single Track Model에서 Newton의 제 2법칙을 이용하여 차량의 힘과 모멘트의 운동 방정식을 유도한다.

y 방향의 힘의 방정식 유도

$$\downarrow + \quad \sum Force = M \cdot a_y \tag{6}$$

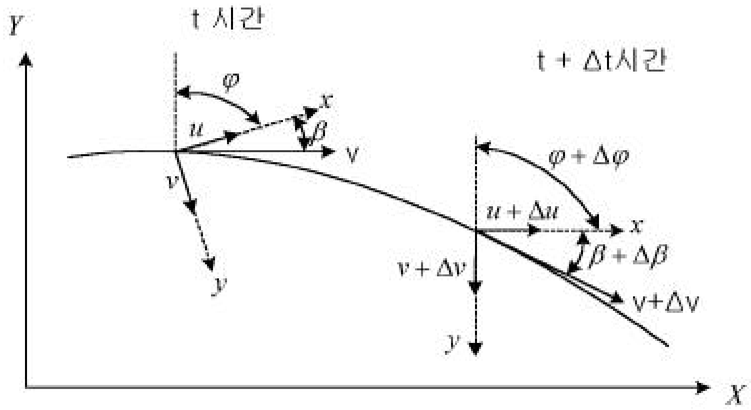

Fig.5 Transient planar motions of a vehicle using axes fixed to chassis

횡 방향 가속도 a_y는 Fig.5에서 (7)과 같이 유도한다.

$$a_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v' - v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v + u\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} + u \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$= \frac{dv}{dt} + ur = \dot{v} + ur \tag{7}$$

횡 방향 가속도(lateral acceleration)를 유도한 결과는 (8)과

같다.

$$a_y = \dot{v} + ur \tag{8}$$

그러면 (6)에서 힘에 관한 방정식을 (9)와 같이 유도한다.

$$M(\dot{v} + ur) = F_{yf} + F_{yr} + f_w \tag{9}$$

여기서 (2)를 대입하면 (10)와 같이 된다.

$$M\dot{v} + Mur = \left(\frac{-C_{\alpha f} - C_{\alpha r}}{u}\right)v - \left(\frac{C_{\alpha f}l_f - C_{\alpha r}l_r}{u}\right)r + C_{\alpha f}\delta_f + C_{\alpha r}\delta_r + f_w \tag{10}$$

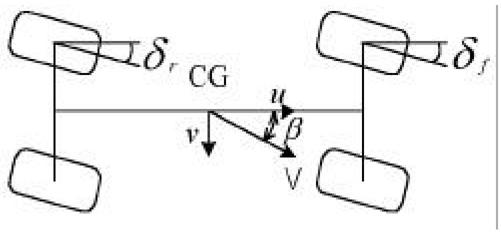

Fig.6 Planar model of 4WS car with steer angle inputs

한편, Fig.6에서 β를 작은 각이라고 가정을 하면

$$v = \beta V$$

$$\dot{v} = \dot{\beta} V$$

$$u \approx V \tag{11}$$

그러면 (10)을 Vehicle Sideslip에 관한 미분 방정식으로 유도 할 수 있다.

$$MV\dot{\beta} = -(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})\beta + \left(-MV - \frac{C_{\alpha f}l_f - C_{\alpha r}l_r}{V}\right)r$$

$$+ C_{\alpha f}\delta_f + C_{\alpha r}\delta_r + f_w \qquad (12)$$

(12)를 Side Slip**의 미분 방정식에 관하여 정리하면**

$$\dot{\beta} = -\left(\frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{MV}\right)\beta + \left(-1 - \frac{C_{\alpha f}l_f - C_{\alpha r}l_r}{MV^2}\right)r$$

$$+ \frac{C_{\alpha f}}{MV}\delta_f + \frac{C_{\alpha r}}{MV}\delta_r + \frac{1}{MV}f_w \qquad (13)$$

Yaw**에 관한 미분 방정식을 유도하기 위하여** z**축 방향의 회전 모멘트 방정식 유도한다**.

$$\circlearrowright + \sum Moment = I_{zz}\dot{r} \qquad (14)$$

그러면 Fig.1**에서 모멘트 방정식은**

$$I_{zz}\dot{r} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} + l_w f_w \qquad (15)$$

(2)**와** (4),(5)를 (15)**에 대입하면**

$$= l_f\left(C_{\alpha f}\left(\delta_f - \frac{v + l_f r}{u}\right)\right) - l_r\left(C_{\alpha r}\left(\delta_r - \frac{l_r r - v}{u}\right)\right) + l_w f_w \qquad (16)$$

(13)**과 마찬가지로** Fig.5**에서** (11)**을 이용하여** (16)**을** Yaw**에 관한 미분 방정식으로 유도 할 수 있다**.

$$I_{zz}\dot{r} = -(l_f C_{\alpha f}\delta_f - l_r C_{\alpha r} l_r)\beta - \left(\frac{C_{\alpha f}l_f^2 + C_{\alpha r}l_r^2}{V}\right)r$$

$$+ C_{\alpha f}l_f\delta_f - C_{\alpha r}l_r\delta_r + l_w f_w \qquad (17)$$

Yaw**에 관한 미분 방정식으로 나타내면** (18)**과 같이 된다**.

$$\dot{r} = -\left(\frac{l_f C_{\alpha f}\delta_f - l_r C_{\alpha r} l_r}{I_{zz}}\right)\beta - \left(\frac{C_{\alpha f}l_f^2 + C_{\alpha r}l_r^2}{I_{zz}V}\right)r$$

$$+\frac{C_{\alpha f} l_f}{I_{zz}}\delta_f - \frac{C_{\alpha r} l_r}{I_{zz}}\delta_r + \frac{l_w}{I_{zz}} f_w \qquad (18)$$

([4]pp. 195 235, [5]pp. 213 241)

2.5 2자유도 모델의 상태 방정식

힘과 모멘트 방정식에서 유도한 미분 방정식 (13)과 (18)을 이용하여 차량의 2 자유도 모델 즉, 차량의 횡 미끄럼(side slip)과 요우속도(yaw rate)를 상태 변수로 선택을 하여 상태 방정식을 만들었다. 상태 변수로는 여러 가지를 고려 할 수 있으나 차량의 횡방향 운동에 관하여 관심의 대상이 되므로 횡방향 운동 변수인 차량의 횡 미끄럼각과 요우속도를 상태 변수로 고려한 것이다. 그러면 상태 변수 x는 $x = \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix}$이 된다.

그리고 입력으로서는 차량에 입력으로 들어가는 외부의 외란에 의한 힘과 그리고 전륜과 후륜의 조향 입력각이 있으며, 각각은 외부 바람의 의한 힘(f_w)을 , 그리고 전륜의 조향각 (δ_f) 를, 후륜의 조향각(δ_r) 을 입력 변수로 선택을 하였다.

$$u = [\ f_w \quad \delta_f \quad \delta_r\ ]^T$$

그러면 상태 변수와 입력 변수로서 (19)와 같이 상태 방정식을 유도 할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad (19)$$

(19)에서 A Matrix 와 B Matrix 는 각각 (20), (21)과 같

다.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{(C_f + C_r)}{MV} & -1-\frac{(C_f l_f - C_r l_r)}{MV^2} \\ -\frac{(C_f l_f - C_r l_r)}{I_{zz}} & \frac{-(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{I_{zz}V} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{MV} & \frac{C_f}{MV} & \frac{C_r}{MV} \\ \frac{l_w}{I_{zz}} & \frac{C_f l_f}{I_{zz}} & -\frac{C_r l_r}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

출력 방정식을 유도하기 위하여 결과의 관심의 대상이 되는 차량의 횡 가속도 (a_y)와 횡 미끄럼 각 Side Slip Angle(β)을 출력 변수로 선택을 하였다. 이것은 횡 방향 운동의 관심의 대상이 되는 요소들이며, 이 변수들의 크기를 줄이는 것이 승차감의 향상과 안정성을 확보하게 되는 중요한 변수들이다.

$$y = \begin{bmatrix} a_y \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$y = Cx + Du \quad (22)$$

(22)에서 C Matrix 와 D Matrix 는 각각 (23), (24)와 같다.

$$C = \begin{bmatrix} \frac{(C_f + C_r)}{M} + \frac{l_f(l_f C_r - l_r C_r)}{I_{zz}} & 1 \\ \frac{(l_f C_f - l_r C_r)}{MV} + \frac{l_f(l_f^2 C_f + l_r C_r)}{I_{zz}V} & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{(l_r + l_w)}{Ml_r} & -\frac{C_f}{MV} + \frac{l_f^2 C_f}{I_{zz}} & \frac{C_r}{MV} + \frac{l_r^2 C_r}{I_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

제 3 장 강인 제어 이론

3.1 노옴(Norm)

Norm이란 제어 시스템의 성능을 기술하는 한가지 방법으로써 관심의 대상이 되는 특정 신호 및 행렬을 크기의 항으로 표현을 하는 방법이다. 여기에는 Signal Norm, Matrix Norm, System Norm 등이 있다. 각각은 아래에서 살펴보고자 한다.

① Signal Norm

1-Norm : $e(t)$의 절대값의 적분 항으로서 (25-1)과 같이 정의를 한다.

$$\| e \|_1 := \int_{-\infty}^{\infty} |e(t)| dt \tag{25-1}$$

$e(t)$의 2-Norm은 (25-2)과 같이 정의한다.

$$\| e \|_2 := \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} e(t)^2 dt \right)} \tag{25-2}$$

$e(t)$의 주파수 영역에서 2-Norm은 (25-3)과 같이 정의한다.

$$\| e \|_2 = \sqrt{\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |e(jw)|^2 dw \right]} \tag{25-3}$$

$e(t)$의 ∞-Norm : $e(t)$의 절대치의 가장 큰 값을 나타내고 있다.

$$\| e \|_\infty = \sup_t | e(t) | \tag{25-4}$$

여기서 sup는 Supremum 즉 Least Upper Bound를 나타낸다. $e(t)$가 Vector Signal일 때는 Vector Norm이라 하며,

$$e(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^n$$

Vector Signal의 2-Norm은 (25-5)와 같다. 이것은 벡터의 각각의 요소의 합의 평방근으로 나타낸다.

$$\| e \|_2 := \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} |e(t)|^2 dt \right)} = \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^T(t) e(t) dt \right)} \quad (25\text{-}5)$$

② Matrix Norm

Matrix Norm은 Induced Norm 이라고도 하며, (26-1)과 같이 정의한다.

$$\|A\|_p := \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p} \quad (26\text{-}1)$$

특별히 행렬 2-Norm($p=2$일 때)은 (26-2)에서도 계산할 수 있다.

$$\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}(A^* A)} \quad (26\text{-}2)$$

또, 행렬 2-Norm은 A의 최대 특이치(maximum singular value)와 같다.

$$\|A\|_2 = \bar{\sigma}(A)$$

Maximum Singular Value에 대해서는 3.2에 서술이 되어있다.

행렬 ∞-Norm($p=\infty$일 때)은 (26-3)과 같이 정의한다.

$$\|A\|_\infty = \max_i \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| \quad (26\text{-}3)$$

③ System Norm

(27)와 같은 시스템에서 살펴본다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \qquad (27)$$

그러면 출력 신호 $y(s)$와 입력 신호 $u(s)$와의 관계는 전달함수 $G(s)$와 (27-1)과의 관계로 나타낼 수 있다.

$$y(s) = G(s)u(s) \qquad (27\text{-}1)$$

전달함수 $G(s)$는 (27-2)에서 구할 수 있다.

$$G(s) := C(sI - A)^{-1}B + D \qquad (27\text{-}2)$$

H_2 Norm과 H_∞ Norm은 주파수 영역에서 (28-1), (28-2)와 같이 정의한다.

H_2 Norm

$$\| G \|_2 := \sqrt{\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{trace\ G^*(j\omega)G(j\omega)}\, d\omega \right]} \qquad (28\text{-}1)$$

여기서, $trace(A)$는 $trace(A) := \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$으로 구할 수 있다.

H_∞ Norm

$$\| G \|_\infty := \max_{\omega \in \boldsymbol{R}} \bar{\sigma}\,[G(j\omega)] \qquad (28\text{-}2)$$

H_∞ Norm는 $G(s)$에서 가장 큰 값을 나타내고 있다.

3.2 특이치분해(Singular Value Decomposition)

Singular Value Decomposition은 임의의 행렬 A에 대하여

최대 특이치(largest singular value)**와 최소 특이치**(smallest singular value)**를 구하기 위한 방법이다**.

$A \in \boldsymbol{C}^{m \times n}$ **일 때** U **와** V**를 각각** (29-1), (29-2)**에서와 같이 구해내면**

$$U = [u_1, u_2, \ldots, u_3] \in \boldsymbol{C}^{m \times m} \quad (29\text{-}1)$$

$$V = [v_1, v_2, \ldots, v_n] \in \boldsymbol{C}^{n \times n} \quad (29\text{-}2)$$

U**는** $m \times m$ Unitary **행렬이며**, V**는** $n \times n$ Unitary **행렬이다**. **그러면 행렬** A**는** (30)**과 같이 구하여 낼 수 있다**.

$$A = U\Sigma V^* \quad (30)$$

(30)**과 같이 나타내면** Σ_1**의 대각선 요소로 행렬** A**의 특이치**(singular value)**들이 나타나게 된다**.

(30)**에서** $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_p \end{bmatrix}$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_p \geq 0, \quad p = \min\{m, n\} \quad (30\text{-}1)$$

(30-1)**에서 행렬** A**의 최대 특이치** σ_1**은**

$\sigma_1 = \sigma_{\max}(A) = \bar{\sigma}(A)$ **로 구할 수 있다**.

또한 $\bar{\sigma}(A) = \sqrt{\lambda_{\max}(A^*A)}$**와 같이 나타낼 수 있다**. **여기서** $\lambda_{\max}$**는 최대 고유치이다**.

또, 행렬 A의 최소 특이치 σ_p는 $\sigma_p = \sigma_{\min}(A) = \underline{\sigma}(A)$ 로 구할 수 있다.

또한 $\underline{\sigma}(A) = \sqrt{\lambda_{\min}(A^*A)}$, 여기서 $\lambda_{\min}$는 최소 고유치이다.

3.3 불확실성 (Plant Uncertainty)

물리적인 시스템을 수학적으로 완벽하게 모델링 하는 것은 불가능한 일이며, 이러한 오차를 모델링한 공칭(nominal) 시스템에 포함을 시켜서 고려를 하여야 한다. 그러면 시스템의 오차를 줄여 줄 수 있게 된다. 또 불확실성은 파라미터의 불확실성 요소와 시스템의 동 특성에서 나타나는 구조화되지 않는 불확실성 요소로 두 가지로 나누어서 고려한다.

1) 구조화된 불확실성 요소 (Parametric Uncertainty)

차량의 모델링에 있어서 생기게 되는 불확실성에 대하여 고려해 본다. 차량의 모델링 과정 중에서 필연적으로 발생할 수 있는 불확실성에는 모델링 오차가 있다. 이러한 불확실성 요소를 분석하고 시스템에 어떤 영향을 미치게 될 것인가에 대한 고려는 필수적이라고 볼 수 있다. 실제적으로, 차량은 변수들이 다양한 변화의 소지를 지니고 있다. 그러나 선형화 과정 중에서 이러한 불확실성을 고려하기는 상당히 난해하다. 이런 변수들을 불확실성의 요소로서 생각하고, 불확실성 요소로 포함시킴으로서 실제 모델에 접근하게 되는 것이다.

2) 비구조화된 불확실성 (Unmodeled Dynamics)

첫 번째는 구조화된 불확실성 요소이다. 이것은 주로 저주파수, 중주파수 영역에서 고려되는 것인데, 고 주파수 영역에서는 여전히 불확실성 요소가 존재하게 된다. 고 주파수 영역에서 모델링이 되지 않은 동특성이 실제로는 존재하지만 수학적인 모델링 요소에서는 고려되지 않았으며 이러한 불확실성 요소를 포함시킴으로서 계에 대해서 더욱 실제 모델에 접근하게 된다. 이러한 불확실성 요소를 계에 포함하는 것은 실제적인 계의 완전한 모델이 될 수 있다.

3) 불확실성 요소의 고려

① 덧셈적인 불확실성 (Additive Uncertainty)

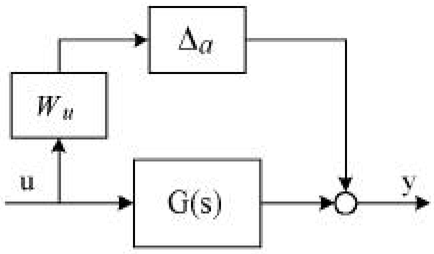

Fig.7 Plant uncertainty with additive perturbation

Fig.7은 덧셈적인 불확실성에 대하여 나타낸 그림이다.
입력과 출력 신호 사이의 관계를 살펴보면

$$y = (G + \Delta_a W_u)u \qquad \| \Delta_a \|_\infty \le 1$$

그러면 실제 전달 함수는 $\widetilde{G}(s)$는 $\widetilde{G}(s) = G(s) + \Delta_a W_u$가 된다.

② 곱셈적인 불확실성 (Multiplicative Uncertainty)

곱셈적인 불확실성 요소에는 Fig.8과 Fig.9에서 나타내었으며 입력 측에서 고려를 하는 경우와 출력 측에서 고려를 하는 두 가지로 나누어서 고려한다.

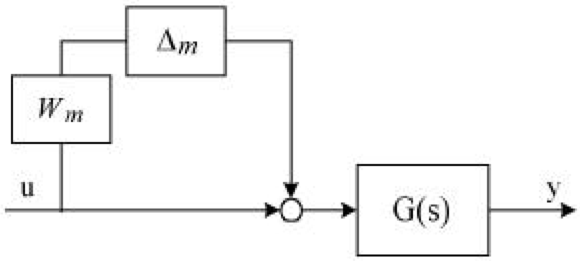

Fig.8 Plant uncertainty with input multiplicative perturbation

Fig.8에서 입력 측에 있는 경우

$$y = G\,(1 + W_m \Delta_m)\,u, \qquad \|\Delta_m\|_\infty \le 1$$

그러면 실제 전달 함수는 $\widetilde{G} = G + GW_m \Delta_m$

본 연구에서 액튜에이터의 특성을 입력 측에 있는 경우로 생각하였다.

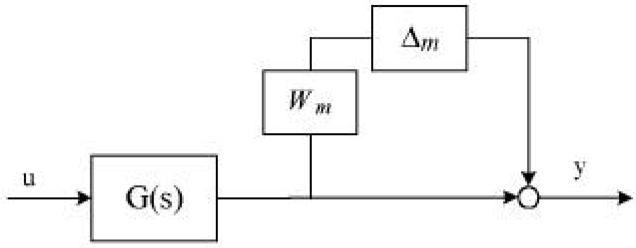

Fig.9 Plant uncertainty with output multiplicative perturbation

Fig.9에서 출력 측에 있는 경우

$$y = (1 + W_m \Delta_m)\, Gu, \qquad \| \Delta_m \|_\infty \le 1$$

그러면 실제 전달 함수는 $\tilde{G} = G + W_m \Delta_m G$

3.4 제어계의 일반적인 구조

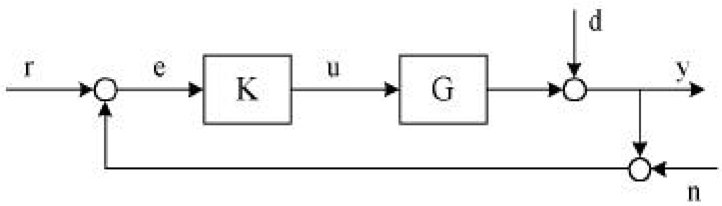

Fig.10 Classical closed-loop feedback system

Fig.10과 같은 구조는 일반적인 고전적 블록선도이다. $P(s)$에서의 입출력 관계를 설명하고 있다. Fig.11은 시스템의 불확실성 Δ와 전달 함수와의 관계, 그리고 제어기 K와 전달 함수

와의 관계, 그리고 전달 함수의 입출력과의 관계를 설명하고 있는 구조이다.

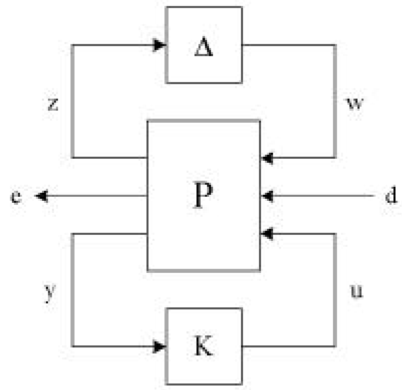

Fig.11 General Framework for robust performance

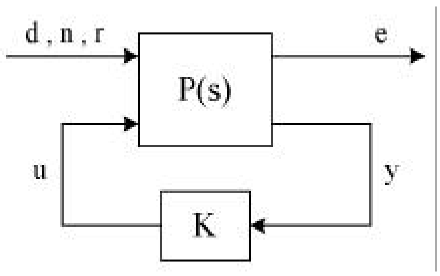

Fig.12 Control synthesis framework

μ를 적용하기 위하여 Fig.10과 같은 구조를 Fig.12와 같은 표준적인 블록선도 형태로 전환을 한다. Fig.12중에서 Fig.13은 $P(s)$부분이며 Open Loop Interconnection을 나타내고 있다.

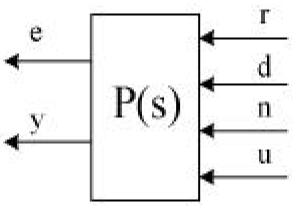

Fig.13 Open-loop interconnection matrix

3.5 Open Loop Interconnection

Fig.11의 고전적인 블록 선도에서 Fig.12와 같은 표준형 블록선도로 변환을 한다. 그러면 System Matrix $P(s)$에 대하여 제어기 K를 제외한 부분과 구분 지어 입력과 출력 부분을 분리하는 형태로 만들 수가 있다.

$$\begin{bmatrix} e \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ed} & P_{eu} \\ P_{yd} & P_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \tag{31}$$

(31)에서 d와 e사이의 전달 함수(T_{ed})를 구하여 보면 (32)과 같다.

$$\frac{e}{d} = P_{ed} + P_{eu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yu} = T_{ed} \tag{32}$$

3.6 LFT (Linear Fractional Transformation)

LFT는 Open Loop Interconnection 구조로 만들기 위하여 System Matrix 와 제어기 K의 입출력 관계를 전달함수에 포함시키는 과정을 나타내는 Lower LFT와 System Matrix와 불확실성의 입출력 구조를 전달 함수에 포함시키는 과정을 나

타내는 Upper LFT의 두 가지로 구분 지을 수가 있다.

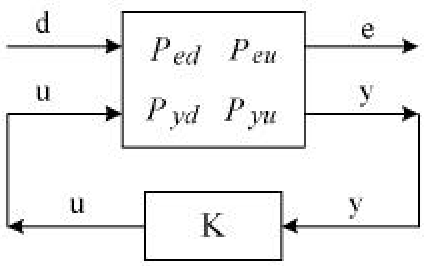

Fig.14 Generalized plant with lower LFT

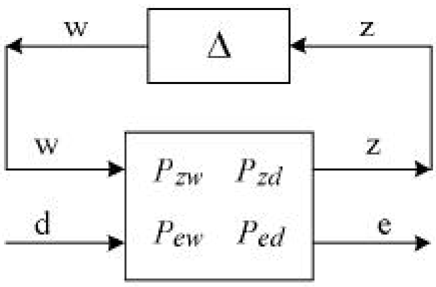

Fig.15 Generalized plant with upper LFT

1) Lower LFT계산법

Fig. 14에서 보면

$$e = P_{ed}d + P_{eu}u$$

$$y = P_{yd}d + P_{yu}u$$

$$u = Ky$$

가 됨을 알 수 있다.

공통된 부분 입력 u와 출력 y를 입력 d와 출력 e사이의 전달 함수에 포함을 시키면

$$e = [P_{ed} + P_{eu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yu}]d \qquad (33\text{-}1)$$

(33-1)은 Lower LFT라고 하며 $F_L(P, K)$로 나타낼 수 있다.

2) Upper LFT계산법

Fig. 15에서 보면

$$z = P_{zw}w + P_{zd}d$$

$$e = P_{ew}w + P_{ed}d$$

$$w = \Delta z$$

가 됨을 알 수 있다.

공통된 부분 입력 w와 출력 z를 제거하고 입력 d와 출력 e사이의 전달 함수에 포함시키면

$$e = [P_{ed} + P_{ew}\Delta(I - P_{zw}\Delta)^{-1}P_{zd}]d \qquad (33\text{-}2)$$

(33-2)를 Upper LFT라고 하며 $F_U(\Delta, P)$로 나타낼 수 있다.

3.7 가중함수 (Weighting Functions)

1) 역할과 목적

가중 함수 선택의 역할은 계에 있어서 외부의 신호들이 계에 있어서 주파수에 따른 어떠한 영향을 가지는 가에 대한 이득(magnitude)관계를 결정하며, 목적으로는 각각의 주파수에

따라서 계에 모델링이 어려운 중요한 주파수에는 오차의 범위를 많이 주어 가중치를 많이 준다. 그렇게 함으로써 고려의 대상이 되는 원하는 주파수 영역에서는 오차의 크기를 줄여 줄 수 있게 된다.

2) 가중함수 선택의 선행 조건

① 안정성

예를 들면, $W=\frac{1}{s+1}$ (34-1)

(32-1)과 같은 형태로서 가중함수는 안정하여야 한다.

② Minimum Phase

예를 들면 $W=\frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$ (34-2)

(32-2)와 같은 형태로서 극점과 영점이 s평면의 좌 반면에 있어야 된다.

③ 상수는 모두 만족을 하므로 가능한 형태가 될 수 있다.

3.8 H_∞ Problem

1) H_∞ Optimal Problem

$$\min_{K(s)} \| T_{ed} \|_\infty = \gamma_{opt} \quad (35)$$

(35)에서 입력 신호 d와 출력신호 e사이의 전달 함수의 ∞-Norm을 최소화시키는 제어기 K를 설계한다. 여기서 T_{ed}는

d와 e사이의 폐루프 전달함수이다. 그러면 H_∞ Optimal Problem에서 γ_{opt} 값을 찾아 낼 수 있다. 이러한 경우는 Control Energy가 많이 들어감으로 해서 실용성 부분에서는 약간 부족하다. 또한 H_∞ Optimal Controller는 불확실성 (uncertainty)요소를 고려하지 않으므로 불확실성 요소가 존재하지 않을 경우에는 좋은 성능을 기대할 수 있다. μ를 쓰기 위하여 제일 처음으로 구하는 제어기는 H_∞ Optimal Controller이다.

2) H_∞ Suboptimal Problem

$$\underset{K(s)}{Find}\ \|T_{ed}\|_\infty \le \gamma \tag{35-1}$$

H_∞ Optimal Problem문제의 실용성 문제로 부족한 부분을 보완 할 수 있는 경우로 (35-1)에서와 같이 γ 값을 먼저 설계자가 정한 후에 전달 함수의 크기를 최소화시키는 제어기 K를 설계하는 문제의 형태이다.

$$\begin{bmatrix} \text{Tracking Errors} \\ \text{Control Inputs} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \text{Reference Inputs} \\ \text{Disturbances} \\ \text{Noises} \end{bmatrix}$$

우수한 제어기의 설계를 위해서는 사용자가 줄 수 있는 모든 명령 입력(reference input)과 외부에서 주어지는 외란(disturbance), 그리고 각종 센서들의 계측잡음들에 대하여 외

부의 입력에 대한 추적 오차(tracking error)를 줄이며, 제어 입력 신호(control input)들을 줄이는 것이다. 그러므로 전달 함수 T의 ∞-Norm을 1 이하가 되게 함으로서 입력 신호에 대하여 출력 신호의 크기를 줄여 줄 수 있게 된다.

3.9 μ Value 와 μ Tests

불확실성 $\boldsymbol{\Delta}$를 (36)과 같이 정의하면

$$\boldsymbol{\Delta} = \left\{ diag[\delta_1 I_{r_1}, \cdots, \delta_S, \Delta_1, \cdots, \Delta_F] : \delta_i \in \boldsymbol{C}, \Delta_j \in C^{m_j \times m_j} \right\} \tag{36}$$

$G \in C^{n \times n}$ 일 때 μ 값 ($\mu_\Delta(G(jw))$)은 (37)과 같이 정의된다.

$$\mu_\Delta(G) := \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \boldsymbol{\Delta}, det(I - G\Delta) = 0\}} \tag{37}$$

만약 (36)에서 불확실성 Δ가 $S =$ 임의의 상수, $F = 0, r_1 = n$가 되면 즉, 구조화된 불확실성 요소(parametric uncertainty)만 존재하게 되는 경우이므로

$$\mu_\Delta(M) = \rho(M)$$

이것은 Matrix G의 Spectral Radius와 같게 된다. $\rho(M)$은 Spectral Radius를 나타낸다.

또, (36)에서 Δ가 $S = 0, F =$ 임의의 상수, $m_1 = n$ 이 되면 즉, 비 구조화된 불확실성 요소(unmodeled dynamics)만 존재는

경우이며

$$\mu_{\Delta}(M) = \bar{\sigma}(M)$$

이것은 행렬 G의 최대 특이치와 같게 된다.

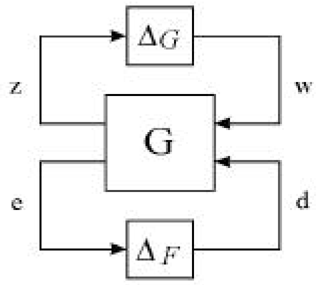

Fig.16 Stability configuration for robust performance

Fig.16에서 행렬 P의 Δ에 대한 주파수 응답을 구하기 위하여 μ를 이용하여 구한다.

$$\Delta_P := \{ diag[\Delta_G \ \ \Delta_F] : \Delta_G \in C^{z \times w}, \ \Delta_F \in C^{e \times d} \} \tag{38}$$

Δ_P는 확대 불확실성(extended uncertainty set)을 나타내며 Δ_F는 가상의 불확실성 부분(fictitious uncertainty)을 나타낸다.

$$\mu_{\Delta}(G) = \mu_{\Delta}[F_U\{\Delta, (F_L(P, K))\}]$$

$$= \min_{\substack{K(s) \\ Stabilizing}} \| F_U(\Delta, (F_L(P, K))) \|_{\mu_{\Delta}} \tag{39}$$

즉, (39)의 조건을 만족하는 제어기를 구하는 것이 μ Controller 의 목적이다.

3.10 안정성 및 성능 평가

1) 공칭 성능 조건 (Nominal Performance : NP)

e와 d사이의 전달 함수가 (40)의 조건을 만족하게 되면 Nominal Performance 조건을 만족하게 된다. 즉, $\Delta_G = 0$ 조건이다.

$$sup\ \bar{\sigma}\,(P_{ed}(j\omega)) \leq 1, \quad \forall\omega \tag{40}$$

2) 강인 안정성 조건 (Robust Stability : RS)

z와 w 사이의 전달 함수가 (41)의 조건을 만족하게 되면 Robust Stability 조건을 만족하게 된다.

$$sup\ \mu_{\Delta_G}\,(P_{zw}(j\omega)) \leq 1\ , \quad \forall\omega \tag{41}$$

3) 강인 성능 조건 (Robust Performance : RP)

Fig.16에서 확대 불확실성(augmented uncertainty) Δ_P에 대하여 전달 함수 P가 (42)의 조건을 만족하게 되면 Robust Performance 조건을 만족하게 된다.

여기서 확대 불확실성 Δ_P는 $\Delta_P = \begin{bmatrix} \Delta_G & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{bmatrix}$이다.

$$sup\ \mu_{\Delta_P}\,(P\,(j\omega)) \leq 1, \quad \forall\omega \tag{42}$$

3.11 D- K 반복법

D는 Scaling Matrix를 나타내고 있으며 K의 크기를 줄이기 위하여 사용된 행렬이며 여기서 K는 μ Controller를 나타내고 있다. D의 크기를 조절을 함으로서 (39)의 조건을 만족시키는 과정을 반복을 하는 것을 D- K 반복법이라고 한다. (43- 1)과 (43- 2)로서 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mu(K) \le \min_{D \in D} \bar{\sigma}(DKD^{-1}) \qquad (43\text{-}1)$$

$$\min_{K} \left(\min_{D \in D} \|DKD^{-1}\|_{\infty} \right) \qquad (43\text{-}2)$$

① K Step

Scaling Matrix $D(s)$를 고정시키고 Controller K를 구한다.

$$\min_{K(s)} \|DKD^{-1}\|_{\infty}$$

② D Step

$N(K)$를 고정시키고 각각의 주파수에 대하여 $\bar{\sigma}(DND^{-1}(j\omega))$ 값을 최소화시키는 $D(j\omega)$를 구하여 낸다.

③ $\mu_{\Delta}(G) = \mu_{\Delta}[F_U\{\Delta, (F_L(P, K))\}]$의 값이 원하는 범위 내에 들어올 때까지 ①, ②의 반복 루프를 거친다.

제 4 장 차량 운동과 제어 이론의 적용

4.1. 4륜 조향 차량 제어 모델

차량은 Fig.1 과 같이 Yaw Motion과 Side Slip Motion이 있는 2자유도 계 모델로 선택을 하였다.

4.2 전달함수

여기서 공칭(nominal) 모델의 전달 함수는 (44)와 같이 구할 수 있다.

$$G_0(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = C\,(sI - A)^{-1}B + D$$

(44)

그러면 차량의 공칭 모델 전달 함수 $G_0(s)$는 (45) 같은 형태가 된다.

$$G_0(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.0009s^2 + 0.5384s + 2.0368}{s^2 + 629.3s + 1510.8} & \dfrac{-40.9s^2 - 25563.2s - 21100.6}{s^2 + 629.3s + 1510.8} \\ \dfrac{0.00002s + 0.015}{s^2 + 629.3s + 1510.8} & \dfrac{1.3s + 800.2}{s^2 + 629.3s + 1510.8} \end{bmatrix}$$

(45)

4.3 차량 모델의 블록선도

Fig.17은 공칭모델(G_0)와 불확실성(Δ)와 제어기(K)를 포함한 블록선도를 나타내고 있다. 각각의 신호들에 대한 설명은 Table 1에 설명이 되어 있다.

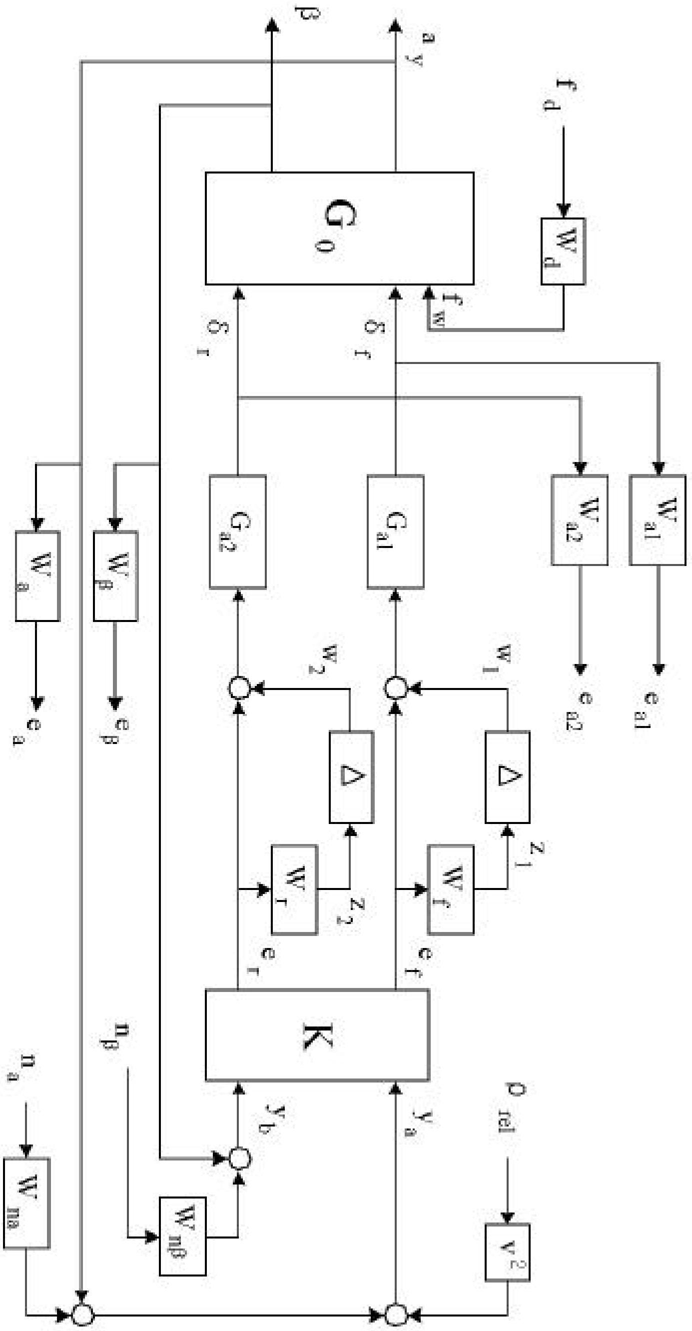

Fig.17 General feedback structure for lateral vehicle control system

Table 1: Description of block diagram for figure.17

외부 바람에 의한 힘	f_d
전륜 조향각	δ_f
후륜 조향각	δ_r
차량의 횡방향 가속도	a_y
차량의 측면 미끄럼	β
액튜에이터	G_{a1} , G_{a2}
불확실성에 대한 가중치	W_f , W_r
외부 외란에 대한 가중치	W_d
액튜에이터로부터 제어 신호의 크기를 알아보기 위하여 나타낸 가중치	W_{a1} , W_{a2}
feedback **되는 신호의 크기를 알아보기 위한 가중치**	W_β , W_a
계측잡음(noise)**에 대한 가중치**	$W_{n\beta}$, W_{na}
횡방향 추적 성능을 알아보기 위하여 주어진 입력	ρ_{rel}
입력을 가속도 항으로 바꾸어 피드백 되는 신호와 비교하기 위하여 곱하는 항	V^2

위와 같은 고전 블록 선도에서 H_∞ **와** μ**로 문제를 해결하기 위하여 일반적인 블록 선도 형태로 바꾼다. 불확실성(** Δ **) 와 제어기(** K**)를 분리 해내어서** Fig.18**과 같은 블록 선도 형태로 바꾼다.**

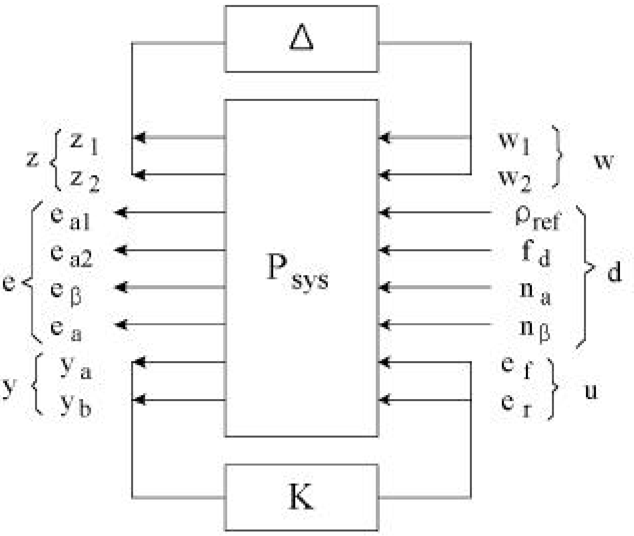

Fig.18 Schematic block diagram of augmented vehicle plant

4.4 Open Loop Interconnection

Fig.18과 같이 제어의 관심이 대상이 되는 계를 중심으로 입력 신호들과 출력 신호들간의 관계를 설명하고 불확실성은 Δ를 중심으로 위로 묶어 두었으며, Controller K를 중심으로 아래로 제어 신호들을 묶어 두었다.

4.5 LFT (Linear Fractional Transformation)

1) Lower LFT

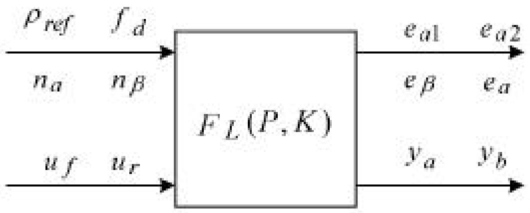

Fig.19 Control system with lower LFT

(33- 1)에서 주어진 식과 같이 공칭 모델(P)와 제어기(K)를 d와 e사이의 전달 함수를 Fig.19에서 (46- 1)에서와 같이 구한다.

$$F_L(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \qquad (46\text{-}1)$$

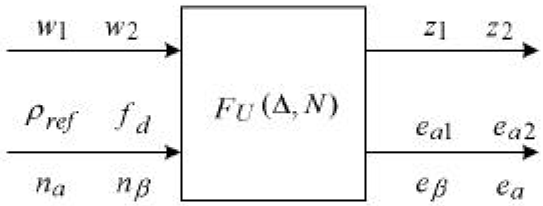

Fig.20 Control system with upper LFT

2) Upper LFT

(33- 2)에서 구한 Lower LFT에 대하여 Fig.20에서 주어진 것과 같이 Upper LFT 구조(46- 2)를 만든다.

$$F_U(\varDelta, N) = N_{22} + N_{21}\varDelta(I - N_{11}\varDelta)^{-1}N_{12} \qquad (46\text{-}2)$$

4.6 가중함수 선정

시스템에 사용된 가중 함수는 다음과 같이 선택을 하였다. 외부 입력으로 들어오는 외란에 의한 가중함수는 저주파수 영역에서 불확실성이 크므로 저주파수 영역에서 오차의 범위를 많이 주었다. 그러므로 가중함수는 (47)과 같이 된다.

$$W_d(s) = \frac{0.1s + 0.8}{0.5s + 1} \tag{47}$$

또한 입력으로 들어오는 계측잡음(noise)은 다음과 같은 형태로 가중치를 주었다. 계측잡음은 저주파수 영역보다는 고주파수 영역에서 불확실성이 커지게 되므로 (48)과 같이 된다.

$$W_{na}(s) = W_{n\beta}(s) = \frac{0.25(s+1)}{0.05s+1} \tag{48}$$

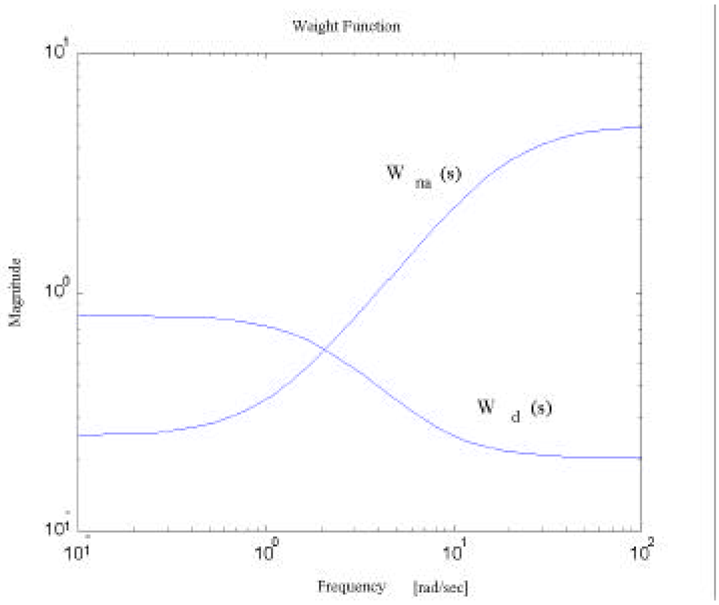

Fig.21 Weight function for $W_{na}(s)$ and $W_d(s)$

Fig.21은 (47)과 (48)의 가중 함수를 주파수 영역에서 작도하였다.

액튜에이터는 (49)와 같은 시스템으로 선정을 하였다.

$$G_{a1}(s) = G_{a2}(s) = \frac{0.001s + 1}{0.1s + 1} \tag{49}$$

액튜에이터에서 나오는 신호는 제어기의 에너지 즉, Control의 크기와 직접적인 상관관계에 있으므로 중요한 신호라 볼 수 있다. 그러므로 그 신호들을 분석 해볼 필요성이 있으며 여기의 신호들은 라디안으로 되어 있고 각각은 (50), (51)와 같은 가중치를 선택하여 각도로 출력을 하였다.

$$W_{a1} = \frac{57.3}{20} \tag{50}$$

$$W_{a2} = \frac{57.3}{15} \tag{51}$$

피드백 되는 크기를 알아보기 위하여 (52), (53)과 같은 가중치를 선택하였다.

$$W_{\beta} = \frac{57.3}{5} \tag{52}$$

$$W_{a} = \frac{1}{6} \tag{53}$$

W_{β}는 Side Slip Angle이 $5°$를 넘지 않는 범위와 W_a는 횡가속도가 $6m/s^2$를 넘지 않는 다고 가정을 하고 가중치를 준 것이다.

본 연구에서 사용된 입력의 형태로 추적을 해야 되는 곡률

입력은 속도의 제곱을 곱해 줌으로써 곡률 입력을 가속도 형태로 바꾸어서 입력을 하였다.

4.7 불확실성

실제적으로 차량은 운동하는 과정에서 변수들이 다양하게 변화 될 수 있는 소지를 지니고 있다. 그러한 차량의 모델을 선형화 시키면서 많은 변화의 요소들이 무시되거나 특성이 축소되었다. 그러나 그러한 요소들을 모두 고려한다는 것은 상당히 어려운 일이며 이러한 변화를 불확실성으로 생각을 하고 차후에 그러한 요소를 포함시킴으로서 실제적인 차량의 모델에 근접을 하게 될 수 있다. 차량의 모델링 과정 중에서 필연적으로 발생되는 불확실성에는 구조화된 불확실성과 비 구조화된 불확실성이 있다. 구조화된 불확실성은 주로 변수들의 변화 범위를 알 수 있다. 즉 상한 값과 하한 값을 추정을 할 수가 있는 그러한 불확실성이다. 그러나 비 구조화된 불확실성은 그러한 값을 추정하는 것이 어려운 실정이다. 그래서 여기에서 불확실성을 아래와 같은 가중치를 줌으로서 실제 모델에 접근을 하였다.

$$W_{p1}(s) = W_{p2}(s) = \frac{0.2s + 2.5}{0.4s + 1.5} \tag{54}$$

불확실성은 전륜 입력, 후륜 입력 두 가지의 신호로 나타나게 되므로 (55)와 같은 형태를 가지게 된다.

$$W_{actuator} := \begin{bmatrix} W_{p1}(s) & 0 \\ 0 & W_{p2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.2s+2.5}{0.4s+1.5} & 0 \\ 0 & \frac{0.2s+2.5}{0.4s+1.5} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Fig.22는 (54)의 가중 함수를 주파수 영역에서 작도하였다.

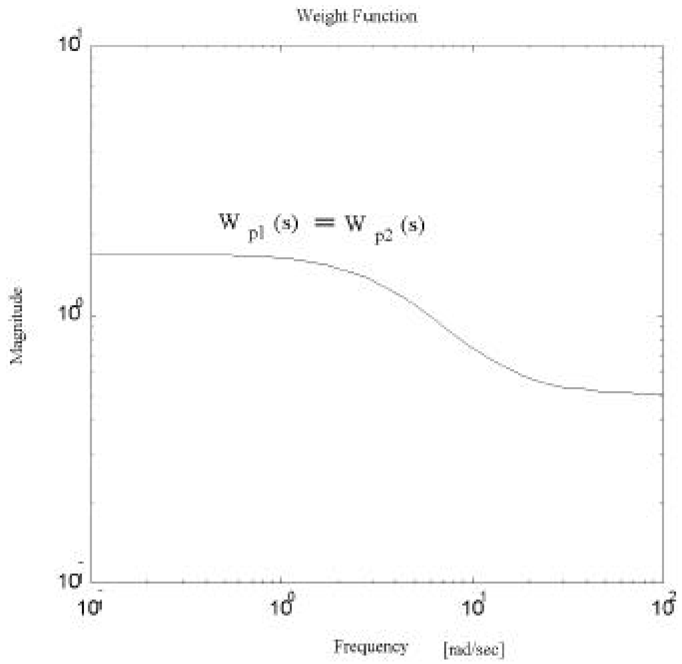

Fig.22 Weight function for $W_{p1}(s)$ and $W_{p2}(s)$

그러면 (55)에서 정의한 액튜에이터를 포함한 실제 시스템은 (56)으로 나타낼 수 있다.

$$G_{real} := \{G_{nominal}(I+\Delta_G W_{actuator}) : \|\Delta_G\|_\infty \le 1\} \quad (56)$$

액튜에이터와 불확실성을 모두 포함한 실제 계는 (57)과 같

다.

$$G_{real} := \left\{ G_0(s) \left(I_2 + \Delta_G(s) \begin{bmatrix} \dfrac{0.2s+2.5}{0.4s+1.5} & 0 \\ 0 & \dfrac{0.2s+2.5}{0.4s+1.5} \end{bmatrix} \right) \right\} \tag{57}$$

제 5 장 시뮬레이션 및 결과고찰

5.1 차량의 데이터 및 조건

시뮬레이션은 Table 2와 같은 데이터들을 사용하였다.

Table 2: Typical vehicle data

M	1500 [kg]
I_{zz}	2400 [$kg \cdot m^2$]
$C_{\alpha f}$	55000 [N/rad]
$C_{\alpha r}$	45000 [N/rad]
l_f , l_r	1.2 , 1.8 [m]
l_w	0.4 [m]
V	100 [km/h]

5.2 H_∞ 제어기 설계 및 μ 제어기의 설계

구한 H_∞ Controller가 안정한지 알아보기 위하여 Table 3과 같은 좌표의 고유치를 조사하였다.

Table 3: Closed-loop poles of H_∞ controller

고유치(Eigenvalues)					
- 3887.52	- 522.84	- 312.24	- 70.96	- 19.04	- 7.54
- 3.65	- 4.04	- 2.00			

고유치가 모두 좌반면에 존재하므로 H_∞ Controller는 안정

한 것으로 판정이 된다. (58)의 $\gamma_{opt} = 5.1634$로 구할 수 있었으며, 이 값은 만족할 만한 값이 못되었다.

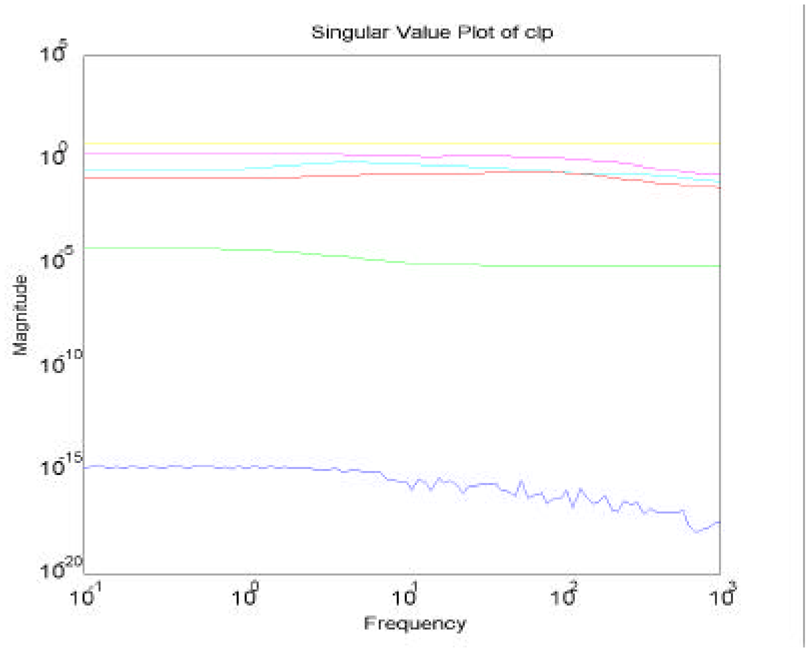

Fig.23 Singular value plot of close-loop system

Fig.23은 Open Loop Interconnection에서 구한 시스템 행렬의 페루프 전달 함수를 구한 후 주파수 영역에서 특이치(singular value)를 나타낸 그래프이다.

Fig. 24는 H_∞ Controller와 Open Loop Interconnection에서 구한 시스템 행렬과의 Lower LFT를 구한 뒤 그 페루프 전달함수의 주파수 영역에 대하여 특이치를 나타낸 그래프이다.

구한 H_∞ Controller에 대하여 강인 안정성(robust stability)

조건과 공칭 성능(nominal performance) 조건을 만족하는지를 알아보고자 한다.

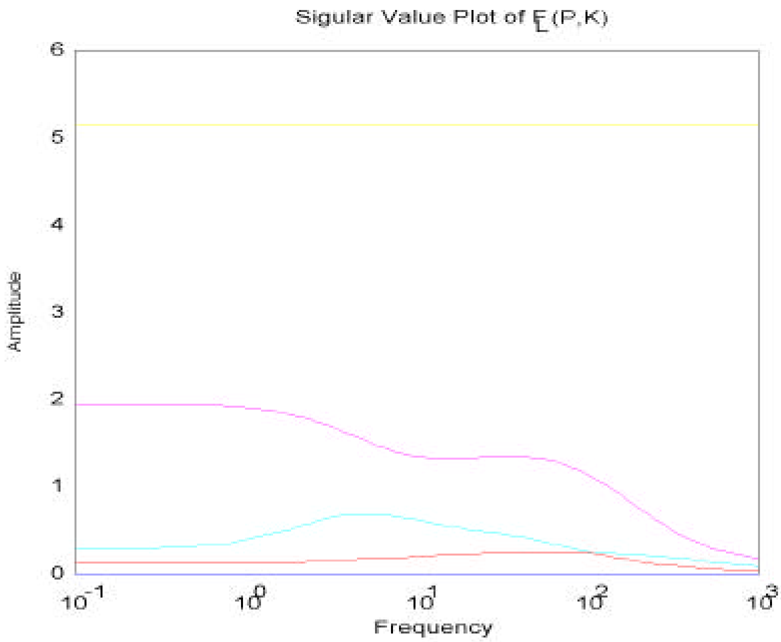

Fig.24 Singular value plot of lower LFT

Fig.25에서 살펴보면 강인 안정성 조건과 공칭 성능 조건이 모두 만족스러운 결과를 얻지 못하였다.

즉, 공칭 성능 조건, 강인 안정성 조건을 만족시키지 못하였다. 그러므로 원하는 성능에 도달하지 않았음을 알 수 있다.

또 강인 성능 조건을 테스트하기 위하여 가상의 불확실성을 고려한다. 그러면 Fig.26에서 강인 안정성 조건을 만족하는지 알아 볼 수 있다.

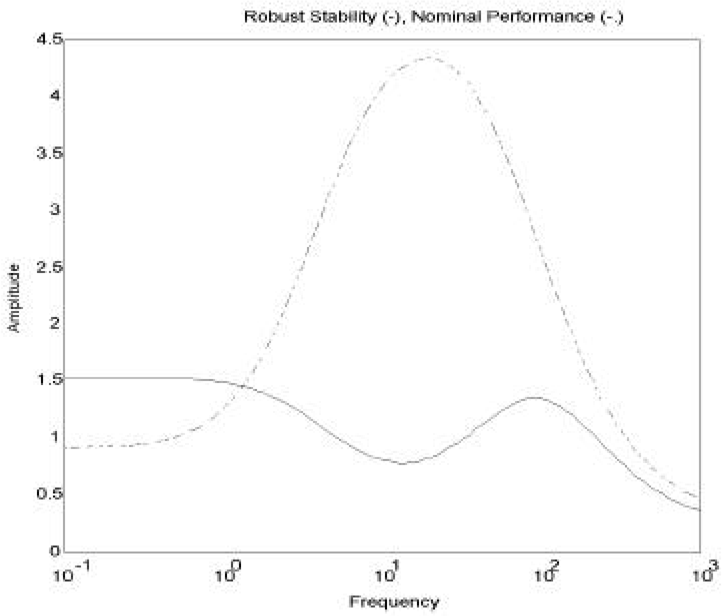

Fig.25 Robust stability and nominal performance

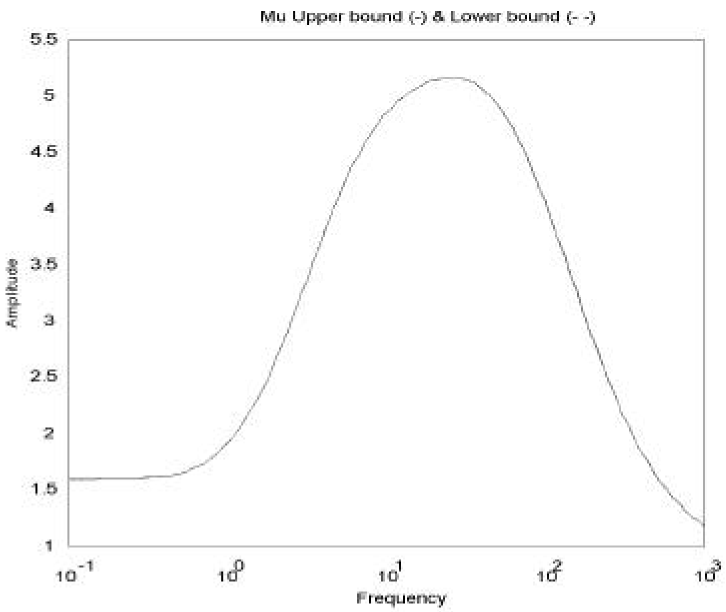

Fig.26 Structured singular values(μ) with upper and lower bounds

Robust Performance (RP) 조건도 만족스러운 결과를 얻지 못하였다. 이것은 NP 조건과 RS 조건이 만족하지 못함으로써 생기는 당연한 결과이며 여기서 D- K 반복법을 통하여 위의 조건을 모두 만족시키고 원하는 성능을 얻기 위하여 D- K 반복 루프를 거친다.

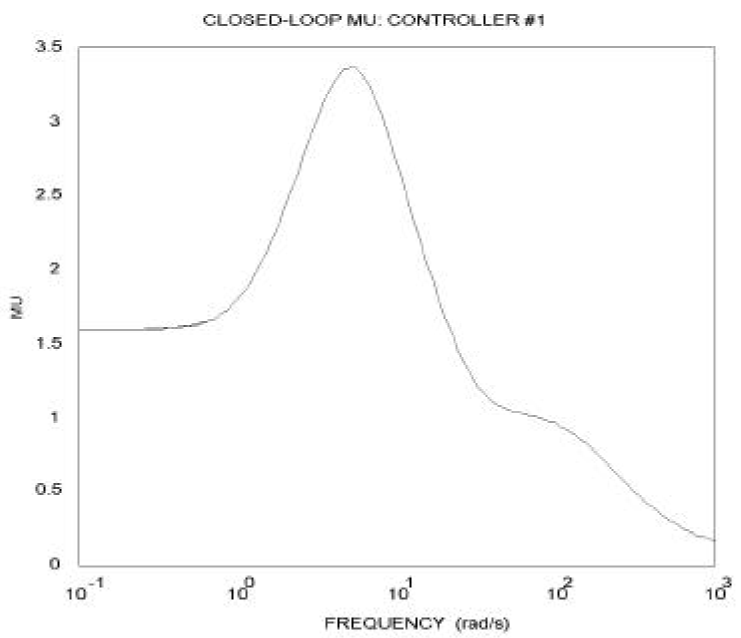

Fig.27 μ value for controller #1

Fig.27은 D- K 반복법의 첫 번째 반복을 거친 후의 μ값을 테스트한 결과의 그래프이다. 마찬가지로 원하는 성능, 즉 NP 조건과 RS 조건을 만족시키지 못함으로서 원하는 성능에 도달하지 못하였다. 그러므로 다시 반복법을 통하여 만족스러운 결과를 얻고자 한다.

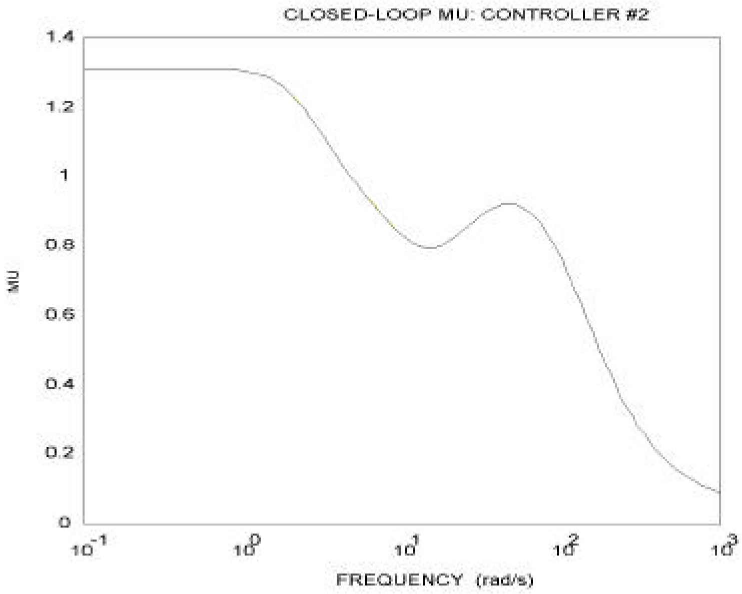

Fig.28 μ value for controller #2

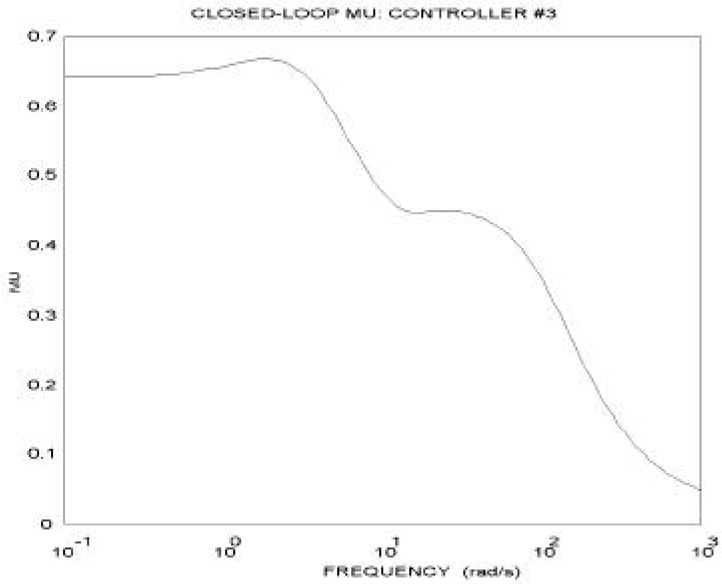

Fig.29 μ value for controller #3

Fig.28은 $D-K$ 반복법의 두 번째 반복을 거친 후의 μ값을 테스트한 결과의 그래프이다. 첫 번째 반복을 거친 후의 결과를 비교해 볼 때 많은 향상을 가져왔지만 여전히 만족할 만한 성능, 즉 NP 조건과 RS 조건을 만족시키는 성능을 발휘하지는 못하였다. 그러므로 다시 반복을 통하여 나은 결과를 얻도록 한다.

Fig.29는 $D-K$ 반복법의 세 번째 반복을 거친 후의 μ값을 테스트한 결과의 그래프이다. 그림에서 알 수가 있듯이 (39)의 조건을 만족하고 있음을 알 수 있다. 이것은 강인 성능 조건을 만족하는 것이다. 따라서 여기서 구한 제어기를 μ Controller라 한다. 이것은 NP 조건, RS 조건, RP 조건을 모두 만족을 함으로서 원하는 성능에 도달하였음을 알 수 있다.

Fig.30은 세 번째 $D-K$ 반복법을 통하여 얻어진 제어기 K에 대하여 공칭 성능 조건과 강인 안정성 조건을 만족하는지 알아보기 위하여 테스트 한 그래프이다. 그림에서 보듯이 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다. 여기서 H_∞ Controller와 μ Controller의 성능을 비교를 하기 위하여 Fig.25와 Fig.30에서 살펴보면 μ Controller가 공칭 성능에서나 강인 안정성 조건에서 비교해 볼 수 있듯이 성능이 월등히 우수하다는 것을 그림에서 알 수가 있다.

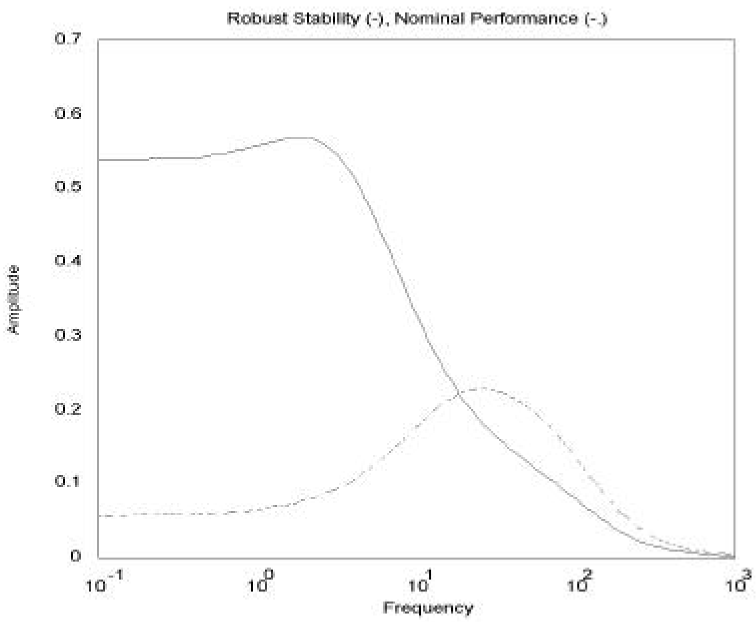

Fig.30 Robust stability and nominal performance for controller #3

각각의 반복법을 요약을 하면 Table 4 **와 같이 요약을 할 수 있다**.

Table 4: D-K iteration summary

Iteration Summary			
Iteration #	1	2	3
Controller Order	9	13	17
Total D-Scale Order	0	4	8
Gamma Acheived	5.584	1.697	0.954
Peak mu-Value	3.370	1.307	0.667

여기서 구한 제어기의 안정성을 알아보기 위하여 Table 5**와 같이 좌표의 고유치를 조사하였다**.

Table 5: Close-loop poles of μ controller

고유치(Eigenvalues)				
- 522.10	- 148.35	- 68.84	- 16.64 + 0.01i	- 16.64 - 0.01i
- 13.55	- 9.11	- 5.49	- 2.86 + 0.01i	- 2.86 - 0.01i
- 1.01	- 1.58	- 64.76	- 64.76	- 1.99
- 2.88	- 2.88			

Table 5**에서 알 수 있듯이 제어기는 안정된 시스템이었다**.

그러면 D- K **반복법에 의하여 구하여진 이 제어기 세 번째 제어기에 대하여 시간 영역에서의 해석을 하도록 한다**.

5.3 시간 영역에서의 해석

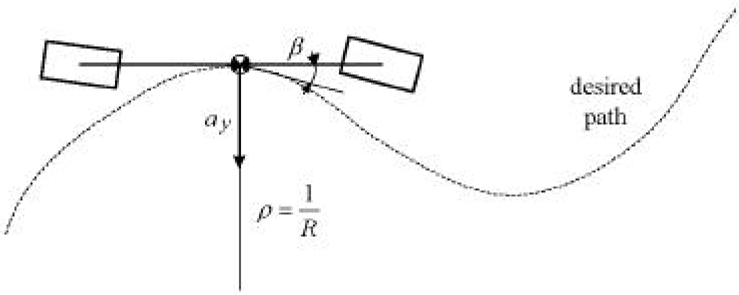

Fig.31 Vehicle maneuver along the desire road path

Table 6: Desired radius (R) of road path in time-domain simulation

시간([sec])	0 2	2 4	4 7	7 10	10
곡률 반경 R ([m])	∞	50	- 60	70	∞

시간 0 2초 사이는 직선 도로이며 2 4초는 진행 방향으로 오른쪽으로 선회하는 곡선 도로, 4 7초 사이는 왼쪽으로, 그리고 7 10초 사이는 오른쪽으로, 10 초는 직선도로를 주행하는 상태를 나타내고 있다.

차량이 Fig.31과 같은 임의의 곡면 도로를 추적할 때의 운전자가 주는 곡률 입력에 대하여 차량이 얼마나 원하는 괘도로 추적을 하는지 알아보고자 한다. 차량의 곡률에 대하여 반경으로 나타낸 결과는 Table 6와 같다.

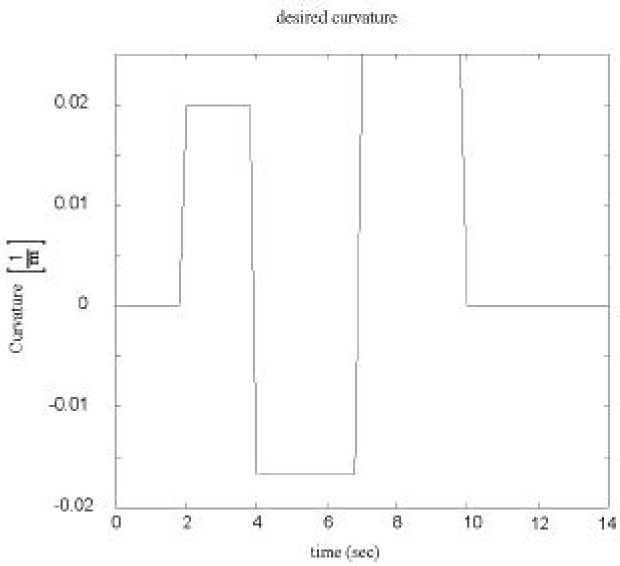

Fig.32 Road curvature input

Fig.32는 운전자의 곡률 입력을 나타낸 그래프이며 이 그래프에 따라서 차량의 횡 미끄럼각과 횡방향 가속도의 경향을 알아보기 위하여 시간 영역에서 시뮬레이션을 하였다. 그 결과의 그래프가 각각 Fig.33 과 Fig.34과 같이 나타나고 있다.

Fig.33은 주어진 곡선 도로에서 운전자가 곡률 입력을 주었을 경우 차량의 횡 미끄럼의 경향을 알아보았다. 실선 부분은 섭동이 없는 경우로 가정을 한 결과이며, 점선 부분 섭동을 넣었을 경우로 해서 해석을 하였다. 그러나 두 가지의 경우 모두 주어진 곡률 입력에 대하여 큰 횡 미끄럼이 발생되지 않았으며 만족할 만한 성능을 보였다.

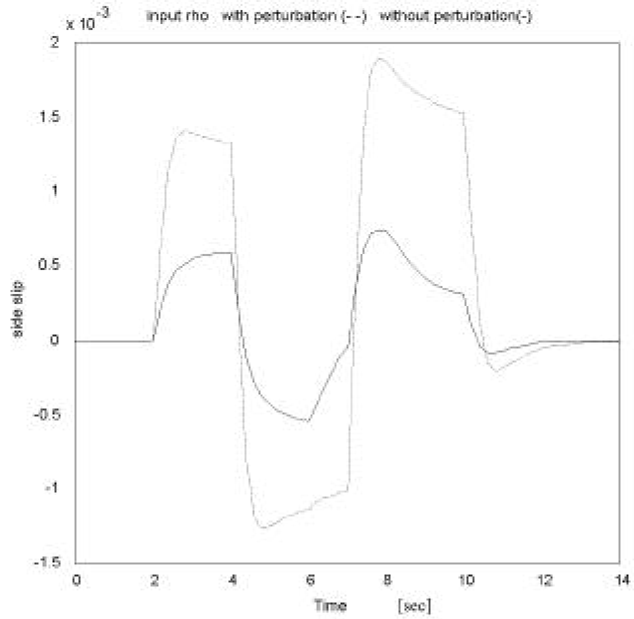

Fig.33 Time-domain response for vehicle side slip

Fig. 34는 주어진 곡선 도로에서 운전자가 곡률 입력을 주었을 경우 차량의 횡 가속도(lateral acceleration)의 경향을 알아보았다. 실선 부분은 섭동(perturbation)이 없는 경우로 가정을 한 결과이며, 점선 부분은 섭동을 넣었을 경우로 해서 해석을 하였다. 그러나 두 가지의 경우 모두 주어진 곡률 입력에 대하여 큰 횡방향 가속도가 발생되지 않았으며 만족할 만한 성능을 보였다.

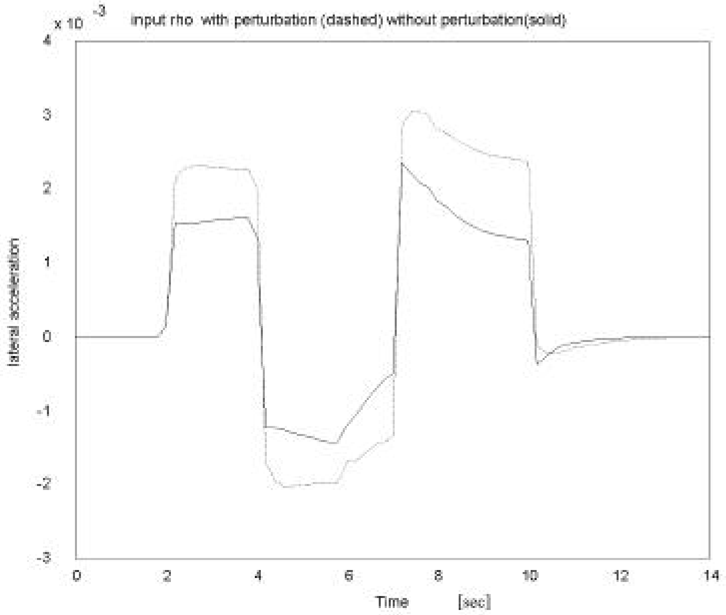

Fig.34 Time-domain response for vehicle lateral acceleration

6 장 결 론

본 연구에서는 차량이 일정한 속도로 선회 시에 운전자가 운전대를 조작함으로 해서 발생되는 횡방향의 운동, 즉 차량의 횡 미끄럼각과 횡 방향 가속도를 줄이는데 관심을 가졌다. 또 임의의 주어진 곡면 도로를 따라서 차량이 정확하게 추적을 하게되는지를 알아보고자 하였다. 이러한 목적을 달성하는데 있어서 H_∞ 와 μ 제어 기법을 도입하여 H_∞제어기와 μ제어기를 설계하였고 시간영역에서 해석을 하여 보았을 때 운전자의 조향 입력에 대하여 차량의 횡방향 가속도를 최소화시켰으며, 차량의 과도 응답 반응을 최소화함으로써 차량이 안정성과 향상을 가져왔다. 고속으로 차량이 선회 시에 모든 궤도에서 횡방향 운동의 성능을 향상시킴으로써 주어진 곡면 도로를 작은 오차로서 추적하였다. 그리하여 승차감 향상과 차량의 방향 안정성을 확보하여 만족할 만한 성능을 나타내었다.

참고 문헌

[1] Aary J. Balas, John C. Doyle, Keith Glover, Andy Packard, Roy Smith, " μ- Analysis and Synthesis Toolbox ", Mathworks, 1995.

[2] Sigurard Skogestad, Ian Postlethwaite, "Multivariable Feedback Control Analysis and Design", John Wiley & Sons, 1996.

[3] Kemin Zhou with John C. Doyle, "Essentials of Robust Control", Prentice-Hall, 1998.

[4] Thomas D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", SAE, 1992.

[5] Giancarlo Genta, "Motor Vehicle Dynamics Modeling and Simulation", World Scientific, 1997.

[6] J. Y. Wong, "Theory of Ground Vehicle", John Wiley & Sons, 1993.

[7] S. S. You, S. K. Jeong, "Vehicle Dynamics and Control Synthesis for Four Wheel Steering Passenger Cars", IMechE (part D), Journal of Automobile Engineering, Vol. 212, 1998.

[8] S. S. You, Y. H. Chai, "Multi-Objective Control Synthesis : An Application to 4WS Passenger

Vehicles”, Mechatronics International Journal, Vol. 9, No. 4, pp 363   390, 1999.

[9] Kiyoshi Wakamatsu, “Adaptive Yaw Rate Feedback 4WS with Tire/Road Friction Coefficient Estimator”, Vehicle System Dynamics, pp. 305～326, 1997.

[10] Shinichiro Horiuchi, “Two Degree of Freedom / H_∞ Controller Synthesis for Active Four Wheel Steering Vehicles”, Vehicle System Dynamics, pp. 275～292, 1996.

[11] Jurgen Ackermann, “Robust Yaw Damping of Cars with Front and Rear Wheel Steering”, IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol. 1, No. 1, 1993.

[12] Jurgen Ackernann, “Robust Decoupling, Ideal Steering Dynamics and Yaw Stabilization of 4WS Cars”, Automatica, Vol. 30, No. 11, pp. 1761～1768, 1994.

[13] Jurgen Ackermann other 1, “Automatic Car Steering Control Bridge over Driver Reaction Time”, Institute of Robotics and System Dynamics Oberpfaffenhofen, 82230 Wessling, 1996.

[14] Wolfgang Sienel, “Estimation of The Tire Cornering

Steffness and Its Application to Active Car Steering", Institute of Robotics and System Dynamics Oberpfaffenhofen, 82234 Wessling, 1995.

[15] Jurgen Ackermann, "Driving Safety by Robust Steering Control", Institute for Robotics and System Dynamics, Oberpfaffenhoffen, D-82230 Wessling, 1994.

[16] Wolfgang Sienel, Jurgen Ackermann, "Automatic Steering of Vehicles Involving Feedforward of The Estimated Track Curvature", 1996.

[17] Yutaka Hirano, Hiroshi Harada, "Development of an Integrated System of 4WS and 4WD by H_∞ Control", Vehicle System Dynamics, 1993.

[18] Oded Yaniv, "Robustness to Speed of 4WS Vehicles for Yaw and Lateral Dynamics", Vehicle System Dynamics, Vol. 27, pp 221～234, 1997.

[19] Erling Aarsand Johanessen, "Dynamic Positioning of Surface Vessel : Multivariable Frequency Analysis and Controller Design", Department of Engineering Cybernetics, 1996.

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 가르침을 주시고, 아낌없는 지도와 조언을 해 주신 유 삼 상 교수님께 진심으로 감사를 드립니다.

논문을 완성하기 위하여 심사를 맡아 주신 박권하 교수님, 김환성 교수님께도 진심으로 감사를 드립니다.

많이 힘이 드는 가운데도 용기를 잃지 않게 힘을 주신 아버님, 어머님께 감사를 드립니다.

실험실에서 동고 동락을 같이하면서 도움을 준 승종, 장영, 승호, 대현에게도 고마움을 잊지 않으며, 모두에게 미래에 많은 발전과 기쁨이 있기를 바랍니다.