



## 工學碩士 學位論文

# RCGA에 기초한 비선형 PID 제어기의 설계

# RCGA-Based Design of a Nonlinear PID Controller

指導教授



蘇建伯







한국해양대학교 대학원



List	of	Tables	 iii
List	of	Figures	 iv
Abst	rac	t	 vi

### 제 1 장 서론

1.1	연구	배경	••••	•••••	 1
1.2	연구	내용	및	구성	 2

### 제 2 장 PID 제어기

2	.1 선형 PID 제어기
	2.1.1 선형 PID 제어기의 구조
	2.1.2 PID 제어기 이득의 영향6
	2.1.3 기존의 동조규칙
2	.2 비선형 PID 제어기
	2.2.1 Chen 등의 NPID 제어기
	2.2.2 Korkmaz 등의 NPID 제어기20

# 제 3 장 제안하는 비선형 PID 제어기

3.1	비선형 PID 제어기의 구조	23
3.2	비선형 PID 제어기의 이득	24
	3.2.1 비선형 비례이득	24
	3.2.2 비선형 적분이득	25
	3.2.3 비선형 미분이득	26
3.3	비선형 PID 제어기 이득의 최적동조	28
	3.3.1 최적화도구로서의 유전 알고리즘	28
	3.3.2 최적 파라미터의 도출	32



### 제 4 장 모의실험 및 결과 검토

4.1 시	스템 [	 ••••••	
4.2 시:	스템 II	 •••••	
4.3 시:	스템 III	 •••••	
4.4 시:	스템 IV	 	
제 5 장	결론	 ••••••••••••••••••••••••••••••	
참고문헌		 ••••••	





# List of Tables

Table	2.1	Effects to parameter changes	7
Table	2.2	PID tuning rule by the Open-loop method	9
Table	2.3	PID tuning rule by the Closed-loop method	10
Table	2.4	PID tuning rule by the IMC method	14
Table	2.5	PID tuning rule by the Cvejn method	17
Table	4.1	Tuned parameters for Process I	35
Table	4.2	Performances for Process I	36
Table	4.3	Tuned parameters for Process II	38
Table	4.4	Performances for Process II	39
Table	4.5	Tuned parameters for Process III	40
Table	4.6	Performances for Process III	41
Table	4.7	Tuned parameters for Process IV	43
Table	4.8	Performances for Process IV	44
Table	4.9	Performances for Process IV with Gaussian noise	45
		1945 1945 0/ 0F LH	



# List of Figures

Fig.	2.1 The PID control system with saturator	3
Fig.	2.2 A nonlinear saturator	5
Fig.	2.3 Response curve for unit step input	8
Fig.	2.4 Closed-loop control system with proportional gain	9
Fig.	2.5 Response curve and ultimate period	10
Fig.	2.6 Closed-loop control system of the IMC	11
Fig.	2.7 Closed-loop control system of the modified IMC	11
Fig.	2.8 Equivalent block diagram with internal model control	12
Fig.	2.9 Closed-loop control system	15
Fig.	2.10 The NPID control system	19
Fig.	2.11 Curves of $K_p(e), K_i(e), K_d(e)$	20
Fig.	2.12 Gaussian error function	21
Fig.	<b>2.13</b> Curves of $K_p(e), K_i(e), K_d(e)$ to absolute of error	22
Fig.	3.1 Proposed the nonlinear PID controller	23
Fig.	<b>3.2</b> $g_p(e)$ shapes to changes of $a_p$ and $c_p$	25
Fig.	<b>3.3</b> $g_i(e)$ shapes to changes of $c_i$	26
Fig.	<b>3.4</b> $e - \dot{e}$ phase plane	27
Fig.	<b>3.5</b> $g_d(e, \dot{e})$ shape to changes of $e$ and $\dot{e}$	28
Fig.	3.6 Structure of a genetic algorithm	29
Fig.	4.1 RCGA-based evolutionary tuning for System I	35
Fig.	4.2 Comparison of set-point tracking responses for System I	36
Fig.	4.3 RCGA-based evolutionary tuning for System II	37
Fig.	4.4 Comparison of set-point tracking responses for System II	38
Fig.	4.5 RCGA-based evolutionary tuning for System III	40
Fig.	4.6 Comparison of set-point tracking responses for System III	41



- Fig. 4.7 RCGA-based evolutionary tuning for System IV ...... 42
- Fig. 4.8 Comparison of set-point tracking responses for System IV ...... 43
- Fig. 4.9 Comparison of set-point tracking responses for System IV with Gaussian noise N(0,0.012) ------ 44





# GA-Based Design of a Nonlinear PID Controller

So, Gun Baek

Department of Control & Instrumentation Engineering, Graduate School, Korea Maritime University

#### ABSTRACT

Over decades PID controller has proven to be a very useful instrument in industrial sites. The generality of PID controllers allows easier design and tuning compared to other complicated controllers in addition to excellent control performance, and enables field engineers to operate them relatively easily. However, despite these advantages, conventional linear PID controllers display a conflicting relationship: a fast response requires large gains which, in turn, gives rise to a large overshoot. There is a tradeoff between fast response speed and less overshoot in actual applications

This thesis presents a nonlinear PID controller that can enhance the tracking performance of the conventional linear PID controller to achieve a desirable fast response with low overshoot. This is performed by introducing a new type of nonlinearities in the controller gains that are time-varying functions in terms of the error and/or error rate. Then, the parameters of the nonlinear PID controller are optimally tuned by a real-coded genetic algorithms (RCGA) such as the integral of time-weighted absolute error (ITAE) performance index is minimized.

A set of simulation works performed on four systems shows the feasibility of using the proposed method.



# 제1장서론

#### 1.1 연구 배경

근래에 지능제어 이론의 발달로 복잡하고 정교한 제어기법들이 많이 개발되 어 왔음에도 불구하고, 아직도 PID 제어기는 산업현장에서 가장 많이 쓰이고 있다. 이런 PID 제어기의 범용성과 편리성은 다른 제어기보다 설계와 동조가 쉽고 또 제어성능이 우수하면서도 현장 기술자들이 비교적 쉽게 조작할 수 있 기 때문이다.

그러나 이런 이점에도 불구하고 기존의 선형 PID(linear PID: LPID) 제어기에 는 상반관계가 존재한다. 즉, 응답속도를 빠르게 하기 위해 이득을 크게 하면 오버슈트가 증가하고, 반대로 오버슈트를 줄이기 위해 이득을 감소시키면 응답 속도가 느려진다. 이런 이유 때문에 실제 적용 시 빠른 응답속도 요구와 작은 오버슈트 발생 요구 간에 적절한 타협이 요구된다[1-2].

최근 이런 근원적인 문제를 해결하기 위해 표준형 LPID 제어기의 구조에 비 선형 요소를 도입하고 온라인으로 변경하는 일련의 연구들이 수행되어 왔고, 이들은 크게 오차신호를 비선형적으로 스케일링한 후 사용하는 방법[3-4]과 제 어기의 세 이득을 비선형 함수로 구현하는 방법[5-8]으로 구분될 수 있다.

첫 번째 유형의 방법으로 Seraji[3]은 오차신호를 비선형적으로 스케일링한 후 LPID 제어기에 입력하는 단순한 형태의 NPID 제어기를 제안하였고, 스케일링 함수로는 시그모이드(Sigmoid)와 쌍곡선(Hyperbolic) 함수의 사용을 검토하였다. Jiang과 Gao[4]은 LPID 제어기의 비례, 미분, 적분 동작 자체를 같은 형태의 비 선형 함수로 구현한 NPID 제어기를 제안하고 차량 ABS(Anti-Lock brake system)의 제동 문제에 적용하였다.

한편 두 번째 유형으로 제어기 이득을 비선형 함수로 구현하는 연구결과들이 발표되어 왔다. Isayed와 Hawwa[5]은 하드디스크 드라이브 서보 시스템에,



Zhang과 Hu[6]은 발전기의 여자 시스템에, Chen 등[7]은 전기유압 서보 시스템 에, Korkmaz[8]은 두 개의 고차 시스템에 적용하여 성능을 향상시켰다. 이들은 모두 표준형 PID 제어기 프레임에 오차 또는 오차의 변화율에 기초한 비선형 함수를 도입하고 있으며, 비선형 함수들은 사용 목적에 따라 다양한 형태를 취 하고 있다[3-8]. 그러나 이상적인 미분동작은 계측잡음이 큰 제어환경에서 사용 되면 미분폭주(Derivative kick) 현상이 일어날 수 있다. 게다가, 제안된 방법들 의 대부분은 복잡한 *sech* 함수나 지수함수를 근간으로 하고 있어 개선의 여지 를 남기고 있다.

#### 1.2 연구 내용 및 구성

본 논문에서는 기존의 LPID 제어기 프레임 속에 세 비선형 이득을 도입한 NPID 제어기를 제안하고 그 파라미터들을 최적화하는 문제를 다룬다. 이를 위 해 NPID 제어기의 세 이득은 동작 중 오차 또는 오차의 변화율에 기초해 수시 로 가변되고 또 원칩 프로세스에서도 쉽게 구현이 가능하도록 단순한 형태의 비선형 함수를 사용한다. NPID 제어기의 파라미터들은 제어기, 포화기, 제어대 상으로 이루어진 전체 제어시스템의 설정값 추종성능을 개선하기 위해 ITAE를 최소화하는 관점에서 실수코딩 유전알고리즘(Real-coded genetic algorithm: RCGA)[9]으로 동조된다. 제안한 방법은 네 종류의 제어대상에 대하여 시뮬레이 션을 행하고 그 결과를 기존의 방법과 비교하여 그 유효성을 검토한다.

본 논문은 총 5장으로 구성되며, 각 장에서 다루고 있는 내용은 다음과 같다. 2장에서는 기존의 선형, 비선형 PID 제어기에 대한 개괄적인 내용을 살펴보고, 3장에서는 세 비선형 이득을 가지는 NPID 제어기를 제안하고 RCGA을 이용하 여 그 파라미터를 최적 동조하는 방법을 다룬다. 4장에서는 제안된 NPID를 이 용하여 시뮬레이션을 실시하고, 기존의 방법과 비교하며 그 유효성을 검증한다. 마지막으로 5장에서는 결과와 고찰을 바탕으로 최종적인 결론을 도출한다.

### 제 2 장 PID 제어기

이 장에서는 제 3장에서 제안될 비선형 PID 제어기와 비교대상이 되는 기존 의 선형 및 비선형 PID 제어기에 대해 살펴본다.

#### 2.1 선형 PID 제어기

#### 2.1.1 선형 PID 제어기의 구조

본 연구에서 다루게 될 폐루프(Closed-loop) 제어시스템은 PID 제어기 C(s), 제어대상 P(s)와 포화기(Saturator)로 구성되며, 그림 2.1은 이를 보여준다.



그림 2.1 포화기를 가지는 PID 제어 시스템 Fig 2.1 PID control system with a saturator

그림 2.1에서 r은 설정값(Set-point), y는 출력, d는 외란, n은 계측잡음, e는 오차, u는 제어입력(포화기 입력), u<sub>sat</sub>는 포화기 출력을 의미한다. 본 논문에서 다루는 설정값과 외란은 계단형이고, 외란은 계측할 수 없는 것으로 간주한다. 그림 2.1에서 *C*(*s*)가 표준형 PID 제어기일 경우에 식 (2.1)과 같이 표시된다.

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \tag{2.1a}$$

- 3 -

$$= K_{p}(1 + \frac{1}{T_{i}s} + T_{d}s)$$
(2.1b)

여기서  $K_p, K_i 와 K_d$ 는 각각 비례이득(Proportional gain), 적분이득(Integral gain)과 미분이득(Derivative gain)을 의미하고,  $T_i 와 T_d$ 는 각각 적분시간(Integral time), 미분시간(Derivative time)을 의미한다.

식 (2.1)의 이상적인 미분동작은 계측 잡음의 변화가 심하거나, 설정치가 갑자기 변경될 경우에는 미분폭주(Derivative kick)로 알려진 바람직하지 않는 현상이 일어날 수 있으므로, 실제 현장에서는 자주 미분항에 저역통과 필터(Low-pass filter)를 삽입한 식 (2.2)의 수정식을 사용하게 된다.

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1 + T_f s}$$
(2.2)

여기서  $T_f = T_d/N$ 는 필터 시정수,  $T_d$ 는 미분시간(Derivative time)이고, N은 최 대 미분이득(Maximum differential gain)으로서 대개 8~20 사이에서 경험적으로 정해지는 상수이고 문헌에는 자주 N=10을 사용하고 있다[1].

식 (2.1) 또는 식 (2.2)의 PID 제어기는 내재된 비례, 적분, 미분 동작이 선형동작이고 또 이들이 고정이득(Fixed gain)으로 선형결합되어 있어서, 시변이득(Time-varying gain)의 결합으로 이루어진 비선형 PID 제어기(Nonlinear PID: NPID)와 구분할 경우에는 선형 PID(Linear PID: LPID) 제어기로 불린다.

한편 포화기는 식 (2.3)의 비선형 수식으로 표시되는 것으로 간주한다.

$$u_{sat} = \begin{cases} u_{\max}, & u > u_{\max} \\ u, & u_{\min} \le u \le u_{\max} \\ u_{\min}, & u < u_{\min} \end{cases}$$
(2.3)

여기서 알 수 있듯이 포화기의 선형구간 내에서는  $u_{sat} = u$ 이고, u가  $u_{max}$ 보다 크면  $u_{sat} = u_{max}$ , 반대로 u가  $u_{min}$ 보다 작으면  $u_{sat} = u_{min}$ 이 된다. 이를 도식적 으로 표시하면 그림 2.2와 같다.



그림 2.2 비선형 포화기 Fig 2.2 A nonlinear saturator

제어기가 포화기의 선형구간 내에서 동작하고 잡음이 무시될 경우에는 전체 제어시스템의 입출력 관계는 식 (2.4)과 같이 쓸 수 있다.

$$Y(s) = G_{yr}(s)R(s) + G_{yd}(s)D(s)$$
(2.4a)
$$G_{yr}(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)}$$
(2.4b)
$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)C(s)}$$
(2.4c)

여기서  $G_{yr}(s)$ 는 설정치 r로부터 출력 y까지,  $G_{yd}(s)$ 는 외란 d로부터 출력 y까 지의 폐루프 전달함수를 의미한다.

식 (2.4)으로부터 식 (2.5)의 조건이 만족하고

$$\lim_{s \to 0} C(s) \to \infty \tag{2.5a}$$

$$\lim_{s \to 0} P(s) \neq 0 \tag{2.5b}$$



설정값과 외란이 계단형일 경우에 PID 제어시스템의 정상상태 오차는 0이 된 다. 이를 보이기 위해 편의상 설정값과 외란의 크기를 각각 r<sub>0</sub>와 d<sub>0</sub>라 하면 식 (2.4)와 식 (2.5)로부터 식 (2.6)을 도출할 수 있다.

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s Y(s)$$
(2.6a)

$$= \lim_{s \to 0} s \left[ \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} \frac{r_0}{s} + \frac{P(s)}{1 + P(s)C(s)} \frac{d_0}{s} \right]$$
(2.6b)

$$= \lim_{s \to 0} \left[ \frac{1}{\frac{1}{P(s)C(s)} + 1} r_0 + \frac{\frac{1}{C(s)}}{\frac{1}{P(s)C(s)} + 1} d_0 \right]$$
(2.6c)  
$$= r_0$$

즉,  $y(\infty) = r_0$ 이 되어 정상상태 오차가 0이 됨을 확인할 수 있다.

식 (2.5a)의 조건은 제어기가 적분동작을 가질 경우에 만족되고, 식 (2.5b)의 조건은 제어대상의 정상이득이 0이 아닌 경우에 만족된다.

#### 2.1.2 PID 제어기 이득의 영향

앞서 살펴보았듯이 식 (2.2)의 PID 제어기는 오차에 의해 동작하는 비례동작 ( $u_p$ ), 적분동작( $u_i$ ), 미분동작( $u_d$ )의 세 동작의 병렬결합으로 구성되어 있다.  $u_p$ 는 현재의 오차에 비례이득을,  $u_i$ 는 초기시각부터 현재까지의 누적오차에 적분이 득을,  $u_d$ 는 현재 오차의 변화율에 미분이득을 곱하여 계산되며 최종적으로 제 어입력은 이들 값을 합산하여 산출된다.

페루프 시스템의 성능은  $K_p, K_i, K_d$ 의 선정에 직접적으로 영향을 받는다.  $K_p$ 는 시스템 응답속도를 높이며 상승시간을 줄이지만 진동을 증가시킨다.  $K_i$ 는 정상상태 오차를 줄여주나 과도응답을 나쁘게 만들 수 있고  $K_d$ 는 오버슈트와



정정시간을 줄여주는 역할을 한다.

이들 각각의 파라미터를 증가시켰을 경우의 영향을 표 2.1에 정리하였다[1-2].

표 2.1 파라미터 변화에 대한 영향

Table 2.1 Effects to parameter changes

parameter	overshoot ( <i>M</i> <sub>p</sub> )	rise time $(t_r)$	settling time $(t_s)$	steady - state error (ε)
$K_p$	증가	감소	NT	감소
K <sub>i</sub>	감소	감소	증가	제거
K <sub>d</sub>	감소	NT	감소	NT

이러한 세 가지 제어동작은 서로 결합되어 있어서 세 이득 중 하나를 바꾸면 다른 두 제어동작에 의한 영향도 같이 받게 된다는 사실을 알 필요가 있다.

#### 2.1.3 기존의 동조규칙

여기서는 LPID 제어기에 대한 기존의 몇 가지 동조규칙에 대해 살펴본다.

(1) Ziegler-Nichols 동조법

1943년 Ziegler-Nichols[10]는 제시된 플랜트의 과도응답특성에 기초를 둔 비 레이득  $K_p$ , 적분시간  $T_i$ , 미분시간  $T_d$ 의 값을 결정하는 규칙을 제안하였다. 이 러한 PID 제어기 매개변수의 결정 또는 PID 제어기의 동조는 현장에서의 플랜 트 실험이나 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 알 수 있다. 무모델 기법이라는 이점 때문에 현재까지도 대부분의 PID 제어기 설계 시 기본적으로 사용되고 있다. Ziegler-Nichols 동조규칙에는 두 가지 방법이 있으며 오프라인 상에서 수행하 는 개루프법과 제어기를 제어대상에 장착한 상태에서 수행하는 폐루프법이 있 다. 이들은 계단응답에서 오버슈트가 25%씩 감소되도록 하는 것을 목적으로 한 다.



① 개루프법

이 방법은 먼저 단위계단입력에 대한 플랜트의 응답을 실험적으로 구하게 된다. 플랜트가 적분기나 주요 공액복소극을 포함하지 않으면 응답곡선은 S형 상, 즉 식 (2.7)과 같은 시간지연을 갖는 1차(First-order plus time delay: FOPTD)형의 응답을 가지는데, 만일 응답이 S형이 아닐 경우에는 적용할 수 없다. S형의 곡선은 지연시간(Time delay) L과 시정수(Time constant) 7의 두 개의 상수로 나타낼 수 있다. L은 S형 곡선의 변곡점에서 접선과 시간축이 만나는 교점으로부터, 7는 접선과 정상상태의 K가 만나는 점에서 내린 직선 과 시간축과 만나는 교점으로부터 구할 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-LS}}{1+\tau s} \tag{2.7}$$

그림 2.3은 개회로 시스템의 단위계단입력에 대한 응답곡선을 보여주며 *K*, *τ*, *L*을 도출하는 것을 나타낸다.



그림 2.3 계단 입력에 대한 응답곡선 Fig 2.3 Response curve for unit-step input

K,τ,L 값이 도출되면 표 2.2로 계수를 구한다. 이 방법은 제어대상이 고차



계일 경우에는 au와 L이 일률적으로 결정되지 않는 단점이 있고 이때는 현장 경험이 요구된다.

표 2.2 개루프법에 의한 PID 동조규칙

Table 2.2 PID tuning rule by the open-loop method

Controllors	Parameters					
Controller S	$K_p$	$T_i$	$T_d$			
Р	$\frac{\tau}{KL}$	_	-			
PI	$0.9 \frac{\tau}{KL}$	3.3L	-			
PID	$1.2 \frac{\tau}{KL}$	2.0L	0.5L			

② 폐루프법

# RIMEIIA

이 방법은 그림 2.4와 같이 비례제어만 $(T_i = \infty, T_d = 0 \circ$ 으로 설정)으로 폐루 프 제어시스템을 구성하고  $K_p$ 를 서서히 증가시키면서 출력 y가 일정한 진폭 으로 진동하는  $K_p$ 를 찾아낸다.



그림 2.4 비례이득을 갖는 폐회로 제어 시스템

Fig. 2.4 Closed-loop control system with proportional gain

일정한 진폭으로 진동할 때의 비례이득을 한계이득(Ultimate gain)  $K_u$ 라고 하며 한계진동이 일어날 때의 주기를 한계주기(Ultimate period)  $T_u$ 라고 한다. 그림 2.5는 응답곡선으로부터  $T_u$ 를 측정하는 것을 보여준다.  $K_u$ 와  $T_u$ 가 구해 지면 표 2.3으로 계수를 구한다.





Fig. 2.5 Response curve and ultimate period

표 2.3 폐루프법에 의한 PID 동조규칙

Table	2.3	PID	tuning	rule	by	the	closed-loop	method
-------	-----	-----	--------	------	----	-----	-------------	--------

Controllers	No.	Parameters	
Controllers	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Р	$\frac{1}{2}K_u$		-
PI	$\frac{1}{2.2}K_u$	$\frac{1}{1\cdot 2}T_u$	-
PID	$\frac{1}{1.7}K_u$	$\frac{1}{2} T_u$	$\frac{1}{8} T_u$

시행착오적으로 한계이득과 한계주기를 도출하기 때문에 많은 시간이 소요 되는 단점이 있고, 또한 실제의 플랜트에서 안정한계까지 진동을 계속한다는 것 자체가 쉽지 않다.

상기 방법의 단점을 보완해 한계이득과 한계주기를 쉽게 구할 수 있는 한 방법이 릴레이 피드백 제어이다. 그림 2.4의 비례제어기 대신 유한 크기의 릴 레이를 대체하면 한계진동이 일어나며, 여기서 구한 출력신호의 진폭과 주기 로부터 한계이득과 한계주기를 구할 수 있다. 자세한 내용은 참고문헌[1]을 참조할 수 있다.



(2) IMC 동조법

내부모델 제어(Internal model control: IMC) 동조법[11]은 폐루프 내에 플랜트 모델을 두고 플랜트와 모델간의 오차를 궤환하여 새로운 제어입력을 만드는 방 법이며 그림 2.6은 IMC 폐회로 제어시스템의 블록선도를 나타낸다.



그림 2.6 IMC 폐회로 제어시스템 Fig. 2.6 Closed-loop control system of the IMC

그림 2.6의 폐회로 제어시스템은 다시 그림 2.7과 같은 등가 블록선도로 표시 할 수 있다.



그림 2.7 수정된 IMC의 폐회로 제어 시스템

Fig. 2.7 Closed-loop control system of the modified IMC

이로부터 점선부분의 전달함수, 즉 IMC 제어기와 등가인 피드백 제어기의 전 달함수를 구하면 식 (2.8)과 같고, 이를 포함한 제어 시스템을 블록선도로 표시 하면 그림 2.8과 같다.



$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)P_m(s)}$$
(2.8)



그림 2.8 내부모델 제어를 포함한 등가 블록선도

Fig. 2.8 Equivalent block diagram with internal model control

실제 IMC Q(s)는 플랜트 모델을 가역부분(Invertible portion)  $\tilde{P}_m(s)$ 과 양의 영점 또는 시간지연 요소 등이 포함되는 비가역부분(Non-invertible portion)  $\overline{P}_m(s)$ 으로 분리하고 가역부분의 역에 저주파통과 필터 F(s)를 곱하여 설계한 다.

$$Q(s) = \tilde{P}_m^{-1}(s)F(s)$$
 1945 (2.9)

이때 필터 F(s)의 차수는 제어기의 분자 다항식의 차수가 분모 다항식의 차수 보다 크지 않도록 정해진다.

만약 제어대상이 식 (2.7)과 같은 FOPDT 시스템인 경우에는 IMC는 다음과 같은 절차로 PID 제어기로 등가 변환된다.

단계 1: 시간지연을 1차 Pade 근사화하여 플랜트를 표시한다.

$$P_m(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{1+\tau s} \simeq \frac{K(1-0.5Ls)}{(1+\tau s)(1+0.5Ls)}$$
(2.10)

단계 2: 가역부분과 비가역부분으로 분리한다.

- 12 -



$$\tilde{P}_m(s) = \frac{K}{(1+\tau s)(1+0.5Ls)}$$
(2.11a)

$$\overline{P}_{m}(s) = 1 - 0.5Ls$$
 (2.11b)

단계 3:  $\tilde{P}_m(s)$ 과 필터 F(s)를 추가하여 IMC 제어기를 설계한다. 이때 일반적 인 규칙과는 달리 필터차수를 1로 선택함으로써 Q(s)의 분자 차수가 분모보다 크게 된 것은 PID 파라미터를 얻기 위해 특별히 적용되는 경우임을 알 필요가 있다.

$$Q(s) = \tilde{P}_m^{-1}(s)F(s) = \frac{(1+\tau s)(1+0.5Ls)}{K(1+\lambda s)}$$
(2.12)

단계 4: 식 (2.8)로부터 IMC 제어기의 등가 전달함수는

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)P_m(s)}$$

$$= \frac{\frac{(1 + \tau s)(1 + Ls/2)}{K(1 + \lambda s)}}{1 - \frac{(1 + \tau s)(1 + Ls/2)}{K(1 + \lambda s)} \frac{K(1 - Ls/2)}{(1 + \tau s)(1 + Ls/2)}}$$

$$= \frac{(1+\tau s)(1+Ls/2)}{K(\lambda + L/2)s}$$

$$= \frac{(\tau + L/2)}{K(\lambda + L/2)} \left[1 + \frac{1}{(\tau + L/2)s} + \frac{\tau L}{2\tau + L}s\right]$$
(2.13)

따라서 식 (2.13)과 식 (2.1b)를 비교하면 PID 파라미터들은 다음 식으로부터 구해진다.



$$K_p = \frac{(\tau + L/2)}{K(\lambda + L/2)}$$
 (2.14a)

$$T_i = \tau + L/2 \tag{2.14b}$$

$$T_d = \frac{\tau L}{2\tau + L} \tag{2.14c}$$

표 2.4는 IMC 동조법으로 PI와 PID 제어기의 계수를 구해 요약한 것이다. 이 때 플랜트의 시정수에 비해 λ가 너무 작으면 되면 빠른 응답을 얻을 수 있으 나 진동하거나 불안정해질 수 있다. 대개 PI 제어기의 경우 λ≥1.7*L*을, PID 제 어기의 경우 λ≥0.8*L*을 사용한다.

표 2.4 IMC 법에 의한 PID 동조규칙 Table 2.4 PID tuning rules by the IMC method

Controlloro	Parameters	
Controllers	$K_p$ $T_i$	$T_d$
PI	$\frac{10}{K(\lambda+L)}$ 1945 $\tau$	-
PID	$\frac{\tau + L/2}{K(\lambda + L/2)} \qquad \tau + L/2$	$\frac{\tau L}{2(\tau + L/2)}$

(3) Cvejn 동조법

Haalman이 제안한 극 상쇄에 기초한 PI 제어기 설계법[12]은 설정값 추종성 능은 좋지만 부하외란 억제성능에 대해서는 만족할 만한 성능을 보장하지 못한 다. Cvejn 동조법[13]은 플랜트의 전달함수가 그림 (2.9)와 같이 FOPTD 시스템 인 경우에 PI, PID제어기의 파라미터를 극보상(Pole compensation)법으로 동조하 는 방법으로서 Haalman처럼 플랜트의 분모항 (1+τs)를 제어기로 상쇄하고 있 다. 그림 2.9의 폐회로 제어시스템을 다시 생각하자.





그림 2.9 폐회로 제어 시스템

Fig. 2.9 Closed-loop control system

개루프 전달함수를 G(s) = C(s)P(s)라 놓으면 폐루프 주파수 응답은 식 (2.15)와 같이 쓸 수 있다.

$$T(\omega) = \frac{G(i\omega)}{1 + G(i\omega)} = \frac{1}{1 + 1/G(i\omega)}$$
(2.15)

만약 G(s)가 원점에서 극을 가지면  $\omega \rightarrow 0$ 일 때  $G(i\omega) \rightarrow \infty$ 이 되어, 즉  $\lim_{\omega \to 0} |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } |T(i\omega)|^2 = 1 \text{ or } J \text{ or } J$ 

$$|T(i\omega)|^{2} = \frac{1}{1+Q(\omega)}$$
(2.16)

|*T*(*i*ω)|<sup>2</sup>가 가장 큰 평활면을 갖기 위한 조건은

$$n_0(Q(\omega)) \rightarrow \max$$
 (2.17)

이며 여기서  $n_0(Q(\omega))$ 는  $Q(\omega)$ 의 Taylor 급수에서 처음으로 0이 아닌 계수의 인덱스(Index)를 의미한다. 먼저 C(s)가 다음 전달함수와 같이 직렬형 PID 제어 기로 표시되는 경우를 생각하자.

$$C(s) = K_p (1 + \frac{1}{T_i s})(1 + T_d s)$$
(2.18)

- 15 -



여기서

$$K_p = \alpha \frac{\tau}{KL} \tag{2.19a}$$

$$T_i = \tau \tag{2.19b}$$

라 놓고 개루프 전달함수를 구하면

$$G(s) = C(s)P(s)$$

$$= \frac{\alpha\tau}{KL}(1+\frac{1}{\tau s})(1+T_d s)\frac{Ke^{-Ls}}{1+\tau s}$$

$$= \alpha(\frac{T_d}{L}+\frac{1}{Ls})e^{-Ls}$$
(2.20)
  
주파수 형식으로 표시하면 다음과 같다.
$$G(\xi) = \alpha(\delta - i\frac{1}{\xi})e^{-i\xi}$$
(2.21a)

$$\delta = T_d / L \tag{2.21b}$$

여기서 ξ=Lω는 정규화된(무차원화된) 주파수를 의미한다. 다음 식

$$n_0(Q(\omega)) = n_0(1/G(\xi)) \rightarrow \infty$$
(2.21c)

을 만족하기 위한 필요조건은 δ<sup>\*</sup>=1/3, α<sup>\*</sup>=3/4이 되며 이를 식 (2.19)와 식 (2.21b)에 대입하면 다음 결과를 얻는다.



이를

$$K_p = \alpha \frac{\tau}{KL} = \frac{3\tau}{4KL} \tag{2.22a}$$

$$T_i = \tau \tag{2.22b}$$

$$T_d = \delta L = \frac{L}{3} \tag{2.22c}$$

식 (2.22)와 같이 직렬 PID 제어기의 파라미터  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ 를 구하면 식 (2.1b) 로 주어지는 병렬 PID 제어기의 파라미터  $\tilde{K}_p$ ,  $\tilde{T}_i$ ,  $\tilde{T}_d$ 는 식 (2.23)으로부터 구할 수 있고 표 2.5는 Cvejn 법에 의한 PID 동조규칙을 보여준다.

$$\widetilde{K}_{p} = K_{p}(1 + \frac{T_{d}}{T_{i}})$$
(2.23a)
$$\widetilde{T}_{i} = T_{i}(1 + \frac{T_{d}}{T_{i}})$$
(2.23b)
$$\widetilde{T}_{d} = T_{d}(\frac{1}{1 + T_{d}/T_{i}})$$
(2.23c)

표 2.5 Cvejn 법에 의한 PID 동조규칙 Table 2.5 PID tuning rules by the Cvejn method

Controllors		Parameters					
Controllers	$K_{p}$	$T_{i}$	$T_d$				
PI	$\frac{1}{2}\frac{\tau}{KL}$	au	_				
PID (serial)	$\frac{3}{4} \frac{\tau}{KL}$	au	$\frac{1}{3}L$				
PID (parallel)	$\frac{1}{4K} \left( 1 + \frac{3\tau}{L} \right)$	$\tau + \frac{L}{3}$	$\frac{L}{3+L/\tau}$				



#### 2.2 비선형 PID 제어기

PID 제어는 목표치와 출력의 오차에 대하여 성능을 결정짓는 중요한 요소인 비례, 적분, 미분의 세 가지 조합된 연산을 통하여 제어기의 출력을 결정하기 때문에 제어기 파라미터의 정확한 동조는 원하는 성능을 얻기 위해 대단히 중 요하다. 기존의 PID 제어기는 이들 파라미터를 정확하게 동조하였다 하더라도 운전조건의 변화 등으로 제어대상이 변화하면 제어기를 재동조해주어야 하는 단점이 있다. 그렇기 때문에 비선형성과 시변성을 가지는 플랜트를 제어할 때 에 기존의 PID 제어기는 그 기능에 한계를 가질 수밖에 없다. 따라서 성능을 개선하기 위해 적응성과 강인성을 향상시키는 다양한 방법이 연구되어 왔으며 이들 중에서 비선형 PID(Nonlinear PID: NPID) 제어기가 간단하면서도 효과적인 방법 중 하나로 자리매김해 왔다.

일반적으로 NPID 제어기는 시간영역에서 식 (2.24)와 같이 표현된다. 여기서 $K_p(e(t)), K_i(e(t))$ 와  $K_d(e(t))$ 는 각각 비례이득, 적분이득 및 미분이득을 의미하는 시변이득(Time-varying gains)이고 이들은 오차 e(t)의 함수로 특정 지워진다.

$$u(t) = K_p(e(t)) \ e(t) + K_i(e(t)) \ \int e(t) dt + K_d(e(t)) \ \frac{de(t)}{dt}$$
(2.24)

편의상 e(t)를 e로 간략히 표기하고 식 (2.24)를 주파수 영역으로 표현하면 전달함수 *C(s)*는 식 (2.25)와 같이 쓸 수 있다. 그림 2.10은 NPID 제어시스템의 블록선도를 보여준다.

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p(e) + \frac{K_i(e)}{s} + K_d(e)s$$
(2.25)





그림 2.10 NPID 제어시스템 Fig. 2.10 NPID control system

# 2.2.1 Chen 등의 NPID 제어기

Chen 등[7]은 전기유압서보 시스템의 위치제어를 위해 비선형 PID제어기를 제안하였고, 비례이득, 적분이득 및 미분이득을 식 (2.26)과 같이 오차 e의 함수로 나타내고 있다.

$$K_p(e) = \rho_1(k_{p1} + k_{p2}e^2) \tag{2.26a}$$

$$K_i(e) = \rho_2(k_{i1} - k_{i2}e^2) \tag{2.26b}$$

$$K_d(e) = \rho_3[k_{d1} + k_{d2}\exp(-k_{d3}e)]$$
(2.26c)

여기서  $k_{pj}(j=1,2)$ ,  $k_{ij}(j=1,2)$ ,  $k_{dj}(j=1,2,3)$ 는 각각 비례이득, 적분이득, 미분이득과 관련된 미결정 파라미터이고  $\rho_j(j=1,2,3)$ 는 가중치를 의미한다. 그림 2.11은 모든 가중치  $\rho_i$ 와  $k_{p1}, k_{i1}, k_{d3}$ 를 1로 놓고 서로 다른  $k_{p2}, k_{i2}, k_{d2}$ 에 대해  $K_p(e), K_i(e), K_d(e)$ 를 그린 것이다.





Chen 등은 10개의 미결정 파라미터를 결정하기 위해 PSO(Particle Swarm Optimization) 알고리즘[14]을 사용하였으며, 다음의 ITAE 평가함수를 최소로 하는 관점에서 파라미터를 결정하게 된다.

$$J = \int t |e(t)| dt \tag{2.27}$$

PSO 알고리즘은 무리지어 다니는 벌이나 새의 생태계 거동을 모방하여 만든 최적화 알고리즘으로 주어진 평가함수에 대해 해 후보를 개선하기 위해 반복적으로 시도하여 문제를 최적화하게 된다. 입자의 위치와 속도에 대한 간단한 수학공식에 따라 탐색공간 내에 있는 입자 주위를 움직임으로써 문제를 최적화 한다.

#### 2.2.2 Korkmaz 등의 NPID 제어기

한편 Korkmaz 등[8]이 제안한 비선형 PID제어기도 식 (2.25)의 구조를 가지며 세 이득은 식 (2.28)과 같이 오차 e와 가우스 오차함수(Gaussian error function)에 기초한 함수로 나타낸다.



$$K_{p}(e) = a_{1} + a_{2}f(e)$$
(2.28a)

$$K_i(e) = b_1 - b_2 f(e)$$
 (2.28b)

$$K_d(e) = c_1 + c_2 f(e)$$
 (2.28c)

$$f(e) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{e} e^{-t^{2}} dt$$
 (2.28d)

여기서  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  는 모두 양수 상수로서 사용자에 의해 적절히 정해지는 제어기 이득의 파라미터이고, 식 (2.28d)의 f(e)는 가우스 오차함수 (Gaussian error function)로서 그림 2.12와 같은 모양을 갖는다.



그림 2.12 가우스 오차함수

Fig. 2.12 Gaussian error function

이 연구에서는 PID 파라미터가 음이 되는 것을 방지하기 위해 오차의 절대치 |e|가 이용되었고, 이로 인해 f(e) 함수의 양의 영역만 이용되게 된다. 따라서 비례이득  $K_p(e)$ 의 최소값과 최대값은 각각  $a_1$ 과  $a_1+a_2$ 이고, 적분이득  $K_i(e)$ 의 최소값과 최대값은 각각  $b_1-b_2$ 와  $b_1$ 이며, 미분이득  $K_d(e)$ 의 최소값과 최대값은 각각  $c_1$ 과  $c_1+c_2$ 이다.

비례이득은 플랜트의 응답을 가속시키고 정정시간을 줄이지만 너무 크면

Collection

시스템은 불안정하게 된다. 적분이득은 정상상태 때의 오차를 제거하지만 이 값이 너무 크면 진동을 유발하고 오버슈트를 크게 한다. 미분이득은 진동과 오버슈트를 줄인다.

그림 2.13은 오차의 절대값의 변화에 따른 비선형 이득값들의 변화를 나타낸 것이다. 그림을 보면 오차의 절대값이 클 때는 비례이득과 미분이득을 증가시키고 적분이득을 감소시킴을 알 수 있다.



그림 2.13 절대오차에 대한  $K_p(e), K_i(e), K_d(e)$  의 곡선 Fig. 2.13 Curves of  $K_p(e), K_i(e), K_d(e)$  to absolute of error

1945



### 제 3 장 제안하는 비선형 PID 제어기

이 장에서는 새로운 형태의 비선형 이득을 가지는 NPID 제어기를 제안하고 파라미터들을 최적화하는 방법에 대해 살펴본다.

#### 3.1 비선형 PID 제어기의 구조

식 (2.25)의 NPID 제어기의 한 변형으로 본 연구에서는 식 (3.1)로 표현되는 NPID 제어기를 사용하고 제안하는 비선형 PID 제어기를 블록선도로 표시하면 그림 3.1과 같이 나타낼 수 있다.



그림 3.1 제안하는 NPID 제어기 시스템 Fig. 3.1 Proposed NPID control system

여기서  $K_p(e), K_i(e), K_d(e, \dot{e})$  및  $T_f(e, \dot{e})$ 는 오차 e와 오차 변화율  $\dot{e}$ 의 비선형 함수로 시간에 따라 변하는 시변이득이고, 선형 PID 제어기의  $K_p, K_i, K_d$  및  $T_f$ 



와 각각 동일한 의미를 가지며,  $T_f(e, e) = T_d(e, e)/N$ 이고 N= 10이다. 이들 함수 는 사용 목적이나 제어 환경에 따라 다양한 형태로 기술될 수 있지만[3-8], 가 급적이면 하드웨어 상에서 구현이 용이하고 단순할 필요가 있다.

#### 3.2 비선형 PID 제어기의 이득

#### 3.2.1 비선형 비례이득(Nonlinear proportional gain)

비례동작  $u_p$ 는 비례이득이나 현재의 오차에 비례해서 커지며, 너무 크면 과 도한 제어로 인해 오버슈트가 발생하고 또 진동현상이 일어날 수 있다. 응답속 도를 높이기 위해서는 오차가 클 때 비례이득도 적절히 클 필요가 있지만, 응 답이 정상상태에 도달한 후에 오차가 작을 때에도 계속 큰 비례이득 값을 유지 하면 오차의 영향이 증폭되어 진동현상이 일어나거나 경우에 따라서는 불안정 해질 수도 있다.

본 연구에서는 이러한 점에 착안을 얻어 비례이득의 크기는 오차 e에 따라 적절히 조절되어지도록 설계하며, 제안하는  $K_p(e)$ 는 식 (3.2)와 같이 유연한 함 수이다.

$$K_p(e) = K_p g_p(e) \tag{3.2a}$$

$$g_p(e) = 1 - \frac{1}{a_p + (c_p e)^6}$$
(3.2b)

여기서  $K_p$ 는 양의 상수이고,  $g_p(e)$ 는 두 매개변수  $a_p(\geq 1)$  와  $c_p(>0)$ 를 가지는 비선형 함수이다.

식 (3.2)에서 e가 무한대로 커지면  $g_p(e)$ 는 상한값 1로 수렴하고, 반대로 오차 e가 0이면 하한값  $(1-1/a_p)$ 로 수렴하지만, 그 크기는  $a_p$ 값에 따라 달라진다.

그림 3.2는  $a_p$ 와  $c_p$ 의 변화에 따른  $g_p(e)$ 의 변화 형태를 보여준다.  $g_p(e)$ 가 작 아지는 지점의 깊이는  $a_p$ 값에 의해 결정되며  $a_p$ 값이 작을수록 깊어진다.  $c_p$ 값은 폭을 결정하며  $c_p$ 값이 작을수록 폭은 넓어진다.





그림 3.2  $a_p$  및  $c_p$ 의 변화에 대한  $g_p(e)$ 의 형태 Fig. 3.2  $g_p(e)$  shapes to changes of  $a_p$  and  $c_p$ 

#### 3.2.2 비선형 적분이득(Nonlinear integral gain)

Collection

적분동작  $u_i$ 는 누적오차의 절대값이 클수록 또는 적분시간이 짧을수록(즉, 적 분이득이 클수록) 더 커진다. 누적오차가 클 때 적분이득 값도 크면 오버슈트가 일어나고 또 제어입력이 포화되면 적분기 와인드업(Integrator windup) 현상이 일어날 수 있다. 또한  $u_i$ 는 현재의 오차가 작아  $u_p$ 가 더 이상 영향을 주지 못할 때에도 계속적으로 오차를 누적하여 제어하기 때문에 정상상태 오차를 제거하 는 역할을 해준다.

이러한 사실을 감안하여 e의 절대값이 클 때에는 적분이득 값을 줄여 오버슈 트 발생에 대비하고, e의 절대값이 작을 때에는 적분이득 값을 크게 해서 정상 상태 오차를 줄이도록 설계한다. 이를 위해 식 (3.3)을 사용한다.

$$K_i(e) = K_i g_i(e) \tag{3.3a}$$

$$g_i(e) = \frac{1}{1 + (c_i e)^6} \tag{3.3b}$$

여기서  $K_i$ 는 양의 이득이고,  $g_i(e)$ 는  $c_i(>0)$ 를 매개변수로 갖는 비선형 함수이 고 0과 1 사이의 값을 갖는다. 그림 3.3은  $c_i$ 의 크기에 따른  $g_i(e)$ 의 변화를 나 타낸다.  $c_i$ 는 함수의 폭을 결정하며  $c_i$ 값이 작을수록 폭은 넓어진다.



#### 3.2.3 비선형 미분이득(Nonlinear derivative gain)

Collection

미분동작  $u_d$ 는 오차의 변화율과 미분이득에 비례해서 커지고,  $u_p$ 와  $u_i$ 가 커지 면 출력도 같이 커질 것을 미리 예측하고 제동을 걸게 된다. 전체 제어 사이클 동안 필요 이상의 제동이 걸리면 응답속도가 느려질 수 있다. 그러나 만약 특 정 사이클만 제동을 걸면  $u_p$ 와  $u_i$ 를 더 과감하게 활용할 수 있고 또 오버슈트 도 줄일 수 있다. 따라서 응답이 그림 3.4의 영역( $e\dot{e} > 0$ )의 사이클에 있을 때 큰 제동을 걸도록 미분이득의 크기를 변경한다.





여기서  $K_d$ 는 양의 이득이고,  $g_d(e, \dot{e})$ 는 두 매개변수  $a_d$ (≥1)와  $c_d$ (>0)를 가진 비 선형 함수이고 역시 0과 1 사이의 값을 갖는다.

그림 3.5는 현재의 오차 e와 오차의 변화율 e =변화시켜 가며  $g_d(e,e) =$ 그 린 것이다. 그림의 ee > 0 평면에서 e의 절대값이 작으면  $g_d(e,e)$ 는 1로 수렴하 고, 반대로 크면  $(1-1/a_d)$ 에 수렴하지만 그 크기는  $a_d$ 값에 따라 달라진다.

ollection



그림 3.5 e 및  $\dot{e}$ 의 변화에 대한  $g_d(e,\dot{e})$ 의 형태 Fig. 3.5  $g_d(e,\dot{e})$  shape to changes of e and  $\dot{e}$ 

한편 식 (3.1)에 있는  $T_f(e,e) = K_d(e,e) / [NK_p(e)]$ 로부터 구할 수 있다.

#### 3.3 비선형 PID 제어기 이득의 최적동조

#### 3.3.1 최적화도구로서의 유전 알고리즘

유전알고리즘은 자연계의 모든 생물들은 자신들의 유전자를 보존하고 생존하 기 위해 자손을 생산하고, 환경에 맞서 적응해 가는 일련의 과정은 주어진 환 경에서 최선이라는 사실에 입각하여 유전학과 자연선택 원리를 컴퓨터 알고리 즘으로 모방한 최적화 기법이다.

이러한 과정이 문제 해결에 이용되는 경우, 기본적으로 전제되어야 할 것은 인위적으로 진화현상을 일으킬 초기집단을 형성하는 것이다. 집단은 다수의 개 체로 형성되고 이는 유전자의 역할을 반영하도록 이진수의 스트링 또는 실수 형태로 표현된다. 이 집단은 유성생식과 진화원리를 흉내 낸 유전 연산자에 의 해 점진적으로 개선되게 된다. 집단의 구성원인 각 개체는 적합도 함수에 의해 계량화 될 수 있고 적합도 값이 큰 개체들은 더 많이 선택된다. 선택된 개체들



간의 유전정보가 교환하여 무작위적인 유전자 변경이 도입됨으로써 다음 세대 의 집단이 형성된다.

(1) 유전알고리즘의 구조

Collection

유전알고리즘의 탐색과정은 크게 집단의 초기화, 적합도 평가, 재생산, 교배, 돌연변이의 5단계로 구분된다. 그림 3.6은 유전알고리즘의 기본 구조를 보여주 고 있다.



그림 3.6 유전알고리즘의 구조

Fig. 3.6 Structure of a genetic algorithms

초기화 단계에서는 주어진 문제의 해가 될 가능성이 있는 개체들로 구성되는 초기집단이 형성된다. 적합도 평가 단계에서 개체들의 적합도가 평가되는데 이 는 목적함수로부터 계산된다. 개체들의 상대적인 적합도 값에 따라 현재 집단 내의 개체들이 재생산을 위해 선택된다. 일반적으로 성능이 좋은 개체들은 더



많이 선택되고 성능이 나쁜 개체들은 집단으로부터 소멸되는 적자생존의 개념 이 적용된다. 선택된 개체들은 교배를 통해 서로 간에 유전정보를 교환, 결합하 여 자손을 생성한다. 마지막으로 돌연변이를 통해 선택된 개체의 유전정보를 임의로 변경하여 집단에 새로운 정보를 도입하는 수단을 제공하다. 이렇게 해 서 새롭게 형성된 집단은 최적의 해가 발견될 때까지 앞서 수행한 적합도 평 가, 재생산, 교배, 돌연변이 연산을 반복하게 된다.

(2) 기본 유전연산자

유전알고리즘의 핵심은 무엇보다도 자연의 진화원리를 알고리즘 형태로 흉내 낸 기본 유전연산자(Basic genetic operator)에 있다고 할 수 있다. 이를 위해 유 전알고리즘은 재생산, 교배, 돌연변이 연산자를 기본 연산자로 사용하고 있다. 본 논문에서는 문제의 해 벡터를 실수코딩으로 표현하고 있기 때문에 이를 다 룰 수 있는 연산자들을 채용한 실수코딩 유전알고리즘(Real-coded genetic algorithm: RCGA)을 사용한다.

① 재생산(Reproduction)

재생산은 자연계의 적자생존의 현상을 인위적으로 모방하여 각 개체의 적 합도에 따라 개체를 선택하여 새로운 집단을 형성하는 과정을 말한다. 이를 통해 약한 개체들을 집단에서 도태되고 강한 개체를 선택되어 좋은 유전자들 이 이후 세대의 집단에 퍼지도록 하여 전체집단을 더욱 강하게 해주는 특징 을 가진다. 본 연구에서는 구배와 유사한 재생산[9]을 사용하였다.

② 쿄배(Crossover)

교배는 자연계 생물의 부모 세대의 성적결합을 인위적으로 모방하는 것으 로 이를 통해 서로간의 유전자를 교환 하게 된다. 유전알고리즘에서도 개체 간의 정보교환을 통해 새로운 점을 탐색하기 위하여 교배급원으로부터 임의 로 부모염색체 쌍을 선택하고, 교배점 이후의 염색체들을 서로 교환 결합함으 로써 자손을 생성한다. 본 연구에서는 산술적교배[9]를 사용하였다. 두 염색체 의 요소들은 일차 결합되어 자손이 생산된다.



③ 돌연변이(Mutation)

모의진화가 계속되는 동안 재생산과 교배 연산자를 통해 집단은 더욱 해에 근접한 염색체가 되고, 이로 인하여 염색체들은 서로 닮아가게 된다. 이러한 현상은 세대 말기에는 바람직하지만 세대 초기에 발생하게 되면 유전자의 다 양성 결핍으로 지역해(Local solution)나 사점(Dead corner)에 빠지게 될 수 있 다. 이러한 원치 않는 해로부터 벗어나기 위해 돌연변이를 사용한다. 본 연구 에서는 동적 돌연변이(Dynamic mutation)[9]를 사용하였다. 일명 불균등돌연변 이(Non-uniform mutation)라고도 불리 우는 이 연산자는 세대 초기에 전 탐색 공간을 균등한 확률로 탐색하다가, 세대수가 증가하면 탐색영역을 좁혀서 지 역적으로 탐색하기 때문에 돌연변이 확률을 크게 선정하는 것이 가능하다. j 번째 유전자에서 돌연변이가 일어나면 x<sub>i</sub>는 식 (3.5)로부터 결정된다.

$$x_{j} = \begin{cases} x_{j}^{'} + \Delta(k, x_{j}^{(u)} - x_{j}^{'}), \ \tau = 0 \ \mathfrak{Q} \ \mathfrak{M} \\ x_{j}^{'} - \Delta(k, x_{j}^{'} - x_{j}^{(L)}), \ \tau = 1 \ \mathfrak{Q} \ \mathfrak{M} \end{cases}$$
(3.5)

여기서  $\tau$ 는 0 또는 1 둘 중에서 하나를 취하는 난수이다.

(3) 적합도 평가(Fitness evaluation)

자연계에서 생물은 끊임없이 질병, 재앙, 천적과 같은 환경에 적응해 가는데 한 생물의 적응능력은 그 환경에 대한 적합도(Fitness)를 반영한다. 이 적응능력 이 유전알고리즘에서는 개체의 적합도를 평가하는 과정을 통해 반영한다.

집단내의 모든 개체는 각 세대마다 적합도가 평가되는데 적합도는 주어진 문 제를 해결하기 위해 선정된 목적함수에 의해 계산된다. 이 과정에서 적합도가 큰 개체가 더 많은 보상을 받을 수 있도록 배려하기 위해서 적합도 함수는 최 대화 문제 형태로 표현되어야 하고, 음의 값을 갖지 않도록 해야 한다. 따라서 본 연구에서는 최소화 문제로 기술되는 목적함수는 식 (3.6)과 같이 사상된다.

여기서 f(s)는 적합도 함수, F(x)는 목적함수, - F<sub>min</sub>은 f(s)≥ 0 을 보장하는 상 수이다.

(4) 기타 전략

만약 초기 세대의 집단에 초우량 개체가 출현하게 되면 기존의 재생산 연산 자는 이 개체를 여러 번 복제하게 되고, 그 결과 이들이 집단을 지배하게 되어 지역 최적점으로 급히 수렴하게 된다. 후기 세대에는 반대로 집단이 강해지고, 개체들이 한 점 주위로 군집되면 좋은 개체와 더 나은 개체를 구별하는 것이 어렵게 된다. 그러므로 초기에는 유전자의 다양성을 충분히 유지할 수 있도록 개체간의 상대적인 적합도의 영향을 줄여주고, 후기에는 그 영향이 커지게 해 줄 필요가 있다.

따라서 본 연구는 초기 세대에서는 우량 개체의 적합도 영향을 줄일 수 있도 록 개체들의 적합도 값을 넓은 범위의 값 위로 분포시키고, 후기 세대에는 더 적합한 개체들의 더 많이 선택될 수 있도록 분포시키는 선형스케일링(Linear scaling)을 사용한다. 또한 최적 개체가 다음 세대로 소멸되지 않고 전달되는 것 을 보장해 주는 엘리트 전략(Elitist strategy)[9]을 사용하였다.

#### 3.3.2 최적 파라미터의 도출

앞서 살펴보았듯이 제안하는 ○NPD 제어기는 세 시변이득  $K_p(e), K_i(e), K_d(e, e) 를$  가지며 여기에는 모두 8개의 조정 파라미터  $\{K_p, K_i, K_d, a_p, c_p, c_i, a_d, c_d\}$ 가 존재한다. 최적의 설정값 추종응답을 얻기 위해서 는 이들을 적절히 동조할 필요가 있다.

NPID 제어기의 이득을 동조하는 문제에서 전체 제어시스템의 성능 평가 함 수로 식 (3.7)과 같은 시간가중 절대오차적분(ITAE)을 사용한다.

$$J(\boldsymbol{\phi}) = \int_{0}^{t_{f}} t |e(t)| dt$$
(3.7)

여기서  $\phi = [K_p, K_i, K_d, a_p, c_p, c_i, a_d, c_d]^T \in \mathbb{R}^8$  은 NPID 제어기 파라미터로 구성되는

- 32 -



벡터이고, e(t)는 설정값과 출력 간의 오차이며, 적분시각  $t_f$ 는 이후의 적분값이 무시되어도 좋을 정도로 충분히 큰 값이다.  $\phi$ 는 RCGA를 사용하여 식 (3.7)의 평가함수가 최소가 되도록 구해진다.

RCGA를 위해 집단의 크기로 P<sub>size</sub>= 50, 교배확률 P<sub>c</sub>= 0.9, 돌연변이 확률 P<sub>m</sub>= 0.05, 돌연변이 매개변수 b= 5를 사용하였다.





## 제 4 장 모의실험 및 검토

제안한 NPID 제어기의 유효성을 검증하기 위해 네 가지 시스템을 대상으로 모의시험을 실시하였다. 첫 번째와 두 번째 시스템에서는 Zieger-Nichols(Z-N) 의 개회로법, IMC법, Cvejn법으로 동조된 기존의 PID 제어기와 RCGA로 동조된 제안된 NPID 제어기의 응답을 비교하였다. 세 번째의 전기-유압 서보 시스템에 서는 Chen 등이 제안한 NPID제어기와, 네 번째 시스템에서는 Korkmaz 등이 제 안한 NPID 제어기와 본 방법과의 응답을 비교하였다.

4.1. 시스템 I

ollection

첫 번째 모의실험에 사용된 모델은 식 (4.1)의 FOPDT 시스템이다. 이는  $L/\tau = 0.4 < 1$ 인 시스템이다.

$$P(s) = \frac{2e^{-s}}{1+5s} \tag{4.1}$$

NPID 제어기의 각 파라미터는 구간  $0 \le K_p, K_i, K_d \le 7, 0.1 \le a_p, c_p, c_i, a_d, c_d \le 10$ 에 서 탐색되었고, 그림 4.1은 시스템 I에 대한 동조과정을 보여준다. 그림에서 볼 수 있듯이 RCGA는 약 70 세대에서 해를 찾는 것을 알 수 있다. 표 4.1는 제안 한 방법과 기존의 방법들로 동조한 파라미터들을 요약 정리한 것이다.



Fig. 4.1 RCGA-based evolutionary tuning for System I

표 4	.1	시스	:템	I의	동조	파리	101	터		
Table	e 4	.1 ′	Tune	ed p	aran	neters	s fo	r S	yste	m

Tuning Methods		Parameters							
	$K_p$	$K_i$	$K_d$	$a_p$	$c_p$	$c_i$	$a_d$	$c_d$	
Proposed	2.48	1.37	0.85	5.84	0.94	1.42	5.67	4.88	
Z-N	3.00	1.50	1.50	-	-	-	-	-	
IMC	1.06	0.19	0.48	-	-	-	-	-	
Cvejn	2.00	0.38	0.63	-	-	-	-	-	

설정값 변화에 따른 각 방법의 폐루프 제어시스템의 추종성능은 외란을 0으 로 간주하고 얻었다. 그림 4.2는 출력 y와 입력 u를 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 응답들은 시간이 진행됨에 따라 진동이 줄어들면서 설정값 에 접근하지만 제안한 방법이 다른 세 방법보다 우수함을 알 수 있다. 각 방법 의 응답성능을 정량적으로 비교하기 위하여 오버슈트  $M_p$ , 상승시간  $t_r$ , 2% 정 정시간  $t_s$ , 절대오차적분 IAE로 정의하고 사용하였다.





그림 4.2 시스템 I에 대한 설정값 추종응답 비교 Fig. 4.2 Comparison of set-point tracking responses for System I

표 4.2에서 IMC법은 백분율 오버슈트  $M_p$ 는 작으나 상승시간  $t_r$ 이 커서 상대 적으로 느린 응답을 나타내고 있다. 특히 Z-N법은 백분율 오버슈트  $M_p$ 도 클 뿐 아니라 정정시간  $t_s$ 도 커서 성능이 좋지 못함을 알 수 있다.

표 4.2 시스템 I의 성능

Table 4.2 Performances for System I

Tuning	Performances						
Methods	<i>M</i> <sub>p</sub> [%]	$t_r$ [sec]	$t_s$ [sec]	IAE			
Proposed	4.90	0.86	3.37	1.43			
Z-N	61.88	0.60	9.43	2.58			
IMC	1.34	3.69	6.79	2.79			
Cvejn	9.19	1.07	7.79	1.93			



#### 4.2. 시스템 Ⅱ

두 번째 모의실험에 사용된 제어대상은 식 (4.2)의 시간지연을 갖는 3차 시스 템이다.

$$P(s) = \frac{e^{-s}}{(1+s)(1+2s)(1+0.5s)}$$
(4.2)

기존의 동조방법을 적용하기 위해 식 (4.2)를 FOPDT로 근사화하는 작업을 수 행하였고 이 등[15]이 제안한 방법을 이용하였다. 여기에 RCGA가 이용되고, 파 라미터들은 각각 0≤K≤50, 0≤τ≤50, 0≤L≤10의 구간에서 탐색되었다. 시뮬 레이션 결과 K=1.001, τ=2.306, L=2.32를 얻었고, 식 (4.2)의 경우 L/τ=1로 서 시간지연과 시정수가 비슷한 시스템임을 알 수 있다. 한편 NPID 제어기의 각 파라미터는 구간 0≤K<sub>p</sub>, K<sub>i</sub>, K<sub>d</sub>≤5, 0.1≤a<sub>p</sub>, c<sub>p</sub>, c<sub>i</sub>, a<sub>d</sub>, c<sub>d</sub> ≤20에서 탐색되었고, 그 림 4.3은 시스템 II에 대한 진화적 동조과정을 보여준다. 그림에서 보는 것과 같 이 약 80 세대에서 해를 찾는 것을 알 수 있다. 표 4.3는 기존의 방법과 제안한 방법들로 동조한 파라미터들을 요약 정리한 것이다.



Fig. 4.3 RCGA-based evolutionary tuning for System II



표 4.3 시스템 II의 동조 파라미터

Tuning	Parameters								
Methods	$K_p$	$K_i$	$K_d$	$a_p$	$c_p$	$c_i$	$a_d$	$c_d$	
Proposed	1.35	0.59	1.20	6.89	4.77	1.02	7.54	15.25	
Z-N	1.19	0.26	1.38	-	-	-	-	-	
IMC	0.88	0.26	0.68	-	-	-	-	-	
Cvejn	1.00	0.32	0.58	_	_	_	_	_	

Table 4.3 Tuned parameters for System II

설정값 변화에 따른 각 방법의 폐루프 제어시스템의 추종성능은 외란을 0으 로 간주하고 얻었다. 그림 4.4는 출력 *y*와 입력 *u*를 나타낸 것이고, 정량적인 비교값은 표 4.4에 주어진다.



그림 4.4 시스템 II에 대한 설정값 추종응답 비교 Fig. 4.4 Comparison of set-point tracking responses for System II



그림에서 알 수 있듯이 모든 응답들은 시간이 진행됨에 따라 진동이 줄면서 설정값에 접근하지만 제안한 방법이 다른 세 방법보다 우수함을 알 수 있다. 특히 Z-N법은 백분율 오버슈트 M<sub>n</sub>는 없으나 정정시간 t<sub>s</sub>가 큼을 알 수 있다.

Table 4.4 Performances for System II

Tuning	Performances							
Methods	$M_p$ [%]	$t_r$ [sec]	$t_s$ [sec]	IAE				
Proposed	3.59	2.32	6.75	2.75				
Z-N	0	3.71	10.66	3.87				
IMC	0.39	3.80	7.31	3.94				
Cvejn	11.88	2.85	11.02	3.95				

### 4.3. 시스템 🎞

Collection

세 번째 모의실험용 모델은 Chen 등[7]이 제안한 NPID 제어기를 테스트하기 위해 사용한 식 (4.3)과 같은 3차 전기-유압 서보 시스템이다.

$$P(s) = \frac{-0.01s + 6,142.72}{s^3 + 128s^2 + 102,400s + 6,144}$$
(4.3)

이 3차 전기-유압 서보 시스템에서 Chen 등[7]이 제안한 NPID 제어기의 이득 은 오차 e의 함수로 식 (2.6)으로 기술되어 진다. 두 NPID 제어기에 대해 포화 기의 최소값과 최대값은 각각  $u_{\min} = -250$ ,  $u_{\max} = 250$ 으로 간주하였다. 식 (4.3) 의 모델과 포화기가 결합된 제어대상에 대해 NPID 제어기를 최적으로 동조하 였다. 각 파라미터는 구간  $0 \le K_p \le 2,000$ ,  $0 \le K_i \le 100$ ,  $0 \le K_d \le 50$ ,  $1 \le a_p, c_p, c_i, a_d, c_d \le 20$ 에서 탐색되었다. 그림 4.5는 최적으로 동조하는 과정을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 것과 같이 약 70 세대에서 해를 찾는 것을 알 수 있다.



표 4.4 시스템 II의 성능



그림 4.5 RCGA에 기초한 시스템 III의 진화 동조 Fig. 4.5 RCGA-based evolutionary tuning for System III

표 4.5는 제안한 방법과 Chen이 제안한 방법으로 구한 파라미터들을 정리한 것이다. 그림 4.6는 제안한 방법과 Chen의 방법을 출력 y와 입력 u<sub>sat</sub>으로 비교 하여 나타낸 것이다.

표 4.5 시스템 III의 동조 파라미터 Table 4.5 Tuned parameters for System III

Tuning Methods		Parameters						
Proposed	$K_{p}$	$K_i$	$K_{d}$	$a_p$	$c_p$	$c_{i}$	$a_d$	$c_d$
	1657.30	40.70	2.10	12.60	10.30	1.20	14.40	4.10
Chen	$k_{p1}$	$k_{p2}$	$k_{i1}$	$k_{i2}$	$k_{d1}$	$k_{d2}$	$k_{d3}$	-
	600.00	50.00	37.30	24.57	0.11	0.06	2.44	-





그림 4.6 시스템 III에 대한 설정값 추종응답 비교 Fig. 4.6 Comparison of set-point tracking responses for System III

표 4.6에서 알 수 있듯이 제안한 NPID 제어기에는 약간의 오버슈트가 발생하 지만 무시할 수 있을 정도이며, Chen 등이 제안한 제어기보다 더 짧은 상승시 간 *t*,과 정정시간 *t*,를 나타내고 있다.

표 4.6 시스템 III의 성능

Table 4.6 Performances for System III

Tuning	Performances							
Methods	<i>M</i> <sub>p</sub> [%]	$t_r$ [s]	$t_s$ [s]	IAE				
Proposed	0.27	0.05	0.08	0.04				
Chen	0.00	0.15	0.27	0.07				



#### 4.4. 시스템 IV

네 번째 모의시험용 제어대상은 Korkmaz 등[8]이 제안한 NPID 제어기를 테스 트하며 사용한 식 (4.4)의 3차 시스템이다.

$$P(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+4)}$$
(4.4)

포화기의 최소값과 최대값은 각각  $u_{\min} = -10$ ,  $u_{\max} = 40으로 간주하였다. 식 (4.4)의 모델과 포화기가 결합된 제어대상에 대해 NPID 제어기를 최적으로 동조하였고 각 파라미터는 구간 <math>0 \le K_p, K_i, K_d \le 100, 1 \le a_p, c_p, c_i, a_d, c_d \le 50$ 에서 탐색되었다. 그림 4.7는 최적으로 동조하는 과정을 나타낸 것이다. 약 60 세대에서 해 를 찾는 것을 알 수 있다. 표 4.7는 각 방법의 동조된 파라미터 값을 정리한 것이다.



Fig. 4.7 RCGA-based evolutionary tuning for System IV



표 4.7 시스템 IV의 동조 파라미터

Tuning Methods		Parameters						
Proposed	$K_{p}$	$K_i$	$K_{d}$	$a_p$	$c_p$	$c_i$	$a_d$	$c_d$
	54.03	27.22	31.28	14.35	14.46	16.71	37.76	8.18
	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$c_1$	$c_2$	-	-
Korkmaz	28.80	7.20	6.49	6.49	7.97	7.97	_	_

Table 4.7 Tuned parameters for System IV

그림 4.8은 제안된 NPID 제어기와 Korkmaz의 NPID 제어기를 사용하여 출력 y와 입력  $u_{sat}$ 의 응답을 나타낸 것이고, 정량적인 비교값은 표 4.8에 주어진다. 비록 제안한 방법의 응답에도 약간의 오버슈트가 발생하지만 무시할 수 있을 정도로 작고 Korkmaz 등이 제안한 제어기보다 나은 성능을 나타낸다.



그림 4.8 시스템 IV에 대한 설정값 추종응답 비교 Fig. 4.8 Comparison of set-point tracking responses for System IV



표 4.8 시스템 IV의 성능

Table 4.8 Performances	for	System	IV
------------------------	-----	--------	----

Tuning	Performances							
Methods	$M_p$ [%]	$t_r$ [s]	$t_s$ [s]	IAE				
Proposed	6.80	0.58	2.07	0.62				
Korkmaz	16.33	0.66	4.53	0.84				

실제 적용에서 계측잡음의 가능성은 항상 존재한다. 잡음에 대한 제안된 NPID의 강인함을 증명하기 위해 식 (4.4)의 시스템에 모의시험을 추가하였다. 피드백 되는 출력신호는 N(0,0.01<sup>2</sup>)의 백색 가우시안 잡음에 의해 교란되는 것 으로 간주하고 시뮬레이션을 실시하였다. 그림 4.9는 그 응답을 나타낸 것이다.



대한 설정값 추종응답 비교

Fig. 4.9 Comparison of set-point tracking responses for System IV with Gaussian noise N(0,0.012)



그림 4.8과 그림 4.9를 비교해보면 Korkmaz은 응답은 많이 왜곡되지만 제안 한 방법의 응답은 거의 왜곡되지 않음을 알 수 있다. 그림 4.9에서 두 포화기의 출력을 비교해보면, Korkmaz의 응답에서  $u_{sat}$ 의 심한 요동을 확인할 수 있지만 제안된 NPID에서는 요동이 훨씬 약함을 알 수 있다. 정량적인 비교값은 표 4.9 에 주어진다.

표 4.9	) 가	우시안	잡음을	가진	·] 시스텀	] IV	/의 성	; :	
Table	4.9	Perfor	mances	for	System	IV	with	Gaussian	noise

Tuning Methods	Performances			
	M <sub>p</sub> [%]	$t_r$ [s]	$t_s$ [s]	ITAE
Proposed	7.65	0.58	2.53	0.63
Korkmaz	28.96	0.68	8.27	1.16





# 제 5 장 결론

본 논문은 유연한 비선형성과 시변 이득을 가진 새로운 형태의 NPID 제어기 의 설계하고 설정값 변경에 따른 추종성능을 개선할 수 있도록 동조하는 방법 을 제안했다. 비선형 비례이득과 적분이득은 오차 e에 따라 적절히 조절되어지 고, 미분이득은 ee>0이 될 때 큰 제동이 걸리도록 그 크기를 변경해주는 비선 형 함수를 도입하였다. NPID 제어기의 파라미터들은 RCGA를 이용하여 ITAE 평가함수를 최소로 하는 관점에서 동조되었다.

네 종류의 시스템을 대상으로 시뮬레이션을 실시한 결과 제안한 방법이 기존 의 다른 방법들보다 우수한 성능을 보이고 있음을 확인하였다.

차후 안티와인드업(Anti-windup) 기법을 결합한 추가적인 연구가 필요하다고 사료된다.





### 참고문헌

- K. J. Åström, and T. Hägglund, PID Controllers: theory, design and tuning, ISA Press, 1995.
- [2] O. Aidan, Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules (3rd Edition), World Scientific, 2009.
- [3] H. Seraji, "A New Class of Nonlinear PID Controllers," Proc. of 2000 IFAC Workshop on Digital Control, Terrassa, Spain, 2000.
- [4] F. Jiang, and Z. Gao, "An Application of Nonlinear PID Control to a Class of Truck ABS Problems," Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 516–521, 2001.
- [5] B. M. Isayed, and M. A. Hawwa, "A Nonlinear PID Control Scheme for Hard Disk Drive Servosystems," Proc. of the 15th Mediterranean Conf. on Control and Automation, pp. T16–014, Greece, 2007.
- [6] H. Zhang, and B. Hu, "The Application of Nonlinear PID Controller in Generator Excitation System," Energy Proceedia, vol. 17, pp. 202–207, 2012.
- [7] J. Chen, and B. Lu et al., "A Nonlinear PID Controller for Electro-Hydraulic Servo System Based on PSO Algorithm," Applied Mechanics and Materials, vol. 141, pp. 157–161, 2011.
- [8] M. Korkmaz, O. Aydogdu, and H. Dogan, "Design and performance comparison of variable parameter nonlinear PID controller and genetic algorithm based PID controller," Proc. of 2012 IEEE Int. Symp. on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA), pp. 1– 5, 2012.
- [9] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2002.
- [10] J. G. Ziegler, and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers", Trans. ASME, vol. 64, pp. 759–768, 1942.



- [11] C. E. Garcia, and M. Morari, "Internal model control-1: a unifying review and some new results," Industrial Engineering Chemistry Process Design and Development, vol. 21, no. 2, pp. 308–323,1982.
- [12] Haalman, A., 1965. Adjusting controllers for deadtime processes. Control Engineering 65.
- [13] J. Cvejn, "Sub-optimal PID Controller Settings for FOPDT Systems with Long Dead Time," J. of Process Control, vol. 19, no. 9, pp. 1486–1495, 2009.
- [14] Eberhart R, Kennedy J. (1995). A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. Proc of 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan. IEEE Service Center Piscataway NJ,1995:39–43.
- [15] 이현식, 진강규, "유전알고리즘을 이용한 연속시스템의 온라인 퍼래미터 추정," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제4권, 제1호, pp. 76-81, 1998.



