工學博士學位論文

$k-e-t$ 亂流모델을 利用한 엔진 실린더내 流動에 관한 數値적 研究

A Numerical Study on In-Cylinder Flow Fields of an Engine Using $k-e-t$ Turbulence Model

指導教授 崔 在 星

2000 年 2 月

韓國海洋大學校 大學院

機關工學科 林 栽 文

목 차

List of tables

List of figures

A Numerical Study on In-Cylinder Flow Fields of an Engine Using $k-e-t$ Turbulence Model

Jae-Moon Lim

Department of Marine Engineering
Graduate School of Korea Maritime University

Abstract

This thesis describes and discusses the applicability of the $k-e-t$ turbulence model for calculation of the in-cylinder flow fields of an engine. The thesis also discusses the effects of swirl and valve seat angle to the characteristics of in-cylinder flow fields.

The equations are solved by finite difference method on a computational mesh which is made to always lie between the cylinder head and the moving piston head by defining a coordinate transformation which allows the axial grid line position to be expressed in terms of a time independent coordinate. The transformed conservation equations are integrated over the finite difference cells to provide algebraic equations. A hybrid differencing scheme is employed for numerical stability and PISO algorithm is used for the velocity-pressure coupling. $k-e-t$ turbulence model which considers the compressibility effect due to the compression and expansion of the piston was used.

Calculations have been done for the intake and compression stroke cycle of a two dimensional axisymmetric model engine. The unsophisticated geometry has been selected for reasons of simplicity and saving computer time, so the main effort is focused on the treatment and understanding of the complex in-cylinder flow fields during intake and compression stroke cycle.

The predicted results using $k-e-t$ turbulence model of the turbulent flow fields in a model engine are compared to those from the modified $k-e$ turbulence model and the experimental data. The results obtained with the $k-e-t$ turbulence model are in much better agreement with the experimental data than the modified $k-e$ turbulence model, as far as the mean velocity and the turbulence intensity are concerned.

Finally the effects of swirl on the in-cylinder flow structure are examined through the parametric study of swirl numbers 0.0, 0.6, 1.2 and 2.4, then the effects of valve seat angle are examined. As the swirl number increases the center of the main vortex moves to the cylinder wall and the counterclockwise vortex increases near the intake valve. The turbulence intensity increases with swirl number during intake stroke, but it has a maximum value at swirl number 1.2 during compression stroke.

For the valve seat angle of 45° or more the flow pattern remains same but for the valve seat angle of 30° an alternative structure appears, in which the outer edge of the jet does not separate from the cylinder head wall, thus diminishing the corner vortex.

Nomenclature

a : Cell area

A : Total convective and diffusive flux coefficient

A_E : Effective flow area

A_R : Reference area

b_{ij} : Reynolds stress anisotropic tensor

$C_1, C_1', C_1'', C_2, C_3, C_4, C_m$: Turbulence model constants

$C_5, C_{6,ISO}, C_{6,AXI}$: Turbulence model constants

C_D : Discharge coefficient

C_p : Specific heat at constant pressure

D : Velocity divergence

D_v : Valve head diameter

E : Empirical constant in the 'law of the wall'

f_1, f_2 : Spatial linear interpolation factors

h : Enthalpy

k : Turbulent energy

l : Turbulent length scale

L_v : Valve lift

$\dot{m}$: Mass flow rate

M : Mach number

p : Pressure

p^* : Guessed pressure

p^{**} : Corrected pressure

p^{***} : Twice corrected pressure

p' : Pressure correction

p'' : Second pressure correction

P_{DIL} : Production of the turbulent energy by the dilatation part

P_{INC} : Production of the turbulent energy by the incompressible part

Pe : Peclet number

P_{ij} : Production tensor

P_T : Pressure at the throat

q : Turbulent velocity

q_w Wall heat flux

r : Radial coordinate direction

R_{ij} : Reynolds stress tensor

S_{AXI} : Mean strain rate for axisymmetric expansion flow

S_{ISO} : Mean strain rate for isotropic compression flow

s_{ij} : Strain rate tensor

S_f : Source term for dependent variable f

T : Temperature

$T_{ij}^{(1)}$: Rapid part of the pressure strain tensor

T_w : Wall temperature

u : Axial direction velocity

$\hat{u}$: Relative velocity of the fluid

u^*, v^* : Guessed velocities

u^{**}, v^{**} : Corrected velocities

u^{***}, v^{***} : Twice corrected velocities

u', v' : Velocities corrections

u^+ : Dimensionless velocity

u_G : Grid velocity

u_j : j-direction velocity

u_t : Friction velocity

v : Radial direction velocity

w : Circumferential direction velocity

x_j : j-coordinate direction

y : Normal distance from the wall

y^+ : Dimensionless distance

z : Axial coordinate direction

z_p : Instantaneous position of the piston

[Greek symbols]

a : Spatial difference function in difference equation

a_p : Pressure under-relaxation factor

a_u , a_v : Velocity under-relaxation factors

g : Specific heat ratio

Γ_f : Diffusion coefficient

d_{ij} : Kronecker delta

e : Turbulent energy dissipation rate

q : Circumferential coordinate direction

k : Von Karman constant

m : Viscosity

m_{eff} : Effective viscosity

m_T : Turbulent viscosity

n_T : Turbulent kinematic viscosity

x : Transformed axial coordinate

r : Density

$s_{T,l}$: Laminar Prandtl number

$s_{T,t}$: Turbulent Prandtl number

t : Turbulent time scale

f : General dependent variable

Ω_{ij} : Mean rotation tensor

[Superscripts]

$-$: Ensemble mean value

$'$: Fluctuating component

n : New value

o : Old value

[Subscripts]

e, E : East

n, N : North

s, S : South

w, W : West

1. 서　론

1.1 연구 배경

1970년대의 2차에 걸친 오일쇼크를 거치면서 내연 기관은 연료 소비율 향상을 위한 고성능이 요구되었다. 1980년대 이후 환경 오염에 대한 규제가 강화되면서, 내연 기관은 고성능에 더하여 저공해, 저연비를 추구하고 있다. 또한 시장 경쟁력 확보를 위하여 설계 기간 단축이 요구되는 등, 내연 기관의 설계 조건은 매우 가혹한 상태로 변화하고 있다. 이러한 복합적 요건을 충족시키기 위하여는 엔진 실린더 내의 유동 및 연소에 대한 충분한 이해를 필요로 한다.

일반적으로 디젤 엔진에서는 실린더 내부 유동의 난류 강도를 증대시킴으로써 흡입된 공기와 연료의 혼합을 빠르고 원활하게 하고 착화 후 화염의 확산 속도를 증대시킨다. 또한 디젤 엔진에서는 실린더 내부 유동장이 연료-공기의 혼합율과 연소율, 배기 물질의 생성, 실린더 벽으로의 열전달 등에 크게 영향을 미친다[1]. 이와 같이 디젤 엔진의 실린더 내부 유동장은 기관의 출력 및 배기가스의 조성에 직접적인 영향을 미치므로 내부 유동장에 대한 이해는 우수한 운전 특성과 배기 특성을 지닌 엔진의 개발을 위해 필수적이다[2].

그러나 엔진 실린더 내부 유동은 3차원적이며, 비정상적인 난류 특성을 갖고 있어 매우 복잡하기 때문에 실험적 연구를 통해 유동 특성을 명확하게 규명하기가 쉽지 않다. 따라서 연료와 공기의 혼합, 연소 등에

영향을 미칠 수 있는 흡입 포트 형상이나 연소실 형상 설계는 그 목적에 따라 매우 단순화된 이론 해석 또는 오랜 시간에 걸쳐 많은 노력을 필요로 하는 실험적 경험에 의존해 오고 있다[3].

한편 열선 유속계, LDA(laser doppler anemometer), 고속촬영기 등 계측 장비가 발달하면서 엔진의 난류 유동장 구조가 밝혀지고 있으며[4,5], 효과적인 수치 모델링 기법이 개발되면서 난류 유동에 대한 해석도 가능하게 되었다. 이 장비들을 이용하여 계측한 실린더 내부 유동은 피스톤과 밸브의 주기적 운동, 난류 특성 등으로 인하여 시간에 따라 계속적으로 변하는 특성(non-stationary turbulent flow)을 갖고 있는 것으로 알려져 있다[6,7].

주기적 왕복 운동이 발생하는 엔진 실린더 내부 유동은 복잡한 3차원 구조를 갖는 비정상 특성이 있다. 따라서 실험적 연구에는 제한성이 수반되지만, 적용성 및 타당성이 향상된 수치해석 기법이 개발되면서 실린더 내부에서의 여러가지 복잡한 현상들에 대한 수치적 계산이 가능하게 되었다. 엔진에 관한 수치 모델링의 목적은 실린더 내에서 발생하는 제 현상을 이해하고, 엔진 성능과 배출물에 대한 설계 변수와 작동 조건의 영향을 예측하여 최적의 설계 조건을 찾아내는 것이다. 이러한 관점에서 수치 모델링은 엔진 설계를 위한 가치 있는 방법이 될 수 있다[8]. 모델링에 의한 수치해석은 컴퓨터 하드웨어의 급속한 발달과 함께 더욱 정확한 모델이 개발되어 새로운 해석 도구로 각광을 받고 있다.

엔진에 대한 수치 모델은 영차원(zero dimensional) 모델, 일차원(one dimensional) 모델과 다차원(multi dimensional) 모델로 나눌 수 있다[9]. 영

차원 모델과 일차원 모델은 간단한 계산으로부터 유용한 결과를 얻을 수 있는 장점을 가지나 연소율을 비롯한 중요 인자를 실험에 의존한다는 단점도 가지고 있다. 다차원 모델은 난류 과정, 연소 과정을 서술하는 모델과 함께 운동량, 에너지, 각 화학종의 질량보존식에 대한 편미분 방정식을 수치해석하여 속도, 압력, 온도, 농도, 난류강도의 시간 및 공간 분포를 예측할 수 있다. 이러한 다차원 수치해석은 많은 기억 용량과 계산 시간을 요하는 단점에도 불구하고, 근본적으로 순수한 예측 방법이 될 수 있다는 관점에서 커다란 잠재력을 가지고 활발한 연구가 진행되고 있다[10].

엔진 실린더 내의 유동은 경사진 밸브와 움직이는 피스톤, 복잡한 기하학적 형상, 실린더 벽 또는 피스톤 근처의 느린 속도로부터 밸브 흡입면 근처의 빠른 속도까지의 넓은 속도 범위, 난류 전달 등이 포함되므로 수치해석상 상당한 어려움을 야기한다. 그러므로 엔진의 유동에 관한 수치해석은 안정성, 정확성과 경제성을 동시에 고려하여 이용 가능한 계산 시간 내에 타당성 있는 계산 결과를 얻을 수 있는 적절한 수치해법, 계산 격자의 생성 방법, 지배방정식의 차분 방법, 난류 모델을 요구한다. 특히 연소율이 난류에 의해 크게 영향을 받기 때문에 이를 정확히 예측하는 것이 매우 중요하다.

이상과 같은 이유로 엔진 연구자들은 기존의 많은 비용과 시간을 요구하는 실험 및 경험에 의한 방법을 대체해 줄 수 있는 것으로 다차원 수치 모델링을 주목하고 있으며, 특히 엔진 실린더 내부 유동 특성을 정확히 표현해 줄 수 있는 난류 모델에 관심을 집중하고 있다.

1.2 연구 동향

1.2.1 다차원 엔진 모델링

본 절에서는 본 연구와 직접적으로 관련된 논문들에 국한하여 언급하고자 한다. 따라서 영차원(zero-dimensional) 및 일차원(one-dimensional) 모델에 관하여는 참고문헌 [11]에 기술되어 있으므로 생략한다.

1973년에 Watkins가 최초로 실린더 내 유동의 다차원 계산을 수행하였다. 그는 피스톤의 움직임에 따라 유한차분 격자의 수축 및 팽창을 가능하게 하는 새로운 좌표 변환을 도입하여 층류 유동에 대한 질량, 운동량 및 에너지 보존식을 풀었다. 압축 및 팽창 과정 중에 피스톤 움직임에 의해서 실린더 내로 유입되는 유동에 관한 Watkins의 2차원 시뮬레이션 결과에 의하면 유동은 압축 및 팽창 과정 중에 주로 1차원적으로 나타났으며 압축과정 말기에 나선형의 와류가 형성되었고, 이 와류는 팽창과정 초기에 사라졌다. 후에 Watkins는[11](1977) 앙상블 평균량(ensemble mean)에 대한 미분방정식을 유도하고, $k-e$ 난류모델을 채택하여 엔진 내의 난류 유동을 계산하였다. LDA 계측값과 계산 결과를 비교한 결과, 피스톤 근처의 흡기 제트 분포와 실린더 벽을 따른 재순환 영역의 형성과 같은 유동의 중요한 특성은 비교적 잘 예측하였으나, 특히 실린더 헤드 근처의 재순환과 같은 약한 유동은 제대로 예측하지 못하였다. 이러한 불일치는 흡기측에서 가정한 반경방향 속도 프로필이 적합하지 못하였기 때문이었다. 또한 Watkins는 실린더 헤드 중앙에 밸브가 설치된 디스크 챔버형 4행정 엔진을 대상으로 내부 유동을 계산하였다. 그는 계산 결과를 유사한 엔진에 대해 1점 열선 유속계를 이용하여 계측한 Witze[12]

의 결과와 비교하였다. 흡기 및 배기 과정 중에는 평균속도의 변화 경향 및 난류 파라미터가 대체적으로 일치하였으나, 압축 및 팽창과정 중에는 그렇지 못하였다.

영국 Imperial College의 Gosman을 중심으로 한 일군의 연구자들은 내연기관 유동 시뮬레이션을 위한 다차원 방법을 개발한 중요한 그룹이다. Gosman and Johns[13](1978)는 여러가지 형상의 피스톤 보울(bowl)과 초기 스월 레벨에 대해, 모터링 엔진의 압축 및 팽창 과정 중의 속도장 및 난류장을 계산하였다. 그들의 계산에 의하면 피스톤 보울 형상과 초기 스월 레벨이 TDC에서의 유동 구조에 중요한 영향을 미치는 결과를 보였다. 그들은 최초로 밸브의 경계조건을 실린더 면의 원주 틈새(annular aperture)인 것으로 하였고, 그 후에 실린더 안쪽으로의 밸브의 움직임을 밸브 양정 면적에 적절한 경계조건을 부과하여 시뮬레이션 하였다. 이들의 연구는 난류 모델을 개선할 필요가 있으며, 정상류 이론에서 얻어진 벽함수를 사용할 필요가 있음을 보여 주었다.

Ahmadi-Befrui et al.[14](1982)는 축대칭 4행정 모델 엔진내의 유동의 속도 특성에 대해 계산 및 계측하여 실험값과 계산값이 전반적으로 일치하는 결과를 얻었다. 특히 흡기 과정 중에 강한 난류 및 두개의 와(vortex) 구조가 형성되고, 이것들이 흡기 밸브가 닫힐 즈음에 급격히 감쇠하는 것을 보였다. 그들은 압축 과정 중에 평균속도는 계속 감소하나, 난류강도는 평균 피스톤 속도의 0.6배 근처에서 거의 일정하게 유지됨을 발견하였고, 다른 형태의 엔진에 대해서도 동일한 결과를 얻었다. 그들은 이러한 감쇠 과정이 직접 분사식 엔진에서 스월이 좀더 오래 유지되도록 노

력해야 하는 한 이유라고 결론 지었다.

Gosman et al.[15](1983)은 그들의 방법을 3차원으로 확장 시키는 것에 관한 연구를 수행하여, 두가지 형태의 모터링 모델 엔진 내의 유동을 계산하였고, 그 중 한 경우에 대해 실험값과 비교하였다. 두가지 형태는 각각 중심에서 벗어난 annular 오리피스와 포펫 밸브였는데, 두 경우 모두 복잡한 유동구조를 발생하였다. 전자의 경우에 대한 계산만이 대체로 실험 데이터와 일치하였으며, 여러가지 문제점 중에서 이산화 방법을 개선할 필요성이 지적되었다.

Grasso and Bracco[16](1983)는 2개의 왕복동 엔진에 대해 분사 직전의 TDC 근처에서 난류를 계측한 값과 계산한 값을 비교한 결과를 보고하였다. 그들의 모델은 $k-e$ 난류모델을 채택한 2차원 축대칭 유동장에 관한 것이었다.

Brandstatter et al.[17](1985)는 LDA 계측으로부터 얻어진 경계조건과 흡기구가 있는 엔진 실린더 내의 3차원 공기유동을 계산하기 위한 다차원 유동 계산 과정에 관한 개발 단계를 보고하였다. 실제와 유사한 결과가 얻어지긴 하였으나, 결과에 관한 최종 평가는 유동구조에 관한 비교할 만한 실험 데이터가 얻어질 때까지 보류되었다.

Yamada Toshio et al.[18](1986)는 흡기 밸브가 여러개인 엔진과 한개인 엔진에 대한 3차원 수치 시뮬레이션 및 유동 가시화에 의한 결과를 가지고 실린더 내 가스 거동 특성을 비교하였다. 밸브가 여러개인 엔진이 두개의 포트에서의 유동의 상호 작용에 의해 스월 속도가 빨리 감소하는 결과를 보였다. 그러나 실린더 내 난류 운동 에너지는 헬리컬 포트를 가

지는 단밸브 엔진의 경우와 유사하였다.

Shah[19](1989)는 표준 $k-e$ 난류모델, 수정 $k-e$ 난류모델, $k-W$ 난류모델을 이용하여 엔진 실린더내 유동을 계산하고, Monaghan et al.[20]의 실험 결과와 비교하였다. $k-W$ 난류모델을 이용한 경우가 다른 두 모델을 적용한 경우에 비해 난류 속도를 잘 예측하였다. 그러나 스월 계산에서는 수정 $k-e$ 난류모델보다 3~10% 나쁜 결과를 나타내었다. 그들은 $k-e$ 난류모델과 같이, 스월 예측을 위해 $k-W$ 난류모델이 일부 수정된다면 엔진 실린더 내 유동 계산에 $k-W$ 난류모델이 아주 적합할 것으로 주장하였다.

Mao et al.[21](1994)는 엔진 실린더 내의 복잡한 형상을 더 잘 반영하여 시뮬레이션 할 수 있도록 하기 위하여, 엔진 내부 유동 계산에 최초로 FEM(finite element method)을 적용하였다. 그들은 두 종류의 수정 $k-e$ 모델(Watkins의 모델과 Morel의 모델)을 사용하여 실린더 내의 유동을 계산하고 Lance et al.의 실험 결과와 비교하였다. 계산값은 실험값과 대체로 일치하여, 엔진 내부 유동 해석에 FEM의 적용이 타당함을 입증하였으나, 압축과정 중의 난류에 대한 영향이 제대로 예측될 수 있도록 난류모델을 개선하여야 할 필요가 있음을 지적하였다.

Khalighi[22](1995)는 팬케이크형 연소실을 가진 엔진 내부 유동을 계산하고, 계산 결과 확인을 위해 동일한 형상에 대해 물을 이용한 가시화 실험을 수행하였다. 흡기과정 중의 계산 결과는 가시화 실험 결과와 잘 일치하였다. 특히 BDC에서 텀블(tumble) 유동이 생성됨을 확인하였고, 이 텀블 유동은 압축과정 중에 유지되고 증폭되어서 TDC 근처에서 높

은 수준의 난류 수준을 생성하는 원인이 됨을 확인하였다.

Kong et al.[23](1997)은 KIVA-3 코드를 이용하여, 흡기 계통까지를 포함시켜 실린더 내 유동을 계산하고, 이를 LDV에 의한 계측 결과와 비교하였다. 그들은 비교적 높은 난류 에너지 영역과 관련된 스퀴시(squish) 영역에 회전 유동 패턴이 존재함을 확인하였다.

1.2.2 엔진에 적용하는 난류모델

비정상 3차원 난류 현상을 지배하는 와(渦)의 크기는 전체 계산 영역의 크기에 비해서 매우 작다. 따라서 난류 현상을 예측하기 위해서는 매우 작은 격자를 사용해야 하는데, 작은 격자를 사용하게 되면 계산 시간의 증가 및 대용량의 컴퓨터를 필요로 하는 문제가 발생하게 되므로 격자의 세분화에는 한계가 있다. 이러한 문제 해결을 위하여 물리적으로 타당성을 갖는 여러가지 난류 모델들이 개발되어 엔진 실린더 내부 유동 해석에 활용되고 있다.

엔진 실린더 내부유동 해석에 활용되는 난류모델로는 크게 full field modeling(FFM)법과 large eddy simulation(LES)법이 있다[24]. FFM법은 난류 에너지 등의 전달방정식에 시간평균 또는 앙상블평균(ensemble mean) 개념을 도입하여 모델링하는 방법으로, 2방정식 모델인 $k-e$ 난류 모델이 그 대표적인 예이다. LES법은 공간평균의 개념을 이용하는 방법으로 주어진 계산 격자 크기보다 작은 와들은 FFM법으로 처리하고 계산 격자 크기보다 큰 와들만을 직접 계산하는 방법으로, LES와 FFM법의 절충 형태인 subgrid scale model[25]이 그 예이다. LES법은 난류성분을 직접 계산하

기 때문에 $k-e$ 난류 모델에서 난류 점성계수를 결정하는 것과 같은 난류 모델상수 등의 이용을 배제할 수 있으나 계산 시간이 과도하여 공학적으로 활용하기에는 아직 어려움이 있는 것으로 알려져 있다.

엔진의 연구에서 난류모델로 가장 널리 사용되는 것이 $k-e$ 난류 모델이다. 이 모델은 난류 운동에너지 k 및 그 소산율 e에 대한 전달방정식을 푼다. $k-e$ 난류 모델이 복잡한 유동계산을 위한 모델로 널리 사용되고 있는 이유는 다음과 같다.

- ㅇ 이 모델은 대부분의 유동을 잘 예측한다.
- ㅇ 이 모델의 계수가 잘 정의되어 있다.
- ㅇ 틀린 결과를 나타내는 일이 거의 없다.

그러나 이 모델은 압축 행정에서 길이 스케일이 증가하는, 물리적으로 타당성이 없는 결과를 나타내는 단점이 있다. $k-e$ 난류 모델은 뉴톤 유체의 분자 운동 개념과 유사한 와점성 개념에 기초를 두고 등방성 가정을 근거로 하고 있다[26]. 등방성 가정은 평균운동과 난류운동 사이의 시간비(time ratio) 및 길이 스케일 등과 같은 요소들의 물리적 일관성을 필요로 하나, 실린더 내의 유동은 평균운동과 난류운동의 시간비 및 길이 스케일이 시간과 공간에 따라 계속적으로 변하기 때문에 합리적 일관성이 결여된다. 따라서 이러한 문제를 극복하고 좀더 실제에 가까운 결과를 나타내기 위하여, 압축성 효과를 e-방정식의 생성항(production term)에 팽창(dilatation) 효과로 포함시킨 여러 종류의 수정 $k-e$ 난류 모델이 제안되었다. 수정 $k-e$ 난류 모델에는 압축성의 영향과 관련된 항이 다른, 특히 e-방정식이 다른 여러 가지의 형이 있으며

Watkins[11](1977), Reynolds[27](1980), Morel and Mansour[28](1982), El Tahry[29](1983)가 제안한 수정 $k-e$ 난류 모델이 있다.

Watkins(1977)는 최초로 피스톤의 움직임에 의한 압축 및 팽창에 따라 밀도 변화가 수반되는 엔진 실린더 내 유동에 대한 $k-e$ 난류 모델을 적절한 형으로 유도하였다[11]. 그는 e-방정식에 reD (D는 dilatation 표시)와 같은 형의 팽창항을 부가하였다. 그 후 Reynolds(1980)는 Watkins의 모델로는 급속 구형 압축(rapid spherical compression)과 같은 경우에 균질 난류 특성을 정확히 나타내지 못함을 지적하고, 급속 변형 이론(rapid distortion theory)을 적용하여 e-방정식에 새로운 모델 상수를 도입하여 급속 구형 압축에 따른 팽창(dilatation)의 영향을 고려한 모델을 제안하였다. Reynolds 모델은 Gosman et al.[30], Ramos et al.[31], Grasso et al.[32] 등에 의해서 팽창의 영향을 나타내는 항의 모델 상수만을 수정하는 형태로 이용되었다.

Morel and Mansour(1982)는 엔진 실린더 내의 압축 형태는 일반적으로 구형이 아님을 지적하고, $k-e$ 난류 모델의 축 방향 압축의 영향에 대해 평가하였다. 그들은 유동이 압축되면 $u_{i,i} < 0$ 조건이 되기 때문에 Reynolds 모델의 생성항 $S_e = c_3 reu_{i,i}$ 에 의해서, 모델 상수인 $c_3 < 0$ 의 조건이면 소산율은 증가하고 $c_3 > 0$ 의 조건이면 소산율은 감소한다고 보고하였다. 따라서 그들의 수정 $k-e$ 난류 모델의 예측 결과는 $c_3 = 1$ 인 Gosman et al.의 결과와 $c_3 = 0$ 인 Ramos et al.의 예측 결과보다 압축행정에서는 길이 스케일이 더 작게 나타났으며 팽창 행정에서는 길이 스

케일이 더 크게 나타났다.

Amadi-Befrui et al.[33](1981)는 Reynolds 모델에서 모델 상수 $c_3 = 1$을 이용하여 구동 조건에서 연소가 수반되는 경우에 대해 수치 계산한 결과 $c_3 = 0$이거나 $c_3 = 0.373$인 경우보다 길이 스케일과 시간 스케일이 더 커지는 결과를 얻었다. $c_3 = 0$의 모델 상수를 이용한 Ramos et al.의 모델은 c_3 값이 양수일 때는 압축행정 동안 와도와 길이 스케일이 증가하기 때문에 물리적으로 타당하지 못하다고 지적하였다. 즉 압축에 의해 생성된 난류 운동에너지를 소산 시키기 위해서는 길이 스케일이 감소 해야만 하는데 $c_3 > 0$인 값을 이용하면 e-방정식의 팽창항이 음의 값을 갖게 되어 난류 운동에너지 소산율이 감소하여 길이 스케일은 증가하게 된다. 반면에 $c_3 < 0$인 값을 갖는 경우에는 압축유동에서 물리적으로 타당한 결과를 나타낸다고 보고하였다.

El Tahry[34](1982)는 엔진 실린더 내부유동 해석을 위한 대부분의 난류 모델은 기존의 표준 $k-e$ 난류 모델을 수정하기 위한 시도였고, 근본적으로 난류 운동에너지 및 소산율에 대한 지배방정식 자체를 새롭게 유도하고 각 항들에 대해 새로운 관점에서의 고찰을 통해 모델링 하고자 하는 시도는 거의 없었음을 지적하고, OM(order of magnitude) 방법을 이용하여 난류 운동에너지 및 소산율에 대한 지배방정식을 새롭게 유도한 모델을 제안하였다. 이 모델에 의한 계산 결과는 이전의 Gosman et al.과 Watkins의 모델보다 더 실제에 가까운 결과를 나타내었다. 그의 모델에서 도입한 모델 상수 $c_3 = -\frac{1}{3}$은 급속 변형이론에 의해 예측된 $c_3 = 0.373$과 잘 일치하고 있다.

또한 El Tahry[35](1984)는 $k-e$ 난류 모델은 와점성을 정의하기 위한 가정으로부터 야기되는 단점으로 인해 적용에 문제가 있음을 지적하고 Launder et al.[36]에 의해서 제시된 Reynolds 응력모델을 엔진 형상의 유동에 적용하였다. 예측 결과는 난류 모델을 이용한 다른 연구자들의 예측 결과보다 실험치와 더 잘 일치하는 결과를 나타냈으나, 이것이 난류 모델의 영향 때문인지는 분명치 않다고 보고하였다. 그러나 이 모델은 7개의 편미분방정식(응력 6개 및 e)을 더 풀어야 하는 문제가 대두된다.

Wu et al.[37](1985)는 단순한 형상에서 등방성 압축 및 1차원 압축을 받는 저 레이놀드수 균질 난류유동에 대해, Navier-Stokes 방정식을 직접 수치 계산하여 $k-e$ 난류 모델의 성능 평가를 수행하였다. 그 결과 저 변형율에서는 $k-e$ 난류 모델이 좋은 성능을 나타내었으나, 변형이 강력해서 유동 구조의 평형이 깨지게 되면 이 모델은 좋지 못한 결과를 나타내었다. $k-e$ 난류 모델에서는 난류 운동에너지가 난류 속도스케일을 결정하고, 소산은 난류 운동에너지의 소멸율과 난류 길이스케일을 결정한다. 그러나 엔진 실린더 내와 같이 유동 구조가 불평형으로 되는 높은 변형율 유동에서는 소산은 이 두가지 일을 동시에 할 수 없게 된다. 따라서 Wu et al.는 길이 스케일 및 시간 스케일을 분리하면서 복잡성을 최소화하기 위해 난류 시간스케일 't'를 도입하여, 전반적으로 더 나은 결과를 나타내는 $k-e-t$ 난류 모델을 제안하였다.

$k-e-t$ 난류모델은 소산과 시간스케일을 분리한 난류 시간스케일에 대한 모델식으로, 시간스케일 방정식에는 등방성 난류 감쇠, 변형이 제거된 후의 등방성 난류로의 복귀, 여러 종류의 변형에 대한 영향을 반영

하는 항들이 포함된다.

Shah and Markatos[38](1987)는 엔진에서의 2, 3차원 유동 해석에 Ilegbusi와 Spalding[39]에 의해서 개발된 $k-W$ 난류 모델을 적용하였다. 그들은 표준 $k-W$ 난류 모델이 표준 $k-e$ 난류 모델보다 좋은 결과를 나타냈으며, 수정 $k-W$ 난류 모델이나 수정 $k-e$ 난류 모델은 실험치와 잘 일치하는 경향을 나타낸다고 보고하였다.

Naser et al.[40](1995)는 흡기 밸브/포트 어셈블리 내의 유동에 대한 수치 해석을 수행하였다. 흡기 밸브/포트를 지나는 유동은 유선의 굴곡이 심하고, 압력 구배가 심하기 때문에 벽 근처의 유동 계산에 벽법칙의 적용은 타당하지 못하게 된다. 따라서 그들은 벽에서 멀리 떨어진 곳의 유동 계산에는 $k-e$ 난류모델을 사용하고, 벽 근처의 유동 계산에는 길이스케일 분포를 잘 규정한 1방정식 모델을 사용하는 two-layer 모델을 사용하였다. 그들은 two-layer 모델에 의한 계산 결과를 표준 $k-e$ 난류모델, 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산 결과와 비교하여, two-layer 모델이 흡기 밸브/포트 내 유동 계산시 타 모델에 비해 우수한 결과를 나타냄을 보고하였다.

Watkins et al.[41](1996)는 DSM(differential stress model)이 많은 공학적 문제에서 유동의 비등방성을 예측하는 능력과 역압력 구배에 대한 우수한 응답성 때문에 난류를 모델링 하는데 선호되고 있으며, 엔진 실린더 내 유동에서도 이러한 현상들이 발생함을 고려하여, DSM을 엔진 실린더 내 유동 해석에 적용하고, $k-e$ 난류모델을 적용한 경우와 비교하였다. 그 결과 흡기 과정 중에는 DSM을 적용한 경우가 $k-e$ 난류모델을 적용한

경우에 비해 실험값에 접근하지 못하는 결과를 나타내었고, 스월이 있는 경우에도 좋지 못한 결과를 나타내었다. 그러나 벽을 따라 진행하는 유동에 대해서는 개선된 결과를 나타내었다. 특히 TDC 근처의 압축 과정 말기에는 DSM을 적용한 경우가 $k-e$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 난류 강도를 잘 예측하였으며, 스월이 있는 경우에도 더 우수한 결과를 나타내었다. 따라서 그들은 DSM이 압축 과정 말기의 상태를 예측하는 능력이 뛰어난 것으로 주장하였다.

이외에도 적정한 격자수에서 타당성 있는 해석이 가능한 것으로 알려진 RNG(renormalization group) $k-e$ 난류모델을 적용한 연구가 진행되었다[42,43,44].

본 연구에서는 흡기 및 압축 행정 중의 엔진 실린더내의 전반적인 유동 특성 파악에 관심을 가지고, 이러한 목적에 부합되면서 좀 더 개선된 결과를 나타낼 것으로 기대되는, Wu et al.가 제안한 $k-e-t$ 난류모델을 적용하여 축대칭 엔진 실린더 내의 유동을 계산하였다.

1.3 연구 내용

본 연구는 움직이는 밸브와 피스톤, 실린더 벽 또는 피스톤 근처의 느린 속도로부터 밸브 흡입면 근처의 빠른 속도 범위, 유동 구조가 불평형으로 되는 높은 변형율 유동 등이 포함되어 수치 해석상 상당한 어려움이 따르는 엔진 실린더 내 유동 해석에 있어서, 좀더 개선된 결과를 나타낼 것으로 판단되는 $k-e-t$ 난류 모델을 엔진 실린더 내 유동 해석에 적용하여 그 타당성을 검토하고, 적절한 계산 격자수 내에서 좀 더

정확한 결과를 얻을 수 있는 다차원 수치해석 도구를 제시한다는 관점에서 다음과 같이 2, 3, 4, 5장으로 나누어 연구를 수행하였다.

2장에서는 엔진 실린더 내 유동에 대한 다차원 수치해석에 필요한 이론적 모델에 대해 기술하였다[45,46]. 엔진 실린더 내 프로세스를 통계적 평균에 의해 적절히 표현할 수 있다는 가정하에 지배방정식들을 앙상블 평균화(ensemble averaged) 과정을 거쳐 일반형 전달방정식으로 표현하고, 이들 방정식들을 실린더 내 공간에서 피스톤의 움직임에 따라 수축 팽창하는 좌표계로 변환하였다. 난류 모델은 피스톤의 압축 및 팽창에 수반되는 압축성 효과를 고려한 수정 $k-e$ 난류 모델들에 대해 기술한 후, 엔진 실린더 내와 같이 유동 구조가 불평형으로 되는 높은 변형율 유동에 대한 수정 $k-e$ 난류 모델 적용의 문제점을 지적하고, 이러한 문제 해결을 위해 소산과 시간스케일을 분리하고, 시간스케일 방정식에 등방성 난류감쇠, 변형이 제거된 후의 등방성 난류로의 복귀, 여러 종류의 변형에 대한 영향을 반영하는 항들을 포함시킨 $k-e-t$ 난류 모델을 설명하였다.

3장에서는 본 연구에 적용한 수치 해석 방법에 대해 기술하였다. 먼저 제어체적을 정의하고 편미분 형태의 지배방정식을 대표 셀의 체적 및 시간 증가에 대해 적분함으로써 차분화 시키는 유한체적법을 이용하여 유한 차분 형태의 대수방정식으로 차분화 하였다. 해의 수치적 안정성 강화를 위해 저 Peclet 수에 대해서는 중앙 차분 도식으로, 고 Peclet 수에 대해서는 상류 차분 도식으로 하는 하이브리드 도식을 채택하였다. 파동형 압력장이 균일 압력장과 같이 인식되는 것을 방지하고, 두 인접

한 격자점들 사이의 압력 차이가 이들 격자점 사이에 놓여있는 속도 성분의 자연스러운 추진력이 되도록 엇갈린 격자계(staggered grid)를 사용하였다. 속도와 압력의 연결 문제 처리는 1회의 예측단계(predictor step)와 2회의 수정단계(corrector step)를 거쳐, 이때 얻어진 해가 완전히 수렴된 상태는 아니지만 불완전 수렴에 의한 오차가 다음 시간 단계로 진행하면서 발산하지 않고 계속 감소하도록 함으로써 안정성을 유지하도록 하는 PISO 알고리즘을 이용하였다.

4장에서는 $k-e-t$ 난류 모델을 엔진 실린더 내 유동 계산에 적용하고 그 결과를 분석하였다. 엔진 실린더 내의 유동에 대한 다차원 수치해석은 한정된 격자수, 완전하지 못한 난류 모델 등을 사용하므로, 신뢰할 수 있는 실험 결과와의 비교를 통한 검증은 필수적이다. 따라서 계산결과를 Ahmadi-Befrui[14]의 실험 결과와 비교하므로써 본 연구에서 사용한 수치해법과 난류 모델의 타당성을 검증하였다. 또한 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산 결과와의 비교를 통해, 엔진 실린더 내 유동 해석에 $k-e-t$ 난류 모델 적용의 가능성을 제시하였다. 스월이 있는 경우의 실린더 내 유동 계산에도 $k-e-t$ 난류 모델을 적용하고, 계산 결과를 Arcoumanis[47]의 실험 결과와 비교하여 타당성을 검증한 후, 스월수 0.6, 1.2, 2.4인 경우에 대하여 스월이 실린더 내 유동에 미치는 영향에 대해 고찰하였다. 또한 밸브 시트각이 $60°, 45°, 30°$인 경우에 실린더 내 유동에 미치는 영향에 대하여도 고찰하였다.

5장에서는 $k-e-t$ 난류 모델을 적용하여 엔진 실린더내 유동해석을 좀 더 정확히 해석하고자 하는 본 연구의 종합적인 결론을 기술하였다.

2. 이론적 모델

2.1 지배방정식

일반적으로 엔진 실린더 내 유동을 해석하는 데에는 질량, 운동량, 에너지 보존 방정식이 기초가 되고 있다. 본 연구에서는 2.1.2절에 기술하는 것처럼, 실린더 내 프로세스를 통계적 평균에 의해 적절히 표현할 수 있다는 가정하에 이러한 방정식들을 앙상블 평균형(ensemble averaged form)으로 푼다.

앙상블 평균화 과정은 주어진 유동을 고정된 장소와 상(phase)에서 평균값이 일정 값으로 될 때까지 반복 계측하는 것과 동일하다. 따라서 이들에 대한 지배방정식의 해는 수많은 경우에 대한 통계적 평균 값을 나타내는 것으로, 각 사이클간의 변화는 제거된 것이다.

엔진 실린더 내 난류 유동의 앙상블 평균화 과정에서 레이놀즈 응력 또는 난류 확산 플럭스로 불리는 항이 추가된다. 방정식을 완결(closing) 시키기 위하여는 이 항을 이미 알고 있는 값이나 측정 가능한 평균류의 항으로 표현하여야 한다. 이를 위해 난류 모델을 도입한다[11].

2.1.1 순간 보존 방정식

일반 압축성 유동을 지배하는 기본식은 질량, 운동량, 정체 엔탈피(stagnation enthalpy) 보존식과 밀도, 압력, 온도와 관련된 가스 상태 방정식이다. 질량, 운동량, 정체 엔탈피에 대한 미분 방정식을 직교 텐서형으로 표현하면[19],

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(r u_j \right) = 0 \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(r u_i \right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(r u_j u_i \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(m \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + S_{u_i} \qquad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(r h \right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(r u_j h \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\Gamma_h \frac{\partial h}{\partial x_j} \right] + S_h \qquad (2.3)$$

여기서 m는 점성이고, Γ_h는 확산계수이다. S_{u_i}, S_h는 생성항으로 체력(body force), 유체의 불균일성, 압축성 등으로 인해 발생되는 일반적인 항들을 포함한다.

위의 식들은 다음과 같은 일반형으로 나타낼 수 있다.

$$\underset{(a)}{\frac{\partial}{\partial t}\left(r f \right)} + \underset{(b)}{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(r u_i f \right)} = \underset{(c)}{\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\Gamma_f \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]} + \underset{(d)}{S_f} \qquad (2.4)$$

여기서 f는 보존식의 종속변수를 나타내며, Γ_f는 확산계수, S_f는 생성항이다.

(2.4)식에서 (a)항은 f의 국소변화율(local rate of change), (b)항 및 (c)항은 각각 3개의 좌표 성분으로 구성되며, 대류와 확산에 의한 f의 수송을 나타낸다. (d)항은 f의 생성 또는 소멸을 나타낸다.

2.1.2 앙상블 평균 방정식

1) 통계적 평균화 과정

실린더 내의 난류 유동이 앞절에 기술한 보존식에 의해 지배되기는 하

나, 난류 운동이 극히 작은 시간 스케일과 길이 스케일로 발생하므로, 이러한 스케일로 계산하는 것은 현재의 수치 해석기법이나 컴퓨터의 성능으로 볼 때 비실용적이다. 이러한 문제는 평균량으로 계산할 수 있도록 통계적 평균을 취함으로써 해결할 수 있으며, 엔진 내에서와 같은 비정상 유동에 대하여는 일반적으로 앙상블 평균을 사용한다.

이러한 접근 방법에 의하면 유동의 순간 성분(예를 들면 속도 성분 등)은 다음과 같이 평균 및 변동 성분으로 분해된다.

$$f(q,i) = \overline{f}(q) + f'(q,i) \tag{2.5}$$

여기서 $\overline{f}(q)$는 i사이클에 걸친 크랭크 각 q에서의 앙상블 평균으로 (2.6)식과 같이 정의되고, $f'(q,i)$는 변동 성분으로 (2.7)식과 같이 정의된다.

$$\overline{f}(q) = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(q,i)\right] \tag{2.6}$$

여기서 N은 총 사이클 수이다.

$$f'(q,i) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N}\left(f(q,i) - \overline{f}(q)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.7}$$

앙상블 평균은 엔진 실린더 내 유동에 매우 근접한 특성을 나타내기는 하나, 특정 엔진 사이클에 대한 정보를 잃어버리게 되는 단점이 있다.

2) 앙상블 평균 방정식

평균화된 성분에 대한 미분 방정식을 유도하는 일반적인 방법은 (2.5)식에 따라 변수를 분해한 후, 미분 방정식의 모든 성분에 대해 (2.6)식과 같은 평균화 과정을 적용하는 것이다.

(2.4)식의 일반형 보존 방정식을 앙상블 평균형으로 표현하면,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(r\overline{f}\right)+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(r\overline{u}_i\overline{f}\right)=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\Gamma_{\overline{f}}\frac{\partial\overline{f}}{\partial x_i}\right]+\overline{S}_{\overline{f}}+\frac{\partial}{\partial x_i}\,r\overline{u_i'f_i'} \qquad (2.8)$$

오버바는 앙상블 평균을 나타낸다.

(2.8)식은 (2.4)식과 매우 유사하다. 실제로 과도항, 대류항 및 확산항의 순간값이 평균값으로 바뀐 것 외에는 동일하고, 생성항만이 다르다. 그러나 (2.8)식에는 난류 운동에 의해 $\overline{f}$ 의 수송에 영향을 미치는 중요한 항이 첨가된다. $\overline{f}$ 를 u_j 로 놓고 운동 방정식에 적용하면 이 부가항은 다음과 같이 된다.

$$r\overline{u_i'f'}=-r\overline{u_i'u_j'} \qquad (2.9)$$

$-r\overline{u_i'u_j'}$ 항은 레이놀즈 응력으로, 난류에 의해 부가되는 응력장과 동등한 성분이다.

$\overline{u_i'u_j'}$ 와 같은 변동속도(fluctuation velocity)를 모델링하는 것이 레이놀즈 응력 모델, $\overline{u_i'f'}$ 와 같은 벡터-스칼라 상관관계를 모델링 하는 것이 와점성 개념(eddy viscosity concept)이다. 이들에 관하여는 2.3.1절에 개략적으로 기술한다.

2.1.3 일반형 보존 방정식

앞에 기술한 일반형 보존 방정식을 본 연구의 대상인 엔진 실린더 내

유동 해석에 적합한 원통-극 좌표 $(r,\boldsymbol{q},z)$로 표현하면 다음과 같다[19].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{f})+\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{r}u\boldsymbol{f})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\boldsymbol{r}v\boldsymbol{f})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{r}w\boldsymbol{f})$$
$$=\frac{\partial}{\partial z}\left[\Gamma_f\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial z}\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\Gamma_f\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}}\left[\frac{\Gamma_f}{r}\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{q}}\right]+S_f \quad (2.10)$$

여기서 u, v, w 는 각각 축 방향, 반경 방향, 원주 방향의 앙상블 평균 속도이고, $\boldsymbol{f}$는 일반 종속 변수, $\boldsymbol{r}$는 앙상블 평균 밀도, Γ_f는 유효 확산 계수, S_f 는 생성항이다.

연속 방정식은 (2.10)식에서 $\boldsymbol{f}=1$로 설정함으로써 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{r}u)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\boldsymbol{r}v)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{r}w)=0 \quad (2.11)$$

본 연구에서는 유동이 축대칭인 것으로 가정하므로 $\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}}=0$ 이고, 따라서 위의 연속 방정식 및 일반 전달 방정식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{r}u)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\boldsymbol{r}v)=0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{f})+\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{r}u\boldsymbol{f})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\boldsymbol{r}v\boldsymbol{f})$$
$$=\frac{\partial}{\partial z}\left[\Gamma_f\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial z}\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\Gamma_f\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial r}\right]+S_{f(z,r)} \quad (2.13)$$

여기서 각 성분에 대한 Γ_f 및 S_f 의 값은 Table 2.1과 같다.

Table 2.1 The diffusion coefficients and source terms of the conservation equations

f	Γ_f	$\left(S_f\right)_{z,r}$
1	0	0
u	m_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(m_{eff}\frac{\partial u}{\partial z}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rm_{eff}\frac{\partial v}{\partial z}\right)$ $-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(m_{eff}\nabla\cdot\underline{u}+rk\right)$
v	m_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial z}\left(m_{eff}\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rm_{eff}\frac{\partial v}{\partial r}\right)$ $+r\frac{w^2}{r}-2m_{eff}\frac{v}{r^2}-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(m_{eff}\nabla\cdot\underline{u}+rk\right)$
w	m_{eff}	$-\frac{\partial r}{\partial q}-\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rm_{eff}w\right)-2m_{eff}\frac{v}{r^2}+\frac{rw^2}{r^3}$
h	$\frac{m_{eff}}{s_h}$	$\frac{\partial p}{\partial t}$
$\nabla\cdot\underline{u}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv)$		

2.2 좌표 변환

피스톤이 실린더 내 공간을 움직이기 때문에, Eulerian 좌표계를 Eulerian-Lagrangian으로 변환하는게 편리하다. 움직이는 좌표계에 적용하기 위하여는 앞 절에서 유도한 전달 방정식들을 움직이는 경계(피스톤)를 따라 수축 팽창하는 좌표계로 변환하여야 한다.

좌표 변환은 좌표 (z,r,t)를 (x,r,t)로 바꾸는 것에 의해 수행되며, 여기서 새로운 축 방향 좌표 x는 다음과 같이 정의된다[48].

$$x = \frac{z}{z_p} \tag{2.14}$$

여기서 z_p는 시각 t에서의 피스톤 헤드의 순간 위치이며, Fig.2.1에서와 같이 실린더 헤드로부터의 거리이다.

(2.14)식을 z와 t에 대해 미분하면

$$\frac{\partial x}{\partial z} = \frac{1}{z_p}$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{z}{z_p^{\,2}}\frac{dz_p}{dt} = -\frac{x}{z_p}\frac{dz_p}{dt} \tag{2.15}$$

f와 f'를 두개의 좌표계에서의 변수 f의 값으로 가정하면

$$f(z,r,t) \equiv f'(x,r,t) \tag{2.16}$$

f의 미소 변화 역시 각 좌표계의 항으로 표시할 수 있다. 즉,

$$df = \frac{\partial f}{\partial z}dz + \frac{\partial f}{\partial r}dr + \frac{\partial f}{\partial t}dt \tag{2.17}$$

또는

$$df = \frac{\partial f'}{\partial x}dx + \frac{\partial f'}{\partial r}dr + \frac{\partial f'}{\partial t}dt \tag{2.18}$$

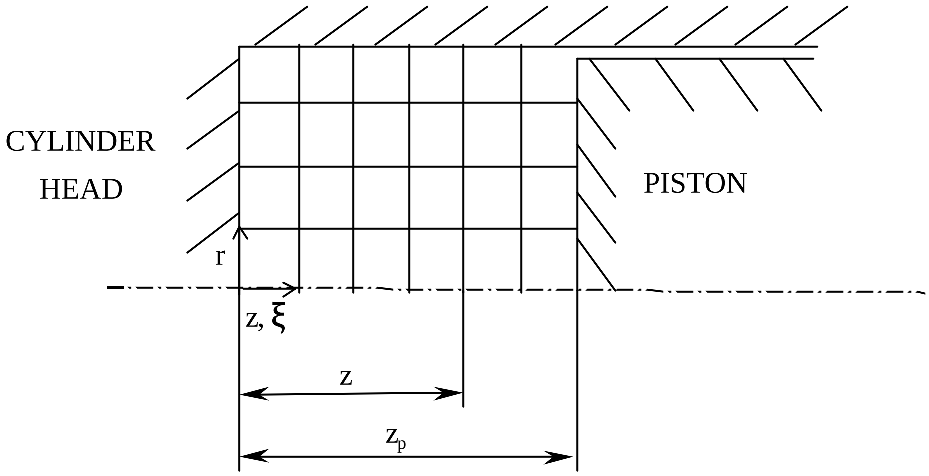


Fig.2.1 Coordinate system in cylinder

또한

$$d\boldsymbol{x} = \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial z}dz + \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t}dt \tag{2.19}$$

(2.19)식을 (2.18)식에 대입하면

$$d\boldsymbol{f} = \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}}\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial z}dz + \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}}\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t}dt + \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial r}dr + \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial t}dt \tag{2.20}$$

(2.17)식과 (2.20)식을 비교하면, 다음과 같은 좌표 변환식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial z} &= \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}}\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial z} \\ \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial r} &= \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial r} \\ \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial t} &= \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}}\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial t} \end{aligned} \tag{2.21}$$

(2.15)식과 (2.21)식을 이용하여, 변환식은 최종적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial z} &= \frac{1}{z_p}\frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial r} &= \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial r} \\ \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial t} &= \frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial t} - \frac{\boldsymbol{x}}{z_p}\frac{dz_p}{dt}\frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}} \end{aligned} \tag{2.22}$$

(2.22)식을 일반형 전달 방정식 (2.13)식에 적용하면

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}(r\boldsymbol{f}') - \frac{\boldsymbol{x}}{z_p}\frac{dz_p}{dt}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}(r\boldsymbol{f}') + \frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}(ru\boldsymbol{f}') + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rrv\boldsymbol{f}') \\ &= \frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}\left[\frac{\Gamma_f}{z_p}\frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial \boldsymbol{x}}\right] + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}r\Gamma_f\frac{\partial \boldsymbol{f}'}{\partial r}\right] + S_f \end{aligned} \tag{2.23}$$

와 같이 된다. 한편

$$\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial t}\left(r f z_p\right)=\frac{1}{z_p}\frac{dz_p}{dt}\, r f+\frac{\partial}{\partial t}\left(r f\right)$$

$$\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(r\hat{u} f\right)=\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left[r\left(\hat{u}-x\frac{dz_p}{dt}\right)f\right] \tag{2.24}$$

이므로, (2.24)식을 사용하여 (2.23)식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial t}\left(r z_p f'\right)+\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(r\hat{u} f'\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r r v f'\right)\\&=\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Gamma_f}{z_p}\frac{\partial f'}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_f\frac{\partial f'}{\partial r}\right)+\left(S_f\right)_{x,r}\end{aligned} \tag{2.25}$$

여기서

$$\hat{u}=u-u_G \tag{2.26}$$

는 유체와 좌표계 사이의 축 방향 상대 속도이고

$$u_G\equiv x\frac{dz_p}{dt} \tag{2.27}$$

는 좌표계의 속도이다

각 변수에 대응하는 생성항 $\left(S_f\right)_{x,r}$ 수식은 Table 2.2와 같다.

Table 2.2 The source terms of the transformed conservation equations

f'	$\left(S_f\right)_{x,r}$
$\hat{u}$	$-\frac{1}{z_p}\frac{\partial r}{\partial x}+\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{m_{eff}}{z_p}\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rm_{eff}}{z_p}\frac{\partial v}{\partial x}\right)$ $-\frac{2}{3}\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(m_{eff}\nabla\cdot\underline{u}+rk\right)-\frac{1}{z_p}\left(rz_p u_G\right)$ $-\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(ruu_G-\frac{1}{z_p}\frac{\partial u_G}{\partial x}\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rrvu_G-rm_{eff}\frac{\partial u_G}{\partial r}\right)$
v	$-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{z_p}\frac{\partial}{\partial x}\left(m_{eff}\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rm_{eff}\frac{\partial v}{\partial r}\right)+r\frac{w^2}{r}-2m_{eff}\frac{v}{r^2}$ $-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(m_{eff}\nabla\cdot\underline{u}+rk\right)$
w	$-\frac{\partial r}{\partial q}-\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rm_{eff}w\right)-2m_{eff}\frac{v}{r^2}+\frac{rw^2}{r^3}$
h	$\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{x}{z_p}\frac{dz_p}{dt}\frac{\partial p}{\partial x}$
$\nabla\cdot u=\frac{1}{z_p}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rv\right)$	

2.3 난류 모델

엔진 실린더 내의 유동을 포함하여 대부분의 실제 유동은 난류 유동이다. 이러한 난류 유동은 층류에 비해 훨씬 복잡한 불규칙 운동을 보인다. 층류와 난류 계산의 본질적인 차이는, 층류에서는 완성된 방정식을 푸는 데에 노력을 집중하면 되는 것에 비하여 난류에서는 방정식의 계가 풀리는 형태로 되어 있지 않으므로 실험 데이타와 물리적 통찰에 의하여 방정식의 계를 보완하여 풀어야 할 필요가 있다.

점성유체의 운동을 계산하기 위해서는 응력과 속도의 관계식을 미리 알고 있지 않으면 안된다. 층류에서는 분자응력 τ 와 유체속도 u 의 관계를 나타내는 뉴턴의 마찰법칙 $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ 가 확립되어 있으므로, Navier-Stokes 방정식을 푸는 것에 전념하면 된다. 그러나 난류는 평균류와 같은 정도의 공간, 시간스케일(scale)로 유체의 덩어리가 불규칙적으로 운동하는 현상이므로 평균류와의 사이에 심한 상호작용이 있다. 그 결과 난류성분을 평균류로부터 분리하여 다룰 수가 없고 평균류와 일체화하여 취급하지 않으면 안된다. 이 때문에 층류 마찰법칙과 똑같은 형식으로 취급하려고 해도 층류의 μ와는 달라서 난류점성 μ_T 는 유동형식이나 위치에 따라 다른 값을 갖고, 거기에다 평균류만으로 표현하는 것도 일반적으로는 허용되지 않는다. 이와 같은 이유 때문에 난류를 레이놀즈(Reynolds) 방정식으로부터 계산하려고 하면, 난류응력 τ_T 의 관계식이 필요하게 되나, 층류와 달리 τ_T 의 일반관계식이 발견되어 있지 않다. 난류의 모델화란 이와 같은 관계식을 만드는 작업이라고 할 수 있다[49].

2.3.1 난류의 모델화

난류유동을 직접 수치 해석하는 데에는 극히 미세한 격자가 요구되어 엄청난 기억용량을 갖는 고속의 컴퓨터를 필요로 하게 된다. 따라서 실용적인 면을 고려하면 난류 특성을 표현할 수 있는 난류 모델을 도입하여 수치해석을 행하는 것이 필요하다. 난류 유동은 시간적, 공간적으로 상당히 크게 변동하므로, 이들에 대한 시간 평균 또는 공간 필터링 과정을 통하여 난류 모델을 생성한다. 레이놀즈 방정식의 난류항을 모델화하는 데는 특성속도와 특성길이가 주어지지 않으면 안된다. 속도와 길이 스케일을 주는 방법은 대수식으로부터 전달방정식에 이르기까지 여러가지가 있으며, 난류 모델을 분류할 때의 지표가 되고 있다.

난류 모델은 크게 두 부류로 나눌 수 있다. 첫째는 난류 운동에너지 등의 전달방정식에 시간평균 혹은 앙상블 평균의 개념을 도입하여 모델링하는 full-field modeling(FFM) 방법이 있다[49]. 이 방법은 Boussinesq의 와점성 개념을 도입한 와확산 계수(eddy diffusivity) 모델과 미지수를 직접 구하는 레이놀즈 응력 모델로 대별된다. 그리고 난류점성계수 m_T 를 구하는 방법에 따라 혼합거리 모델, 1방정식 모델, 2방정식 모델로 구분된다.

둘째는 공간평균의 개념을 이용하는 모델링 방법으로 주어진 계산 격자 크기보다 작은 와들은 FFM 방법을 이용하여 처리하고, 계산격자 크기보다 큰 와들만을 직접 계산하는 large eddy simulation(LES) 방법이 있다. 이 모델링 방법의 예로는 subgrid scale model[25]이 내연기관의 난류장 해석에 이용되고 있다.

1) 혼합거리 모델(제로 방정식 모델)

평균류에 대한 전달방정식만을 사용하고, 난류량에 대한 전달방정식을 사용하는 대신에 대수식으로 주는 것이 제로(zero)방정식 모델이다. Prandtl의 혼합거리(mixing length) 모델이 대표적이다.

혼합거리 모델은 기체 분자 운동론의 평균자유거리(mean free path)에서 유추된 혼합 거리에 근거하여, 평균 유동장의 속도 구배로부터 난류 점성 계수를 결정한다. 이 모델은 가장 간단한 형태이며 자유 전단층과 경계층의 계산에서는 유용한 결과를 보이지만, 혼합거리에 대한 일반성이 결여되어 재순환 유동, 3차원 유동에는 적용하기 어렵다.

2) 1방정식 모델

난류특성을 평균류만으로 나타내는 것은 간단한 유동장에 제한된다. 그래서 n_T 를 난류량으로부터 구하는 것을 생각하여, 난류 특성속도를 $\sqrt{k}$ 로 하고, 특성길이를 l 로 하면 n_T 는 C를 계수로 하여 다음과 같이 표시된다.

$$n_T = C\sqrt{k}l \qquad (2.28)$$

이것이 Prandtl-Kolmogorov의 난류점성 공식이다. k 를 전달방정식, l 을 대수식으로 주는 것이 1방정식 모델, k 와 l 을 모두 전달방정식으로 주는 것이 2방정식 모델이다.

즉, 1방정식 모델은 난류 운동에너지의 생성과 소멸 과정에 의하여 난류 유동을 설명하는 방법으로, 난류 운동에너지의 대류, 생성, 소멸, 확산의 균형에 근거한 전달 방정식에서 난류 운동 에너지 분포를 계산하

고, 이 난류 운동 에너지와 임의의 길이스케일(length scale)로부터 난류 점성 계수를 구한다.

1방정식 모델은 난류 속도스케일의 수송 효과를 고려하고 있기 때문에, 이러한 수송이 중요한 곳에서는 제로방정식 모델보다 우수하다. 그러나 제로방정식 모델과 마찬가지로 각 유동장에 따라 길이스케일을 미리 정해야 한다. 따라서 이 모델의 단점은 복잡한 재순환 유동이 있는 곳(예를들면 엔진 실린더와 같은 곳)에서 길이스케일을 정하기가 어렵고, 길이스케일의 대류 및 확산을 무시한다는 점이다.

3) 2방정식 모델

2방정식 모델은 1방정식 모델의 문제점을 해결하기 위하여, 난류 운동 에너지에 대한 전달 방정식과 함께 길이스케일을 계산할 수 있는 다른 변수에 대한 전달 방정식을 도입하여, 난류 점성 계수를 구한다.

Navier-Stokes 방정식을 조작하여 l의 전달방정식을 유도하는 것은 어렵기 때문에 Navier-Stokes 방정식으로부터 유도할 수 있는 다른 양의 전달방정식을 이용하여 모델화한다.

현재 가장 많이 사용되고 있는 것이 소산 e의 식으로, $k-e$ 난류 모델은 2방정식 모델의 대표적인 모델로 가장 널리 채택되고 있다. 왜냐하면

- k의 전달방정식에 e이 직접 나타나고
- Navier-Stokes 방정식으로부터 비교적 쉽게 정확한 e 방정식을 유도할 수 있고
- near-wall correction이 필요없는 수식이기 때문이다.

4) $k-\varepsilon$ 난류 모델

난류에서 난류 에너지 k는 작은 난류와의 작용으로 소산되어 열에너지로 변하나, 단위시간당의 소산량 ε의 크기를 정하는 것은 큰 난류와의 활동이다. 이 때에 작은 와는 큰 와로부터 흘러오는 에너지량에 맞추어 크기를 스스로 조절하면서 에너지를 소비하는 수동적인 역할 밖에 갖지 않는다. 이 큰 난류와의 크기를 l이라 하면, 차원적으로 난류에너지 소산 ε은 다음과 같다.

$$\varepsilon=\frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \tag{2.29}$$

이때, ν_T의 식은 C_μ를 경험상수로 하여 다음과 같다.

$$\nu_T=\frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \tag{2.30}$$

따라서, 모델화한 k와 ε의 전달방정식을 풀면 ν_T가 구해진다. 2차원 경계층에 대한 k의 모델식은 다음과 같다.

$$u\frac{\partial k}{\partial x}+v\frac{\partial k}{\partial y}=\nu_T\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2-\varepsilon+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_T}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right) \tag{2.31}$$

원래의 ε 방정식은 매우 복잡한 형태를 하고 있고, 미지량을 많이 포함한다. 또, 측정이 어렵기 때문에 참고로 하는 실험데이타도 적으므로 적당한 항을 모아 대류, 확산, 생성, 소멸로 분류하고, 뒤의 3항을 차원관계에 입각한 간단한 형태로 모델화 한다. 따라서 ε의 모델식은 완전히 경험적인 것이며, 대표적인 모델식은 다음과 같다.

$$u\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+v\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}=C_1\frac{\nu_T \varepsilon}{k}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2-C_2\frac{\varepsilon^2}{k}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) \quad (2.32)$$

위 식들은 모두 5개의 경험상수를 포함하고 있다. 벽법칙 등으로부터 상수값이나 상수간의 관계식을 구하고 나머지는 많은 시험계산으로 광범위한 실험데이타와 맞도록 값을 정한다. 이와 같이하여 구한 모델상수의 값은 다음과 같은 값들이 추천되고 있다[26].

$$C_\mu = 0.09,\quad C_1 = 1.45,\quad C_2 = 1.9,\quad \sigma_k = 1.0,\quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (2.33)$$

이것이 Spalding-Launder에 의한 $k-\varepsilon$ 난류 모델이다.

이 $k-\varepsilon$ 난류 모델은 전단류 및 재순환류에 광범위하게 시험되었으며[50], 비정상 압축성 실린더 내 유동에도 적용되었다.(예를들면 Watkins[11]) 일반적으로 $k-\varepsilon$ 난류 모델은 적용성, 정확성, 계산의 경제성 사이에서 좋은 타협점을 제시하였다. 그러나 복잡한 유동이나, 내연기관에서와 같이 강한 압축성 유동(Reynolds[27])에서는 만족스럽지 못한 결과를 나타냈다. 따라서 엔진 내부 유동과 연소를 보다 정확히 예측하기 위해 Morel and Mansour[28], El Thary[29] 등이 수정된 형태의 $k-\varepsilon$ 난류 모델을 제안하였다. 수정 $k-\varepsilon$ 난류 모델에 관하여는 2.3.2 절에 기술한다.

5) 레이놀즈 응력 모델

레이놀즈 응력 모델은 레이놀즈 응력을 가정에 의하여 생성된 다른 난류량을 사용하지 않고, 이에 대한 전달 방정식을 직접 해석하여 구한다. 이 방법은 곡률, 압력구배, 비등방성을 자동적으로 고려하므로 정확

한 결과를 기대할 수 있다[51,52]. 그러나 이 모델은 3차원 유동의 경우 풀어야 할 전달 방정식이 7개(레이놀즈 응력에 대해 6개, 소산율에 대해 1개)로 증가하므로 계산 시간이 급증하는 문제점이 있어, 단순화 과정을 거친 일련의 응력 계수 방정식으로 구성된 대수 응력 모델로 사용되고 있다.

6) LES

LES에서는 계산격자 보다 작은 와의 효과를 모델화하여 계산에 도입하고, Navier-Stokes 방정식에 격자내 공간평균을 실시한다. 그 결과 시간평균 레이놀즈 응력에 상당하는 격자 레이놀즈 응력이 미지수로서 나타난다. 이 항을 모델화한 것을 subgrid scale model이라 부르고 있다. LES는 레이놀즈 방정식의 해보다 훨씬 많은 계산시간과 기억용량을 필요로 하나, 실제형태에 가까운 결과를 얻을 수가 있다. 그러나 현 단계에서는 격자수를 충분히 취할 수 없고, 계수값에 의해 계산결과가 꽤 달라지기 때문에, 유동에 따라 값을 조절하면서 계산을 하고 있는 상태이다.

2.3.2 수정 $k-e$ 난류 모델

위에서 언급한 난류 모델들은 각각 장점과 단점을 가지고 있다. 정확성과 경제성을 동시에 요구하는 공학 계산, 특히 엔진 실린더 내와 같이 복잡한 기하학적 형상에서 생성되는 유동의 수치계산에서는, 난류운동 에너지와 에너지 소산율의 전달 방정식을 포함하는 $k-e$ 난류 모델이 많이 사용되며 유용한 결과를 제공한다.

그러나 $k-e$ 난류 모델은 보다 간단한 대수모델이나 1방정식 모델에

비해서는 장점을 갖고 있지만 압축행정시 길이 스케일이 증가하는 물리적으로 타당치 못한 결과를 초래하는 단점을 갖고 있다[53]. 비압축성 유동문제의 해석을 위해 개발된 표준 $k-e$ 난류 모델은 뉴톤유체의 분자운동의 개념과 비슷한 와점성 개념에 기초를 두고 등방성의 가정을 근거로 하고 있다[26]. 이와같은 가정은 평균운동과 난류운동 사이의 시간비 (time ratio) 및 길이 스케일 등과 같은 요소들의 물리적 일관성을 필요로 한다. 그러나 엔진 실린더 내부 유동에서는 평균운동과 난류운동의 시간비 및 길이 스케일이 시간과 공간에 따라 계속적으로 변하기 때문에 합리적 일관성이 결여된다. 그러나 적용성, 계산수행의 경제성 등의 측면을 고려할 때 압축 및 팽창과정에 수반되는 밀도변화를 고려하여 수정한 $k-e$ 난류 모델의 이용이 일반적인 경향이다[11,27].

Watkins[11]는 밸브 및 피스톤의 압축 및 팽창에 따른 밀도변화가 수반되는 연소실 내부유동 해석을 위해 수정 $k-e$ 난류 모델을 처음으로 도입하였다. 그는 압축성 효과를 고려하기 위하여, $re\nabla \cdot u$ 와 같은 형의 팽창(dilatation)항을 e-방정식에 추가하였다.

그러나 Watkins의 모델에서는 시간경과에 따른 밀도변화의 영향만을 고려하였을 뿐 다른 조건하에서의 압축 및 팽창에 따른 밀도변화는 고려하지 않았다. 그후 Renyolds[27]는 Watkins 모델에서 이용한 난류 운동에너지 소산율 방정식의 형태로는 급속 구형 압축(rapid spherical compression)시의 거동을 정확하게 예측할 수 없음을 지적하고, 난류 운동에너지 소산율 방정식에 새로운 난류 모델상수를 도입하여 급속 구형 압축에 따른 팽창(dilatation)의 영향을 고려한 모델을 제시하였다. 이후로

이 문제는 상당한 주목을 받았고, Morel and Mansour[28], El Thary[29] 등이 변형된 형태를 제안하였다.

이들이 제안한 수정 $k-e$ 난류 모델에서 k 에 대한 전달방정식은 모두 다음과 같이 동일하다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{r}k)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\mathbf{r}ku_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{m_T}{\mathbf{s}_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right)$$
$$+2m_T s_{ij}s_{ij}-\frac{2}{3}\left(m_T D^2+\mathbf{r}kD\right)-\mathbf{re} \quad (2.34)$$

그러나 $\mathbf{e}$-방정식은 서로 다르며, 이들을 종합적인 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{re})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\mathbf{re}u_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{m_T}{\mathbf{s}_e}\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial x_j}\right)$$
$$+\frac{\mathbf{e}}{k}\left[2C_1 m_T s_{ij}s_{ij}-\frac{2}{3}\left(C_1' m_T D^2+C_1''\mathbf{r}kD\right)\right] \quad (2.35)$$
$$+C_3\,\mathbf{re}D+C_4\frac{\mathbf{re}}{m}\frac{\partial m}{\partial t}-C_2\frac{\mathbf{re}^2}{k}$$

여기서 $\mathbf{r}$ 는 밀도, $\mathbf{s}$ 는 난류 플랜틀 수, u_j 및 x_j 는 각각 j-방향 속도 및 좌표 방향이고, s_{ij} 는 변형율 텐서로 다음과 같다.

$$s_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (2.36)$$

D 는 속도 divergence이고

$$D=s_{ii}\equiv\nabla\cdot u \quad (2.37)$$

난류점성 μ_T 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_T = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon} \tag{2.38}$$

여기서 C_μ 는 경험상수이다.

계수 C_1', C_1'' 등은 Table 2.3에 나타낸 바와 같이 모델에 따라 다르다.

Table 2.3 Values of coefficients appearing in the ε-equation according to different researcher

researchers	C_1	C_1'	C_1''	C_2	C_3	C_4
Watkins	1.44	1.44	1.44	1.92	1	0
Reynolds	1.44	1.44	1.44	1.92	-0.373	0
Morel and Mansour	1.44	1.32~1.44	3.5~4.5	1.92	1	0
El Tahry	1.44	1.44	1.44	1.92	-1/3	1

Watkins는 엔진 환경에 대한 특별한 고려 없이 일반 압축성 유동에 대해 모델을 유도하였다. 특히 밀도의 난류 변동을 무시하였다.

Reynolds는 다른 접근법을 택하였다. 그의 모델은 대상을 급속 구형 압축을 받는 균질 난류장으로 한정하였다. 그 결과 다음과 같은 형태의 단일 압축성 항을 얻었다.

$$C_3 \rho\varepsilon \nabla \cdot u \tag{2.39}$$

여기서

$$C_3 = -\frac{2}{3}\left(2 - C_1\right)$$

Morel and Mansour는 압축의 형태가 보다 일반적인 경우에도 적용시킬

수 있도록 Reynolds의 모델을 일반적인 압축 변형장으로 확장하였다. 이 모델은 유동장의 용적 변화에 따라 와의 길이스케일이 변화할 것을 요구하며, C_1' 및 C_1''가 변형장의 함수가 되게 한다. Table 2.3에 이 함수들의 값의 범위를 나타내었다.

El Tahry는 밀도 변동을 포함하여 모델링 하였다. 그 결과 $C_3 = -\frac{1}{3}$로 되고, 다음과 같은 압축성 항이 추가되었다.

$$C_4 \frac{\boldsymbol{re}}{m}\frac{\partial m}{\partial t} \tag{2.40}$$

여기서 m는 분자 점성이다. 이 항은 m를 온도의 함수로 나타내고, 폴리트로픽 압축/팽창의 가정하에 다음과 같이 고칠 수 있다.

$$C_4 \boldsymbol{re}\nabla \cdot u \tag{2.41}$$

그러므로 C_3 및 C_4항은 각각 난류 길이스케일에 직접적인 영향을 통해서, 그리고 전체 온도 변화(소산 스케일에 영향을 줌)에 기인하는 분자 점성 변화를 통해서, 소산율에 미치는 팽창의 영향을 표현하는 것으로 물리적으로 해석되어질 수 있다.

e-방정식에서는 다음에 언급하는 사항에 관하여 주목할 필요가 있다.

ㅇ 생성항과 소멸항은 소산 시간스케일 $t = \left(\frac{k}{e}\right)$의 역수로 곱해지는 반면에, 추가된 압축성 항은 t와 무관하다.

ㅇ e에 관한 압축성의 영향이 k에 반영되기 위해서는 $C_3 - \frac{2}{3}C_1''$은 반드시 음수이어야 한다. 즉 $C_3 < \frac{2}{3}C_1''$

ㅇ 이 분자 점성 변화에 정확히 응답하기 위하여는, $C_4 > 0$일 필요가

있다.

Table 2.3에서 Watkins 모델은 위의 두번째 사항, 즉 압축성의 영향은 압축 중에는 e을 감소시키고 팽창 중에는 e을 증가시키는 조건을 만족하지 못한다.

이들 모델은 실험값과 정성적으로는 잘 맞으나, 정량적으로는 부분적으로만 일치하는 매우 유사한 결과를 나타내었다. 이 모델들 중 어느 것도 일관적으로 더 잘 일치되는 결과를 나타내지는 못하였다..

그후 Wu et al.[37]는 Watkins의 모델과 Reynolds의 모델을 균질 난류, 일정한 변형율의 1차원 압축 및 등방성 압축에 적용하여, 이 모델에 의해 계산된 난류에너지 k와 길이스케일 l의 변화를 Navier-Stokes 방정식을 직접 수치계산한 결과와 비교하여 이 모델의 성능을 평가하였다. 그 결과 e-방정식이 오차의 근원임을 확인하고, 난류 소산 시간스케일 t와 가해진 변형 시간스케일 s^{-1}의 비가 난류 특성 및 모델 성능에 중요한 역할을 함을 밝혔다. 결국 그들은 전반적으로 더 나은 결과를 나타내는 $k-e-t$ 난류 모델을 제안하였다.

2.3.3 $k-e-t$ 난류 모델

등방성 압축 및 1차원 압축을 받는 균질 난류 유동에서는 평균류의 시간스케일에 편승한 난류 시간스케일의 비가 가장 중요한 파라미터이다. 이 비가 클 경우에는, 급속 변형이론에 의해 예측된 것과 유사하게, 평균 변형에 의해 즉각적으로 유동이 영향을 받는다. 즉 난류 운동에너지와 소산율이 증가하고, 적분 길이스케일이 즉각적으로 감소한다. 이 비

가 작을 경우에는 처음에는 등방성 난류 감쇠의 특성을 유지하다가, 변형이 장시간 동안 가해진 후에야 평균 변형의 효과가 나타나기 시작한다. 이러한 유동에서는 점성 소산이 발생하는 와의 크기인 Kolmogorov 길이스케일이, 압축에 동반되는 밀도 증가 때문에 총 변형이 감소함에 따라 급격히 감소한다. 이는 이러한 유동을 시뮬레이션하는 데 일반적으로 사용되는 모델에 의해 예측되었던 것보다도 작은 스케일 내에 더 많은 난류에너지를 가지고 있음을 의미한다.

Wu et al.[37](1985)는 단순한 형상에서 등방성 압축 및 1차원 압축을 받는 저 레이놀드수 균질 난류유동에 대해, Navier-Stokes 방정식을 직접 수치 계산하여 $k-e$ 난류 모델의 성능 평가를 수행하였다. 그 결과 저 변형율에서는 $k-e$ 난류 모델이 좋은 성능을 나타내었으나, 변형이 강력해서 유동 구조의 평형이 깨지게 되면 이 모델은 좋지 못한 결과를 나타내었다. 압축 난류에서, 밀도 증가 때문에 급격히 감소하는 Kolmogorov 스케일은 유동의 평형을 깨뜨리는 역할을 한다. $k-e$ 난류 모델에서는 난류 운동에너지가 난류 속도스케일을 결정하고, 소산은 난류 운동에너지의 소멸율과 난류 길이스케일을 결정한다. 그러나 엔진 실린더 내와 같이 유동 구조가 불평형으로 되는 높은 변형율 유동에서는 소산은 이 두가지 일을 동시에 할 수 없게 된다. 따라서 Wu et al.는 길이 스케일 및 시간 스케일을 분리하면서 복잡성을 최소화하기 위해 난류 시간스케일 't'를 도입하여, 전반적으로 더 나은 결과를 나타내는 $k-e-t$ 난류 모델을 제안하였다.

$k-e-t$ 난류 모델은 소산과 시간스케일을 분리한 난류 시간스케일

에 대한 모델식으로, 시간스케일 방정식에는 등방성 난류 감쇠, 변형이 제거된 후의 등방성 난류로의 복귀, 여러 종류의 변형에 대한 영향을 반영하는 항들이 포함된다. 난류 운동에너지와 소산율을 지배하는 다른 두 방정식은 $k-e$ 난류 모델의 경우와 유사하다. 중요한 차이점은 소산식에서 소멸항 내의 시간 스케일이 새로운 시간 스케일로 바뀐 점이다.

$k-e-t$ 난류 모델은 다음과 같이 표현된다[37].

$$\frac{dk}{dt}=P_{INC}+P_{DIL}-e \tag{2.42}$$

$$\frac{de}{dt}=-\frac{e}{t}+C_1\frac{P_{INC}e}{k}+C_4\frac{P_{DIL}e}{k} \tag{2.43}$$

$$\frac{dt}{dt}=\frac{5}{11}+C_5\left(\frac{et}{k}-\frac{6}{11}\right)+C_{6,ISO}S_{ISO}t+C_{6,AXI}S_{AXI}t \tag{2.44}$$

여기서

$$P_{INC}=-R_{ij}\left(\overline{u}_{i,j}-\frac{1}{3}\overline{u}_{k,k}d_{ij}\right)$$

$$P_{DIL}=-\frac{2}{3}k\overline{u}_{k,k}$$

이고, S는 변형율, C_i는 모델 상수로 Table 2.4에 나타낸 것과 같다. (2.42)식은 난류 운동에너지의 식이고 (2.43)식은 소산율 e에 대한 모델식이다. (2.43)식의 우변 첫번째 항은 소멸항이다. 두번째항 및 세번째항은 평균류의 비압축성 및 팽창에 기인하는 소산의 생성(production of dissipation)이다. 모델 상수 C_1과 C_4는 각각 축대칭 팽창과 등방성 압축 유동 시뮬레이션 결과로부터 구해지며, 각각 $C_1=2$과 $C_4=1$이다.

(2.44)식은 난류 시간스케일의 변화를 나타낸다. 우변 제1항은 등방성 감쇠 유동에서 난류의 성질을 기술한다. 제2항은 평형으로의 복귀항

(return-to-equilibrium)이고, 나머지 항들은 난류 시간스케일에 대한 평균 변형의 영향을 표현한다. Wu et al.는 수치 계산으로부터 $C_5 = -1.1$, $C_{6,ISO} = -0.5$, $C_{6,AXI} = -2$ 로 정하였다.

Table 2.4 The values of the model constants in the $k - \boldsymbol{e} - \boldsymbol{t}$ model

C_1	2.0
C_4	1.0
C_5	-1.1
$C_{6,ISO}$	-0.5 (for isotropic compression flow)
$C_{6,AXI}$	-2.0 (for axisymmetric expansion flow)

$k - \boldsymbol{e} - \boldsymbol{t}$ 난류 모델의 적용을 위하여는 정확한 레이놀즈 응력 모델을 필요로 한다. 본 연구에서는 Wu et al.가 제안한 모델을 적용하였으며, 그 형태는 다음과 같다.

$$\frac{dR_{ij}}{dt} = P_{ij} + T_{ij}^{(1)} - \boldsymbol{ef}_{ij} - \frac{2}{3}\boldsymbol{ed}_{ij} \tag{2.45}$$

여기서 P_{ij}는 production tensor로 평균류로부터의 레이놀즈 응력 생성항으로 다음과 같다.

$$P_{ij} = -\left(R_{ik}S_{kj} + R_{jk}S_{ki}\right) + \left(R_{ik}\Omega_{kj} + R_{jk}\Omega_{ki}\right) \tag{2.46}$$

평균 변형율 텐서(mean strain rate tensor) S_{ij}와 평균 회전 텐서(mean rotation tensor) Ω_{ij}는 다음과 같이 표현된다.

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}\right) \qquad (2.47)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i}\right) \qquad (2.48)$$

급속 압력 변형 텐서 $T_{ij}^{(1)}$는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_{ij}^{(1)} = q^2 \{ & \frac{2}{5} S_{ij} - \frac{2}{15} S_{kk} \delta_{ij} + 4 A_1 S_{kk} b_{ij} \\ & - 6 A_1 \left(b_{ik} S_{kj} + b_{jk} S_{ki} - \frac{2}{3} b_{nm} S_{nm} \delta_{ij} \right) \\ & - \left(\frac{4}{3} + \frac{14}{3} A_1 \right) \left(b_{ik} \Omega_{kj} + b_{jk} \Omega_{ki} \right) \} \end{aligned} \qquad (2.49)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -0.34 + 0.12 \exp\left(-0.3 \frac{P_{INC}}{\varepsilon} \right) \\ b_{ij} &= \frac{R_{ij}}{R_{kk}} - \frac{\delta_{ij}}{3} \end{aligned} \right\} \qquad (2.50)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ij} &= A_0 b_{ij} \\ A_0 &= 1 \end{aligned} \right\} \qquad (2.51)$$

이다.

본 연구에서는 흡기 및 압축 행정 중의 엔진 실린더내의 전반적인 유동 특성 파악에 관심을 가지고, 이러한 목적에 부합되면서 기존의 다른 모델에 비해 좀 더 개선된 결과를 나타낼 것으로 기대되는 $k-\varepsilon-\tau$ 난류 모델을 적용하여 축대칭 엔진 실린더 내의 유동을 계산하였다.

3. 수치해석

3.1 지배방정식의 차분화

Fig.3.1은 엔진 실린더 내의 계산 격자를 나타내며, x 및 r의 임의 분할면으로 구성된다. 모든 스칼라 양은 각 셀의 중앙에 위치하고, 그림에서 화살표로 표시한 축방향 및 반경방향 속도는 이들 속도를 발생시키는 압력사이 즉, 셀 경계에 위치한다. Fig.3.2는 스칼라 변수와 축방향 및 반경방향 속도 계산을 위해 도입한 전형적인 유한 제어체적의 표기 및 경계를 보여준다.

유한 체적법에 의한 일반 차분 방정식은 일반 전달 방정식 (2.25)식을 대표 셀 용적 및 시간 증가에 대해 적분함으로써 유도할 수 있다. f를 점 P(Fig.3.2)에 위치시키면 이 과정은 다음과 같이 된다[48].

$$\frac{1}{dt}\int_{t}^{t+dt}\{\int_{x_w}^{x_e}\int_{r_s}^{r_n}\left(\boldsymbol{r}z_p\boldsymbol{f}\right)rdrd\boldsymbol{x}+\int_{r_s}^{r_n}\left[\boldsymbol{r}\hat{u}\boldsymbol{f}-\frac{\Gamma_f}{z_p}\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\boldsymbol{x}}\right]_{x_w}^{x_e}rdr$$
$$+\int_{x_w}^{x_e}\left[r\boldsymbol{r}v\boldsymbol{f}-r\Gamma_f\frac{\partial\boldsymbol{f}}{\partial\boldsymbol{r}}\right]_{r_s}^{r_n}z_pd\boldsymbol{x}-\int_{x_w}^{x_e}\int_{r_s}^{r_n}\left(S_f\right)_{x,r}z_prdrd\boldsymbol{x}\}dt=0 \tag{3.1}$$

좌변 첫번째 항을 1차 정확도로 근사시키면

$$\frac{1}{dt}\int_{t}^{t+dt}(\int_{x_w}^{x_e}\int_{r_s}^{r_n}\left(\boldsymbol{r}z_p\boldsymbol{f}\right)rdrd\boldsymbol{x})dt=\frac{\left(\boldsymbol{rf}\right)_p^n v_p^n-\left(\boldsymbol{rf}\right)_p^o v_p^o}{dt} \tag{3.2}$$

여기서

$$v_p=\int_{x_w}^{x_e}\int_{r_s}^{r_n}z_prdrd\boldsymbol{x}=\frac{1}{2}z_p\left(r_n^{\,2}-r_s^{\,2}\right)\left(\boldsymbol{x}_e-\boldsymbol{x}_w\right) \tag{3.3}$$

상첨자 'n' 및 'o'는 각각 'new' 및 `old' 시간 단계를 나타내며, 간격 dt에 의해 분리된다.

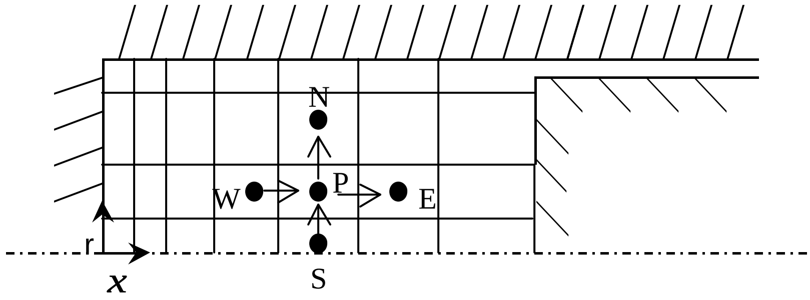


Fig.3.1 Grid structure and its notation

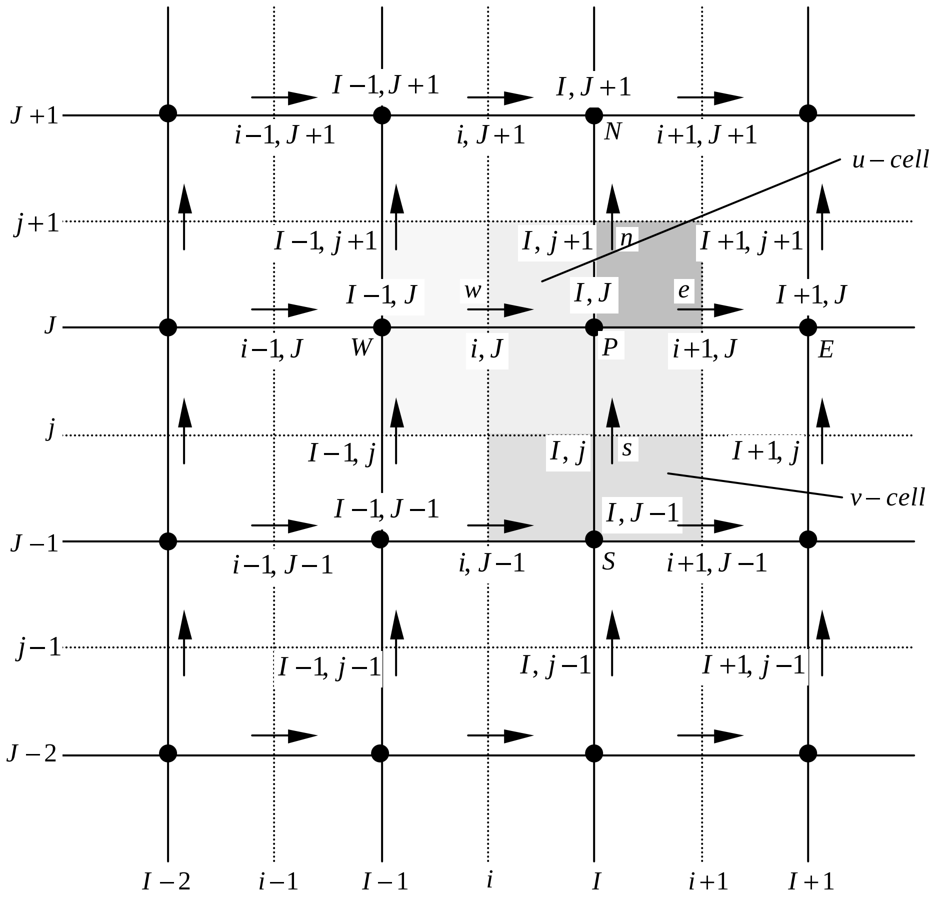


Fig.3.2 Control volume and its notation

좌변 두번째 항은 축방향에서 셀 면을 지나는 ϕ의 총 대류 및 확산 유입/유출을 나타낸다. 이것의 공간 미분은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} F_x &= \int_{r_s}^{r_n} \left[\rho \hat{u} \phi - \frac{\Gamma_\phi}{\zeta_p} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_w^e r dr \\ &= (\rho \hat{u} a)_e \left(\phi_e - \frac{\phi_E - \phi_P}{Pe_e} \right) - (\rho \hat{u} a)_w \left(\phi_w - \frac{\phi_P - \phi_W}{Pe_w} \right) \end{aligned} \tag{3.4}$$

여기서 $a = \left(\frac{r_n^{\ 2} - r_s^{\ 2}}{2} \right)$는 셀 면적이고, Pe_e 및 Pe_w는 다음과 같이 정의되는 Peclet 수이다.

$$\begin{aligned} Pe_e &= \frac{(\rho \hat{u})_e}{\dfrac{\Gamma_{\phi_e}}{\zeta_p \delta x_{EP}}} \\ Pe_w &= \frac{(\rho \hat{u})_w}{\dfrac{\Gamma_{\phi_w}}{\zeta_p \delta x_{PW}}} \end{aligned} \tag{3.5}$$

여기서 셀 경계 \`$e$' 및 \`w' 에서의 ρ 및 Γ_ϕ의 값은 셀 노드 W, P 및 E에서의 그들 값의 선형 내삽에 의해 계산된다.

ϕ의 셀 경계 값 ϕ_e 및 ϕ_w는 노드값의 항으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \phi_e &= \frac{\phi_E - \phi_P}{Pe_e} = (1 - \alpha_e)\phi_E + \alpha_e \phi_P \\ \phi_w &= \frac{\phi_P - \phi_W}{Pe_w} = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w)\phi_P \end{aligned} \tag{3.6}$$

여기서 α는 다음과 같이하여 저 Peclet 수에 대해서는 중앙 차분 도식으로, 고 Peclet수에 대해서는 상류 차분 도식으로 하는 하이브리드 도식을 채택하도록 한다.

$$\alpha = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{Pe} & |Pe| \le 2 \\ 1 & Pe > 2 \\ 0 & Pe < -2 \end{cases}$$

이 도식의 주요 이점은 해의 수치적 안정성을 강화시키는 것이다.

(3.1)식의 좌변 두번째 항에 대한 최종식은 다음과 같이 유사하게 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{\delta t}\int_t^{t+\delta t}\int_{r_s}^{r_n}\left[\rho\hat{u}\phi - \frac{\Gamma_\phi}{z_p}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right]_{x_w}^{x_e} r\,dr\,dt \tag{3.7}$$
$$= (\rho\hat{u}a)_e\left[(1-\alpha_e)\phi_E + \alpha_e\phi_P\right] - (\rho\hat{u}a)_w\left[\alpha_w\phi_W + (1-\alpha_w)\phi_P\right]$$

좌변 세번째 항도 같은 방법으로 하여

$$\frac{1}{\delta t}\int_t^{t+\delta t}\int_{x_w}^{x_e}\left[r\rho v\phi - r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right]_{r_s}^{r_n} z_p\,dx\,dt \tag{3.8}$$
$$= (\rho va)_n\left[(1-\alpha_n)\phi_N + \alpha_n\phi_P\right] - (\rho va)_s\left[\alpha_s\phi_S + (1-\alpha_s)\phi_P\right]$$

(3.1)식의 생성항의 형태는 고려 중인 변수에 따른다. 그러나 어떤 식이든 간에 생성항은 늘 선형화된 형태로 취급할 수 있다. 즉

$$\frac{1}{\delta t}\int_t^{t+\delta t}\int_{v_p}\left(S_\phi\right)_{x,r} dv\,dt = S_p\phi_p^n + S_u \tag{3.9}$$

여기서 S_p와 S_u는 일반적으로 ϕ의 함수로 생성항의 적분 및 선형화된 형태로부터 유도될 수 있다.

(3.1)식의 항들의 치환 및 유한 차분 질량 보존방정식의 도입에 의해

$$\frac{(\rho v)_p^n - (\rho v)_p^o}{\delta t} + (\rho\hat{u}a)_e^n - (\rho\hat{u}a)_w^n + (\rho va)_n^n - (\rho va)_s^n = 0 \tag{3.10}$$

가 만들어지고, 이를 변환하면 일반 전달방정식의 유한 차분형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\frac{(\rho V)_p^o\left[\phi_p^n-\phi_p^o\right]}{\delta t}+\dot{m}_e^n\left[(1-\alpha_e)(\phi_E-\phi_P)\right]^n\\&+\dot{m}_w^n\left[\alpha_w(\phi_P-\phi_W)\right]^n+\dot{m}_n^n\left[(1-\alpha_n)(\phi_N-\phi_P)\right]^n\\&+\dot{m}_s^n\left[\alpha_s(\phi_P-\phi_S)\right]^n-S_p\phi_p^n-S_u=0\end{aligned}\qquad(3.11)$$

여기서 $\dot{m}_e^n\equiv(\rho_e\hat{u}_e a_e)^n$, $\dot{m}_n^n\equiv(\rho_n v_n a_n)^n$ 는 제어체적의 경계를 통하는 질량 유량으로, 밀도의 노드값의 항으로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\dot{m}_e&=\left[\rho_p f_1+\rho_E(1-f_1)\right]a_e\hat{u}_e\\\dot{m}_n&=\left[\rho_p f_2+\rho_N(1-f_2)\right]a_n v_n\end{aligned}\qquad(3.12)$$

여기서 f_1과 f_2는 선형 내삽 인수(factor)로 다음과 같이 정의된다.

$$f_1=\frac{\delta xE_e}{\delta xE_p},\qquad f_2=\frac{\delta rN_n}{\delta rN_p}\qquad(3.13)$$

(3.11)식은 다음과 같이 최종의 간단한 형식의 일반형 전달방정식으로 다시 쓸 수 있다.

$$(A_p-S_p)\phi_p^n=\sum_c A_c\phi_c^n+A_p^o\phi_p^o+S_u\qquad(3.14)$$

여기서 $A_p=\sum_c A_c+A_p^o$ (3.15)

$\sum_c$ 는 점 N, S, E, W의 주위에 걸쳐 합치는 것을 나타내며 나머지 계수는 다음과 같이 주어진다.

$$
\begin{aligned}
A_E &= \dot{m}_e^n\left(\alpha_e^n - 1\right) \\
A_W &= \dot{m}_w^n \alpha_w^n \\
A_N &= \dot{m}_n^n\left(\alpha_n^n - 1\right) \\
A_S &= \dot{m}_s^n \alpha_s^n \\
A_p^o &= \frac{\rho_p^o v_p^o}{t}
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

(3.14) (3.16) 식은 모든 종속 변수를 나타낸다. 그러나 축방향 및 반경방향 속도의 경우에 대해서는 (3.16)식에 나타나는 항들의 정확한 정의는 다르다. 왜냐하면 Fig.3.2에서 보이는 바와 같이 이 변수들에 대한 제어체적이 주 노드셀로부터 이전 되었기 때문이다. 이러한 특수 경우에 대하여는 3.2절에 기술한다.

3.2 수치해석 알고리즘

3.2.1 엇갈린 격자계

속도를 스칼라 격자 노드에 정의하게 되면, 이산화 운동량방정식에서 압력의 영향이 적절하게 표현되지 못한다. 예를들면 운동량방정식을 풀 때 파동적인 압력장을 균일 압력장과 같이 취급할 수도 있으며, 이러한 압력장이 반복해를 얻는 과정에서 생기게 되면, 운동량방정식에서는 수렴해를 얻을 때까지 압력에 의한 영향을 고려하지 않게 된다[54].

이러한 문제 해결을 위하여 Harlow와 Welch가 속도성분에 대해 엇갈린 격자계(staggered grid)를 사용할 것을 제안하였다. 이 방법은 압력, 온도와 같은 스칼라 변수는 일반 격자점에서 계산하고, 속도성분은 제어체적 면에 중심을 둔 엇갈린 격자계에서 계산하는 것이다. 엇갈린 격자계

를 사용하게 되면, 제어체적에서 이산화된 연속방정식은 인접한 속도 성분의 차이를 포함하게 되므로, 파동형 속도분포인 경우 연속방정식을 만족시킬 수 없도록 한다. 또한 두 인접한 격자점들 사이의 압력 차이가 이들 격자점 사이에 놓여있는 속도 성분의 자연스러운 추진력으로 된다. 결과적으로 파동형 압력장이 균일한 압력장으로 인식되지 않으며, 또한 가능한 해로서 나타날 수 없게 된다.

엇갈린 격자계를 사용하게 되면 이와같은 어려움은 제거되지만, 속도 성분의 위치에 관한 모든 기하학적 정보와 색인을 부여해야 한다. 이를 고려하여 Fig.3.3 및 Fig.3.4에 속도 u 및 v에 대한 엇갈린 격자계와 그 표기를 나타내었다.

Fig.3.3에서 속도 u의 위치는 Fig.3.2에서 작은 원으로 표시되어 있는 주 격자점 (I, J)에 대하여 I 방향으로 옮겨져 있고, Fig.3.4에서 속도 v의 위치는 J 방향으로 옮겨져 있어, 주 격자점에 대하여 엇갈린 상태로 제어체적 면 위에 위치하게 됨을 알 수 있다.

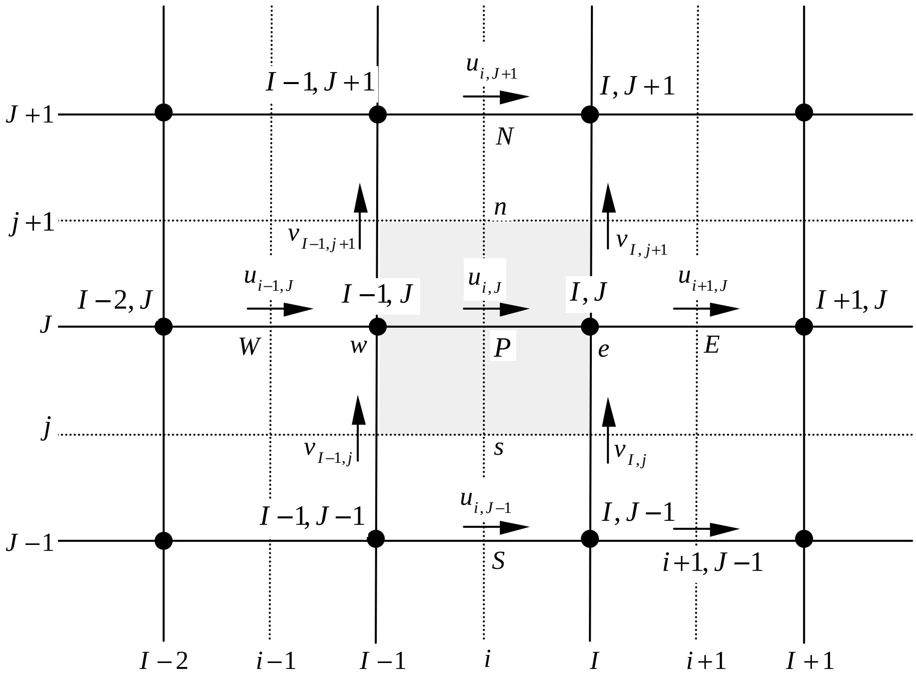


Fig.3.3 u -control volume and its neighbouring velocity components

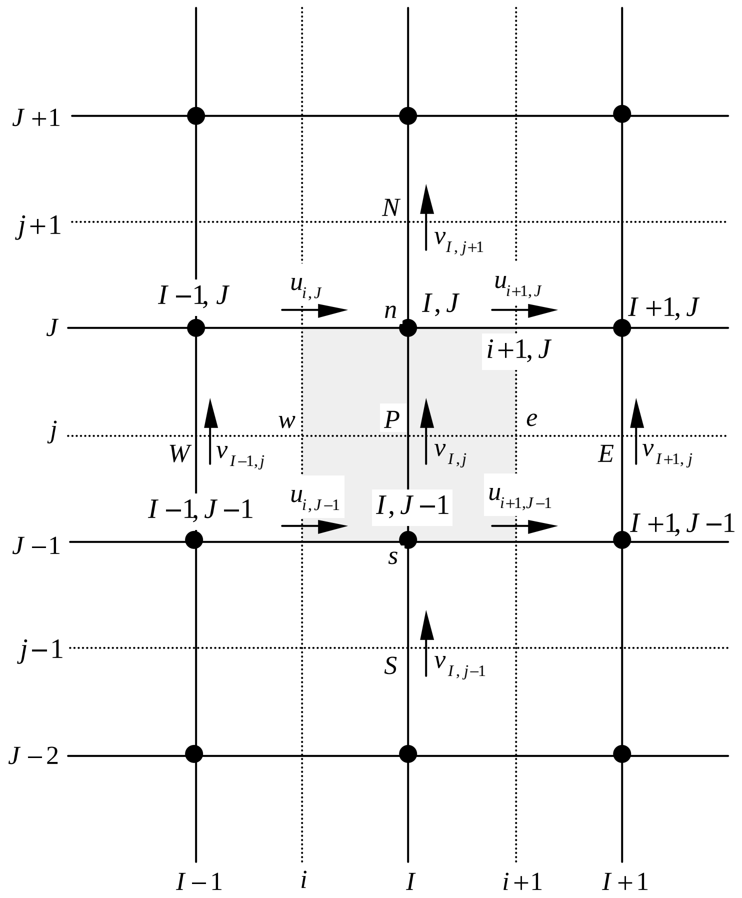


Fig. 3.4 v-control volume and its neighbouring velocity components

Fig.3.3 및 Fig.3.4와 같은 엇갈린 격자계에서 이산화 u 및 v 운동량방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a_{i,J}u_{i,J} = \sum a_{nb}u_{nb} + \left(p_{I-1,J} - p_{I,J}\right)A_{i,J} + b_{i,J} \qquad (3.17)$$

$$a_{I,j}v_{I,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + \left(p_{I,J-1} - p_{I,J}\right)A_{I,j} + b_{I,j} \qquad (3.18)$$

여기서 $b_{i,J}$, $b_{I,j}$는 운동량 생성항이고, $A_{i,J}$, $A_{I,j}$는 제어체적의 셀 면적이다. $\sum a_{nb}u_{nb}$는 $(i-1,J),(i+1,J),(i,J+1)$ 및 $(i,J-1)$에 걸쳐 합치는 것을 나타낸다. 압력장 p가 주어지면 (3.17) 및 (3.18)식으로부터 속도장을 구할 수 있다. 압력장이 정확히 주어진다면 속도장은 연속성을 만족하게 될 것이다. 그러나 대부분의 속도장을 계산할 때 어려운 점은 미지의 압력장 때문에 생기며, 이와같이 압력장이 알려지지 않은 경우에는, 압력 계산을 위한 방법을 필요로 한다. 이에 관하여는 다음 절에 기술한다.

3.2.2 SIMPLE 알고리즘

SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) 알고리즘은 Patankar 및 Spalding[55]이 제안한 것으로, 엇갈린 격자계에서의 압력 계산을 위해 추측 및 수정(guess and correct)과정을 근간으로 한다. SIMPLE 알고리즘의 계산 과정은 다음과 같다.

우선 압력장 p^*를 추측한다. 추측된 압력장을 이용하여 이산화 운동량 방정식 (3.17) 및 (3.18)식을 풀어 다음과 같이 속도 성분 u^*와 v^*를

구한다.

$$a_{i,J}u^*_{i,J} = \sum a_{nb}u^*_{nb} + \left(p^*_{I-1,J} - p^*_{I,J}\right)A_{i,J} + b_{i,J} \tag{3.19}$$

$$a_{I,j}v^*_{I,j} = \sum a_{nb}v^*_{nb} + \left(p^*_{I,J-1} - p^*_{I,J}\right)A_{I,j} + b_{I,j} \tag{3.20}$$

정확한 압력장 p 와 추측 압력장 p^* 의 차이를 압력 수정(pressure correction) p' 로 정의하면

$$p = p^* + p' \tag{3.21}$$

이와 유사하게 정확한 속도 u, v 및 추측 속도 u^*, v^* 와 관련된 속도 수정 u', v' 를 정의하면

$$u = u^* + u' \tag{3.22}$$

$$v = v^* + v' \tag{3.23}$$

정확한 압력장 p 를 운동량 방정식에 대입하여 정확한 속도장 u, v 를 구한다.

(3.17) 및 (3.18)식에서 (3.19) 및 (3.20)식을 각각 빼면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} a_{i,J}\left(u_{i,J} - u^*_{i,J}\right) &= \sum a_{nb}\left(u_{nb} - u^*_{nb}\right) \\ &\quad + \left\{\left(p_{I-1,J} - p^*_{I-1,J}\right) - \left(p_{I,J} - p^*_{I,J}\right)\right\}A_{i,J} \end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned} a_{I,j}\left(v_{I,j} - v^*_{I,j}\right) &= \sum a_{nb}\left(v_{nb} - v^*_{nb}\right) \\ &\quad + \left\{\left(p_{I,J-1} - p^*_{I,J-1}\right) - \left(p_{I,J} - p^*_{I,J}\right)\right\}A_{I,j} \end{aligned} \tag{3.25}$$

수정식 (3.21) ~ (3.23)을 사용하면 (3.24) 및 (3.25)식은 다음과 같이 정리된다.

$$a_{i,J}u'_{i,J} = \sum a_{nb}u'_{nb} + \left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right)A_{i,J} \tag{3.26}$$

$$a_{I,j} v'_{I,j} = \sum a_{nb} v'_{nb} + \left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J} \right) A_{I,j} \tag{3.27}$$

(3.26) 및 (3.27)식의 단순화를 위해 $\sum a_{nb} u'_{nb}$ 및 $\sum a_{nb} v'_{nb}$ 를 생략한다. 이 항들의 생략이 SIMPLE 알고리즘의 주요 근사화(main approximation)이다. 이 항은 속도에 관한 압력의 간접적인 영향을 나타낸다. 즉 인접한 위치에서의 압력 수정은 인접 속도에 영향을 줄 수 있으며, 고려 중인 위치에서 속도 수정의 원인이 된다. 여기서는 이 영향을 배제하였으며, 따라서 이 방법은 전적으로 암시적인 것이 아니라 준암시적(semi-implicit)인 것이다.

(3.26) 및 (3.27)식을 다시 정리하면

$$u'_{i,J} = d_{i,J} \left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J} \right) \tag{3.28}$$

$$v'_{I,j} = d_{I,j} \left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J} \right) \tag{3.29}$$

여기서 $d_{i,J} = \dfrac{A_{i,J}}{a_{i,J}}$, $d_{I,j} = \dfrac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$ (3.30)

(3.28) 및 (3.29)식은 (3.22) 및 (3.23)식을 통해 속도에 적용된 수정을 기술하며, 다음과 같이 정리된다.

$$u_{i,J} = u^*_{i,J} + d_{i,J} \left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J} \right) \tag{3.31}$$

$$v_{I,j} = v^*_{I,j} + d_{I,j} \left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J} \right) \tag{3.32}$$

$u_{i+1,J}$ 및 $v_{I,j+1}$에 대해서도 유사하게 기술된다.

$$u_{i+1,J} = u^{*}_{i+1,J} + d_{i+1,J}\left(p'_{I,J} - p'_{I+1,J}\right) \tag{3.33}$$

$$v_{I,j+1} = v^{*}_{I,j+1} + d_{I,j+1}\left(p'_{I,J} - p'_{I,J+1}\right) \tag{3.34}$$

여기서 $d_{i+1,J} = \dfrac{A_{i+1,J}}{a_{i+1,J}} \quad , \quad d_{I,j+1} = \dfrac{A_{I,j+1}}{a_{I,j+1}}$ (3.35)

지금까지는 운동량방정식만을 고려하였지만, 속도장은 연속방정식을 만족해야 한다. 연속성은 Fig.3.5**에 나타낸 것과 같은 스칼라 제어 체적에 대한 이산화형으로 만족된다.**

$$\left\{(\rho uA)_{i+1,J} - (\rho uA)_{i,J}\right\} + \left\{(\rho vA)_{I,j+1} - (\rho vA)_{I,j}\right\} = 0 \tag{3.36}$$

(3.31) ~ (3.34)**의 수정 속도식을 이산화 연속방정식** (3.36)**에 대입하면**

$$\begin{bmatrix} \rho_{i+1,J} A_{i+1,J}\left\{u^{*}_{i+1,J} + d_{i+1,J}\left(p'_{I,J} - p'_{I+1,J}\right)\right\} \\ - \rho_{i,J} A_{i,J}\left\{u^{*}_{i,J} + d_{i,J}\left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right)\right\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_{I,j+1} A_{I,j+1}\left\{v^{*}_{I,j+1} + d_{I,j+1}\left(p'_{I,J} - p'_{I,J+1}\right)\right\} \\ - \rho_{I,j} A_{I,j}\left\{v^{*}_{I,j} + d_{I,j}\left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right)\right\} \end{bmatrix} = 0 \tag{3.37}$$

이것을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} &\left[(\rho dA)_{i+1,J} + (\rho dA)_{i,J} + (\rho dA)_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,j}\right] p'_{I,J} \\ &= (\rho dA)_{i+1,J}\, p'_{I+1,J} + (\rho dA)_{i,J}\, p'_{I-1,J} \\ &\quad + (\rho dA)_{I,j+1}\, p'_{I,J+1} + (\rho dA)_{I,j}\, p'_{I,J-1} \\ &\quad + \left[(\rho u^{*}A)_{i,J} - (\rho u^{*}A)_{i+1,J} + (\rho v^{*}A)_{I,j} - (\rho v^{*}A)_{I,j+1}\right] \end{aligned} \tag{3.38}$$

p' **의 계수를 식별하기 위해 다시 정리하면**

$$\begin{aligned} a_{I,J}\, p'_{I,J} &= a_{I+1,J}\, p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}\, p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}\, p'_{I,J+1} \\ &\quad + a_{I,J-1}\, p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \end{aligned} \tag{3.39}$$

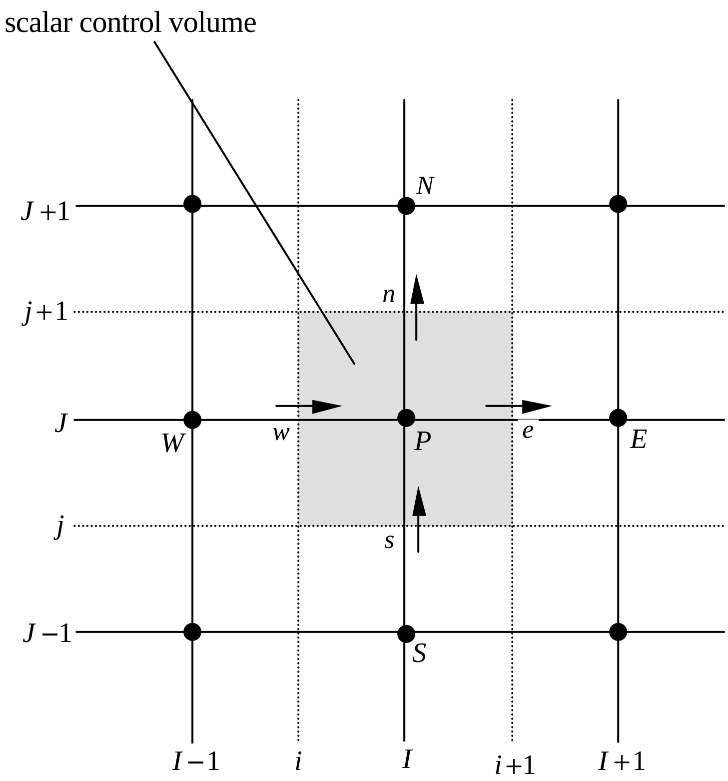


Fig.3.5 The scalar control volume used for the discretization of the continuity equation

여기서 계수들은 다음과 같다.

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$$

$$a_{I+1,J} = (\rho dA)_{i+1,J}$$

$$a_{I-1,J} = (\rho dA)_{i,J}$$

$$a_{I,J+1} = (\rho dA)_{I,j+1}$$

$$a_{I,J-1} = (\rho dA)_{I,j}$$

$$b'_{I,J} = (\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}$$

(3.39)식은 압력 수정 p'에 대한 식으로서 이산화 연속방정식을 나타낸다. 생성항 b'는 정확치 않은 속도장 u^*, v^*로부터 생성되는 불평형을 나타낸다.

(3.39)식을 풀므로써, 모든 점에서의 압력수정 p'를 구할 수 있다. 일단 압력 수정 p'를 구하게 되면 (3.21)식을 이용하여 정확한 압력장과, (3.31) ~ (3.34)의 수정식을 통해 속도 성분이 구해진다.

유도과정에서 $\sum a_{nb} u'_{nb}$ 와 같은 항을 생략하는 것은 최종해에는 영향을 미치지 않는다. 왜냐하면 수렴된 해는 $p^* = p$, $u^* = u$ 및 $v^* = v$로 되어 압력 수정 및 속도 수정이 모두 0으로 되기 때문이다.

압력수정 방정식은 반복과정 중에 하향이완(under relaxation)되지 않으면 발산하기 쉽다. 하향이완하게 되면 새로운 압력 p^{new}는

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \qquad (3.40)$$

여기서 α_p는 압력 하향이완 계수이다.

α_p를 1로 선택하면 추측압력장 p^*는 p'에 의해 수정된다. 그러나 추측압력장 p^*가 최종해에서 멀리 떨어져 있는 경우에는 수정 p'는 안정된 계산을 하기에는 너무 크다. α_p가 0인 경우에는 전혀 수정이 이루어지지 않아 바람직하지 못하다. 따라서 α_p를 0과 1사이의 값을 취하여 압력수정 p'가 반복계산이 진행되도록 하기 위하여는 충분히 크게, 그리고 안정된 계산을 수행하기 위하여는 충분히 작게 하여야 한다.

속도 역시 하향이완 시킨다.

$$u^{new} = \alpha_u u + (1-\alpha_u) u^{(n-1)} \qquad (3.41)$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1-\alpha_v) v^{(n-1)} \qquad (3.42)$$

여기서 α_u 및 α_v는 u 및 v 속도에 대한 하향이완 계수로 0과 1사이의 값을 가진다. u 및 v는 이완되지 않은 수정 속도성분이고 $u^{(n-1)}$ 및 $v^{(n-1)}$은 이전 단계에서 구해진 값을 나타낸다.

이산화 u-운동량방정식은 하향이완을 포함하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{a_{i,J}}{\alpha_u} u_{i,J} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J}) A_{i,J} + b_{i,J} + \left\{ (1-\alpha_u) \frac{a_{i,J}}{\alpha_u} \right\} u_{i,J}^{(n-1)} \qquad (3.43)$$

이산화 v-운동량방정식은

$$\frac{a_{I,j}}{\alpha_v} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + \left(p_{I,J-1} - p_{I,J}\right) A_{I,j} + b_{I,j} + \left\{ (1-\alpha_v) \frac{a_{I,j}}{\alpha_v} \right\} v_{I,j}^{(n-1)} \quad (3.44)$$

압력수정 방정식 역시 속도 하향이완에 의해 영향을 받으며, 압력수정 방정식의 d-항에 의해 나타낼 수 있으며 다음과 같이 기술된다.

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J}\alpha_u}{a_{i,J}}$$

$$d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J}\alpha_u}{a_{i+1,J}}$$

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}\alpha_v}{a_{I,j}}$$

$$d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}\alpha_v}{a_{I,j+1}}$$

이상에서와 같이 SIMPLE 알고리즘은 압력과 속도를 계산하는 방법을 제공한다. 이 방법은 반복적이고, 다른 스칼라 양들이 운동량 방정식에 포함되어 있을 때에는 계산이 순차적으로 되어야 한다. SIMPLE 알고리즘의 계산 순서를 Fig.3.6에 나타내었다.

SIMPLE 알고리즘은 비교적 단순하고, 많은 CFD 문제에 성공적으로 적용되었다. 그러나 SIMPLE 알고리즘에서 압력 수정 p'는 속도를 수정하는 데에는 만족스러우나 압력을 수정하는 데에는 만족스럽지 못하다. 이러한 문제 해결을 위하여 SIMPLER(SIMPLE Revised), PISO(Pressure Implicit with Splitting of Operators) 등의 알고리즘이 제안되었다.

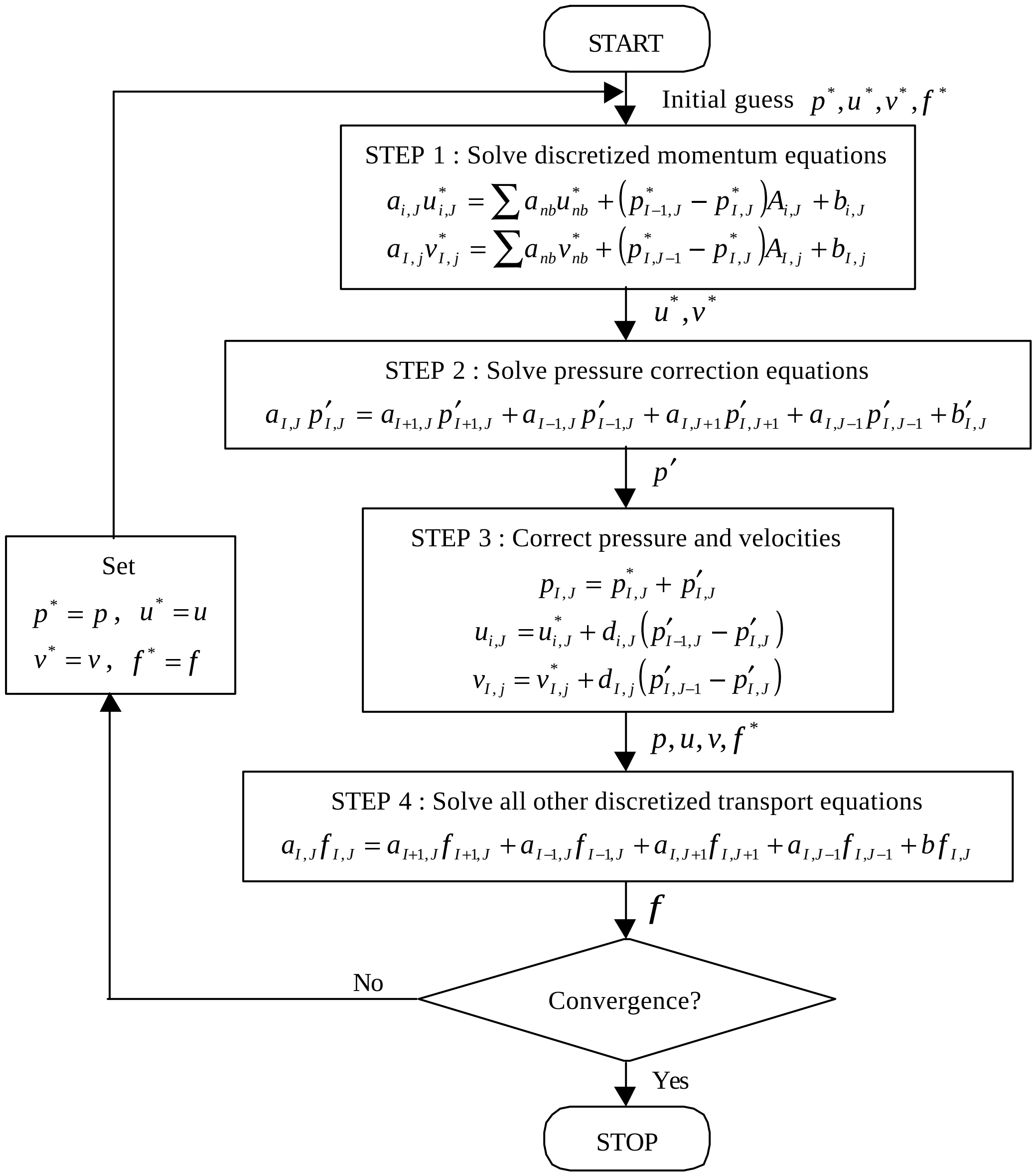


Fig.3.6 The SIMPLE algorithm

3.2.3 PISO 알고리즘

PISO 알고리즘은 압력-속도 계산을 위해 Issa[56]가 제안한 것으로, 1회의 예측단계(predictor step)와 2회의 수정단계(corrector step)를 거치는데, 이때 얻어진 해가 완전히 수렴된 상태는 아니지만 불완전 수렴에 의한 오차가 다음 시간 단계로 진행하면서 발산하지 않고 계속 감소하도록 함으로써 안정성을 유지하도록 하는 것이다. PISO 알고리즘은 SIMPLE 알고리즘에 수정단계를 더함으로써 알고리즘의 성능을 향상시킨 것으로 생각할 수 있으며, 그 내용은 다음과 같다.

1) 추측단계

SIMPLE 알고리즘에서와 같이 압력장 p^*를 가정하여 (3.19), (3.20)식과 같은 이산화 운동량방정식을 풀어 속도성분 u^*, v^*를 구한다.

2) 제1 수정단계

속도장 u^*, v^*는 압력장 p^*가 정확하지 않는 한 연속성을 만족시키지 못한다. 이산화 연속방정식을 만족하는 속도장 u^{**}, v^{**}를 구하기 위해 SIMPLE 알고리즘의 제1 수정단계를 도입한다. 결과식은 SIMPLE 알고리즘의 속도 수정식 (3.28), (3.29)식과 동일하나, PISO 알고리즘에서는 수정단계가 더 있으므로 다음과 같이 약간 다른 표시를 사용한다.

$$p^{**} = p^* + p'$$

$$u^{**} = u^* + u'$$

$$v^{**} = v^* + v'$$

이 수식들은 수정된 속도장 u^{**} 및 v^{**}를 정의하는데 사용된다.

$$u_{i,J}^{**} = u_{i,J}^* + d_{i,J}\left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right) \tag{3.45}$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^{*} + d_{I,j}\left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right) \quad (3.46)$$

SIMPLE 알고리즘에서와 같이 (3.45) 및 (3.46)식을 이산화 연속방정식 (3.26)에 대입하여 압력수정 방정식 (3.39)를 구한다. PISO 알고리즘에서는 (3.39)식을 제1 압력수정식으로 부르며, 제1 압력수정 p'를 구하기 위해 풀어진다. 일단 압력수정이 계산되면, 속도성분 u^{**} 및 v^{**}를 (3.45) 및 (3.46)식에 의해 구할 수 있다.

3) 제2 수정단계

SIMPLE 알고리즘의 성능을 향상시키기 위해, PISO 알고리즘에서는 두 번째의 수정단계를 수행한다. u^{**} 및 v^{**}에 대한 이산화 운동량방정식은

$$a_{i,J}u_{i,J}^{**} = \sum a_{nb}u_{nb}^{*} + \left(p_{I-1,J}^{**} - p_{I,J}^{**}\right)A_{i,J} + b_{i,J} \quad (3.47)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{**} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + \left(p_{I,J-1}^{**} - p_{I,J}^{**}\right)A_{I,j} + b_{I,j} \quad (3.48)$$

이다. 2회 수정 속도 u^{***} 및 v^{***}는 운동량방정식을 한번 더 풀므로써 구할 수 있다.

$$a_{i,J}u_{i,J}^{***} = \sum a_{nb}u_{nb}^{**} + \left(p_{I-1,J}^{***} - p_{I,J}^{***}\right)A_{i,J} + b_{i,J} \quad (3.49)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{***} = \sum a_{nb}v_{nb}^{**} + \left(p_{I,J-1}^{***} - p_{I,J}^{***}\right)A_{I,j} + b_{I,j} \quad (3.50)$$

(3.49) 및 (3.50)식에서 (3.19) 및 (3.20)식을 각각 빼면

$$u_{i,J}^{***} = u_{i,J}^{**} + \frac{\sum a_{nb}\left(u_{nb}^{**} - u_{nb}^{*}\right)}{a_{i,J}} + d_{i,J}\left(p''_{I-1,J} - p''_{I,J}\right) \quad (3.51)$$

$$v_{I,j}^{***} = v_{I,j}^{**} + \frac{\sum a_{nb}\left(v_{nb}^{**} - v_{nb}^{*}\right)}{a_{I,j}} + d_{I,j}\left(p''_{I,J-1} - p''_{I,J}\right) \quad (3.52)$$

여기서 p''는 제2 압력수정이고, 따라서 p^{***}는

$$p^{***} = p^{**} + p'' \qquad (3.53)$$

에 의해 구할 수 있다.

u^{***} 및 v^{***}를 이산화 연속방정식 (3.36)에 대입하여 제2 압력수정 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_{I,J} p''_{I,J} &= a_{I+1,J} p''_{I+1,J} + a_{I-1,J} p''_{I-1,J} + a_{I,J+1} p''_{I,J+1} \\ &\quad + a_{I,J-1} p''_{I,J-1} + b''_{I,J} \end{aligned} \qquad (3.54)$$

여기서 각 계수들은 다음과 같다.

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$$

$$a_{I+1,J} = \left(\rho dA\right)_{i+1,J}$$

$$a_{I-1,J} = \left(\rho dA\right)_{i,J}$$

$$a_{I,J+1} = \left(\rho dA\right)_{I,j+1}$$

$$a_{I,J-1} = \left(\rho dA\right)_{I,j}$$

$$\begin{aligned} b''_{I,J} &= \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i,J} \sum a_{nb}\left(u^{**}_{nb} - u^{*}_{nb}\right) - \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{i+1,J} \sum a_{nb}\left(u^{**}_{nb} - u^{*}_{nb}\right) \\ &\quad + \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j} \sum a_{nb}\left(v^{**}_{nb} - v^{*}_{nb}\right) - \left(\frac{\rho A}{a}\right)_{I,j+1} \sum a_{nb}\left(v^{**}_{nb} - v^{*}_{nb}\right) \end{aligned}$$

(3.54)식의 유도과정에서, 생성항

$$\left[\left(\rho u^{**} A\right)_{i,J} - \left(\rho u^{**} A\right)_{i+1,J} + \left(\rho v^{**} A\right)_{I,j} - \left(\rho v^{**} A\right)_{I,j+1}\right]$$

은 속도성분 u^{**} 및 v^{**}가 연속성을 만족하기 때문에 0이다.

제2 압력수정 p''를 구하기 위해 (3.54)식을 풀고, 2회 수정된 압력장은 다음 식으로부터 구해진다.

$$p^{***} = p^{**} + p'' = p^{*} + p' + p'' \qquad (3.55)$$

마지막으로 2회 수정된 속도장은 (3.51) 및 (3.52)식으로부터 구해진다. Fig.3.7에 PISO 알고리즘에 의한 계산 순서를 나타내었다.

PISO 알고리즘은 압력수정 방정식을 2회 풀기 때문에, 제2 압력수정 방정식의 생성항 계산을 위한 노력이 더 필요하게 된다. 이러한 노력이 증가하기는 하나 매 반복당의 계산이 더 효율적이기 때문에 전체 계산은 SIMPLE 알고리즘에 비해 효율적이고 빠른 것이 확인되었다. 예를들면 Issa et al.[57]에 의한 층류 후방계단 유동(laminar backward-facing step) 문제에 대한 벤치마크(bench-mark)에 의하면 CPU time이 SIMPLE 알고리즘에 의한 계산보다 반으로 감소한 것으로 보고되고 있다.

따라서 본 연구에서는 PISO 알고리즘을 채택하여 계산을 수행하였다.

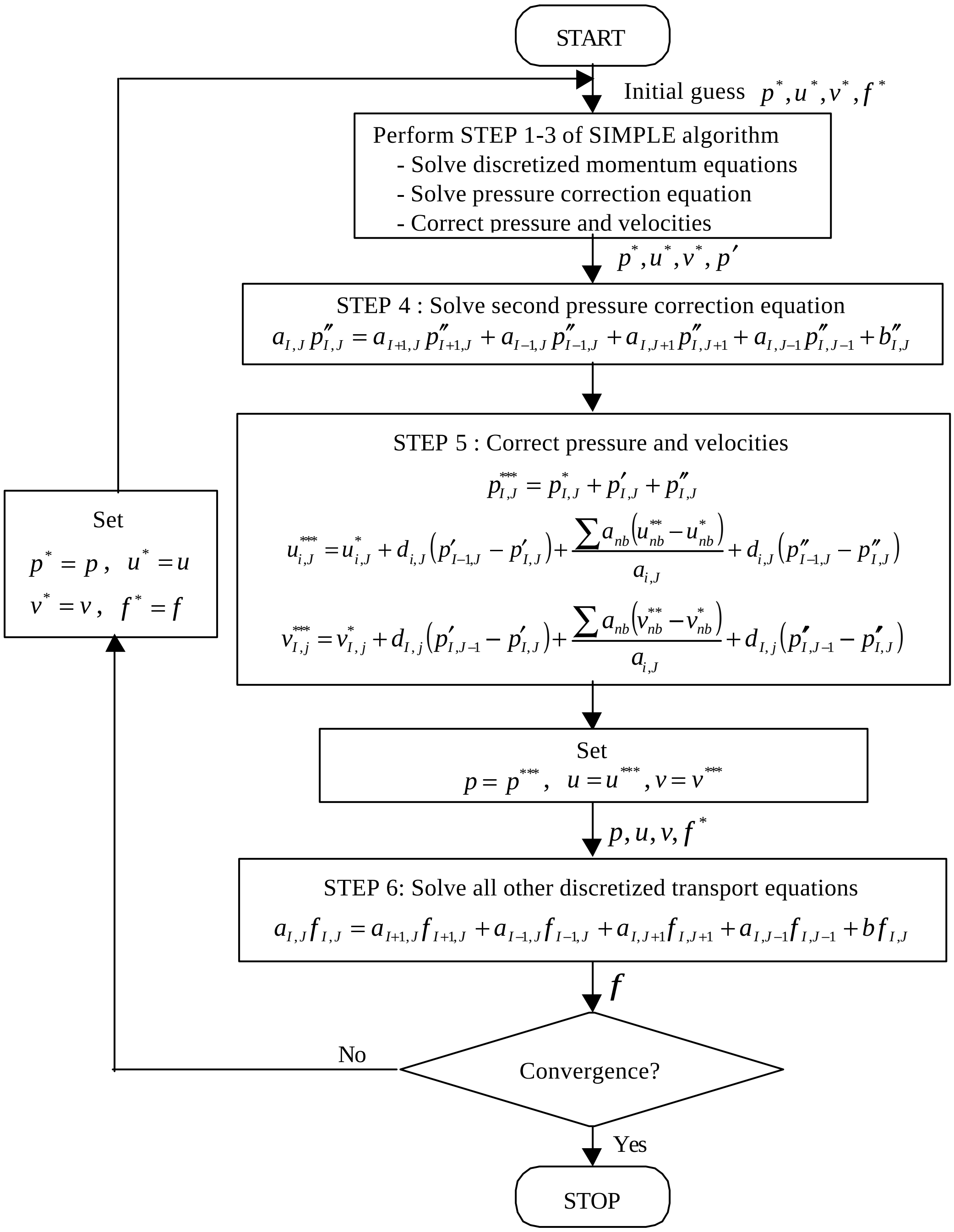


Fig.3.7 The PISO algorithm

3.3 경계조건

특정 엔진을 수학적인 항으로 완전히 표현하려면 엔진 실린더 내의 초기조건과 경계조건이 필요하다. 여기서 초기조건은 과도기(start-up)에만 영향을 미치며, 정상 운전 상태인 사이클 반복 상태에는 영향을 미치지 않는다. 그러나 경계조건은 늘 영향을 미치며 모든 인접 벽과 흡기구 및 배기구 면에서 지정해줄 필요가 있다. 필요한 경계조건은 다음과 같다.

1) 대칭축

대칭축에서의 경계조건은 반경 방향 속도를 제외한 모든 변수에 대해

$$\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \tag{3.56}$$

으로 주어진다. 반경 방향 속도는 0이다.

2) 벽면

모든 벽에서의 속도에 대해 no-slip 조건을 적용한다. 피스톤 면에서의 축 방향 속도 성분을 제외한 모든 속도 성분은 0이고, 피스톤 면에서는 피스톤 순간 속도 u_p 를 적용한다. 종속 변수들의 벽 인접 값(near-wall value)으로는 벽함수(wall function)를 적용한다.

난류 유동에서, 고정벽에 아주 근접한 곳에서는 레이놀즈수가 매우 작아서 난류의 영향보다 점성의 영향이 지배적인 영역이 존재한다. 게다가 벽에 인접한 영역에서는 유동의 속성이 아주 가파르게 변화한다. 따라서 이 영역에 매우 세밀한 격자를 필요로 하게 되고, 이에 따라 계산 시간 및 비용의 상승을 초래하게 된다. 이러한 이유로 본 연구에서는 Patankar and Spalding[19]이 제안한 벽함수를 사용한다.

벽함수 방법은 난류 영향보다 점성의 영향이 지배적인 벽 인접 격자점에 대수 관계식을 만들어 준다. 이 방법에 따르면 벽 영역에서의 실험 데이터와 Couette 유동 해석으로부터 유도된 반경험 관계식을 통해, 완전 난류 영역 내의 유동 조건을 벽에서의 조건과 연결시켜 준다. 본 연구에 적용한 벽함수에 관하여는 부록 1에 기술하였다.

3) 밸브

엔진에서 흡기구 및 배기구를 지나는 속도는 알려져 있지 않으나, 매니폴드 압력은 대개 알려져 있거나 독립적으로 계산할 수 있다. 따라서 흡기구에서의 속도를 결정하기 위해서는 밸브를 지나는 질량 유량과 압력강하 사이의 관계가 정의되어야 한다. 본 연구에서는 엔진 사이클 계산시 일반적으로 사용되는 방법을 적용하였으며 이에 관하여는 부록 2에 기술하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 모델엔진의 사양 및 계산 변수

4.1.1 비교 대상 엔진

수치 해석적 연구에서는 적용하고 있는 수치해석 방법이나 모델들의 정확성 및 타당성이 입증되어야, 계산 결과를 신뢰할 수 있다.

본 연구에서 적용한 수치해석의 타당성 검증을 위해, 많은 연구자들이 인용해 온 Ahmadi-Befrui et al.[47]의 실험을 대상으로 수치 계산 결과와 실험 결과를 비교한다.

이 실험에 사용된 모델엔진의 제원은 Table 4.1, 개략도는 Fig. 4.1과 같다. 모델엔진은 직경 75mm의 투명 실린더 내에서 피스톤이 구동모터 및 커넥팅로드에 의해 왕복 운동하는 구조이다. 구동모터는 200rpm으로 정속 회전하며 오차 범위는 ±0.5%이다. Fig. 4.1에서 보는 바와 같이 실린더 헤드 중심에 직경 34mm의 밸브가 위치한다.

Table 4.1 Geometric details of model engine[14]

Bore	75 mm
Stroke	94 mm
Compression ratio	3.5
Connecting rod length	363.5 mm
Intake valve	
Diameter(D)	34.0 mm
Maximum lift(L)	7.3 mm
Dimensionless lift(L/D)	0.21
Seat angle	60°
Open at	6° BTDC
Close at	44° ABDC

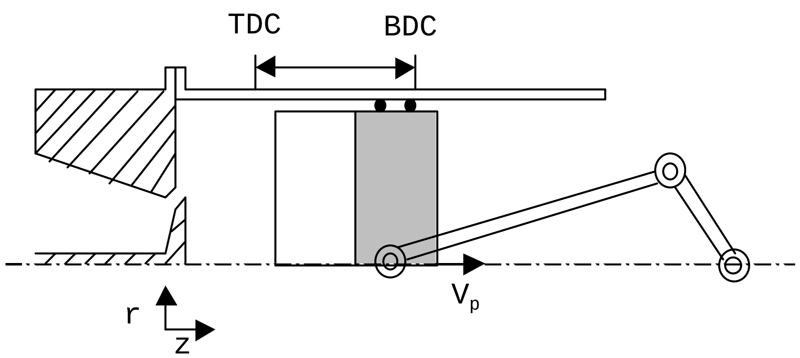


Fig 4.1 Diagram of piston-cylinder assembly

4.1.2 계산 조건

타원형 편미분 형태의 지배방정식을 갖는 실린더 내의 유동에 관한 수치해석을 수행하기 위하여, 계산 영역의 경계조건이 반드시 정의되어야 한다. 이러한 경계조건 중 가장 중요한 것이 밸브가 열려져 있는 동안 밸브면에서의 경계조건이다. 이 밸브에서의 속도를 결정하기 위하여 밸브를 지나는 유동을 오리피스를 통과하는 가역 단열과정으로 가정하고, 1차원 압축성 유동을 해석하여 유량을 계산한다. 밸브 양정에 따른 유량계수(discharge coefficient)의 변화는[58,59,60], Bicen et al.이 본 연구에 적용한 모델 엔진의 밸브와 같은 사양의 밸브에 대해 수행한 실험으로부터[61] 다음과 같이 계산하였다.

$$
\begin{aligned}
&\frac{L_v}{D_v} < 0.052 && C_D = \left(0.93 + 2.6923 \times \frac{L_v}{D_v}\right) \\
&0.052 \le \frac{L_v}{D_v} < 0.113 && C_D = \left(1.07 - 0.8623 \times \left(\frac{L_v}{D_v} - 0.052\right)\right) \\
&0.113 \le \frac{L_v}{D_v} < 0.2 && C_D = \left(1.0174 + 0.9494 \times \left(\frac{L_v}{D_v} - 0.113\right)\right) \\
&\frac{L_v}{D_v} \ge 0.2 && C_D = \left(1.1 - 1.7 \times \left(\frac{L_v}{D_v} - 0.2\right)\right)
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

유량의 계산에 관하여는 부록 2에 기술하였다.

모델 엔진이라고 하더라도 밸브 출구면에서 유동 변수를 정확히 계측하기는 어려우므로, 다음과 같은 가정을 하였다.

1) 작동유체는 플러그 형태의 분포를 이루며, 밸브 시트각(60°)으로 들어간다.

2) 유입 속도 V_{in}은 유입유량의 계산으로부터 결정하며, k_{in}과 e_{in}은

각각 $0.01V_{in}^{2}$ 및 $3.65\frac{k_{in}^{\frac{3}{2}}}{l}$ 으로 추정한다[14]. 여기서 l 은 순간 밸브 양정이다.

벽에서 속도에 대한 경계 조건으로 벽함수를 사용한다[62].

4.2 격자계

계산에 사용한 격자계는 Fig.4.2와 같다. 실린더 내 유동 계산시, 격자수에 관계없이 변화되지 않는 수렴된 해를 얻기 위해 강신형 등[63]의 연구에서 권고한 최소값인 40 x 40 보다 조밀한 60 x 60 격자로 계산하였고, 시간 증분은 크랭크 각 1°로 하였다. 유동이 복잡하게 형성되는 곳의 유동을 좀더 정확히 파악하기 위하여, 실린더 내를 몇 개의 영역으로 나누어 격자 간격을 다르게 설정하였다. 격자계의 r 좌표는 실린더 중앙과 밸브 사이를 일정 간격으로 설정하고, 유동이 더욱 복잡하게 형성될 것으로 예상되는 밸브와 실린더벽 사이를 더욱 조밀한 간격으로 설정하였다. z 좌표는 피스톤과 밸브의 움직임에 따라 축방향으로 수축 또는 팽창하도록 설정하였으며, 유동이 더욱 복잡하게 형성될 것으로 예상되는 밸브와 실린더 헤드 사이를 더욱 조밀하게 설정하였다

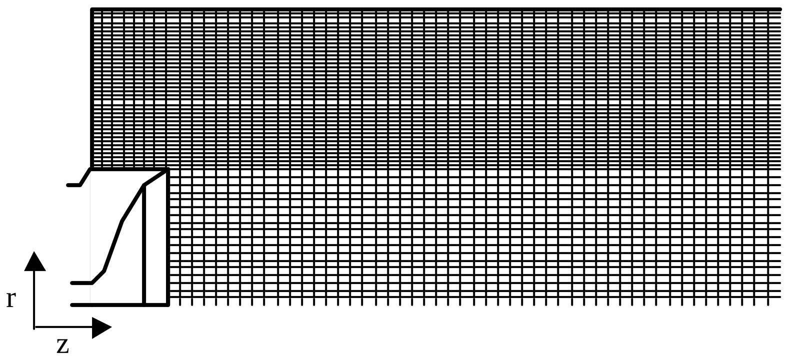


Fig.4.2 Grid structure for numerical calculation

4.3 축방향 평균속도 및 난류속도의 단면분포

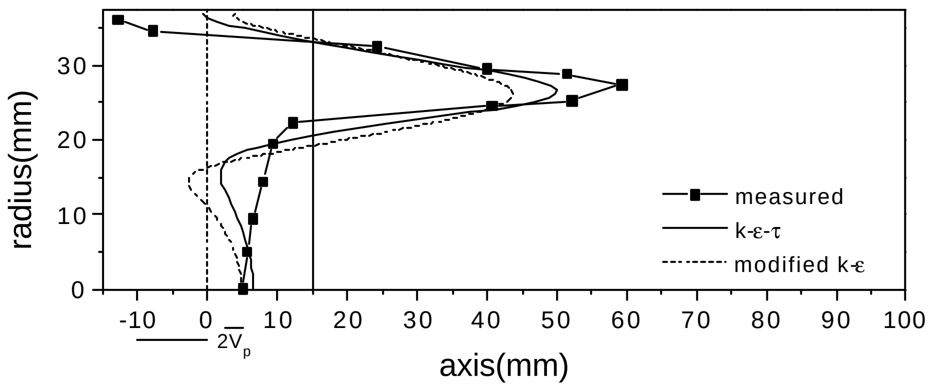
Fig.4.3(a)~(f)에 축방향 평균속도와 난류속도의 단면 분포를 나타내었다. 모든 속도는 피스톤 평균속도 $\overline{V}_p = 0.6267$ ms^{-1}로 무차원화 하였다. Ahmadi-Befrui et al.[14]의 실험에서 측정된 축방향 평균속도 및 난류속도와 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산값 및 $k-e-t$ 난류모델에 의한 계산값을 비교하기 위하여, 실험에서와 같은 조건인 실린더 헤드로부터 15mm 떨어진 단면에서의 계산값과 실험값을 함께 나타내었다.

Fig.4.3 (a) 및 (c)는 각각 크랭크각 36° 및 90°에서의 축방향 평균속도이다. 밸브에서 유입되는 상당히 높은 속도의 흡입 유동에 의하여 중심축에서 26mm 정도 벽 쪽으로 이동한 위치에서 최대치를 보이고 있다. 계산 최대치가 실험 최대치보다 적게 나타나고 있는데, 이는 흡입 유동의 난류에너지가 과소 평가 되었기 때문인 것으로 생각된다. 전반적으로 수정 $k-e$ 난류모델과 $k-e-t$ 난류모델 모두 실험치를 정성적으로 추종하는 결과를 보이고 있다. 한편 정량적으로는 $k-e-t$ 난류모델을 적용하는 경우가 수정 $k-e$ 난류모델을 적용하는 경우보다 실험값에 근접하는 결과를 보이고 있다. 특히 실린더 벽으로부터 최대치를 나타내는 영역까지는 잘 일치하고 있으며, 중심축 부근의 밸브 하단부를 제외한 대부분의 영역에서 향상된 결과를 보이고 있다.

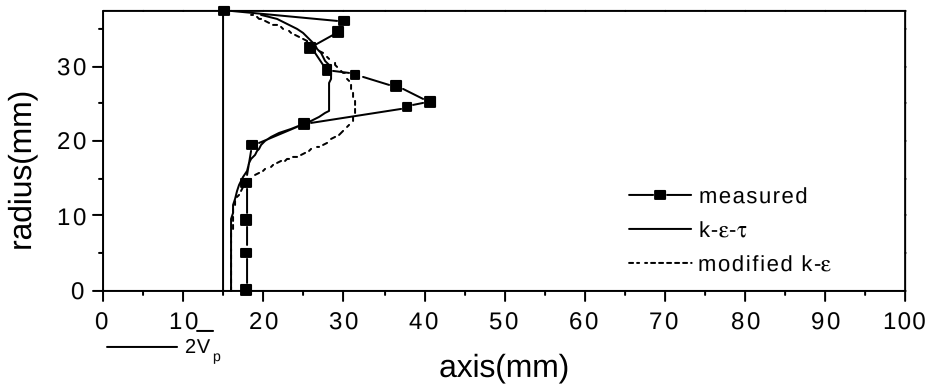
Fig.4.3 (b) 및 (d)는 각각 크랭크각 36° 및 90°에서의 축방향 난류속도이다. 여기서 난류속도는 피스톤 평균속도로 무차원화함으로써 난류강도와 같다. 크랭크각 90°의 경우를 보면, 흡입포트에서 높은 난류에너지의 유입과 속도구배에 의한 난류에너지의 생성으로 인하여, 중심축에서

20mm 정도 벽쪽으로 이동한 위치에서 최대치를 나타내고 있다. 난류속도 역시 전반적으로 수정 $k-e$ 난류모델과 $k-e-t$ 난류모델 모두 실험치를 정성적으로 추종하는 결과를 보이고 있다. 특히 흡입과정 중반인 크랭크각 90°의 경우 $k-e-t$ 난류모델을 적용하는 경우가 수정 $k-e$ 난류모델을 적용하는 경우보다 난류 속도의 유동 형태를 훨씬 잘 추종하고 있으며, 정량적으로도 최대치를 나타내는 영역을 제외하고는 실험치를 전반적으로 잘 예측하고 있다.

압축과정인 크랭크각 270°에서의 축방향 평균속도와 난류속도의 단면분포를 Fig.4.3 (e)와 (f)에 나타내었다. 거의 모든 영역에서 수정 $k-e$ 난류모델과 $k-e-t$ 난류모델 모두 실험치에 근접하는 결과를 보이고 있다. 특히 $k-e-t$ 난류모델을 적용하는 경우에는 압축성의 영향 등이 잘 고려되어 난류속도가 정량적으로도 잘 일치하는 결과를 나타내고 있다. 이러한 난류속도는 연소를 동반하는 유동에서 화염 전파 과정을 지배하는 중요 인자이므로, 이에 대한 정확한 예측, 특히 TDC에 가까운 크랭크 각에서의 정확한 예측은 실린더내의 난류유동 해석에서 매우 중요하며, 이러한 관점에서 엔진 실린더내 유동해석에 $k-e-t$ 난류모델의 적용은 많은 가능성을 제시하고 있는 것으로 생각된다.



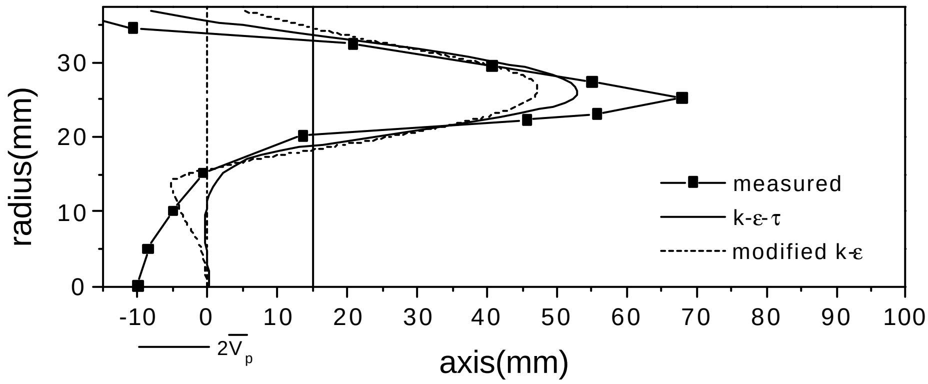
(a)



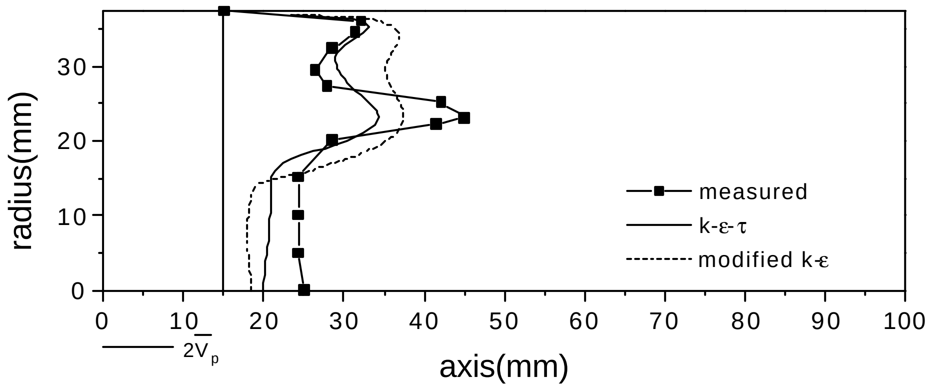
(b)

Fig.4.3 Radial profiles of axial mean velocity and rms velocity at z=15mm

(a) mean velocity at q=36° (b) rms velocity at q=36°



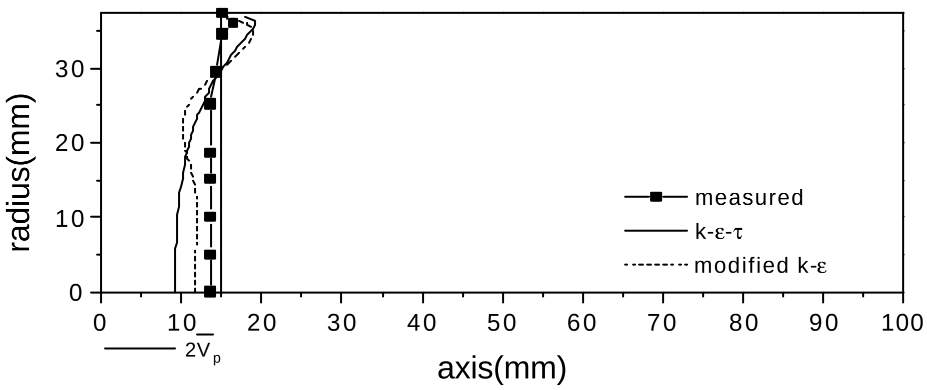
(c)



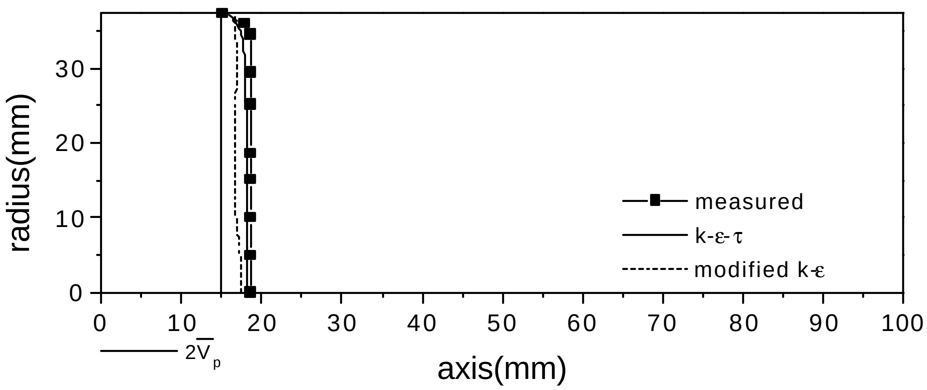
(d)

Fig.4.3 Radial profiles of axial mean velocity and rms velocity at z=15mm

(c) mean velocity at θ=90°　　(d) rms velocity at θ=90°



(e)



(f)

Fig.4.3 Radial profiles of axial mean velocity and rms velocity at z=15mm
(e) mean velocity at θ=270° (f) rms velocity at θ=270°

4.4 평균속도 및 난류강도의 시간적 변화

Fig.4.4 및 Fig.4.5에는 실린더 헤드로부터 15mm, 실린더 중심축으로부터 25mm 떨어진 곳에 위치한 특정점에서의 축방향 평균속도 및 난류강도의 시간적 변화를 계측한 값과[14] 수정 $k-e$ 난류모델을 적용하여 계산한 값, $k-e-t$ 난류모델을 적용하여 계산한 값을 각각 나타내었다.

Fig.4.3 (a) 및 (c)에 의하면 Fig.4.4 및 Fig.4.5에서의 측정 위치는, 양쪽에 재순환 와(渦) 영역이 형성되어 있는 제트 형태의 유동 내에 있음을 알 수 있다.

Fig.4.4에서 축방향 평균속도 계측값은 두곳에서 최대값을 가지는데, 두번째 것이 더 크며, 약 $10.5\overline{V}_p$ 이다. 첫번째의 최대값은 흡기과정 초반에 피스톤의 움직임에 따라 실린더 중앙부에 형성되는 주 와(main vortex)가 성장하면서 제트의 궤적을 바깥쪽으로 이동시키기 때문에 나타난다. 흡기과정 말기에는 평균속도가 급격히 감소한다. 계산값이 실험값에 비해 전반적으로 작게 나타나고 있으며, $k-e-t$ 난류모델을 적용하여 계산한 값이 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산값에 비해 흡기과정 초반에 약간 개선된 결과를 보이고 있다.

Fig.4.5의 난류강도를 살펴보면 흡입 제트의 강도가 강한 흡기과정 초반에 최대값을 가진다. Fig.4.4의 평균속도 변화 및 Fig.4.5의 난류강도 변화로부터 제트유동이 난류의 근원임을 확인할 수 있다. 이러한 경향은 계산에서도 잘 일치하고 있다. 난류강도 역시 흡기과정 말기에 급격히

감소하나, 압축과정 전반에 걸쳐 약 $0.7\overline{V}_p$ 정도의 레벨에서 조금씩 진동하면서 일정하게 유지됨을 알 수 있다. 즉 Fig.4.3(f)에서 보는 바와 같이 거의 균질화 되는 경향을 나타낸다. 이 경우에도 $k-e-t$ 난류모델을 적용하여 계산한 값이 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산값에 비해 정량적으로 실험값에 근접하는 결과를 보이고 있다.

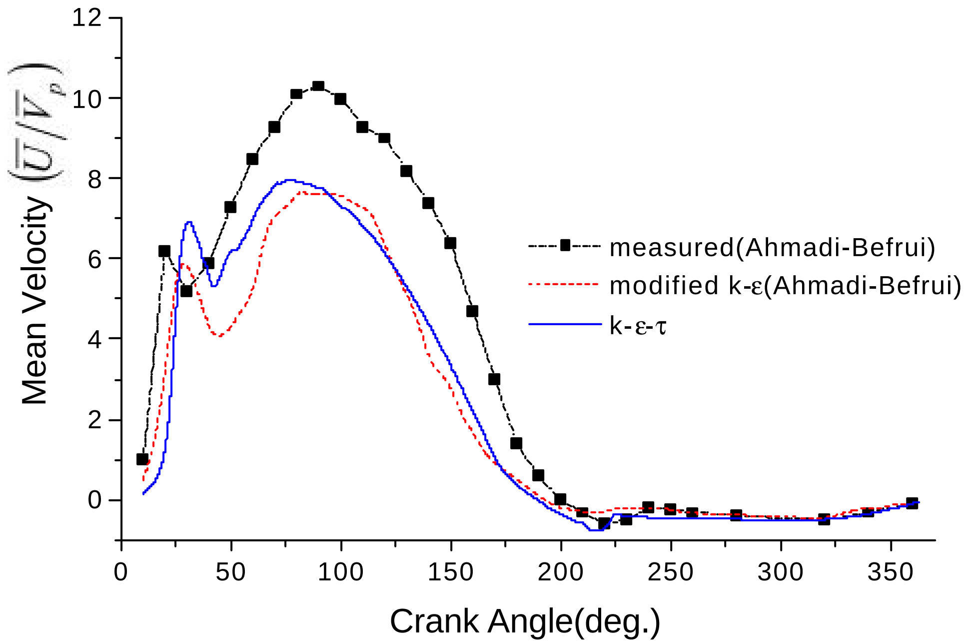


Fig.4.4 Temporal changes of axial mean velocity at z=15mm, r=25mm

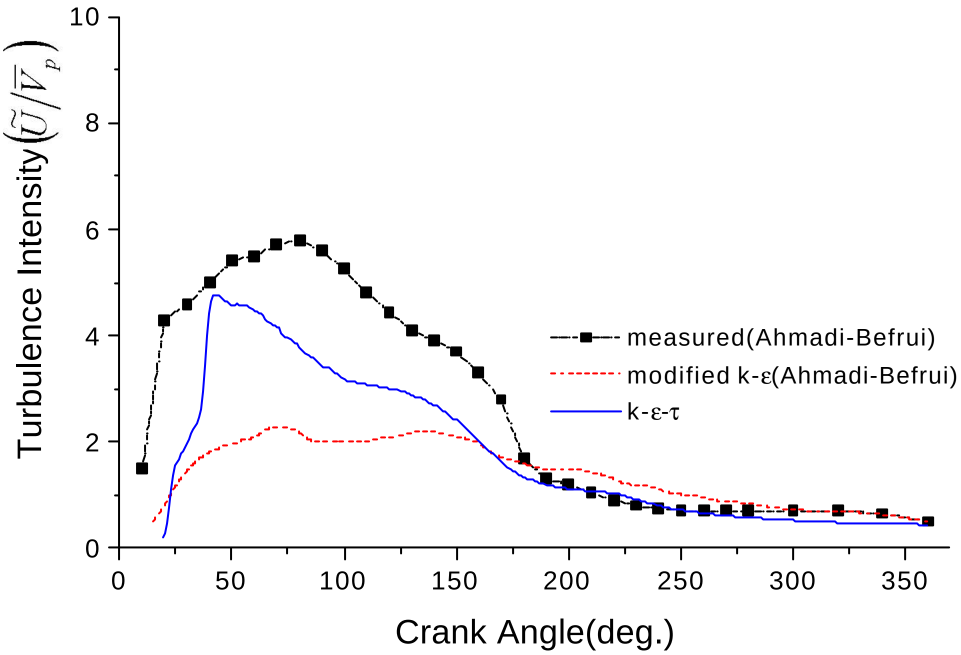


Fig.4.5 Temporal changes of turbulence intensity at z=15mm, r=25mm

4.5 속도장 및 난류강도의 공간분포

수정 $k-e$ 난류모델 및 $k-e-t$ 난류모델 적용에 의한 실린더내 유동 계산 결과의 비교를 위해, Fig.4.6 및 Fig.4.7에 일정한 크랭크 각에서의 속도장과 난류강도 분포를 나타내었다. 난류강도는 $\sqrt{2k/3}/\overline{V}_p$ 로 정의된다.

Fig.4.6 (a) 및 (b)는 크랭크각 36°의 흡입 초기과정으로, 작동유체가 제트 형태로 유입되어 밸브 안쪽 및 바깥쪽에서 분리되면서 두개의 와류가 형성되는 것을 관찰할 수 있다. 시계방향으로 선회하는 큰 와류가 실린더 중앙부에 형성되고, 반시계 방향으로 선회하는 작은 와류가 실린더 헤드와 벽 사이에 형성된다. 이러한 유동 형태는 Hoult[64]의 가시화 실험에서 밝혀진 결과와 일치하며, 이것은 밸브 시트각 60°의 경사진 흡입포트 형상과 피스톤 운동에 의하여 생성된 고속의 흡입 유동이 실린더 벽에 부딪히면서 발생한다. 한편 제트의 전단층 내에 높은 수준의 난류가 형성되며, 이러한 형태는 흡기과정에 걸쳐 지속된다.

Fig.4.6 (c) 및 (d)는 크랭크각 90°를 나타낸다. 두개의 와류를 형성하는 유동형태는 큰 변화 없이 유지되고, 밸브 면에서의 흡입 속도가 최대로 되므로 최대 속도를 갖는 강한 와류를 형성한다. 시계 방향의 큰 와류는 피스톤의 운동에 따라 피스톤 방향으로 확장되었고, 반시계 방향의 작은 와류는 밸브 양정이 최대가 됨에 따라 그 영역이 확장되었다. 피스톤 속도가 상당히 커짐에 따라 피스톤 근처 유동의 상당 부분이 피스톤 방향으로 움직이고 있다.

실린더내 유동은 흡기과정이 종료되기 직전부터 크게 달라지기 시작한다. 즉, 흡입속도가 감소하고, 난류의 주 생성원이 사라진다. 흡입 종반인 크랭크각 180°(Fig.4.6 (e) 및 (f))에서는 밸브면에서의 흡입속도와 피스톤 속도가 감소함에 따라 실린더내 유동장의 크기는 급격히 감소하여 흡입 중반까지 선명하게 보이던 두개의 와류 형태는 유지되나 속도는 크게 약화 되었다. 또한 피스톤 속도가 감소함에 따라, 유동이 피스톤면에 부딪히면서 피스톤면과 실린더벽 사이에 반시계 방향의 작은 와류가 새롭게 형성되고 있음을 알 수 있다. 이는 기존의 연구[14,47]에 비해 조밀한 격자를 사용하여 계산하므로, 비교적 유동의 변화가 적을 것으로 예상되는 피스톤면 근처도 상대적으로 조밀한 격자간격으로 계산됨에 따라, 타 연구에서는 명확히 식별되지 않았던 반시계 방향의 와류가 새롭게 생성되는 것이 식별된 것이다. 이러한 반경방향 및 축방향 속도는 흡입 유동과 피스톤 운동에 크게 의존하고 있음을 알 수 있다.

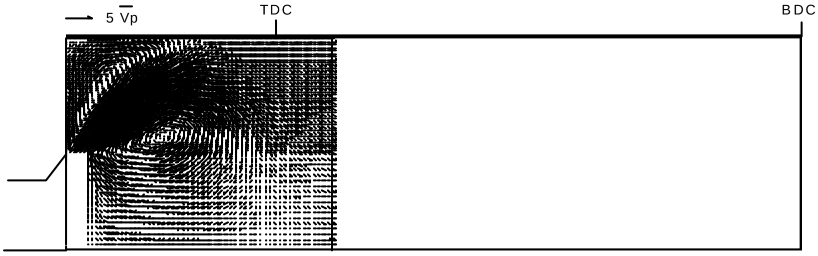
흡입 초기과정인 크랭크각 36°에서 작동유체가 제트 형태로 유입되어 밸브 안쪽 및 바깥쪽에서 분리되면서 두개의 와류가 형성되고, 흡입 중반인 크랭크각 90°에서는 피스톤 및 밸브의 움직임에 따라 와류 영역이 확장되는 형태는 수정 $k-e$ 난류모델 및 $k-e-t$ 난류모델이 전반적으로 유사한 형태를 나타내고 있다. 그러나 실린더 중앙부에 형성되는 시계방향으로 선회하는 큰 와류의 중심이 $k-e-t$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-e$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 실린더 벽 및 피스톤 면 방향으로 이동되는 경향을 보이고 있다. 이러한 형태는 흡입 종반인 크랭크각 180°까지 지속된다. Fig.4.6 (g) 및 (h)는 흡기밸브가 닫힌 직

후인 크랭크 각 225°의 경우로, 피스톤의 움직임이 방향을 바꾸면서 난류장은 균질화하고 감쇠되며 와류의 움직임도 크게 감소한다. 실린더 헤드와 벽사이의 반시계 방향의 와류는 크랭크 각 225°에서는 실제적으로 소멸되었고 오히려 시계 방향의 와류가 약하게 생성되고 있다. 압축과정 중반인 Fig.4.6 (i) 및 (j)의 크랭크각 270°에서는 실린더 헤드와 실린더 벽사이에 시계방향으로 선회하는 와류가 새롭게 형성되는 형태를 보이는데, $k-e-t$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-e$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 와류가 약하게 형성되는 결과를 나타내고 있다. Fig.4.6 (k) 및 (l)에서 보는 바와 같이, 이 와류는 압축과정을 거쳐서 상사점에 이르렀을 때에도 미세하나마 세력을 유지하고 있다.

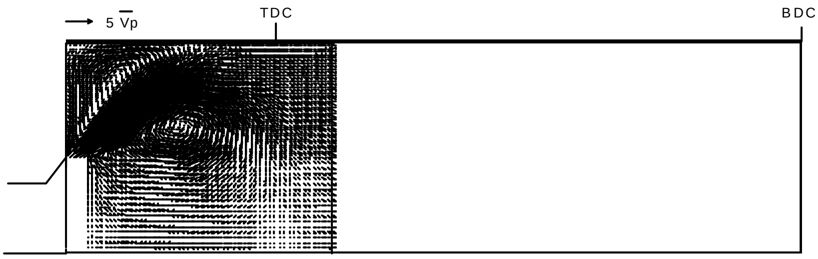
난류강도는 Fig.4.7 (a)~(f)에서와 같이 흡입과정 초기를 통하여 대체로 밸브팁에서의 전단에 의하여 증가하다가 흡입과정 말기에는 크게 감쇠하고 있다. 그러나 압축의 영향 때문에 Fig.4.7 (g)~(l)의 압축과정 중에는 크게 감쇠하지 않고 거의 일정한 값을 유지하고 있음을 관찰할 수 있다.

난류강도는 흡입과정 중에는 $k-e-t$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-e$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 강하게 나타났으나, 압축과정 종료 후 상사점에 도달했을 때에는 Fig.4.7 (k) 및 (l)에서 보는 바와 같이 반대로 $k-e-t$ 난류모델의 경우가 수정 $k-e$ 난류모델의 경우에 비해 약하게 나타나는 결과를 보이고 있다. 이러한 현상은 Fig.4.5 (b)의 난류강도의 시간적 변화에서도 확인할 수 있다. 수정 $k-e$ 난류모델을 적용한 경우에는 압축 행정 전반기에 계산값이 실험값에 비해 높게 평가되고 있으며, $k-e-t$ 난류모델을 적용한 경우에는 압축 행정 후반기에

계산값이 실험값에 비해 낮게 평가되고 있다. 압축 행정 종료후 상사점에 도달했을 때 최대값의 위치는 수정 $k-e$ 난류모델의 경우에는 피스톤면쪽으로 약간 접근하고 있으나, $k-e-t$ 난류모델의 경우에는 실린더 헤드와 피스톤면 사이에 최대값 영역이 형성되는 결과를 나타내고 있다.

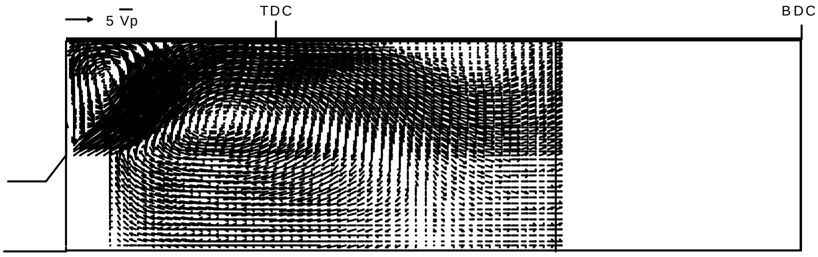


(a)

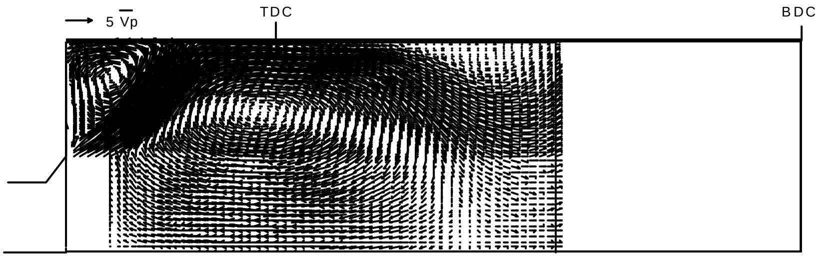


(b)

Fig.4.6 Velocity fields of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model
(a) modified $k-\varepsilon$ model, θ=36°   (b) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=36°



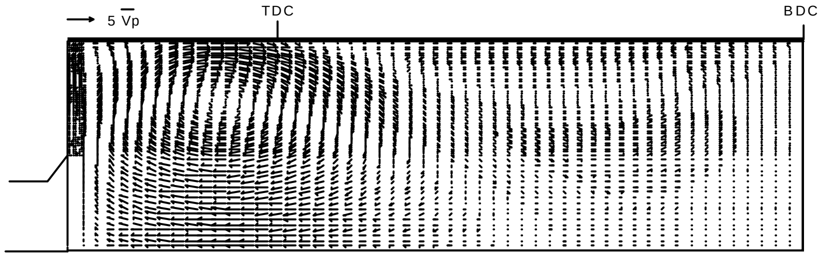
(c)



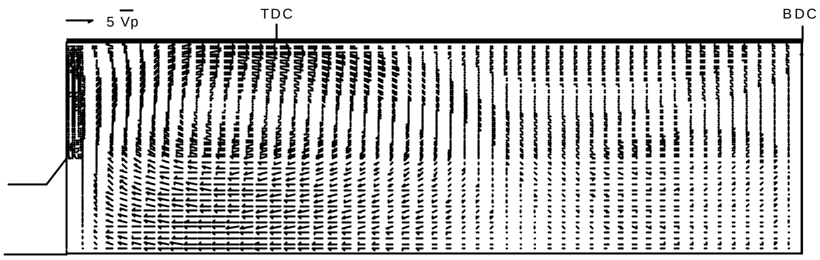
(d)

Fig.4.6 Velocity fields of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model

(c) modified $k-\varepsilon$ model, θ=90° (d) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=90°

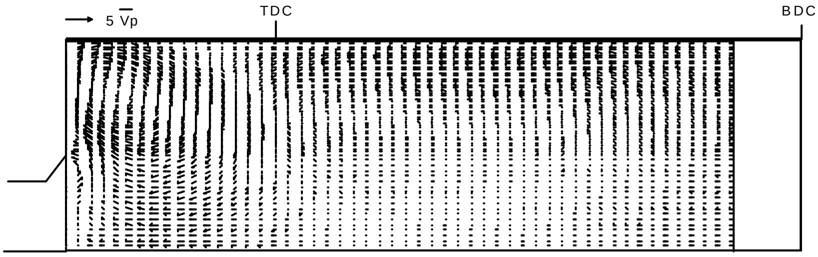


(e)

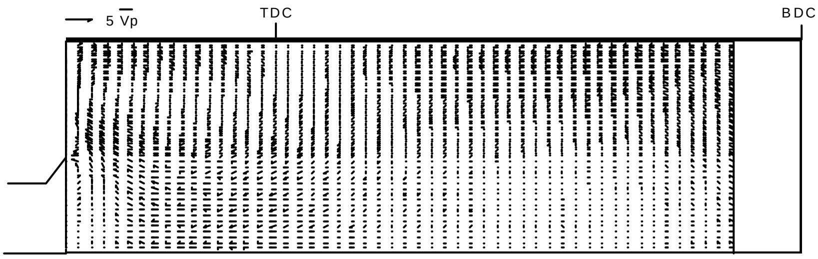


(f)

Fig.4.6 Velocity fields of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model
(e) modified $k-\varepsilon$ model, $\theta=180^\circ$ (f) $k-\varepsilon-\tau$ model, $\theta=180^\circ$

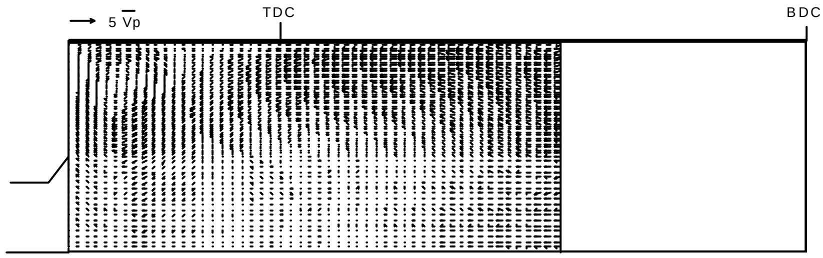


(g)

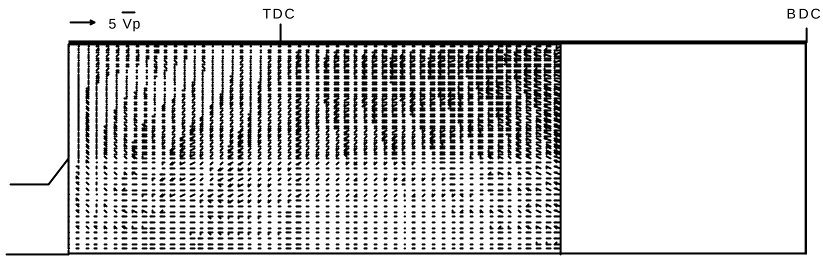


(h)

Fig.4.6 Velocity fields of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model
(g) modified $k-\varepsilon$ model, θ=225° (h) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=225°

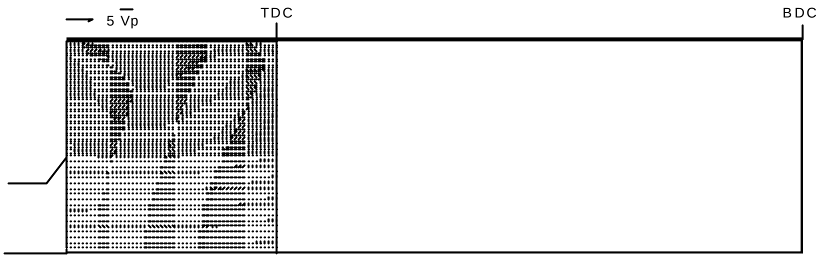


(i)

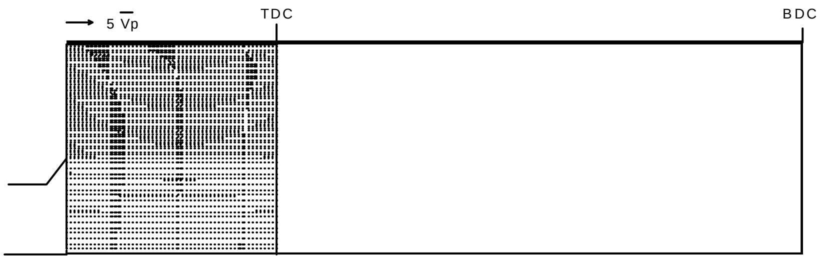


(j)

Fig.4.6 Velocity fields of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model
(i) modified $k-\varepsilon$ model, θ=270° (j) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=270°

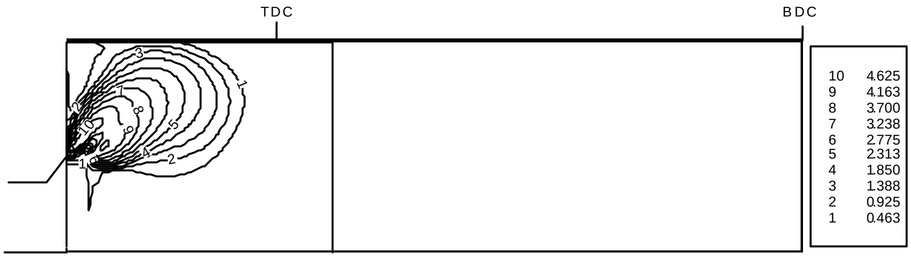


(k)

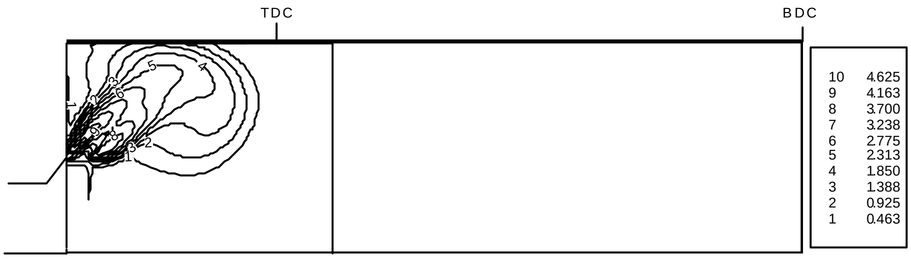


(l)

Fig.4.6 Velocity fields of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model
(k) modified $k-\varepsilon$ model, θ=360° (l) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=360°

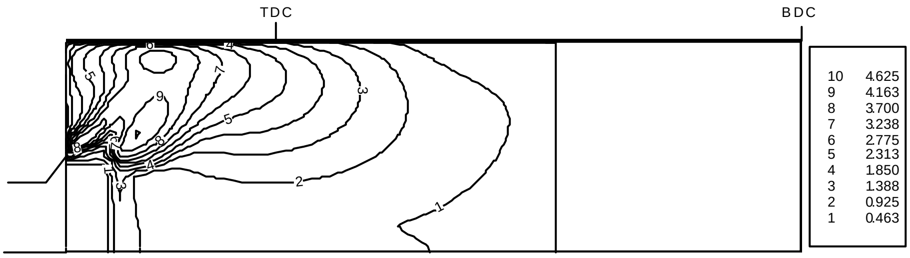


(a)

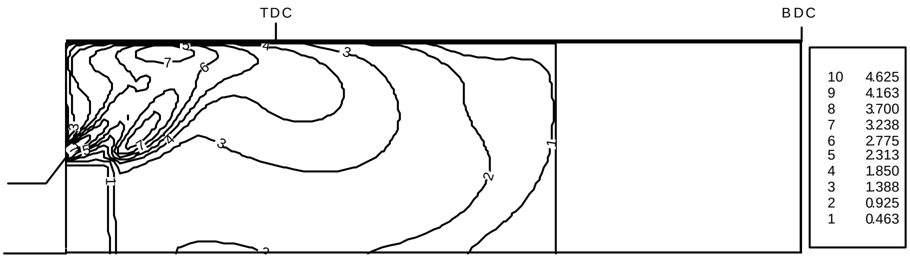


(b)

Fig.4.7 Turbulence intensities of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model
(a) modified $k-\varepsilon$ model, θ=36° (b) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=36°



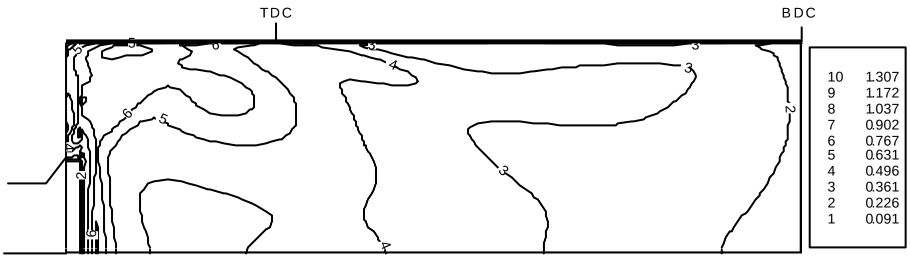
(c)



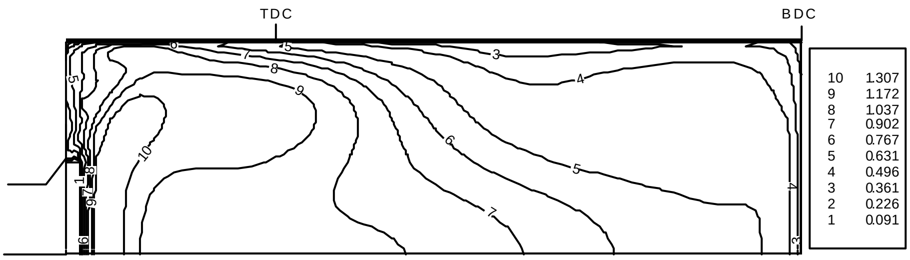
(d)

Fig.4.7 Turbulence intensities of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model

(c) modified $k-\varepsilon$ model, θ=90° (d) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=90°



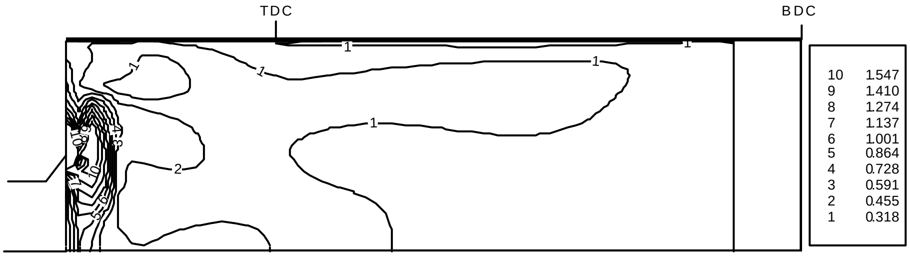
(e)



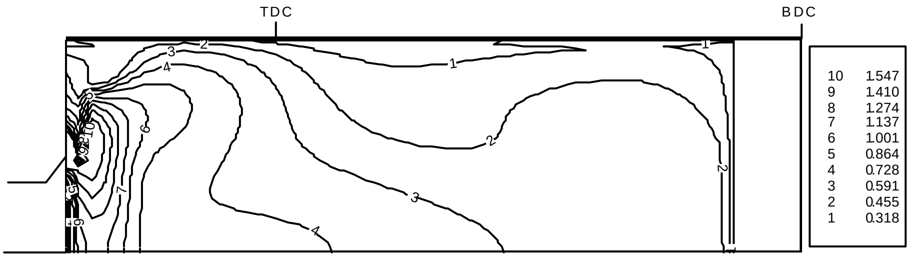
(f)

Fig.4.7 Turbulence intensities of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model

(e) modified $k-\varepsilon$ model, θ=180° (f) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=180°



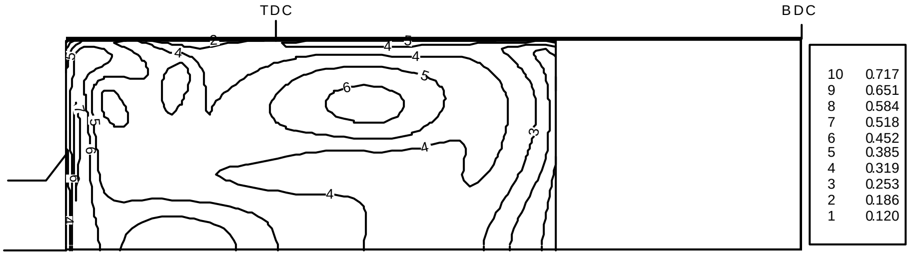
(g)



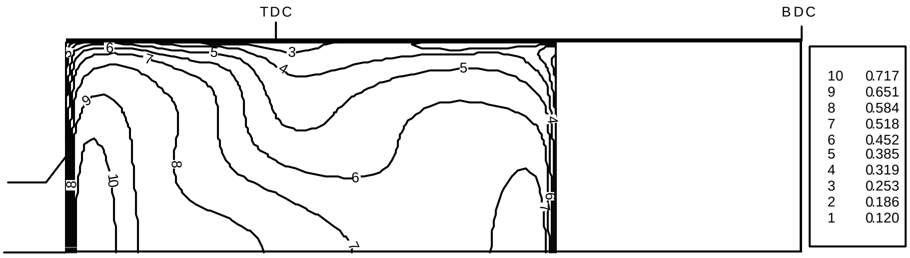
(h)

Fig.4.7 Turbulence intensities of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model

(g) modified $k-\varepsilon$ model, θ=225° (h) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=225°



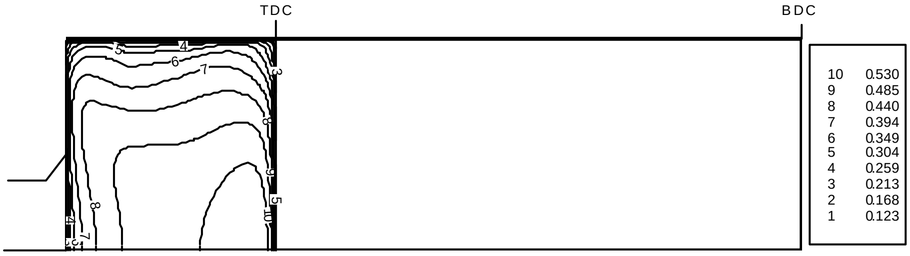
(i)



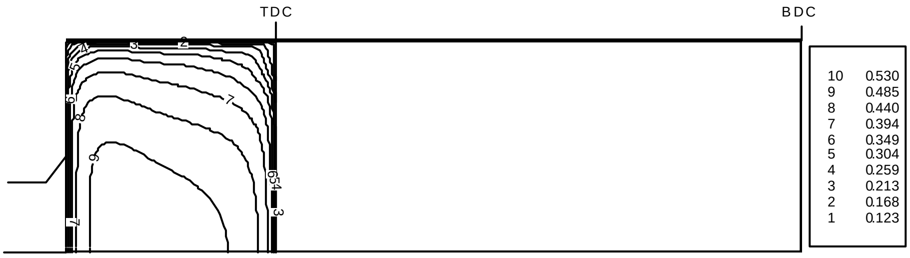
(j)

Fig.4.7 Turbulence intensities of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model

(i) modified $k-\varepsilon$ model, θ=270° (j) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=270°



(k)



(l)

Fig.4.7 Turbulence intensities of modified $k-\varepsilon$ model and $k-\varepsilon-\tau$ model

(k) modified $k-\varepsilon$ model, θ=360° (l) $k-\varepsilon-\tau$ model, θ=360°

4.6 스월의 영향

스월이 엔진 실린더 내 유동에 미치는 영향을 파악하기 위하여 스월수 (swirl number) 0.0, 0.6, 1.2, 2.4인 경우에 대해, 앞에 기술한 수치해법과 $k-e-t$ 난류 모델을 적용하여 계산을 수행하였다.

스월수는 흡기 포트 출구에서 각운동량 유속과 축방향 운동량 유속의 비를 순간 밸브 양정으로 무차원화한 수로[65], 이에 관하여는 부록 3에 기술하였다.

Arcoumanis et al.는 4.1절에 기술한 것과 동일한 모델 엔진을 대상으로 하여 스월수 1.2인 경우에 대해 실린더내 유동을 계측하였다. Arcoumanis et al.는 실험에서 스월수 1.2의 유동을 만들어 주기 위해 Fig.4.8에 나타낸 것과 같이 흡기 포트 내에 스월 vane을 설치하였다. 계산에서는 정해진 스월수에 대해 부록 3의 (A3.3)식에 의해 스월 속도를 계산하였다.

Fig.4.9에 스월수(swirl number) 1.2 유동에 대해, Arcoumanis et al.[47]의 실험에 의한 계측값과 $k-e-t$ 난류 모델을 적용한 계산값을 함께 표시하여 스월이 있는 경우의 엔진 실린더내 유동에 관한 계산의 타당성을 고찰하였다.

실험에서의 스월수는 실린더 헤드 근처의 스월 속도 분포와 축방향 속도 분포를 측정하여 흡기 과정 전체에 대한 평균을 취한 결과인 반면, 계산에서는 스월수를 일정하게 유지하였다. 이러한 근본적인 차이로 스월이 있는 유동에 대한 계산 결과와 실험 결과의 직접적인 비교는 어려운 점이 있긴 하겠으나, 활용 가능한 자료를 최대한 활용한다는 관점에서 실험값과 계산값을 비교하였다.

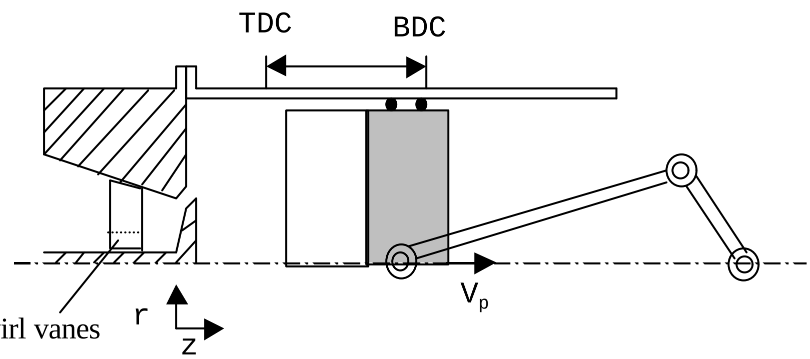


Fig.4.8 Diagram of piston-cylinder assembly with swirl vanes

Fig.4.9 (a)는 크랭크 각 90°에서 실린더 헤드로부터 15mm, 40mm 떨어진 단면에서의 축방향 평균속도이다. 15mm 단면에서의 계측값을 살펴보면 축방향 평균속도는 스월이 없는 경우(Fig.4.3 (a))와 거의 유사한 형태를 보이고 있다. 계산값을 살펴보면 밸브 하단부를 제외하고는 15mm 및 40mm 단면에서 실험값을 정성적으로 추종하고 있으며, 특히 15mm 단면의 경우는 정량적으로도 근접하는 결과를 보이고 있다. 그러나 밸브 하단부에서는 실험값과 크게 다른 형태를 보이고 있다. 특히 실린더 중앙부에서는 유동의 방향이 실린더 헤드 방향에서 다시 피스톤 방향으로 향하는 결과를 나타내어, 밸브 하단부에 반시계 방향으로 선회하는 와류가 생성되고 있음을 짐작할 수 있으며, 이러한 형태는 Fig.4.11 (e)에서 확인할 수 있다. 이와같이 밸브 하단부에서의 실험값과 계산값이 다르게 나타나는 이유는 앞에서 지적한 바와 같이 실험과 계산에서의 스월의 취급 방법이 다른 데에서 기인하는 것으로 생각되며, 향후 스월을 취급하는 더 향상된 방법이 모색되어야 할 것으로 생각된다.

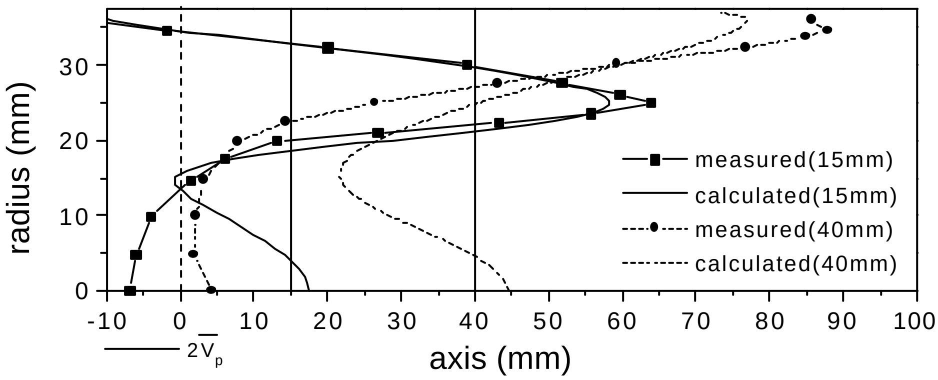
Fig.4.9 (b)는 크랭크 각 90°에서의 축방향 난류속도이다. 밸브에 가까운 15mm 단면에서는 계산값은 실험값과 어느 정도 차이를 보이기는 하나, 전반적인 유동의 경향은 대체로 접근하고 있다. 40mm 단면에서는 계산값이 중심축 부근에서는 실험값에 근접하나 실린더 벽 근처에서는 과소평가되고 있다. 이러한 결과 역시 스월의 취급 방법의 차이에 기인하는 것으로 생각된다.

Fig.4.9 (c) 및 (d)는 압축 과정인 크랭크 각 270°에서의 축방향 평균속도와 난류속도이다. 축방향 평균속도는 흡기 과정에서의 스월의 영향이

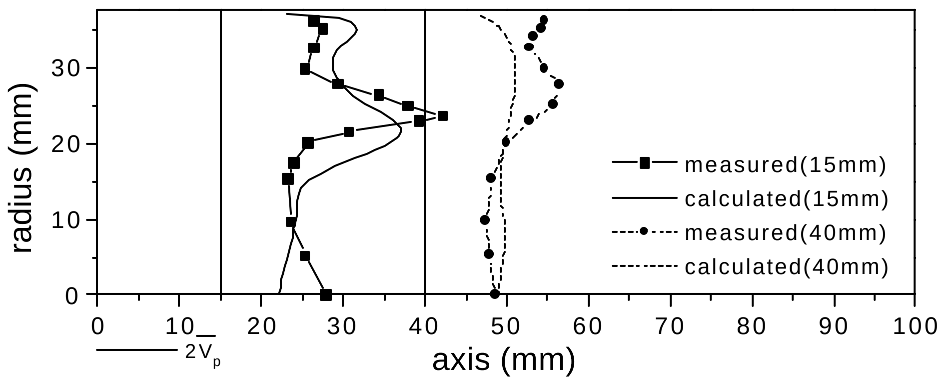
계속적으로 영향을 미쳐 대체로 일치하지 않는 결과를 보이고 있다. 그러나 난류속도의 경우에는 거의 모든 영역에 걸쳐 정량적으로도 잘 일치하는 결과를 나타내고 있다.

Fig.4.10은 스월수 0.0, 1.2, 2.4인 경우의 축방향 평균속도 및 난류속도이다. Fig.4.11 및 Fig.4.12는 스월수 0.6, 1.2, 2.4인 경우의 실린더내 유동 계산 결과이며, 이 결과들과 Fig.4.6 및 Fig.4.7의 스월이 없는 경우의 계산 결과를 통하여, 스월이 실린더내 유동 특성에 미치는 영향을 파악하였다.

스월 강도의 변화는 실린더내 유동장 형상을 크게 변화 시키지는 않으나, 스월 강도가 커짐에 따라 주 와류의 중심이 조금씩 실린더 벽쪽으로 이동하며, 밸브 하단부에 반시계 방향의 와류가 점점 강하게 형성되는 현상이 뚜렷해진다. 이러한 변화의 주된 원인은 스월에 의하여 발생하는 원심력 때문인 것으로 생각된다. 난류 강도는 흡기 과정 중에는 스월 강도가 증가함에 따라 전반적으로 증가하는 경향을 보이고 있다. 그러나 압축 과정 중에는 스월수 1.2인 경우가 난류 강도가 가장 크게 나타나고 있으며, 이러한 경향은 상사점까지 그대로 유지된다. 따라서 스월의 증가가 난류 강도를 계속적으로 증가 시키는 것은 아님을 알 수 있다.



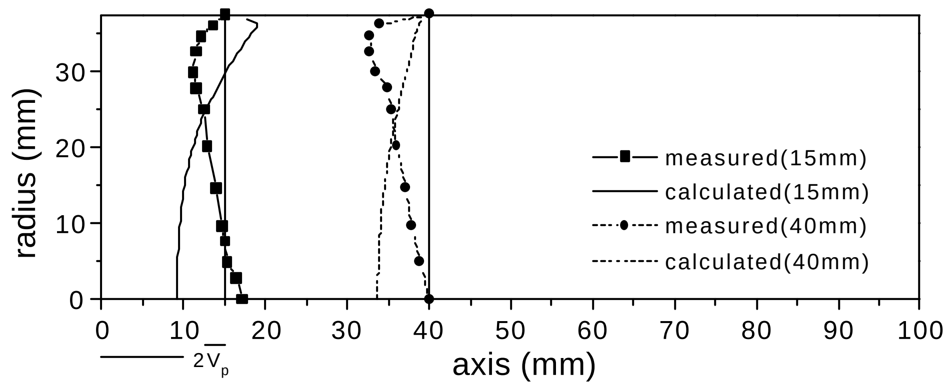
(a)



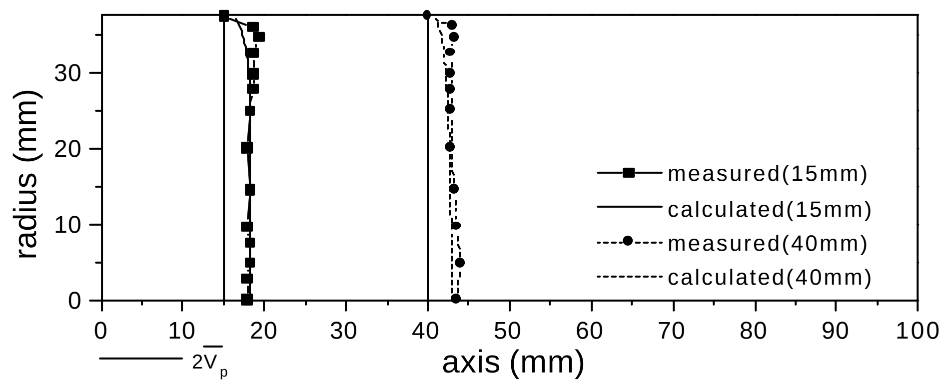
(b)

Fig.4.9 Radial profiles of axial mean velocity and rms velocity for SN=1.2 at z=15mm, 40mm

(a) mean velocity at q=90° (b) rms velocity at q=90°



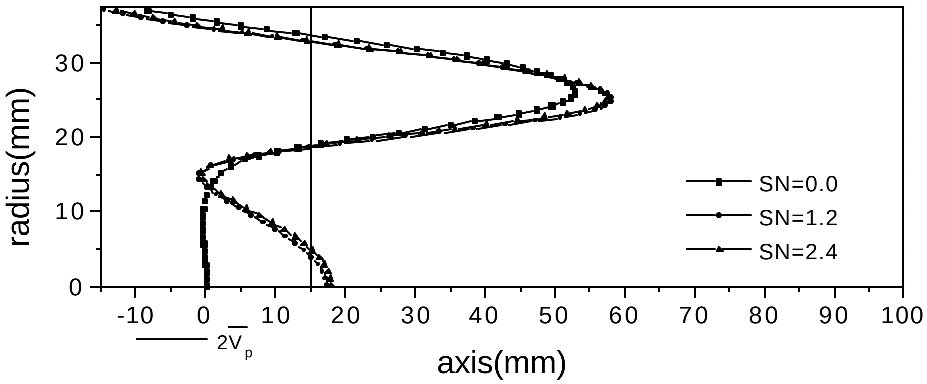
(c)



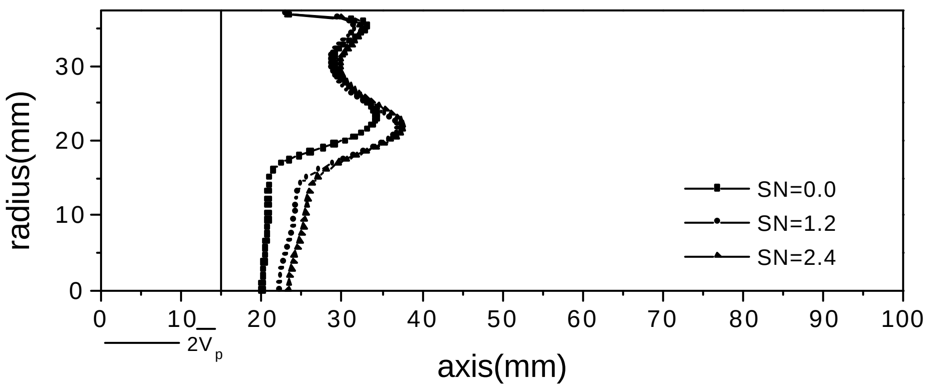
(d)

Fig.4.9 Radial profiles of axial mean velocity and rms velocity for SN=1.2 at z=15mm, 40mm

(c) mean velocity at q=270°　　(d) rms velocity at q=270°

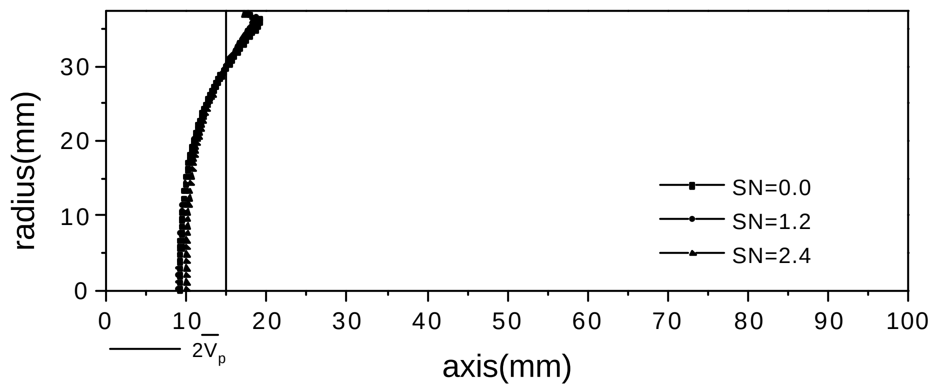


(a)

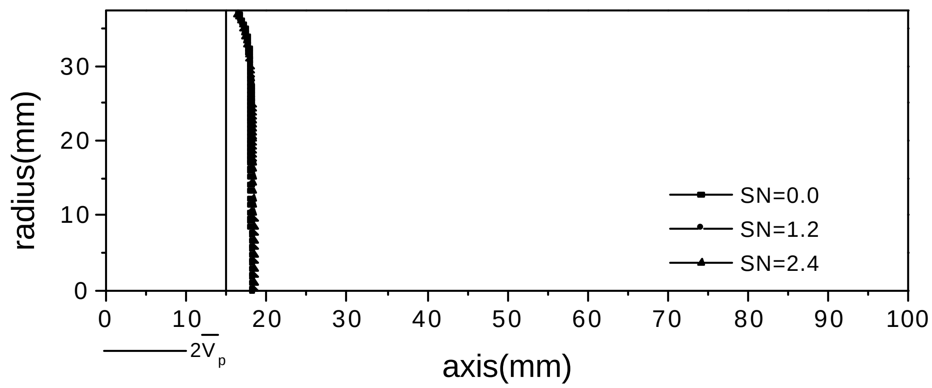


(b)

Fig.4.10 Effects of swirl on axial velocity and rms velocity
for SN=0.0, 1.2, 2.4 at z=15mm
(a) mean velocity at q=90° (b) rms velocity at q=90°



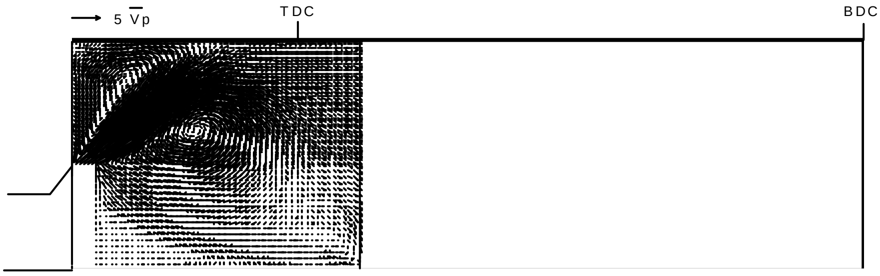
(c)



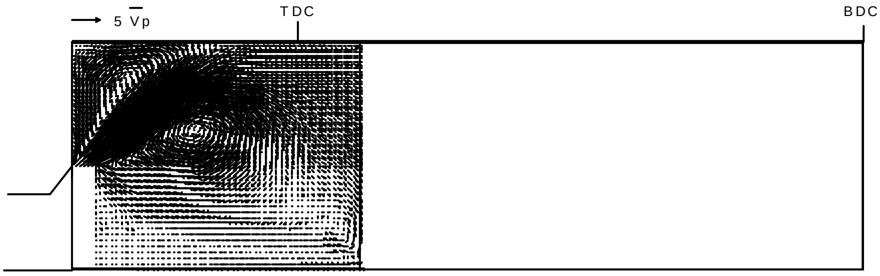
(d)

Fig.4.10 Effects of swirl on axial velocity and rms velocity for SN=0.0, 1.2, 2.4 at z=15mm

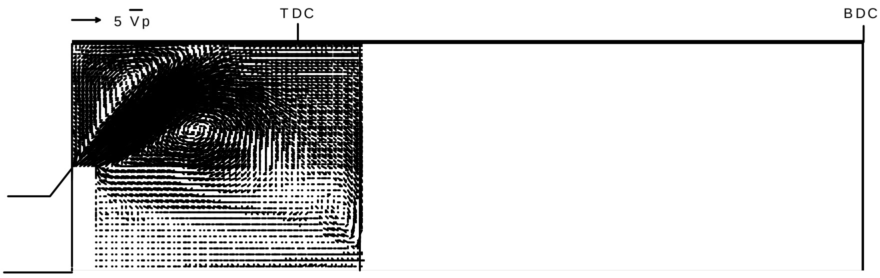
(c) mean velocity at q=270° (d) rms velocity at q=270°



(a)

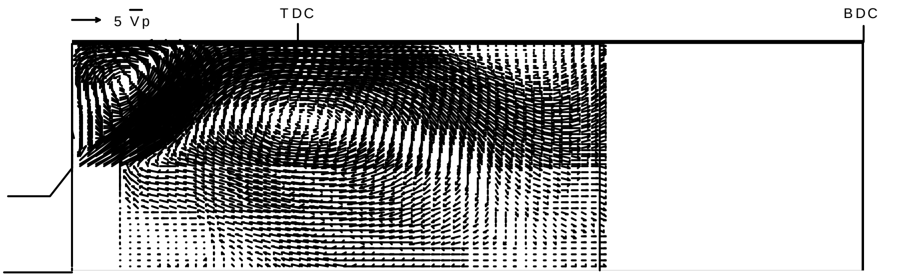


(b)

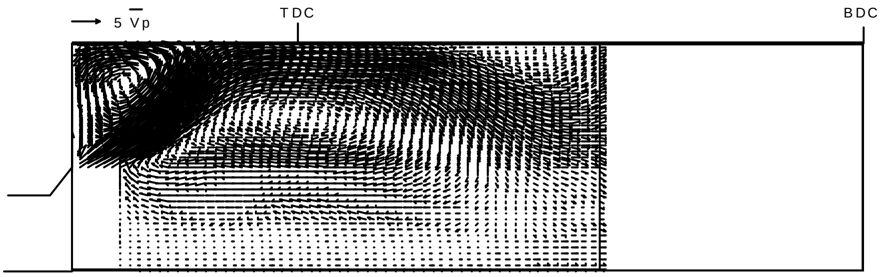


(c)

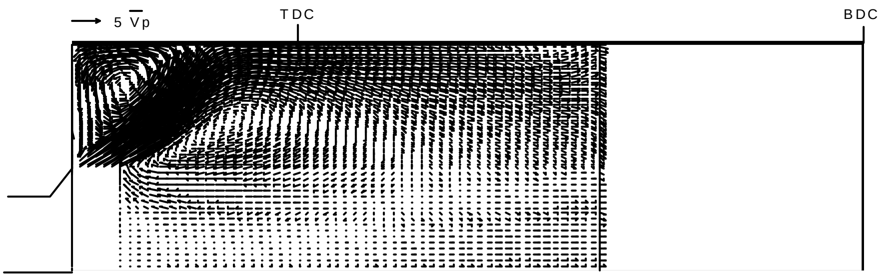
Fig.4.11 Effects of swirl on velocity fields at various crank angles
(a) SN=0.6, q=36° (b) SN=1.2, q=36° (c) SN=2.4, q=36°



(d)

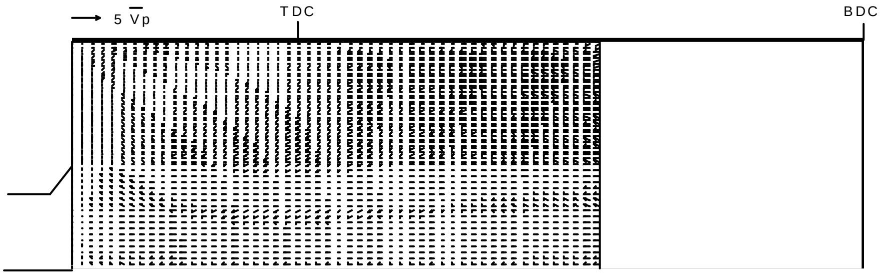


(e)

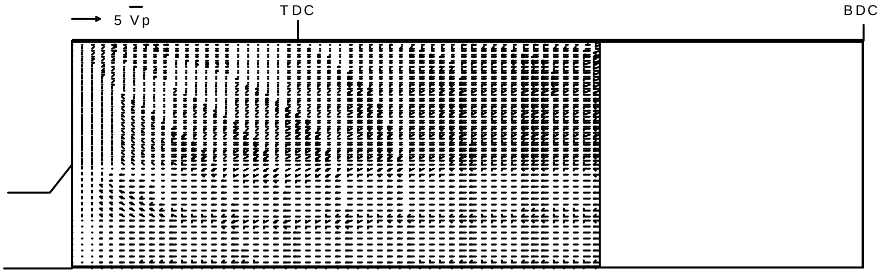


(f)

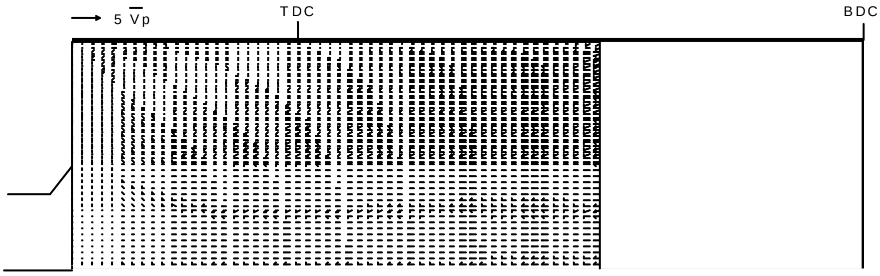
Fig.4.11 Effects of swirl on velocity fields at various crank angles
(d) SN=0.6, q=90° (e) SN=1.2, q=90° (f) SN=2.4, q=90°



(g)



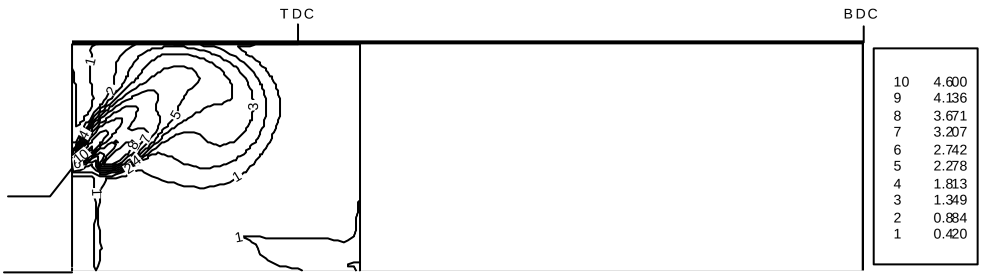
(h)



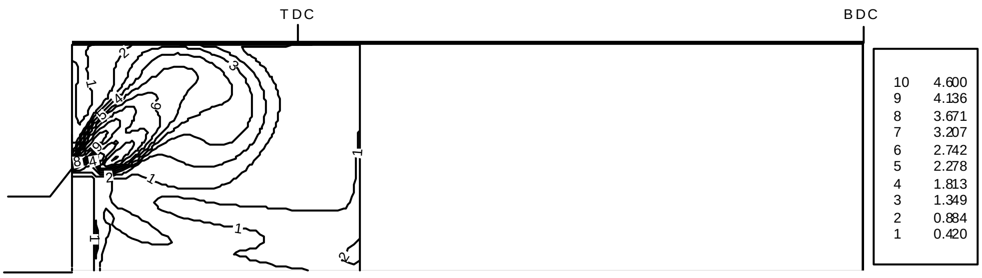
(i)

Fig.4.11 Effects of swirl on velocity fields at various crank angles

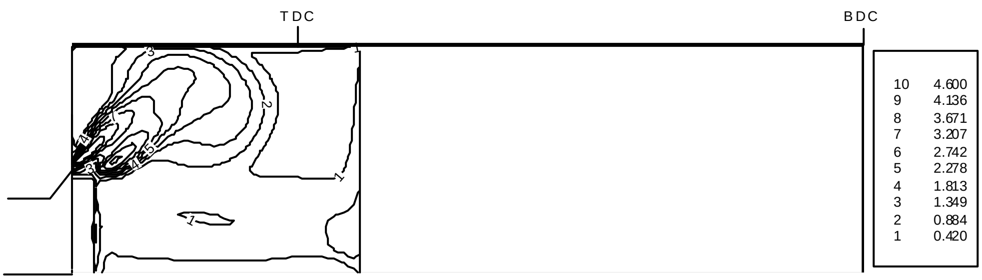
(g) SN=0.6, q=270° (h) SN=1.2, q=270° (i) SN=2.4, q=270°



(a)



(b)



(c)

Fig.4.12 Effects of swirl on turbulence intensity fields at various crank angles

(a) SN=0.6, q=36° (b) SN=1.2, q=36° (c) SN=2.4, q=36°

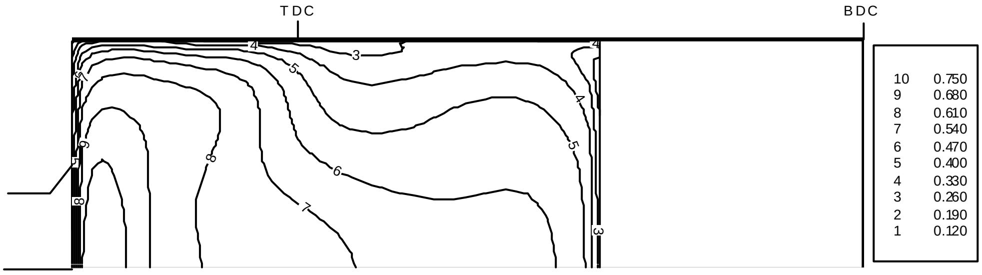
(d)

(e)

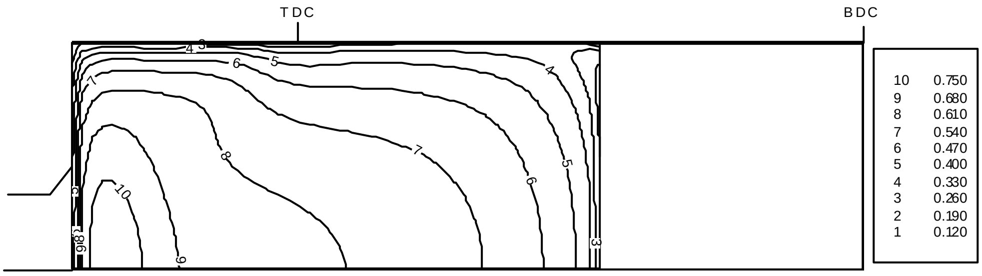
(f)

Fig.4.12 Effects of swirl on turbulence intensity fields at various crank angles

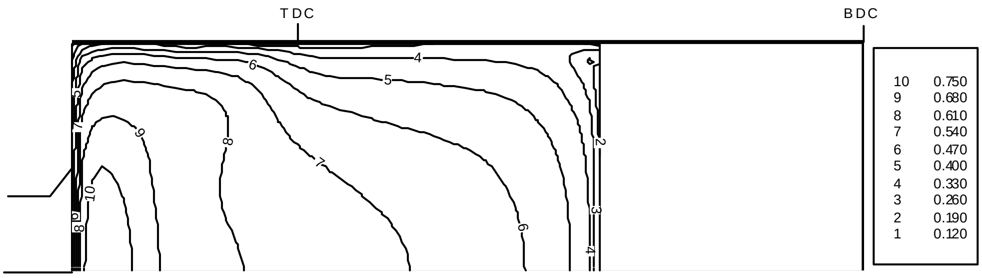
(d) SN=0.6, θ=90° (e) SN=1.2, θ=90° (f) SN=2.4, θ=90°



(g)



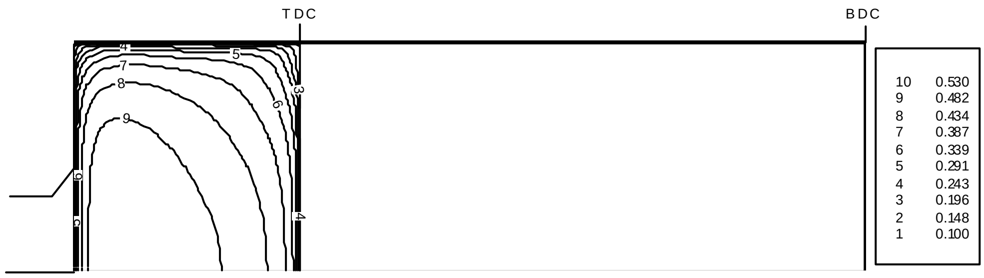
(h)



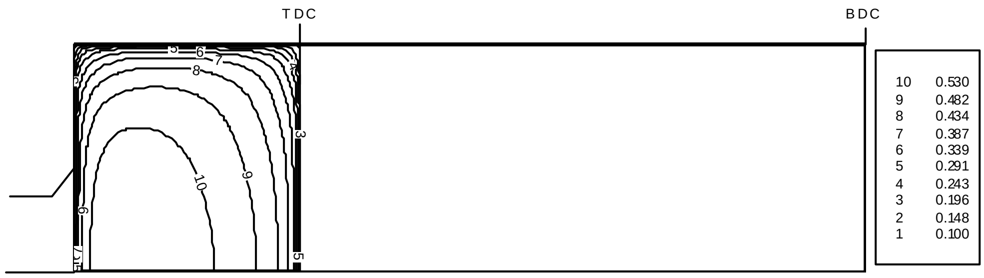
(i)

Fig.4.12 Effects of swirl on turbulence intensity fields at various crank angles

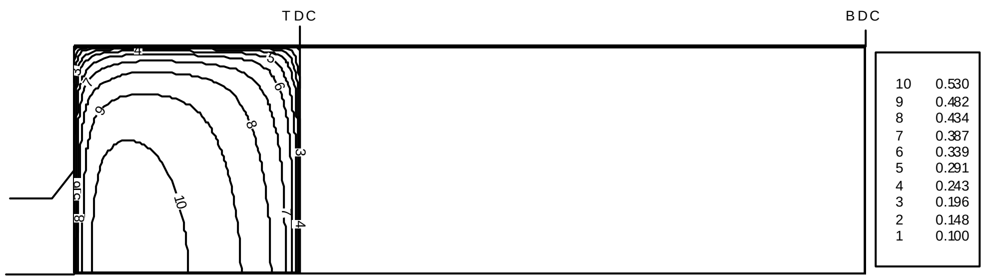
(g) SN=0.6, θ=270° (h) SN=1.2, θ=270° (i) SN=2.4, θ=270°



(j)



(k)



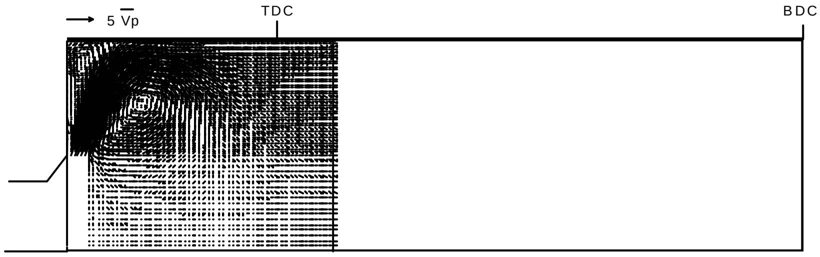
(l)

Fig.4.12 Effects of swirl on turbulence intensity fields at various crank angles

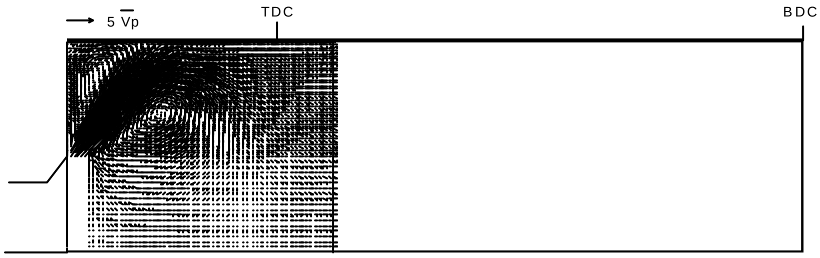
(j) SN=0.6, θ=360° (k) SN=1.2, θ=360° (l) SN=2.4, θ=360°

4.7 밸브 시트 각에 따른 변화

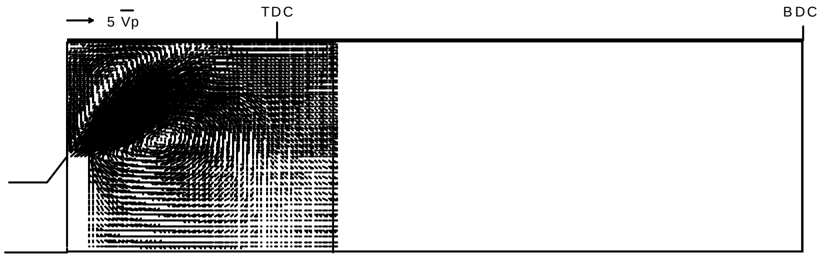
밸브 시트각이 각각 60°, 45°, 30°인 경우에 대한 계산 결과를 Fig.4.13에 나타내었다. 밸브 시트각이 45°보다 큰 경우에는 전 밸브 양정에 걸쳐서 제트의 궤적과 강도가 변화하기는 하나 전반적인 유동은 앞절에 기술한 것과 유사한 형태를 보이고 있다. 그러나 밸브 시트각이 30°인 경우에는 제트의 바깥쪽이 실린더 헤드로부터 분리되지 않는, 다른 형태의 유동 구조가 나타난다. 따라서 실린더 헤드와 벽사이의 와류는 거의 감소하거나 아예 사라지는 형태를 보이고 있다. 이러한 유동형태는 Arcoumanis et al.[66]의 실험 결과와 일치한다.



(a)



(b)



(c)

Fig.4.13 Velocity fields for different valve seat angles at crank angle 36°
(a) valve seat angle 30° (b) valve seat angle 45° (c) valve seat angle 60°

5. 결 론

움직이는 밸브와 피스톤, 실린더 벽 또는 피스톤 근처의 느린 속도로부터 밸브 흡입면 근처의 빠른 속도 범위, 유동 구조가 불평형으로 되는 높은 변형율 유동 등이 포함되어 수치 해석상 상당한 어려움이 따르는 엔진 실린더 내 유동 해석에 있어서, 좀더 개선된 결과를 나타낼 것으로 판단되는 $k-e-t$ 난류 모델을 엔진 실린더 내 유동 해석에 적용하여 그 타당성을 검토하고, 적절한 계산 격자수 내에서 좀더 정확한 결과를 얻을 수 있는 다차원 수치해석 도구를 제시하고, 스월 및 밸브 시트각의 변화가 엔진 실린더 내 유동에 미치는 영향을 파악한다는 관점에서 연구를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) $k-e-t$ 난류모델을 적용하여 실린더 헤드로부터 15mm 떨어진 단면에서의 흡기 및 압축 과정중의 실린더내 축방향 평균속도에 대한 계산 결과는 Ahmadi-Befrui et al.의 실험 결과와 잘 일치하였으며, 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 실험값에 근접하는 결과를 나타내었다. 난류 속도의 유동 형태 역시 $k-e-t$ 난류모델에 의한 계산 결과가 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 실험치를 잘 추종하였으며, 정량적으로도 최대치를 나타내는 영역을 제외하고는 실험치를 전반적으로 잘 예측하였다.

또한 실린더 헤드로부터 15mm, 실린더 중심으로부터 25mm 떨어진 지점에서의 축방향 평균속도의 시간분포는 $k-e-t$ 난류모델에 의한 계산 결과가 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 흡기과정 초반에

약간 개선된 결과를 나타내었고, 난류강도의 시간분포는 $k-e-t$ 난류모델에 의한 계산 결과가 수정 $k-e$ 난류모델에 의한 계산 결과보다 실험값에 접근하는 결과를 얻었다.

2) 흡기과정 중 시계방향으로 선회하는 큰 와류의 중심이 $k-e-t$ 난류모델을 적용한 경우가 수정 $k-e$ 난류모델을 적용한 경우에 비해 실린더 벽 및 피스톤 면 방향으로 이동하는 결과를 보였다.

압축 행정 종료 후 상사점에 도달했을 때 난류강도의 최대값의 위치는 수정 $k-e$ 난류모델의 경우에는 피스톤면쪽으로 약간 접근하고 있으나, $k-e-t$ 난류모델의 경우에는 실린더 헤드와 피스톤면 사이에 최대값 영역이 형성되는 결과를 나타내었다.

또한 기존의 연구에 비해 조밀한 격자를 사용하여 계산한 결과, 타 연구에서는 명확히 확인되지 않았던, 흡기과정 말기에 피스톤면과 실린더 벽 사이에 반시계 방향의 와류가 새롭게 형성되는 결과를 얻었다.

3) 스월 강도의 변화는 실린더내 유동장 형상을 크게 변화 시키지는 않으나, 스월 강도가 커짐에 따라 주 와류의 중심이 조금씩 실린더 벽쪽으로 이동하고 밸브 하단부에 반시계 방향의 와류가 점점 강하게 형성되는 현상이 뚜렷하였다.

또한 스월 강도의 증가에 따라 흡기 과정 중에는 난류 강도가 전반적으로 증가하는 경향을 보였으나 압축 과정 중에는 스월수 1.2인 경우가 난류 강도가 가장 크게 나타나는 경향을 보여, 스월의 증가가 난류 강도를 계속적으로 증가 시키는 것은 아님을 확인하였다.

4) 밸브 시트각이 30°로 적어진 경우에는 45°, 60°의 경우와는 달리 제

트의 바깥쪽이 실린더 헤드로부터 분리되지 않는 다른 형태의 유동 구조가 나타나 실린더 헤드와 벽사이의 와류는 거의 감소하거나 아예 사라지는 형태를 보임을 확인하였다.

참 고 문 헌

1. Richard Stone, Introduction to Internal Combustion Engines, Macmillan, pp.180-199, 1992

2. Arcoumanis, C., Whitelaw, J. H., Hentschel, W. and Schindler, K. P.,"Flow and Combustion in a Transparent 1.9 Litre Direct Injection Diesel Engine", IMechE, D03293, pp.191-205, 1994

3. Stroll, H., Durst, F., Peric, M., Pereira, J. C. F. and Scheuerer, G., "Study of Laminar, Unsteady Piston-Cylinder Flows", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.115, pp.687-693, 1993.12

4. Morse, A. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., "Turbulent Flow Measurements by Laser-Doppler Anemometry in Motored Piston-Cylinder Assemblies", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.101, pp.208-216, 1979.6

5. Choi, W. C., "Effects of Operating Speed on 3-D Mean Flows Measured at the End of Intake Stroke in an IC Engine", JSME International Journal, Vol.41, No.2, pp.338-343, 1998

6. Rouland, E., Trinite, M., Dionnet, F., Floch, A. and Ahmed, A., "Particle Image Velocimetry Measurements in a High Tumble Engine for In-Cylinder Flow Structure Analysis", SAE 972831, 1997

7. Dimopoulos, P. and Boulouchos, K., "Turbulent Flow Field Characteristics in a Motored Reciprocating Engine", SAE 972833, 1997

8. Kong, S. C. and Hong, C. W., "Multidimensional Intake Flow Modeling of a Four-Stroke Engine with Comparisons to Flow Velocity Measurements", SAE 970883, 1997

9. Ramos, J. I., Internal Combustion Engine Modeling, Hemisphere Publishing Corporation, pp.66-84, 1989

10. Heywood, J. B., "Fluid Motion Within the Cylinder of Internal Combustion Engines", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.109, pp.3-35, 1987.3

11. Watkins, A. P., "Flow and Heat Transfer in Piston/Cylinder Assemblies", PhD

Thesis, University of Londeon, pp.25-37, pp.54-66, 1977
12. Witze, P. O., "A Critical Comparison of Hot-Wire Anemometry and Laser Doppler Velocimetry for I. C. Engine Applications", SAE 800132, pp.711-739, 1980
13. Gosman, A. D. and Johns, R. J. R., "Development of a Predictive Tool for In-Cylinder Gas Motion in Engines", SAE 780315, 1978
14. Ahmadi-Befrui, B., Arcoumanis, C., Bicen, A. F., Gosman, A. D., Jahanbaksh, A. and Whitelaw, J. H., "Calculation and Measurements of the flow in a Motored Model Engine and Implications for Open-Chamber, Direct-Injection Engines", NTIS DE82019033, 1982
15. Gosman, A. D., Tsui, Y. Y., and Watkins, A. P., "Calculation of Three-Dimensional Air Motion in Model Engines", FS/83/29, 1980
16. Grasso, F. and Bracco, F. V., "Computed and Measured Turbulence in Axisymmetric Reciprocating Engines", AIAA Journal, Vol.21, No.4, pp.601-607, 1983
17. Brandstatter, W., Johns, R. J. R. and Wigley, "The Effect of Inlet Port Geometry on In-Cylinder Flow Structure", SAE 850499, 1985
18. Yamada Toshio, Inoue Tokuta, Yoshimatsu Akio, Hiramatsu Takeshi and Konishi Masaaki, "In-Cylinder Gas Motion of Multivalve Engine - Three Dimensional Numerical Simulation", SAE Paper 860465, 1986
19. Priti Shah, "Mathematical Modelling of Flow and Combustion in Internal Combustion Engines", PhD Thesis, Thames Polytechnic, pp.19-43, pp.67-102, 1989
20. Monaghan, M. O. and Pettifer, H. F., "Air Motion and its Effects on Diesel Performance and Emissions", SAE 810255, 1981
21. Mao, Y., Buffat, M. and Jeandel, D., "Simulation of the Turbulent Flow Inside the Combustion Chamber of a Reciprocating Engine with a Finite Element Method", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.116, pp.363-369, 1994.6
22. Bahram Khalighi, "Multidimensional In-cylinder Flow Calculations and Flow Visualization in a Motored Engine", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.117, pp.282-288, 1995.6

23. Kong, S. C. and Hong, C. W., "Multidimensional Intake Flow Modeling of a Four-Stroke Engine with Comparisons to Flow Velocity Measurements", SAE 970883, 1997

24. Gosman, A. D., "Multidimensional Modeling of Cold Flows and Turbulence in Reciprocating Engines", SAE 850344, 1985

25. Amsden, A. A., Ramshaw, J. D., O'Rourke, P. J. and Dukowicz, J. K., "KIVA : A Computer Program for Two- and Three- Dimensional Fluid Flow with Chemical Reactions and Fuel Spray", Los Alamos National Laboratory Report LA-10245-MS, 1985

26. Launder, B. E. and Spalding, D. B., Lectures on Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, New York, pp.90-110, 1972

27. Reynolds, W. C., "Modelling of Fluid Motions in Engines - An Introductory Overview", Combustion Modelling in Reciprocating Engines, edited by Mattavi, J. N. and Amann, C. A., Plenum Press, pp.41-65, 1980

28. Morel, T. and Mansour, N. N., "Modelling of Turbulence in Internal Combustion Engines", SAE 820040, 1982

29. El Tahry, S. H., "$k-e$ Equation for Compressible Reciprocating Engine Flows", AIAA Journal of Energy, Vol.7, No.4, pp.345-553, 1983

30. Gosman, A. D., Johns, R. J. R. and Watkins, A. P., "Development of Prediction Methods for In-Cylinder Processes in Reciprocating Engines", Combustion Modelling in Reciprocating Engines, edited by Mattavi, J. N. and Amann, C. A., Plenum Press, pp.41-65, 1980

31. Ramos, J. I., Humphrey, J. A. C. and Sirignano, W. A., "Numerical Prediction of Axisymmetric Laminar and Turbulent Flows in Motored, Reciprocating Internal Combustion Engines", SAE 790356, 1979

32. Grasso, F., Wey, M. J., Bracco, F. V. and Abraham, J., "Three Dimensional Computations of Flows in a Stratified-Charge Rotary Engine", SAE 870409, 1987

33. Ahmadi-Befrui, B., Gosman, A. D., Lockwood, F. C. and Watkins, A. P., "Multidimensional Calculation of Combustion in an Idealised Homogeneous Charge

Engine", SAE 810151, 1981
34. El Tahry, S. H., "A Numerical Study on the Effects of Fluid Motion at Inlet-valve Closure on Subsequent Fluid Motion in a Motored Engine", SAE 820035, 1982
35. El Tahry, S. H., "Application of a Reynolds Stress Model to Engine Flow Calculations", Proceedings of Symposium on Flows in Internal Combustion Engines - II, ASME-FED-20, 1984
36. Launder, B. E., Reece, G. J., and Rodi, W., "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J. Fluid Mech. Vol. 68, pp.537, 1975
37. Wu, C. T., Ferziger J. H. and Chapman, D. R., "Simulation and Modelling of Homogeneous Compressed Turbulence", Technical Report TF-21, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, pp.1-80, pp.89-150, 1985.5
38. Shah, P. and Markatos, N. C., "Computer Simulation of Turbulence in Internal Combustion Engine", Int. J. Numerical Methods in Fluids, Vol.7, pp.927-953, 1987
39. Ilegbusi, J. O. and Spalding, D. B., "An Improved Version of the $k-\nu$ Model of Turbulence", ASME Journal of Heat Transfer, Vol.107, No.1, pp.63-69, 1985
40. Naser, J. A. and Gosman, A. D., "Flow Prediction in an Axisymmetric Inlet Valve/Port Assembly Using Variants of $k-e$", IMechE, D04293, pp.57-69, 1995
41. Watkins, A. P., Bo, T. and Lea, C. J., "Turbulent Flow Simulations in Model Reciprocating Engines with a Differential Stress Model", IMechE, C499/005, pp.281-290, 1996
42. Yakhot, V. and Smith, L. M., "The Renormalization Group, the e-Expansion and Derivation of Turbulence Model", Journal of Scientific Computing, Vol.7, No.1, pp.35-61, 1992
43. 양희천, 유홍선, 임종한, "RNG $k-e$ 모델의 적용성에 대한 연구", 대한기계학회논문집(B), 제 21 권, 제 9 호, pp.1149-1164, 1997
44. 박상규, 양희천, "RNG $k-e$ 모델을 이용한 포트/밸브계 및 실린더내의 유동해석", 한국박용기관학회지, 제 22 권, 제 4 호, pp.436-444, 1998
45. 임재문, 최재성, "박용 디젤기관의 배기과정중 실린더내 공기유동의 수

치해석", **한국박용기관학회** 1997 **추계학술대회 논문집**, pp.103-109, 1997
46. **임재문**, **최재성**, "**축대칭 엔진 실린더내의 유동장에 관한 수치적 연구**", **한국박용기관학회** 1999 **춘계학술대회 논문집**, pp.132-139, 1999
47. Arcoumanis, C., Bicen, A. F., and Whitelaw, J. H., "Measurements in a Motored Four-stroke Reciprocating Model Engine", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.104, pp.235~241, 1982
48. Ahmadi-Befrui, B.,Gosman, A. D., Jahanbakhsh, A. and Watkins, A.P., "The DICE Computer Codes for Prediction of Laminar and Turbulent Flow and Heat Transfer in Idealised Motored Diesel Engine Combustion Chambers", Imperial College of Science and Technology, pp.8-22, 1990. 11
49. **일본기계학회**, **전산유체역학**, **대영사**, pp.264~289, 1994
50. Nagano, Y. and Tagawa, M., "An Improved $k-e$ Model for Boundary Layer Flows", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.112, pp.33-39, 1990.3
51. Hanjalic, K. and Launder, B. E., "A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows", J. Fluid Mech., Vol.52, pp.609-638, 1972
52. Lebrere, L., Buffat, M., Penven, L. L. and Dillies, B., "Application of Reynolds Stress Modeling to Engine Flow Calculations", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.118, pp.710-721, 1996.12
53. Kido, H., Nakashima, K., Tajima, H. and Kitagawa, T., " A Modified $k-e$ Turbulence Model for In-Cylinder Gas Flow", Proc. of Int. Sym. on Diagnostics and Modeling of Combustion in Reciprocating Engines, pp.221-226, 1985
54. Versteeg, H. K. and Malalasekera, W., An Introduction to Computational Fluid Dynamics, The Finite Volume Method, Longman Scientific & Technical, pp.135-155, 1995
55. Patankar S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hermisphere Publishing Corporation, pp.126-131, 1980
56. Issa, R. I., "Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting", Journal of Computational Physics 62, pp.40~65, 1985

57. Issa, R. I., Gosman, A. D. and Watkins, A. P., "The Computation of Compressible and Incompressible Recirculating Flows by a Non-iterative Implicit Scheme", Journal of Computational Physics 62, pp.66~82, 1986

58. Blair, G. P., Lau, H. B., Cartwright, a., Raghunathan, B. D. and Mackey, D. O., "Coefficients of Discharge at the Aperature of Engines", SAE 952138, pp.71-85, 1995

59. Blair, G. P. and Drouin, F. M. M., "Relationship Between Discharge Coefficients and Accuracy of Engine Simulation", SAE 962527, pp.151-162, 1996

60. Danov, S., "Identification of Discharge Coefficients for Flow Through Valves and Ports of Internal Combustion Engines", SAE 970642, pp.279-286, 1997

61. Bicen, A. F., Vafidis, C. and Whitelaw, J. H., "Steady and Unsteady Airflow Through the Intake Valve of a Reciprocating Engine", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.107, pp.413~420, 1985.9

62. Butler, T. D., Amsden, A. A., O'Rourke, P. J. and Ramshaw, J. D., "KIVA : A Comprehensive Model for 2D and 3D Engine Simulation", SAE 850554, 1985

63. 강신형, 이창훈, "축대칭 왕복 엔진의 흡입 및 압축과정에서 유동 및 열전달의 수치해석", 대한기계학회 논문집, 제 11 권, 제 3 호, pp.395-408, 1987

64. Hoult, D. P. and Wong, V. W. "The Generation of Turbulence in an Internal Combustion Engine", Combustion Modeling in Reciprocating Engines, edited by Mattavi, J. N. and Amann, C. A., pp.131~160, Plenum Press, New York, 1980

65. 정진은, "전기 점화기관에서 스월이 실린더내의 유동 및 연소에 미치는 영향에 관한 수치해석", 박사학위논문, 서울대학교, pp.143-144, 1990

66. Gosman, A. D., "Flow Processes in Cylinders", The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engines, Volume II, edited by Horlock, J. H. and Winterbone, D. E., pp.616-772, 1986

부 록 1. 벽함수

벽 근처의 난류 경계층은 Fig.A1.1과 같은 다층 구조(multi-layered structure)로 되어 있다. 벽에 인접한 분자 점성이 지배적인 층이 점성 저층(viscous sublayer), 난류가 지배적인 층이 관성 저층(inertial sublayer)이고, 그 사이에 분자 점성과 난류의 효과가 공존하는 이행층(buffer layer)이 있다. 일반적으로 벽 근처 경계층에서는 속도, 온도, 난류 에너지, 소산율 등 물리량의 구배가 아주 심하며, 이를 제대로 수치해석하기 위하여 아주 작은 격자 크기가 요구된다. 따라서 실용적인 면을 고려하여 난류 유동의 경우, 벽 근처의 격자에 난류 벽함수(wall function)를 적용하면 이러한 어려움을 극복하고 적절한 격자 크기 내에서 유용한 결과를 얻을 수 있다.

벽 근처에서 평균 유동 속도는 벽으로부터의 거리 y, 밀도 r, 점성 m 및 벽 전단응력 t_w에만 관계되며 차원 해석에 의해, 무차원 거리 y^+ 및 무차원 속도 u^+를 이용하여 다음과 같은 벽법칙(law of the wall)으로 표현할 수 있다.

$$u^+ = \frac{U}{u_t} = f\left(\frac{r u_t y}{m}\right) = f\left(y^+\right) \qquad \text{(A1.1)}$$

여기서 u_t $(=\sqrt{t_w/r}\,)$는 마찰 속도(friction velocity)이다.

(A1.1)식은 Fig.A1.1에서와 같이, 점성 저층에서는

$$u^+ = y^+ \qquad \text{(A1.2)}$$

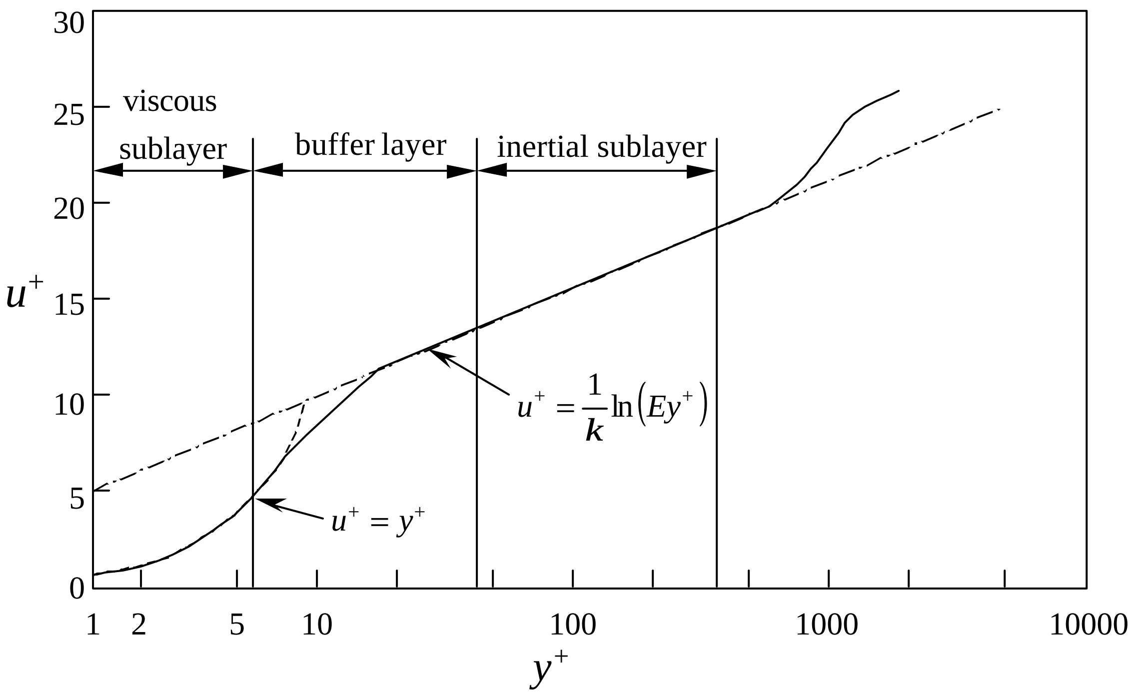


Fig.A1.1 Velocity distribution near a solid wall

와 같이 되고, 관성 저층에서는 다음과 같이 된다.

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa}\ln y^{+} + B = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey^{+}\right) \qquad \text{(A1.3)}$$

여기서 κ는 Von Karman 상수로 0.4187이고, E는 벽 거칠기로 매끄러운 벽의 경우에 9.793($B = 5.5$)을 사용한다.

관성 저층 내에 있는 점 y_p에서의 평균 속도가 (A1.3)식을 만족하고 난류 운동 에너지 수지(budget) 계측값이 난류 생성율과 소산율의 평형을 나타낸다고 가정하고, 와 점성식을 사용하면 다음과 같은 벽함수를 유도할 수 있다.

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey_p^{+}\right) \qquad \text{(A1.4)}$$

$$k = \frac{u_t^2}{\sqrt{C_m}} \qquad \text{(A1.5)}$$

$$\varepsilon = \frac{u_t^3}{ky} \qquad \text{(A1.6)}$$

벽에서의 속도 성분에 대해서는 no-slip 조건($u = v = 0$)을 적용한다.

벽 근처 열 경계층에서의 열전달은 다음과 같이 표현된다.

$$T^{+} = -\frac{\left(T_p - T_w\right)C_p \rho u_t}{q_w} = \sigma_{T,t}\left[u^{+} + P\left(\frac{\sigma_{T,l}}{\sigma_{T,t}}\right)\right] \qquad \text{(A1.7)}$$

여기서 T_p는 y_p점에서의 온도, T_w는 벽 온도, q_w는 벽의 열 플럭스, C_p는 정압비열, $\sigma_{T,t}$는 난류 Prandtl수, $\sigma_{T,l}$는 층류 Prandtl수이다. P는 'pee-function'으로, 층류 Prandtl수의 난류 Prandtl수에 대한 비에 따르는

보정 함수로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P\left(\frac{\boldsymbol{s}_{T,l}}{\boldsymbol{s}_{T,t}}\right) = 9.24\left[\left(\frac{\boldsymbol{s}_{T,l}}{\boldsymbol{s}_{T,t}}\right)^{0.75} - 1\right] \times \left\{1 + 0.28\exp\left[-0.007\left(\frac{\boldsymbol{s}_{T,l}}{\boldsymbol{s}_{T,t}}\right)\right]\right\} \tag{A1.8}$$

부 록 2. 밸브에서의 유량 계산

엔진에서는 밸브와 밸브시트 사이와 같이 크랭크 축 회전과 더불어 변화하는 개구면적으로 작동유체가 유출입하게 되므로 그 현상은 복잡하게 된다.

이와같은 실제유동은 대부분 등가 이상유동(equivalent ideal flow)과 관련된다. 등가 이상유동은 동일한 형상과 크기의 덕트를 통과하는 이상유체의 정상 단열 가역유동이다. 실제유동은 다음과 같은 유량계수(discharge coefficient) C_D를 도입하여 표현한다.

$$C_D = \frac{actual\ mass\ flow}{ideal\ mass\ flow}$$

또는 유량계수를 덕트의 유효 단면적 A_E와 기준 면적(reference area) A_R의 항으로 정의할 수 있다. 따라서

$$C_D = \frac{A_E}{A_R} \tag{A2.1}$$

와 같이 표현된다.

덕트를 통과하는 비열이 일정한 이상유동의 정체 온도 및 압력 T_0와 p_0는 정상 유동 에너지 방정식

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} \tag{A2.2}$$

과, 등엔트로피 관계식

$$\left(\frac{T}{T_0}\right) = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{g-1}{g}} \tag{A2.3}$$

에 의해 다른 위치에서의 조건들과 관계지울 수 있다.

식 (A2.2)는 마하수 $M=\dfrac{V}{a}$ (a는 음속, $=\sqrt{\gamma RT}$)를 도입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{T_0}{T}=1+\frac{\gamma-1}{2}M^2 \qquad \text{(A2.4)}$$

$$\frac{p_0}{p}=\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad \text{(A2.5)}$$

질량유량 $\dot{m}$는

$$\dot{m}=\rho AV$$

이다. 이상기체 식과 위의 p와 T의 관계를 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\dot{m}_{ideal}\sqrt{\gamma RT_0}}{Ap_0}=\gamma M\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \qquad \text{(A2.6)}$$

또는

$$\frac{\dot{m}_{ideal}\sqrt{\gamma RT_0}}{Ap_0}=\gamma\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[\frac{2}{\gamma-1}\left\{1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right\}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(A2.7)}$$

주어진 p_0 및 T_0에서는, 최대 질량 유량은 최소 면적 또는 목(throat)에서의 속도가 음속과 같을 때이다. 이와 같은 상태를 초크(choke) 또는 임계유량이라고 한다. 초크 되었을 경우, 목에서의 압력 p_T와 정체압력 p_0사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{p_T}{p_0} = \left(\frac{2}{g+1} \right)^{\frac{g}{g-1}} \qquad \text{(A2.8)}$$

이 비를 임계 압력비라고 부른다.

$\frac{p_T}{p_0}$가 임계 압력비 보다 작거나 같은 경우에는

$$\frac{\dot{m}_{ideal}\sqrt{gRT_0}}{A_T\, p_0} = g\left(\frac{2}{g+1} \right)^{\frac{(g+1)}{2(g-1)}} \qquad \text{(A2.9)}$$

임계 압력비는 $g = 1.4$에 대해서는 0.528, $g = 1.3$에 대해서는 0.546이다.

실제 가스유동에 대해서는 유량계수를 도입한다.

실제 질량유량은 최소 단면적 또는 목에서의 조건들을 이용하면 다음과 같이 표현된다. 임계점 이하의 유동에 대해서는

$$\dot{m} = \frac{C_D A_R\, p_0}{\sqrt{RT_0}} \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{1}{g}} \left[\frac{2g}{g-1} \left\{ 1 - \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{g-1}{g}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(A2.10)}$$

초크 유동일 경우, 즉 $\frac{p_T}{p_0} \le \left(\frac{2}{g+1} \right)^{\frac{g}{(g-1)}}$ 일 때는 다음과 같다.

$$\dot{m} = \frac{C_D A_R\, p_0}{\sqrt{RT_0}} g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{g+1} \right)^{\frac{g+1}{2(g-1)}} \qquad \text{(A2.11)}$$

포펫(poppet) 밸브를 통과하는 질량유량은 대개 위의 (A2.10)과 (A2.11) 식으로 표현된다. 공기 유량은 상류의 정체압력 p_0와 정체온도 T_0, 하류의 정체압력과 밸브의 설계에 따라 정해지는 기준면적 A_R (reference area)과 관계된다. 유체가 흡기 밸브를 통해 실린더로 들어갈 때에는 p_0 는 흡기 시스템의 압력이고, p_T 는 실린더 압력이다. 유체가 배기 밸브를 통해 실린더에서 나올 경우에는 p_0 는 실린더 압력이고, p_T 는 배기 시스템의 압력이다.

유량계수 C_D 와 기준면적의 선택은 서로 관련되어 있다. 이들의 곱, 즉 $C_D A_R$ 이 밸브 어셈블리의 유효면적(effective flow area) A_E 이다.

유효면적은 밸브를 통과하는 유체를 등엔트로피 팽창으로 가정하고, 에너지식과 연속식을 이용하여 계산 할 수 있다. 아음속 유동에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$A_E = m\& \left[2 p_0 r_0 \frac{g}{g-1} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{g}} \left\{ 1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{g-1}{g}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(A2.12)}$$

기준면적으로는 몇가지 다른 종류의 것들, 즉 밸브 헤드 면적 $\frac{pD_v^2}{4}$, 밸브시트에서의 포트 면적 $\frac{pD_p^2}{4}$, 최소 면적, 커튼(curtain) 면적 $pD_v L_v$ 가 사용되고 있다. 이들의 선택은 임의로 할 수 있으며, 가장 편리한 것은 밸브 커튼 면적이다.

$$A_C = pD_v L_v \qquad \text{(A2.13)}$$

왜냐하면 이 면적은 밸브 양정에 따라 선형적으로 변화하므로 쉽게 결정할 수 있기 때문이다. Fig.A2.1은 일반적인 흡기 밸브에서의 정상류에 대한 실험 결과이다.

밸브 커튼 면적을 사용한 유량계수는 밸브 양정/직경비의 불연속 함

수로 표현된다.

밸브와 밸브 시트 사이의 유동은 3종류의 다른 형태의 유동이 존재하게 된다. 밸브 양정이 아주 작은 곳에서는, 작동 유체가 밸브 헤드와 시트에 붙어 있는 상태로 되므로 유량계수가 커지게 된다. 중간 정도의 밸브 양정에서는 밸브 시트의 안쪽 모서리에서, 밸브 헤드로부터 유체가 분리된다. 이 지점에서 유량계수가 갑자기 감소한다. 이 이후에는 최소 단면적은 증가하나 유체 분리 영역은 거의 일정하게 유지되므로, 유량계수는 양정이 증가함에 따라 증가한다. 밸브 양정이 큰 곳에서도 밸브 시트의 안쪽 모서리에서 유체가 분리된다. 일반적으로 $\frac{L_v}{D_v}$의 최대값은 0.25이다.

일반적으로 사용되고 있는 엔진 속도 범위 내에서는, 이와 같은 정적 유량계수(steady flow discharge coefficient)를 사용하여도 동적 성능을 잘 예측할 수 있는 것으로 알려져 있다.

최소 면적은 밸브와 포트 형상, 밸브양정의 크기에 따라 결정되는 복잡한 함수로 된다.

최소 면적은 밸브 양정이 증가함에 따라 Fig.A2.2와 같이 3종류로 구분된다. 밸브 양정이 작을 때에는 밸브와 밸브 시트 사이의 절두체(frustum) 경사면과 관계되는데, 이 면이 시트에 수직으로 되며, 이 단계에서는

$$\frac{w}{\sin \beta \cos \beta} > L_v > 0$$

이며, 최소 면적은 다음과 같이 정의된다.

$$A_m = \pi L_v \cos\beta \left(D_v - 2w + \frac{L_v}{2} \sin 2\beta \right) \qquad \text{(A2.14)}$$

여기서 β는 밸브 시트각, L_v는 밸브 양정, D_v는 밸브 헤드 직경, w는 시트의 폭(외경 및 내경의 차)이다.

다음 단계에서는 최소 면적은 아직도 절두체의 경사면과 관계되는데, 이 면이 이제는 밸브 시트와 수직을 이루지 않는다. 이 단계에서는

$$\left[\left(\frac{D_p^{\,2} - D_s^{\,2}}{4D_m} \right) - w^2 \right]^{\frac{1}{2}} + w \tan\beta \ge L_v > \frac{w}{\sin\beta \cos\beta}$$

이며, 다음과 같이 최소 면적이 정의된다.

$$A_m = \pi D_m \left[(L_v - w\tan\beta)^2 + w^2 \right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(A2.15)}$$

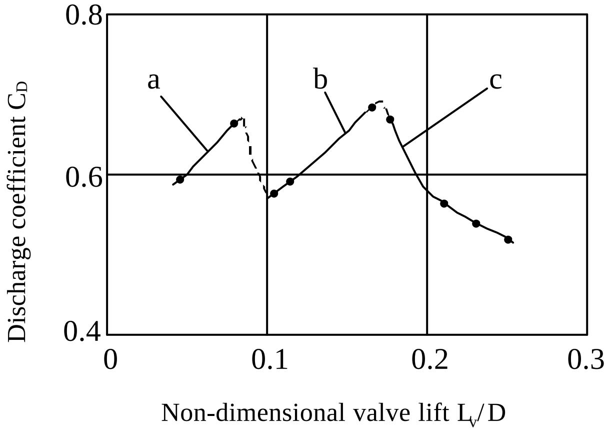
여기서 D_p는 포트 직경, D_s는 밸브 스템 직경, D_m는 시트 평균 직경 $(D_v - w)$이다.

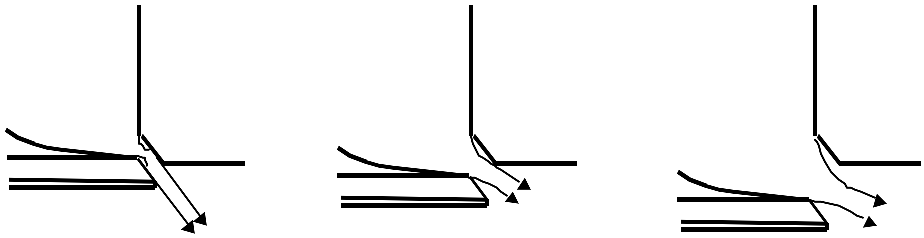
밸브 양정이 충분히 커진 단계에서는, 최소 면적은 더 이상 밸브 헤드와 시트 사이가 아니고 포트 면적에서 밸브 스템의 면적을 제외한 면적이다. 이 단계에서는

$$L_v \ge \left[\left(\frac{D_p^{\,2} - D_s^{\,2}}{4D_m} \right) - w^2 \right]^{\frac{1}{2}} + w \tan\beta$$

이며, 다음과 같이 최소 면적이 정의된다.

$$A_m = \frac{\pi}{4} \left(D_p^{\,2} - D_s^{\,2} \right) \qquad \text{(A2.16)}$$





(a) low lift (b) intermediate lift (c) high lift

Fig.A2.1 Discharge coefficient of typical poppet valve

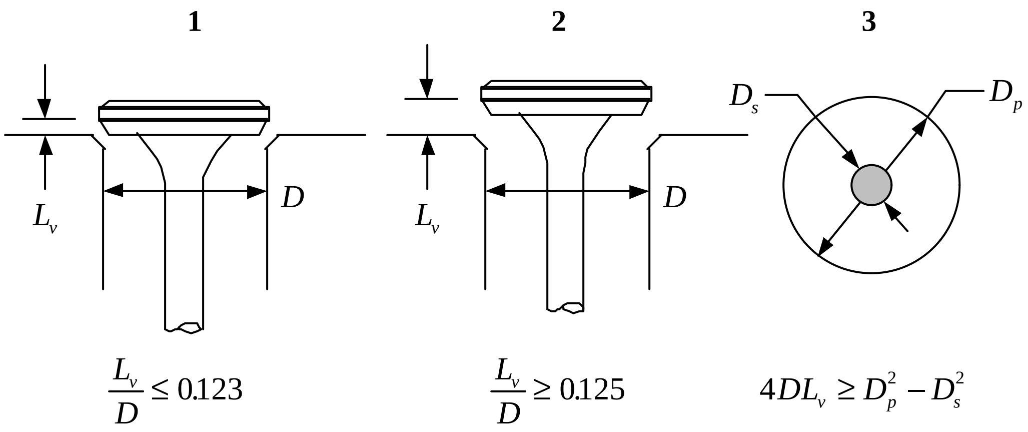


Fig.A2.2 Three stage of valve lift

부 록 3. 스월수의 정의

스월량을 나타내는 방법으로 스월수(swirl number) 또는 스월비(swirl ratio)가 사용된다. 스월비가 일반적으로 많이 사용되며, 본 연구에서는 흡입 포트 출구에서 각운동량 유속과 축방향 운동량 유속의 비로 정의되며, 순간 밸브 양정으로 무차원화된 스월수를 사용하여 스월량을 나타내었다. Fig. A3.1을 참조하여 출구에서 각운동량 유속과 축방향 운동량 유속은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{각운동량유속} = \int_{R_1}^{R_0} \left(\rho U_0 \cdot \frac{2\pi r dr}{\cos \alpha} \right) rW \qquad (A3.1)$$

$$\text{축운동량유속} = \int_{R_1}^{R_0} \left(\rho U_0 \cdot \frac{2\pi r dr}{\cos \alpha} \right) V \qquad (A3.2)$$

그러므로 스월수 SN은 다음과 같이 정의된다.

$$SN = \frac{\dfrac{\rho U_0 \pi W}{\cos \alpha} \cdot \dfrac{2}{3}\left(R_0^{\ 3} - R_1^{\ 3}\right)}{\dfrac{\rho U_0 \pi V}{\cos \alpha} \cdot \left(R_0^{\ 2} - R_1^{\ 2}\right) L}$$

$$= \frac{2}{3}\frac{W}{V}\frac{R_0}{L}\frac{\left[1 - \left(\dfrac{R_1}{R_0}\right)^3\right]}{\left[1 - \left(\dfrac{R_1}{R_0}\right)^2\right]} \qquad (A3.3)$$

여기서 W는 스월 속도, V는 축방향 속도, R_0는 밸브 반경, L는 순간 밸브 양정이며 R_1은 다음과 같이 표현된다.

$$R_1 = R_0 - L \sin \alpha \cos \alpha \qquad (A3.4)$$

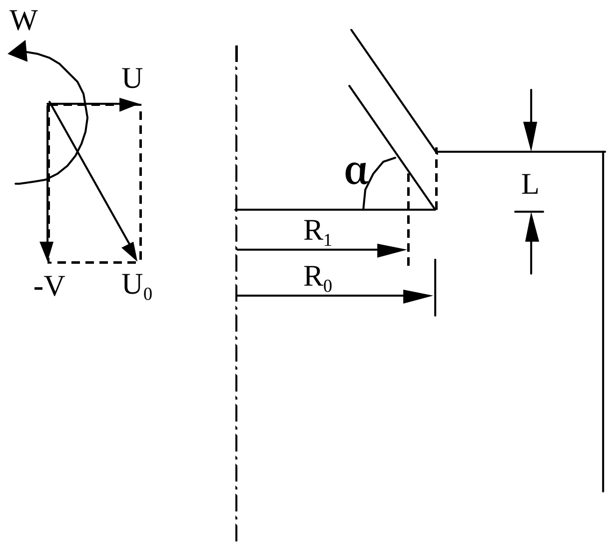


Fig.A3.1 Coordinate system around valve