

공학석사 학위논문

25자유도 이족보행로봇의 설계 및
동역학 해석

Design and Dynamic Analysis of Biped Walking Robot
with 25 D.O.F

지도교수 최 형 식

2005년 2월

한국해양대학교 대학원

기 계 공 학 과

김 무 경

本 論 文 을 金 武 暉 의 工 學 碩 士 學 位 論 文 으 로 認 准 함 .

委 員 長 工 學 博 士 王 之 錫 (印)

委 員 工 學 博 士 崔 炯 植 (印)

委 員 工 學 博 士 趙 琮 來 (印)

2005年 2月

韓 國 海 洋 大 學 校 大 學 院

機 械 工 學 科

金 武 暉

목 차

Abstract

기호설명

그림목차

사진목차

표목차

제 1 장 서론	1
제 2 장 개선된 25자유도 이족보행로봇의 구성	5
2.1. 개선된 이족보행로봇의 전체 시스템 구성	7
2.2. 로봇팔의 기구부 구성	11
2.3. 하체 골반의 기구부 구성	12
2.4. 로봇발의 기구부 구성	13
제 3 장 이족보행로봇의 기구학 및 동역학 해석	14
3.1. 로봇 하체의 순기구학 해석	15
3.2. 이족보행로봇의 동역학 방정식 유도	20
3.2.1 자코비안	24
3.2.2 관성행렬	27
3.2.3 Christoffel 항	29
3.2.4 포텐셜 에너지	31

3.3. 회전 관절 공간에서의 동역학 모델링	32
3.4. 미끄럼 관절 공간에서의 동역학 모델링	33
3.4.1 사절 링크 기구를 이용한 관절 모델링	33
3.4.2 미끄럼 관절 공간에서의 제어 입력	36
3.4.3 미끄럼 관절 공간의 동역학 방정식	38
제 4 장 로봇 하체의 관절 구동기 해석	40
4.1. 사절링크 볼나사 공간의 구동기 부하토크 해석	40
4.2. 발목과 허리 관절(roll)의 구동기 부하토크 해석	46
제 5 장 롤(Roll) 운동의 동역학 해석	51
5.1. ZMP 방정식 유도	51
5.2. 동역학 방정식 유도	58
5.3. 시뮬레이션 조건	60
제 6 장 결 론	66
참고문헌	68

Design and Dynamic Analysis of Biped Walking Robot with 25 D.O.F

Moo – Kyung Kim

Department of Mechanical Engineering
Graduate School, Korea Maritime University

Abstract

In this paper, design modification was performed to improve the structure of walking robot similar shape with human beings and for more stable walking by complementing the problem of originally developed 15 degrees of freedom biped walking robot. The First, it is possible for the BWR to turn in left and right direction, and to maintain balance by adding rotation joint and balance joint. And the upper body of robot was modified, and arms and hands of robot having total 10 degrees of freedom were designed and developed. Second, we modified the structure of foot for more stable walking. Thus, KUBIR (Korea maritime University Biped Robot) which is biped walking robot with improved shape composed of 25 degrees of freedom was in total developed. The torque analysis was performed acting in each joint of robot by inducing the kinematics and dynamics modeling of the equations of motion. Third, load torque of

actuator was analyzed used in each joint of legs when robot walked forward and verified the validity of theory and actual application. Finally, we performed the analysis for more stable walking through of the dynamic analysis of the leg joints for roll motion.

기 호 설 명

Γ	일반화 힘(generalize force)
K	매니플레이터에 작용하는 총 운동에너지
m_i	각 회전링크의 질량
V	매니플레이터에 작용하는 총 포텐셜에너지
L	Lagrangian($L = K - V$)
$S(\overline{\omega})$	왜대칭 행렬(skew symmetric matrix)
I_i	각 회전 링크의 관성 모멘트(inertia moment)
J_{vci}	각 회전 링크의 선속도 자코비안(Jacobian)
$J_{\omega i}$	각 회전 링크의 각속도 자코비안
D	회전 관절 공간에서의 관성 행렬
C	회전 관절 공간에서의 원심력과 코리올리(Coriolis)력
Φ_i	기저 좌표계에 대한 각 링크의 위치에너지
O_i	기저 좌표계에 대한 각 관절의 회전 중심
M_{X_i}	기저 좌표계를 기준으로 한 각 회전링크의 질량 중심
M_{Y_i}	기저 좌표계를 기준으로 한 각 회전링크의 질량 중심
q_i	각 회전관절의 관절 변위
l_i	각 회전 링크의 길이
l_{ci}	각 회전 링크의 질량 중심 거리

d_i	각 관절의 볼나사의 미끄럼변위
F_i	각 관절에 가해지는 미끄럼 방향의 힘
τ_i	각 관절의 회전중심에 작용하는 토크
H	미끄럼 관절 공간에서의 관성행렬
Q	미끄럼 관절 공간에서의 원심력 및 코리올리력
M_i	각 관절 구동기에 작용하는 자중
$\tau_{Motorload,i}$	각 관절 구동기에 축방향으로 작용하는 외력에 대한 모터의 부하 토크
x_{zmp}	x축 방향의 ZMP성분
y_{zmp}	y축 방향의 ZMP성분

그림 목차

Fig. 2.1 Before model of KUBIR Assembly	6
Fig. 2.2 KUBIR Assembly of improved shape	7
Fig. 2.3 System composition of improved KUBIR	9
Fig. 2.4 3D modeling of the arm	12
Fig. 2.5 3D model of the waist	13
Fig. 3.1 D-H coordinate frame assignment for the lower body	16
Fig. 3.2 Mass model of KUBIR	22
Fig. 3.3 Kinematic model of the lower body	23
Fig. 3.4 Kinematic model of the Thigh joint	35
Fig. 3.5 Kinematic model of the Knee joint	35
Fig. 3.6 Kinematic model of the Ankle joint	36
Fig. 4.1 Torque analysis of the Ankle joint	41
Fig. 4.2 Torque analysis of the Knee joint	41
Fig. 4.3 Torque analysis of the Thigh joint	42
Fig. 4.4 Load torque of the Ankle joint	44
Fig. 4.5 Load torque of the Knee joint	44
Fig. 4.6 Load torque of the Thigh joint	45
Fig. 4.7 Mass model of Roll joint	46
Fig. 4.8 Load torque of the Ankle joint in support leg	48
Fig. 4.9 Load torque of the Waist joint in support leg	49
Fig. 4.10 Load torque of the Waist joint in swing leg	49

Fig. 4.11	Load torque of the Ankle joint in swing leg	50
Fig. 5.1	System of the rigid body	52
Fig. 5.2	Roll motion of the Ankle and the Waist in support leg	55
Fig. 5.3	Position profile for cubic polynomial trajectory	61
Fig. 5.4	Velocity profile for cubic polynomial trajectory	61
Fig. 5.5	Acceleration profile for cubic polynomial trajectory	62
Fig. 5.6	Driving torque of the Ankle	63
Fig. 5.7	Driving torque of the waist	64
Fig. 5.8	ZMP trajectory	65

사진 목차

Pic. 2.1	Photograph of the arm	12
Pic. 2.2	Photograph of the waist	13
Pic. 2.3	Front view of the foot	14
Pic. 2.4	Side view of the foot	14

표 목 차

Table 2.1	Specification of Motor	10
Table 2.2	Reducer Specifications	11
Table 3.1	Link Parameters for the lower body	17
Table 4.1	Constants of the load torque in each joint	43
Table 5.1	Material properties for the simulation	63

제 1 장 서 론

과거 공장에서 사람의 접근이 통제된 지역에 설치되어 인간을 대신해서 반복 작업이나 힘든 작업을 대신해 주던 기존 산업용 로봇 시장의 성장이 포화 상태에 이르러 성장이 둔화되기 시작하였다. 이에 시장 중심에 기초하여 사람들이 전자상가 혹은 가전기기 판매점에서 제품을 구입하여 일상 생활 속에서 손쉽게 활용할 수 있도록 로봇을 하나의 가전기기 혹은 개인용 상품으로 개발하기 위한 노력이 전세계적으로 활발히 진행되고 있다. 이러한 로봇들은 가정용 로봇, 청소용 로봇, 장난감 로봇, 오락용 로봇, 퍼스널 로봇, 서비스 로봇 등 다양한 이름으로 소개되고 있으나, 궁극적으로 사람들의 일상 생활 속에서 애완동물과 같이 부족한 부분을 채워주거나 필요한 정보와 즐거움을 제공하고 혹은 사람이 하기 싫은 일들을 대신할 수 있는 기능을 가진 로봇들을 개발하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다.

이와 더불어, 인간을 모방한 휴머노이드(Humanoid)는 상용화가 2020년 이후로 예상되고 있으나 기술 발전에 대한 상징성이 매우 크고 현재 사람들이 생활하고 있는 생활공간에서 문턱, 층계 및 경사면과 같은 복잡한 환경에 직접 투입하여 활용할 수 있으며, 인간과 동일한 외형을 갖추고 있어 인간 친화적인 서비스를 제공할 수 있다는 측면에서 개발을 위한 노력이 전세계적으로 지속되고 있다.

인간처럼 걷기 위한 로봇 보행 기술의 연구는 60년대 후반 Vucobratovic가 이족보행로봇에 관한 모델링을 제안한 이후 이족보행로봇에 대한 많은 연구가 수행되었다. 동적 보행 시에 로봇의 걸음새 동작의 특성을 파악하고 이를 제어하는 연구[1,2], 3자유도 이족보행로봇의 토크를 줄이기 위하여 경로 계획을 이용한 제어[3], 5자유도의 이족보행로봇의 운동방정식을 Direct-nonlinear-decoupling 방법에 의해 선형화시켜 거동을 제어하는 연구[4], 토크센서를 이용하여 9자유도의 로봇의 보행 제어[5], 보행동작의 모델링과 선형화 제어로 인한 상태공간의 안정도 해석[6], 5자유도 로봇의 모델링과 슬라이딩모드 제어를 통한 보행궤적 추적제어에 관한 연구들 수행되었다[7,8].

그러나, 로봇은 다자유도 시스템의 운동방정식의 복잡성으로 수학적 모델의 정립이 어렵고 이로 인하여 다양한 걸음새를 구현하기에는 제한적이었다. 이론적 모델링을 통한 접근방법과는 달리 보행을 위한 구동 메커니즘의 설계와 실험적인 방법으로 접근한 연구들도 있다. 하지만, 모터와 감속기를 이용한 구동기 설계와 제작은 구동모터의 구동토크 한계와 감속기의 강성의 한계로 구동 토크 변화율의 한계 및 로봇의 크기에 제한을 둘 수밖에 없는 구조적 한계점을 가지고 있다[9~13].

현재 휴머노이드 연구에 있어서 선도적인 위치를 점하고 있는 나라는 일본이다. 혼다(Honda)를 비롯한 소니(Sony), 후지쓰(Fujitsu), 도요타(Toyota) 등의 기업, AIST, 동경대, 와세다대 등의 연구소 및 대학에 이르기까지 폭넓은 휴머노이드 연구가 활발히 진행되고 있다. 일본의 혼다는 1986년부터 이족 보행이 가능한 휴머노이드 개발에 착수하여 1996년 말에 이족 보행 휴머노이드인 P2를 발표하였고

2000년에는 ASIMO를 발표하였다[14~17]. P2는 세계 최초의 자율이족보행 휴머노이드이다.

이 외에도 AIST 연구소 주도 하에 개발된 휴머노이드의 최종 모델인 HRP-2 Promet, 일본 동경대의 이노우에 교수의 실험실에서 최근에 개발된 휴머노이드로봇 H6 와 H7, Sony는 2000년부터 이족 보행이 가능한 소형 휴머노이드를 개발하여 왔고, 결과물로서 SDR(Sony Dream Robot) 시리즈와 최근의 Qrio 등을 선보였다. 또한, 독일의 TUM에서 개발한 휴머노이드로봇 Johnnie가 있다.

국내의 휴머노이드에 대한 연구는 일본에 비해 아직 미비한 수준이나 최근에 국가적인 로봇에 대한 관심이 고조되면서 학교나 기업 및 출연연구소를 중심으로 여러 곳에서 활발한 연구개발을 수행하고 있다.

한국과학기술연구원(KIST) 지능로봇연구센터에서 만 1세의 어린아이를 모방하여 설계된 BabyBot, 한국과학기술원(KAIST)의 기계제어실험실에서 개발 중인 KHR-2(KAIST Humanoid Robot-2)[18], 한국해양대학교 지능로봇 및 자동화실험실에서 구동모터의 구동토크한계와 감속기의 강성의 한계로 로봇의 크기에 제한을 둘 수밖에 없는 구조적 한계를 극복하기 위하여 고강성의 높은 기어비를 갖는 볼나사를 사용하여 개발한 15자유도 이족보행로봇 KUBIR가 있다[19].

본 논문에서는 기존의 개발된 15자유도 이족보행로봇의 문제점을 보완하여 보다 안정된 보행과 인간과 유사한 형태의 구조로 개선하기 위하여 설계 변경을 수행하였다. 우선 기존의 로봇에 없었던 허리부분에 회전관절 및

균형관절을 추가하여 보행시 좌우 방향 전환과 균형 유지가 가능하도록 하였으며, 상체 부분을 수정하고 총 10자유도의 로봇 손과 팔을 설계 제작하였다. 또한 보다 안정된 보행을 위하여 발부분의 구조 변경을 수행하였다. 이로인해, 총 25자유도를 가진 개선된 형태의 이족보행로봇인 KUBIR(Korea maritime University Biped Robot)를 개발하였다. 따라서 개발 로봇의 기구학 및 동역학 모델링과 운동방정식을 유도하여 로봇하체의 각 관절에 걸리는 토크를 해석하였다. 또한 전방보행시 다리의 각 관절에 사용된 구동기의 부하토크를 해석하여 이론과 실제적용의 타당성을 검증해 보이고자 한다.

마지막으로 롤(Roll) 운동을 하는 다리관절 동역학 해석을 통하여 보다 안정된 보행을 위한 분석을 수행하였다[20~22].

제 2 장 개선된 25자유도 이족보행로봇의 구성

이 장에서는 기존의 15자유도 이족보행로봇의 기구적인 문제점을 보완하여 보다 인간과 유사한 형태의 로봇으로 개선된 점을 소개하고자 한다. Fig. 2.1 은 구조변경 이전의 KUBIR 전체 설계도이고, Fig. 2.2 는 개선된 이후의 KUBIR 전체 설계도이다. 우선 그림에서 봐도 알 수 있듯이 이전 모델은 하체에 비하여 상대적으로 상체부분이 커서 부자연스러운 구조로 되어 있다. 실제로 상체 커버 안에는 제어기 및 모터드라이버, 밧데리까지 내장되어 있어서 보행시 상체의 무거운 하중 때문에 하체 지지부의 관절 구동기에 큰 부하를 받게 된다. 또한, 팔과 손이 부착되어 있지만 실제로 물건을 집어 들 수가 없고 동작이 제한적이다. 게다가, 허리 부분에 균형관절 및 회전관절이 없어서 보행시 지지부 발목축의 롤(Roll)각 변화만큼 발목축의 집중하중을 보상해 줄 수가 없고 좌우로 이동할 수가 없는 구조로 되어있다. 그리고, 발바닥 폭이 상체와 하체에 비해서 좁기 때문에 균형있는 보행을 할 수가 없다.

이러한 구조적인 문제점을 개선하기 위해서 Fig. 2.2 에서와 같이 설계 변경을 수행하였다.

기존의 상체와 하체의 불균형한 부분을 바꾸고 전체적인 밸런스를 유지하였다. 상체 커버 안에 있는 모터 드라이브는 모듈화해서 각각 다리 관절 부분 링크에 부착시켜서 분리시켰고, 상체커버는 좀더 가벼운 재질을 사용하여 시각적으로 볼륨감있는 형태로 바꿨다. 또한 총 10자유도의 로봇 팔과 손을 부

착하여 물건을 집어 들 수 있고, 자유자재로 움직일 수 있는 구조로 설계하였다. 그리고, 허리 부분에 총 4자유도의 회전 관절 및 균형 관절을 추가시켜서 총 12자유도의 다리 관절을 유지하게 되었다. 게다가, 발부분의 불필요하게 무거운 링크들을 제거하여 심플하고 가벼운 형태로 만들었으며 발바닥의 폭을 넓히고, 보행시 지면과의 충격을 줄이기 위해 고무를 부착하였다.

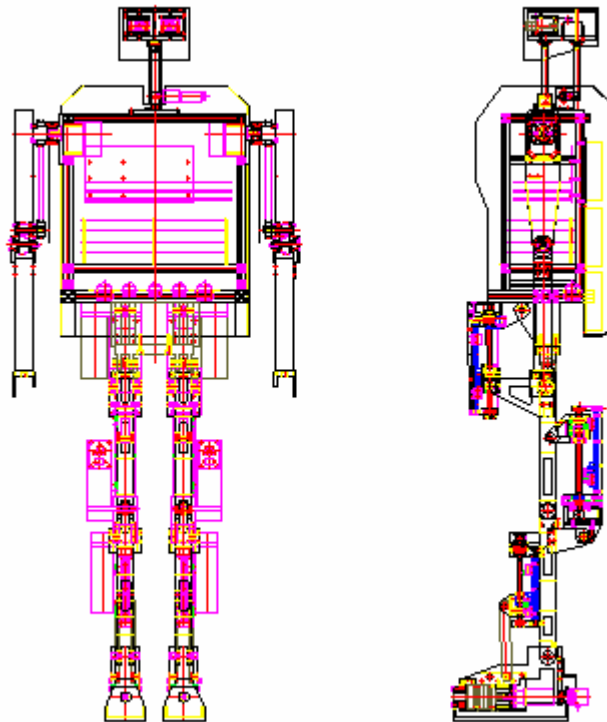


Fig. 2.1 Before model of KUBIR Assembly

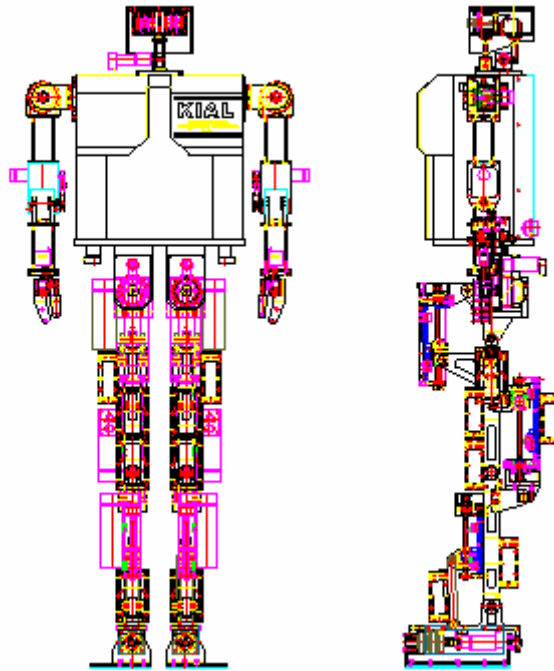


Fig. 2.2 KUBIR Assembly of improved shape

2.1 개선된 이족보행로봇의 전체 시스템 구성

새로 설계된 KUBIR의 전체 시스템 구성은 Fig. 2.3 과 같다. 신장은 173cm, 중량은 92kg이며, 머리 부분 3자유도, 팔 부분 총 10자유도, 다리 부분 총 12자유도 합쳐서 25자유도를 가지는 형태이다. 머리부분은 로봇 눈에 해당하는 화상 카메라가 2대가 장착되어 있어서 각각 요(Yaw) 운동이 가능하고, 목에 해당하는 부분에 DC모터가 장착되어 있어서 피치(Pitch) 운동이 가능하다. 또한 팔부분에는 겨드랑이, 어깨, 팔꿈치, 팔목, 손까지 움직일 수 있

다. 겨드랑이와 어깨는 Harmonic Drive 와 DC모터를 직결 타입으로 부착하였고, 팔꿈치는 구조상 DC모터에 풀리- 타이밍벨트 타입으로 부착하였다. 또한 팔목과 손에는 RC서보모터를 부착하였다. 따라서 팔 전체가 동시에 피치(Pitch), 요(Yaw), 롤(Roll) 운동이 가능하도록 설계하였다.

허리 부분에는 각각 회전관절, 균형관절에 해당하는 DC모터와 감속기가 풀리-타이밍벨트 타입으로 부착되어 있어 요(Yaw), 롤(Roll) 운동이 가능하다. 그리고, 하체 중 발부분을 제외한 나머지 관절에는 모터 직결이 아닌, 4절링크의 볼나사 구조이어서 피치(Pitch) 운동만 할 수 있다. 마지막 발부분에는 DC모터 와 RV감속기가 직결 타입으로서 롤(Roll) 운동이 가능하다. 여기서 사용한 모터와 감속기 사양은 Table 2.1 과 Table 2.2 에 나타내었다.

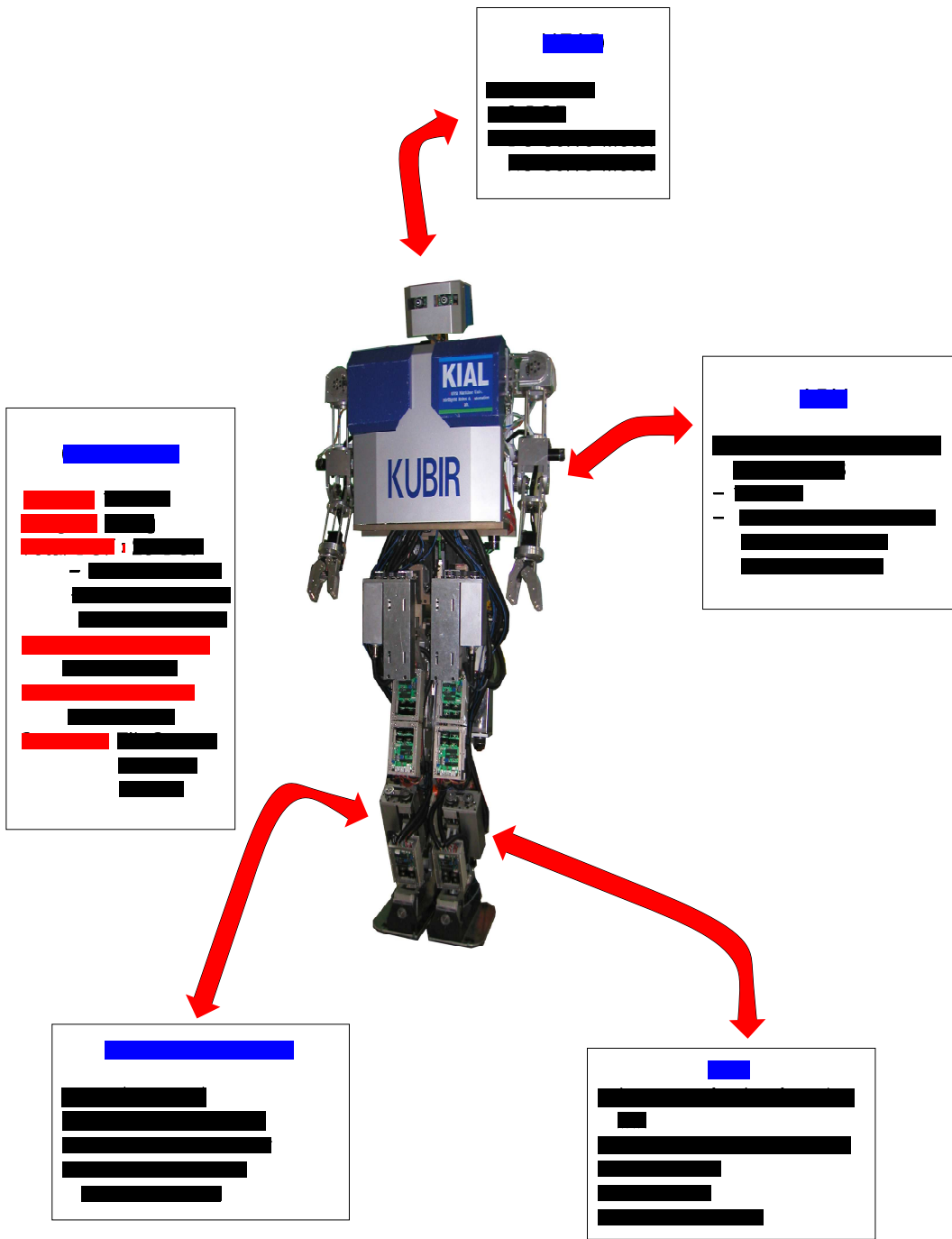


Fig. 2.3 System composition of improved KUBIR

Table 2.1 Specification of Motor

Head

Body name	Voltage[V]	Torque[Nm]	Current [A]	Power [W]	Note
Eyes	6.5 V	1.274 Nm	6 A		RC servo
Neck	6.5 V	1.274 Nm	6 A		RC servo

Arms

Body name	Voltage[V]	Torque[Nm]	Current [A]	Power [W]	Note
Armpit	12 V	0.0477 Nm	4 A	60 W	
Shoulder	12 V	0.0477 Nm	4 A	60 W	
Elbow	12 V	0.0477 Nm	4 A	60 W	Gear head (51 : 1)
Wrist	6.5 V	1.274 Nm	6 A		RC servo
Hand	6.5 V	1.274 Nm	6 A		RC servo

Legs

Body name	Voltage[V]	Torque[Nm]	Current [A]	Power [W]	Note
Waist (Yaw)	15 V	0.077 Nm	4 A	90 W	Gear head (5.8 : 1)
Waist (Roll)	15 V	0.077 Nm	4 A	90 W	Gear head (5.8 : 1)
Thigh	15 V	0.077 Nm	4 A	90 W	Gear head (5.8 : 1)
Knee	24 V	0.181 Nm	6 A	150 W	Gear head (5.8 : 1)
Ankle (Pitch)	24 V	0.181 Nm	6 A	150 W	Gear head (5.8 : 1)
Ankle(Roll)	15 V	0.077 Nm	4 A	90 W	Gear head (5.8 : 1)

Table. 2.2 Specification of Reducer

Body name	Gear	Rated output torque	Reduction
Armpit	Harmonic Drive	7.8 Nm	100 : 1
Shoulder	Harmonic Drive	7.8 Nm	100 : 1
Waist (Yaw)	RV	40 Nm	71 : 1
Waist (Roll)	RV	30 Nm	50.5 : 1
Ankle (Roll)	RV	951 Nm	48.5 : 1

2.2 로봇팔의 기구부 구성

기존의 로봇팔은 BLDC모터 1개로만 구동하며 단순히 피치(Pitch) 운동만 할 수 있는 구조였다. 따라서 물건을 잡거나 손을 흔드는 동작은 할 수가 없었기 때문에, 이러한 점들을 보완하여 겨드랑이, 어깨, 팔꿈치, 손목, 손을 제작하였다. 상체무게를 감안하여 불필요한 부분을 제거하고 가볍고 심플한 형태로 설계하였으며, 손부분은 가벼운 캔정도 잡을 수 있는 구조로 제작하였다.

Fig. 2.4 는 CATIA 로 3D 모델링한 그림이며, Pic. 2.1 은 실제 로봇팔 사진이다.

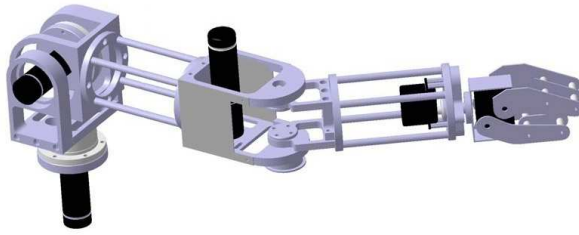


Fig. 2.4 3D modeling of the arm



Pic. 2.1 Photograph of the arm

2.3 하체 골반 관절의 기구부 구성

인간과 유사한 보행을 위해서 좌우로 이동이 가능하고, 전방 보행시 균형을 잡기 위해서 허리 부위에 관절을 추가하였다. Fig. 2.5 와 같이 회전 관절과 균형 관절에 각각 DC모터와 감속기를 폴리-타이밍벨트 타입으로 체결하였고, 기존의 문제점을 보완하였다. 여기서, 균형관절부분에는 폴리비가 2:1 로써 출력축의 토크를 증가시켰다.

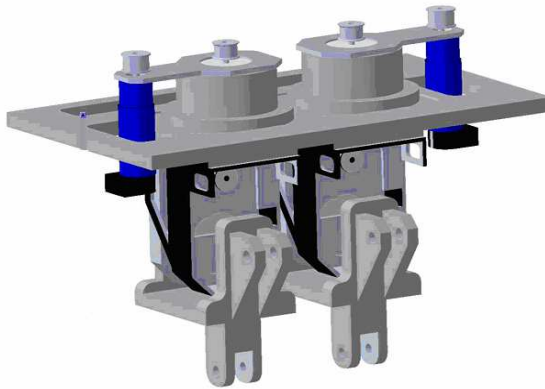
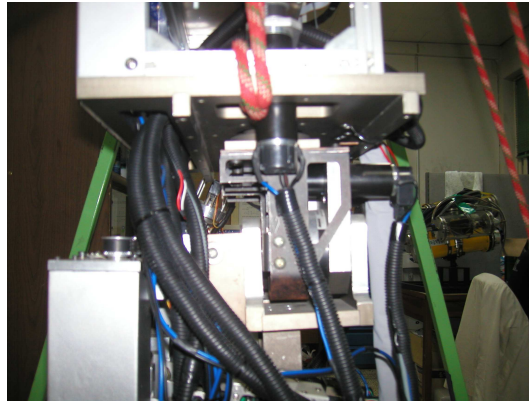


Fig. 2.5 3D model of the waist



Pic. 2.2 Photograph of the waist

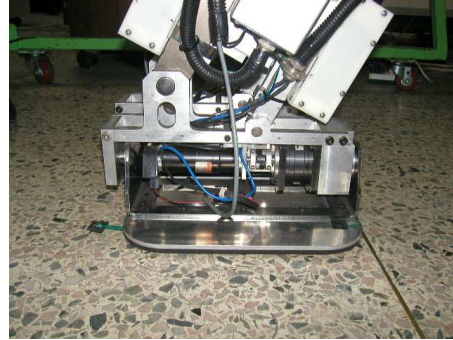
2.4 로봇 발의 기구부 구성

기존의 로봇발부분의 문제점을 보완하기 위해서 Pic. 2.3 과 Pic. 2.4 같이 구조 변경하였다. 크게 달라진 점은 발바닥의 폭이 넓어졌고, 무겁고 불필요한 프레임은 제거하여 최대한 무게를 줄여서 심플한 구조로 설계 변경을 수행

하였다. 또한 발바닥면의 충격을 완화시키고, 지면과의 마찰력을 증가시키기 위해서 고무를 부착하였다.



Pic. 2.3 Front view of the foot



Pic. 2.4 Side view of the foot

제 3 장 이족보행로봇의 기구학 및 동역학 해석

로봇의 안정된 보행을 위해서는 로봇 하체의 관절에 대해 기구학(kinematics) 및 동역학(dynamics) 해석이 필요하다. 본 논문에서는 로봇의 보행을 주안점으로 하고 있으므로 로봇하체에 대하여 기구학(kinematics)적 해석을 하였고 허리의 중심부를 기준으로 하여 왼쪽다리와 오른쪽다리를 각각 6축의 매니플레이터(manipulator)로 적용하였고 발바닥을 엔드 이펙터(end effector)로 두고 해석하였다. 또한 사절링크 구조의 관절이 보행시 움직일 때 동역학 방정식을 유도하여서, 실제 적용의 합리성을 보이고자 한다.

3.1 로봇 하체의 순기구학 해석

로봇 하체의 기준점에 대하여 발끝의 좌표를 알아내기 위해서는 기구학에서 사용하는 동차변환(homogeneous transform)을 이용하면 간편하다. 로봇 하체에 각 관절의 각도가 주어졌을 때 말단장치의 위치와 방향을 결정하기 위한 이족보행로봇 하체의 순기구학 방정식은 Denavit - Hartenberg(D-H)규약에 의해 정의된 좌표계를 이용하여 유도한다. 이 규약은 각 동차변환 A_i 를 4개의 ‘기본’ 변환행렬의 곱으로 표현하는 것이다.

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$A_i = Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i}$$

여기서 θ_i , a_i , d_i , α_i 는 링크 i 와 관절 i 의 4개의 파라미터(parameter)이다. 이 파라미터(parameter)들은 일반적으로 a_i 는 길이(length), α_i 는 비틀림(twist), d_i 는 오프셋(offset), θ_i 는 각도(angle)로 불린다. 행렬 A_i 는 단일변수의 함수이기 때문에 위의 4개의 파라미터 중 3개는 상수이고 1개만이 변수이다. 즉, 회전관절에서는 θ_i 가, 직선관절에서는 d_i 가 관절변수이다.

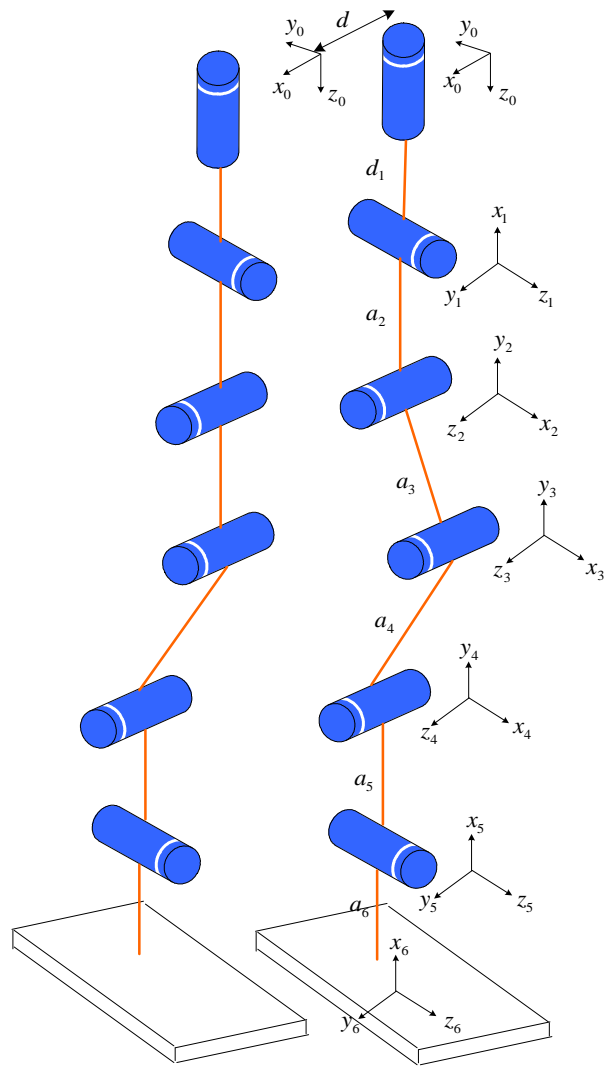


Fig. 3.1 D-H coordinate frame assignment for the lower body

Table 3.1 Link Parameters for the lower body

link	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	90°	d_1	θ_1^*
2	a_2	-90°	0	θ_2^*
3	a_3	0	0	θ_3^*
4	a_4	0	0	θ_4^*
5	a_5	90°	0	θ_5^*
6	a_6	0	0	θ_6^*

각 동차변환 A_i 는 다음과 같이 얻어 진다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1^* & 0 & \sin \theta_1^* & 0 \\ \sin \theta_1^* & 0 & -\cos \theta_1^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2^* & 0 & -\sin \theta_1^* & a_2 \cos \theta_2^* \\ \sin \theta_2^* & 0 & \cos \theta_1^* & a_2 \sin \theta_2^* \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3^* & -\sin \theta_3^* & 0 & a_3 \cos \theta_3^* \\ \sin \theta_3^* & \cos \theta_3^* & 0 & a_3 \sin \theta_3^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4^* & -\sin \theta_4^* & 0 & a_4 \cos \theta_4^* \\ \sin \theta_4^* & \cos \theta_4^* & 0 & a_4 \sin \theta_4^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5^* & 0 & \sin \theta_5^* & a_5 \cos \theta_5^* \\ \sin \theta_5^* & 0 & -\cos \theta_5^* & a_5 \sin \theta_5^* \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6^* & -\sin \theta_6^* & 0 & a_6 \cos \theta_6^* \\ \sin \theta_6^* & \cos \theta_6^* & 0 & a_6 \sin \theta_6^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 글반부의 요(Yaw)축은 회전 보행시만 종속 동작하므로 $\theta_1 = 0$ 이라는

가정을 하면 변환 행렬 T_0^6 은 식()의 행렬들에 의해 다음과 같이 주어진다

$$T_0^6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$r_{11} = ((c\theta_2^*c\theta_3^*\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-c\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)c\theta_6^* - s\theta_2^*s\theta_6^*$$

$$r_{21} = ((s\theta_3^*c\theta_4^* + c\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-s\theta_3^*s\theta_4^* + c\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)c\theta_6^*$$

$$r_{31} = ((s\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-s\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)c\theta_6^* + c\theta_2^*s\theta_6^*$$

$$r_{12} = -((c\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-c\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)s\theta_6^* - s\theta_2^*c\theta_6^*$$

$$r_{22} = -((s\theta_3^*c\theta_4^* + c\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-s\theta_3^*s\theta_4^* + c\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)s\theta_6^*$$

$$r_{32} = -((s\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-s\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)s\theta_6^* + c\theta_2^*s\theta_6^*$$

$$r_{13} = (c\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)s\theta_5^* - (-c\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)c\theta_5^*$$

$$r_{23} = (s\theta_3^*c\theta_4^* + c\theta_3^*s\theta_4^*)s\theta_5^* - (-s\theta_3^*s\theta_4^* + c\theta_3^*c\theta_4^*)c\theta_5^*$$

$$r_{33} = (s\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)s\theta_5^* - (-s\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)c\theta_5^*$$

이때, 따라서, 말단장치의 위치 벡터 \mathbf{p} 는 다음과 같다.

$$p_x = ((c\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-c\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)c\theta_6^*a_6 - s\theta_2^*s\theta_6^*a_6 + (c\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^*a_5 + (-c\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - c\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*a_5 + c\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^*a_4 - c\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*a_4 + c\theta_2^*c\theta_3^*a_3 + c\theta_2^*a_2 + a_1$$

$$p_y = ((s\theta_3^*c\theta_4^* + c\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-s\theta_3^*s\theta_4^* + c\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)c\theta_6^*a_6 + (s\theta_3^*c\theta_4^* + c\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^*a_5 + (-s\theta_3^*s\theta_4^* + c\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*a_5 + s\theta_3^*c\theta_4^*a_4 + c\theta_3^*s\theta_4^*a_4 + s\theta_3^*a_3$$

$$p_z = ((s\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^* + (-s\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*)c\theta_6^*a_6 + c\theta_2^*s\theta_6^*a_6 + (s\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*)c\theta_5^*a_5 + (-s\theta_2^*c\theta_3^*s\theta_4^* - s\theta_2^*s\theta_3^*c\theta_4^*)s\theta_5^*a_5 + s\theta_2^*c\theta_3^*c\theta_4^*a_4 - s\theta_2^*s\theta_3^*s\theta_4^*a_4 + s\theta_2^*c\theta_3^*a_3 + s\theta_2^*a_2 + d_1$$

3.2 이족보행로봇의 동역학 방정식 유도

이족보행로봇을 구성하는 다리는 Fig. 3.2 및 Fig. 3.3에 나타난 바와 같이 기본적으로 발목(Ankle), 무릎(Knee) 및 허리(Hip)의 회전관절로 구성되어 있는 일반적인 3자유도 산업용 스칼라 로봇 매니퓰레이터와 같은 연쇄적인 구조이다. 전방보행에 대하여 균형관절을 포함한 7 자유도 형태에 대하여 지지부 발목의 기저 좌표계에 대한 이족보행로봇의 동역학적 모델링 및 운동 방정식을 구하기 위한 각 링크의 기구학적 위치는 아래와 같다.

$$M_{X_1} = l_{c1} \cos q_1$$

$$M_{Y_1} = l_{c1} \sin q_1$$

$$M_{X_2} = l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_{12}$$

$$M_{Y_2} = l_1 \sin q_1 + l_{c2} \sin q_{12}$$

$$M_{X_3} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos q_{12} + l_{c3} \cos q_{123}$$

$$M_{Y_3} = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin q_{12} + l_{c3} \sin q_{123}$$

$$M_{X_4} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos q_{12} + l_3 \cos q_{123} + l_{c4} \cos q_{1234}$$

$$M_{Y_4} = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin q_{12} + l_3 \sin q_{123} + l_{c4} \sin q_{1234}$$

$$M_{X_5} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos q_{12} + l_3 \cos q_{123} + l_4 \cos q_{1234} + l_{c5} \cos q_{12345}$$

$$M_{Y_5} = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin q_{12} + l_3 \sin q_{123} + l_4 \sin q_{1234} + l_{c5} \sin q_{12345}$$

$$M_{X_6} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos q_{12} + l_3 \cos q_{123} + l_4 \cos q_{1234} + l_5 \cos q_{12345} + l_{c6} \cos q_{123456}$$

$$M_{Y_6} = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin q_{12} + l_3 \sin q_{123} + l_4 \sin q_{1234} + l_5 \sin q_{12345} + l_{c6} \sin q_{123456}$$

$$M_{X_7} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos q_{12} + l_3 \cos q_{123} + l_{c7} \cos q_{1237}$$

$$M_{Y_7} = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin q_{12} + l_3 \sin q_{123} + l_{c7} \sin q_{1237}$$

여기서, M_{x_i}, M_{y_i} 는 기저 좌표 계를 기준으로 한 각 링크 i 의 질량 중심으로서, 각 링크에 대해서 상대적인 위치로 표현되었고, $q_{1234567} = \sum_{i=1}^7 q_i$ 을

의미한다. 다리는 지지부 및 스윙부로 구분될 수 있다.

우선적으로 지지부 다리는 Fig. 3.3에서의 $O_1 \sim O_3$ 로서 이에 대한 파라미터는 다음과 같이 정의된다.

l_1 : 발목에서 무릎까지의 링크 길이

l_{c1} : 발목 좌표계(O_1)에서 l_1 상의 무게중심까지의 길이

l_2 : 무릎에서 대퇴부까지의 링크길이

l_{c2} : 무릎 좌표계(O_2)에서 l_2 상의 무게중심까지의 길이

l_3 : 대퇴부에서 상부 균형 관절까지의 링크 길이

l_{c3} : 대퇴부 좌표계(O_3)에서 l_3 의 무게중심까지의 거리

다음으로 운동부 다리는 지지부의 대퇴부 (O_3)에서 Z 축으로 평행하게 운동부의 대퇴부 (O_4)로 연결되어 있으며 $O_4 \sim O_6$ 가 이에 포함된다. 파라미터에 관하여,

l_4 : 대퇴부에서 무릎까지의 링크 길이

l_{c4} : 대퇴부 좌표계(O_4)에서 l_4 상의 무게중심까지의 길이

l_5 : 무릎에서 발목까지의 링크 길이

l_{c5} : 무릎 좌표계(O_5)에서 l_5 상의 무게중심까지의 길이

l_{c6} : 발목 좌표계(O_5)에서 발꿈치 방향의 무게중심 거리

그리고 지지부 다리에서 연결된 상부 균형관절(O_7) 에 대한 파라미터에서,

l_{c7} : 상부 펜듈럼 좌표계(O_7)에서 상단방향의 무게중심 거리

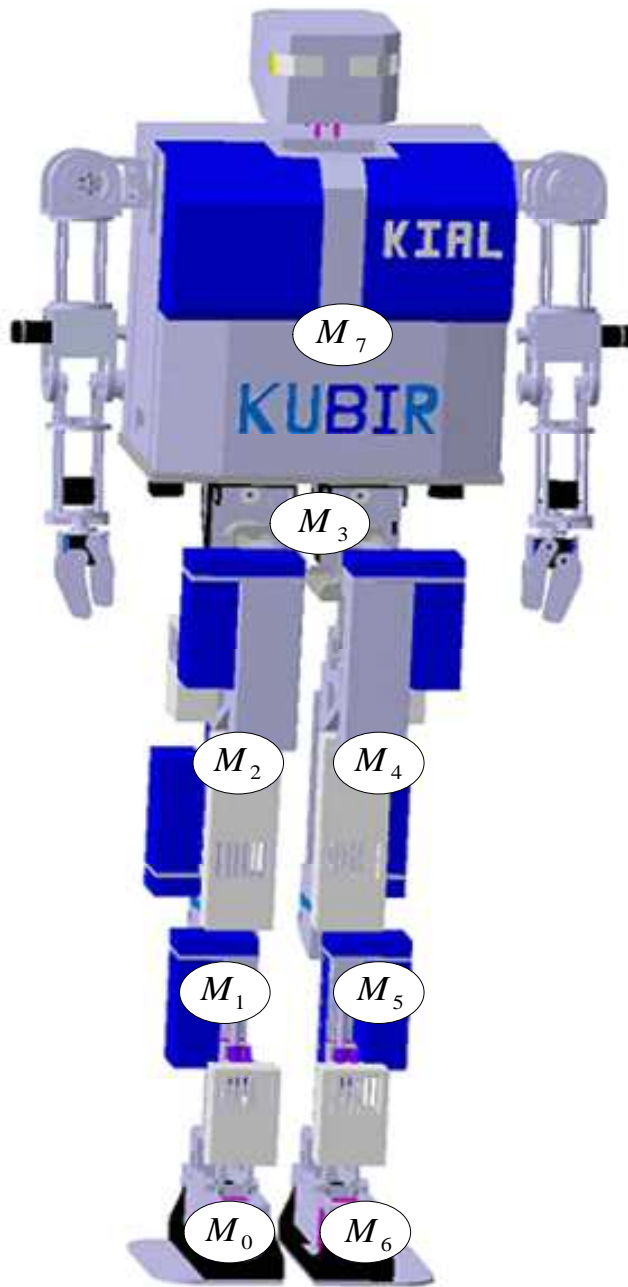


Fig. 3.2 Mass model of KUBIR

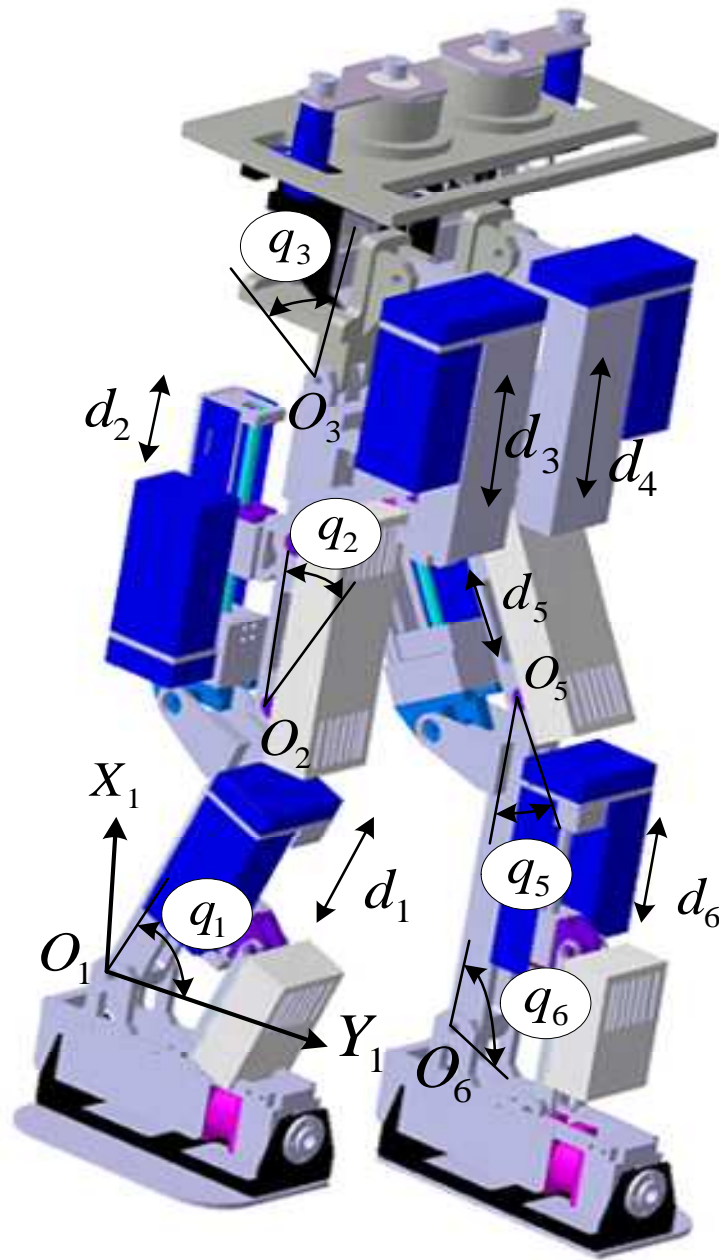


Fig. 3.3 Kinematic model of the lower body

3.2.1 자코비안

앞서 정의한 순기구학 방정식을 이용하여 속도관계를 구하려면 자코비안을 유도해야되며, 관성 좌표계에 대한 말단 장치의 위치와 방향은 다음과 같이 주어진다.

$$T_0^n(q) = A_1(q_1), \dots, A_n(q_n) \quad (3.1)$$

$$= \begin{bmatrix} R_0^n(q) & d_0^n(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad n=1, \dots, 7$$

여기서, $q = (q_1, \dots, q_7)^T$ 는 관절변수의 벡터이다. 말단장치 좌표계로부터 기저 좌표계로의 변환을 나타내면, 이족 로봇이 움직임에 따라 관절변수 q_i 와 말단장치 위치 벡터 d_0^n 와 방향 R_0^n 는 시간의 함수가 된다. 여러 개의 링크로 연결되어 있는 이족 로봇의 보행시 각각의 링크는 각기 다른 선속도와 각속도를 가진다. 따라서 말단장치의 선속도와 각속도를 기저 좌표계에 대한 관절속도의 벡터 $\dot{q}(t)$ 와 연관 지어야 한다.

X 및 Y 축에 대하여 각 링크의 위치를 d_0^n 로 표현한다면,

$$S(\omega_0^n) = \dot{R}_0^n (\dot{R}_0^n)^T \quad (3.2)$$

여기서 $S(\omega)$ 는 왜대칭 행렬이다. 위의 식이 각속도 벡터 ω_0^n 를 정의한다.

$$v_0^n = \dot{d}_0^n \quad (3.3)$$

위의 식이 말단장치의 선속도를 나타내며, 다음의 관계를 구할 수 있다.

$$v_{ci} = J_{v_i}(q)\dot{q}, \quad \omega_i = R_i^T(q)J_{\omega_i}(q)\dot{q}, \quad i=1, \dots, 7 \quad (3.4)$$

여기서 $J_{v,i}, J_{\omega i} \in R^{3 \times 7}$ 행렬로서 선속도 자코비안과 각속도 자코비안이다.

로봇의 관절은 전부 회전관절로 구성되어 있으므로 선속도 및 각속도를 포함하는 자코비안은 아래와 같이 정의된다.

$$J_i = \begin{bmatrix} z_i \times (O_n - O_i) \\ z_i \end{bmatrix}, i=1, \dots, 7 \quad (3.5)$$

여기서 $z_i \times (O_n - O_i)$ 부분이 선속도 자코비안 이며, z_i 는 각속도 자코비안이다. 또한 앞서 지적했듯이 각속도는 각 링크에 부착된 좌표계로 나타낼 필요가 있다. Fig.2.2 에서 보는 바와 같이 이족로봇의 각 관절은 회전관절로만 구성되어있고 각 관절 좌표계의 Z 축들이 같은 방향이므로 각속도 자코비안은 아래와 같이 동일하다.

$$J_{\omega i} = [0 \ 0 \ 1]^T, i=1, \dots, 7 \quad (3.6)$$

위에서 나타내어진 로봇에 대한 각 링크의 질량중심길이를 각각의 관절 각으로 편 미분하여 구해진 선속도 자코비안은 아래와 같이 정의된다.

행렬에서 각 행은 다음과 같다.

$$J_{v_c1} = \begin{bmatrix} -l_{c1}S_{q1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{c1}C_{q1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{v_c2} = \begin{bmatrix} -l_1S_{q1} - l_{c2}S_{q12} & -l_{c2}S_{q12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_1C_{q1} + l_{c2}C_{q12} & l_{c2}C_{q12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{v_c3} = \begin{bmatrix} -l_1S_{q1} - l_2S_{q12} - l_{c3}S_{q123} & -l_2S_{q12} - l_{c3}S_{q123} & -l_{c3}S_{q123} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_1C_{q1} + l_2C_{q12} + l_{c3}C_{q123} & l_2C_{q12} + l_{c3}C_{q123} & l_{c3}C_{q123} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

J_{v_c4} 행렬에서 각 행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_{v_c4}(1) &= [-l_1S_{q1} - l_2S_{q12} - l_4S_{q1234}, -l_2S_{q12} - l_4S_{q1234}, \\ &\quad -l_4S_{q1234}, -l_4S_{q1234} - l_{c5}S_{q1234}, 0, 0, 0] \\ J_{v_c4}(2) &= [l_1C_{q1} + l_2C_{q12} + l_4C_{q1234}, l_2C_{q12} + l_4C_{q1234}, \\ &\quad l_4C_{q1234}, l_4C_{q1234} + l_{c5}C_{q1234}, 0, 0, 0] \\ J_{v_c4}(3) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \end{aligned}$$

J_{v_c5} 행렬에서 각 행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_{v_c5}(1) &= [-l_1S_{q1} - l_2S_{q12} - l_4S_{q1234} - l_{c5}S_{q12345}, -l_2S_{q12} - l_4S_{q1234} - l_{c5}S_{q12345}, \\ &\quad -l_4S_{q1234} - l_{c5}S_{q12345}, -l_4S_{q1234} - l_{c5}S_{q1234}, -l_{c5}S_{q12345}, 0, 0] \\ J_{v_c5}(2) &= [l_1C_{q1} + l_2C_{q12} + l_4C_{q1234} + l_{c5}C_{q12345}, l_2C_{q12} + l_4C_{q1234} + l_{c5}C_{q12345}, \\ &\quad l_4C_{q1234} + l_{c5}C_{q12345}, l_4C_{q1234} + l_{c5}C_{q1234}, l_{c5}C_{q12345}, 0, 0] \\ J_{v_c5}(3) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \end{aligned}$$

J_{v_c6} 행렬에서 각 행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
J_{v_6}(1) &= [-l_1 S_{q_1} - l_2 S_{q_{12}} - l_4 S_{q_{1234}} - l_5 S_{q_{12345}} - l_{c6} S_{q_{123456}}, -l_2 S_{q_{12}} - l_4 S_{q_{1234}} \\
&\quad - l_5 S_{q_{12345}} - l_{c6} S_{q_{123456}}, -l_4 S_{q_{1234}} - l_5 S_{q_{12345}} - l_{c6} S_{q_{123456}}, -l_4 S_{q_{1234}} \\
&\quad - l_5 S_{q_{1234}} - l_{c6} S_{q_{123456}}, -l_5 S_{q_{12345}} - l_{c6} S_{q_{123456}}, -l_{c6} S_{q_{123456}}, 0] \\
J_{v_6}(2) &= [l_1 C_{q_1} + l_2 C_{q_{12}} + l_4 C_{q_{1234}} + l_5 C_{q_{12345}} + l_{c6} C_{q_{123456}}, l_2 C_{q_{12}} + l_4 C_{q_{1234}} \\
&\quad + l_5 C_{q_{12345}} + l_{c6} C_{q_{123456}}, l_4 C_{q_{1234}} + l_5 C_{q_{12345}} + l_{c6} C_{q_{123456}}, l_4 C_{q_{1234}} \\
&\quad + l_5 C_{q_{1234}} + l_{c6} C_{q_{123456}}, l_5 C_{q_{12345}} + l_{c6} C_{q_{123456}}, + l_{c6} C_{q_{123456}}, 0] \\
J_{v_6}(3) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]
\end{aligned}$$

J_{v_6} 행렬에서 각 행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
J_{v_7}(1) &= [-l_1 S_{q_1} - l_2 S_{q_{12}} - l_3 S_{q_{123}} - l_{c7} S_{q_{1237}}, -l_2 S_{q_{12}} - l_3 S_{q_{123}} - l_{c7} S_{q_{1237}}, \\
&\quad -l_3 S_{q_{1237}} - l_{c7} S_{q_{1237}}, 0, 0, -l_{c7} S_{q_{1237}}] \\
J_{v_7}(2) &= [l_1 C_{q_1} + l_2 C_{q_{12}} + l_3 C_{q_{123}} + l_{c7} C_{q_{1237}}, l_2 C_{q_{12}} + l_3 C_{q_{123}} + l_{c7} C_{q_{1237}}, \\
&\quad l_3 C_{q_{123}} + l_{c7} C_{q_{1237}}, 0, 0, 0, l_{c7} C_{q_{1237}}] \\
J_{v_7}(3) &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]
\end{aligned}$$

여기서, $C_{q_{1,\dots,7}} = \sum_{i=1}^7 \cos_i$, $S_{q_{1,\dots,7}} = \sum_{i=1}^7 \sin_i$, 을 의미한다.

3.2.2 관성행렬

이족보행로봇의 동역학 방정식을 유도하기 위해서는 통상 형상에 좌우되는 대칭인 양의 한정행렬인 관성행렬 $D(q)$ 를 구해야 한다. 관성행렬의 구성요소 중에서 선속도를 포함하는 부분은 단지 질량과 선속도 자코비안의 이중곱으로 구성되지만, 각속도를 포함하는 부분에서는 각속도를 각 링크에 부착된 좌표계로 나타내어야 한다. 그러나 이족 로봇 관절구성은 전부 회전관절로 구성되어있으므로 모든 축의 방향은 동일하다. 또한 ω_i 는 k 방향이므로 삼중곱 $\omega_i^T I \omega_i$, $i=1, \dots, 7$ 는 단순히 관성모멘트와 각속도 크기의 제곱임을 알 수 있다.

$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$ 을 쓰면, 전체 시스템에 있어서 관성행렬을 구할 수 있다.

단, 여기서는 관성행렬의 일부분인 지지부의 발목에 있어서 발목을 기준 좌표로 상대적 관성행렬을 나타내었다.

$$\begin{aligned}
D_{11} = & m_1 l_{c1} + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} C_{q2}) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + l_{c3}^2 + 2l_1 l_2 C_{q2} + 2l_2 l_{c3} C_{q3} + 2l_1 l_{c3} C_{q23}) \\
& + m_4 (l_1^2 + l_2^2 + l_{c4}^2 + 2l_1 l_2 C_{q2} + 2l_1 l_{c4} C_{q234} + 2l_2 l_{c4} C_{q34}) \\
& + m_5 (l_1^2 + l_2^2 + l_4^2 + l_{c5}^2 + 2l_1 l_2 C_{q2} + 2l_1 l_4 C_{q234} + 2l_1 l_{c5} C_{q2345} + 2l_2 l_4 C_{q34} + 2l_2 l_{c5} C_{q345} \\
& + 2l_4 l_{c5} C_{q5}) \\
& + m_6 (l_1^2 + l_2^2 + l_4^2 + l_5^2 + l_{c6}^2 + 2l_1 l_2 C_{q2} + 2l_1 l_4 C_{q234} + 2l_1 l_5 C_{q2345} + 2l_1 l_{c6} C_{q23456} \\
& + 2l_2 l_4 C_{q345} + 2l_2 l_5 C_{q345} + 2l_2 l_{c6} C_{q3456} + 2l_4 l_5 C_{q5} + 2l_4 l_{c6} C_{q56} + 2l_5 l_{c6} C_{q6}) \\
& + m_7 (l_1^2 + l_2^2 + l_4^2 + l_{c7}^2 + 2l_1 l_2 C_{q2} + 2l_1 l_3 C_{q23} + 2l_1 l_{c7} C_{q237} + 2l_1 l_{c7} C_{q237} + 2l_2 l_3 C_{q3} \\
& + 2l_2 l_{c7} C_{q37} + 2l_3 l_{c7} C_{q7}) \\
& + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 + I_7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{12} = & m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} C_{q2}) + m_3 (l_2^2 + l_{c3}^2 + l_1 l_2 C_{q2} + l_1 l_{c3} C_{q23} + 2l_2 l_{c3} C_{q3}) \\
& + m_4 (l_2^2 + l_{c4}^2 + l_1 l_2 C_{q2} + l_1 l_{c4} C_{q234} + 2l_2 l_{c4} C_{q34}) \\
& + m_5 (l_2^2 + l_4^2 + l_{c5}^2 + l_1 l_2 C_{q2} + l_1 l_4 C_{q234} + l_1 l_{c5} C_{q2345} + 2l_2 l_4 C_{q34} + 2l_2 l_{c5} C_{q345} \\
& + 2l_4 l_{c5} C_{q5}) \\
& + m_6 (l_2^2 + l_4^2 + l_5^2 + l_{c6}^2 + l_1 l_2 C_{q2} + l_1 l_4 C_{q234} + l_1 l_5 C_{q2345} + l_1 l_{c6} C_{q23456} + 2l_2 l_4 C_{q345} \\
& + 2l_2 l_5 C_{q345} + 2l_2 l_{c6} C_{q3456} + 2l_4 l_5 C_{q5} + 2l_4 l_{c6} C_{q56} + 2l_5 l_{c6} C_{q6}) \\
& + m_7 (l_2^2 + l_3^2 + l_{c7}^2 + l_1 l_2 C_{q2} + l_1 l_3 C_{q23} + l_1 l_{c7} C_{q237} + 2l_2 l_3 C_{q3} + 2l_2 l_{c7} C_{q37} + 2l_3 l_{c7} C_{q7}) \\
& + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 + I_7 \\
= & D_{21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{13} &= m_3(l_{c3}^2 + l_1 l_{c3} C_{q23} + l_2 l_{c3} C_{q3}) + m_4(l_{c4}^2 + l_1 l_{c4} C_{q234} + l_2 l_{c4} C_{q34}) \\
&\quad + m_5(l_4^2 + l_{c5}^2 + l_1 l_4 C_{q234} + l_1 l_{c5} C_{q2345} + 2l_2 l_4 C_{q34} + 2l_2 l_{c5} C_{q345} + 2l_4 l_{c5} C_{q5}) \\
&\quad + m_6(l_4^2 + l_5^2 + l_{c6}^2 + l_1 l_4 C_{q234} + l_1 l_5 C_{q2345} + l_1 l_{c6} C_{q23456} + 2l_2 l_4 C_{q345} \\
&\quad + 2l_2 l_5 C_{q345} + 2l_2 l_{c6} C_{q3456} + 2l_4 l_5 C_{q5} + 2l_4 l_{c6} C_{q56} + 2l_5 l_{c6} C_{q6}) \\
&\quad + m_7(l_3^2 + l_{c7}^2 + l_1 l_2 C_{q2} + l_1 l_3 C_{q23} + l_1 l_{c7} C_{q237} + l_2 l_3 C_{q3} + l_2 l_{c7} C_{q37} + 2l_3 l_{c7} C_{q7}) \\
&\quad + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 + I_7 \\
&= D_{31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{14} &= m_4(l_{c4}^2 + l_1 l_{c4} C_{q234} + l_2 l_{c4} C_{q34}) \\
&\quad + m_5(l_4^2 + l_{c5}^2 + l_1 l_4 C_{q234} + l_1 l_{c5} C_{q2345} + 2l_2 l_4 C_{q34} + 2l_2 l_{c5} C_{q345} + 2l_4 l_{c5} C_{q5}) \\
&\quad + m_6(l_4^2 + l_5^2 + l_{c6}^2 + l_1 l_4 C_{q234} + l_1 l_5 C_{q2345} + l_1 l_{c6} C_{q23456} + 2l_2 l_4 C_{q345} \\
&\quad + 2l_2 l_5 C_{q345} + 2l_2 l_{c6} C_{q3456} + 2l_4 l_5 C_{q5} + 2l_4 l_{c6} C_{q56} + 2l_5 l_{c6} C_{q6}) \\
&\quad + I_4 + I_5 + I_6 \\
&= D_{41}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{15} &= m_5(l_{c5}^2 + l_{c5} C_{q2345} + l_2 l_{c5} C_{q345} + l_4 l_{c5} C_{q5}) \\
&\quad + m_6(l_5^2 + l_{c6}^2 + l_1 l_5 C_{q2345} + l_1 l_{c6} C_{q23456} + l_2 l_5 C_{q345} + l_2 l_{c6} C_{q3456} + l_4 l_5 C_{q5} \\
&\quad + l_4 l_{c6} C_{q56} + 2l_5 l_{c6} C_{q6}) \\
&\quad + I_5 + I_6 \\
&= D_{51}
\end{aligned}$$

$$D_{16} = m_6(l_{c6}^2 + l_1 l_5 C_{q23456} + l_2 l_{c6} C_{q3456} + l_4 l_{c6} C_{q56} + 2l_5 l_{c6} C_{q6}) + I_6 = D_{61}$$

$$D_{17} = m_7(l_{c7}^2 + l_1 l_{c7} C_{q237} + l_2 l_{c7} C_{q37} + l_3 l_{c7} C_{q7}) + I_7 = D_{71}$$

3.2.3 Christoffel항

Christoffel항은 곱의 꼴 \ddot{q}_i 을 가지는 원심력 항과 $i \neq j$ 일 때 곱의 꼴 $\dot{q}_i \dot{q}_j$ 을 가지는 Coriolis 항으로 구성되며 위에서 구해진 관성행렬 $D(q)$ 를 각

링크의 관절 각 q_i 로 편미분해서 구해진다. 다시 말하면 이족보행로봇이 움직일 경우 로봇을 구성하는 여러 링크부분이 서로 연결되어 같거나 혹은 다른 방향으로 운동할 때 발생하는 간섭력 항을 포함한다. 여기서는 지지부의 발목에 있어서 부분적인 Chrostoffel항을 나타내었다.

$$C_{111} = \frac{1}{2} \frac{\Delta D_{11}}{\Delta q_1} = 0$$

$$\begin{aligned} C_{121} &= -m_2 l_1 l_{c2} S_{q_2} - m_3 (l_1 l_2 S_{q_2} + l_1 l_{c3} S_{q_{23}}) - m_4 (l_1 l_2 S_{q_2} + l_1 l_{c4} S_{q_{234}}) \\ &\quad - m_5 (l_1 l_2 S_{q_2} + l_1 l_4 S_{q_{234}} + l_1 l_{c5} S_{q_{2345}}) \\ &\quad - m_6 (l_1 l_2 S_{q_2} + l_1 l_4 S_{q_{234}} + l_1 l_5 S_{q_{2345}} + l_1 l_{c6} S_{q_{23456}}) \\ &\quad - m_7 (l_1 l_2 S_{q_2} + l_1 l_3 S_{q_{23}} + l_1 l_{c7} S_{q_{237}}) \\ &= C_{211} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{131} &= -m_3 (l_1 l_{c3} S_{q_{23}} + l_2 l_{c3} S_{q_3}) - m_4 (l_1 l_{c4} S_{q_{234}} + l_2 l_{c4} S_{q_{34}}) \\ &\quad - m_5 (l_1 l_4 S_{q_{234}} + l_1 l_{c5} S_{q_{2345}} + l_2 l_4 S_{q_{34}} + l_2 l_{c5} S_{q_{345}}) \\ &\quad - m_6 (l_1 l_4 S_{q_{234}} + l_1 l_5 S_{q_{2345}} + l_1 l_{c6} S_{q_{23456}} + l_2 l_4 S_{q_{34}} + l_2 l_5 S_{q_{345}} + l_2 l_{c6} S_{q_{3456}}) \\ &\quad - m_7 (l_1 l_3 S_{q_{23}} + l_1 l_{c7} S_{q_{237}} + l_2 l_3 S_{q_3} + l_2 l_{c7} S_{q_{37}}) \\ &= C_{311} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{141} &= -m_4 (l_1 l_{c4} S_{q_{234}} + l_2 l_{c4} S_{q_{34}}) \\ &\quad - m_5 (l_1 l_4 S_{q_{234}} + l_1 l_{c5} S_{q_{2345}} + l_2 l_4 S_{q_{34}} + l_2 l_{c5} S_{q_{345}}) \\ &\quad - m_6 (l_1 l_4 S_{q_{234}} + l_1 l_5 S_{q_{2345}} + l_1 l_{c6} S_{q_{23456}} + l_2 l_4 S_{q_{34}} + l_2 l_5 S_{q_{345}} + l_2 l_{c6} S_{q_{3456}}) \\ &= C_{411} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{151} &= -m_5 (l_1 l_{c5} S_{q_{2345}} + l_2 l_{c5} S_{q_{345}} + l_4 l_{c5} S_{q_5}) \\ &\quad - m_6 (l_1 l_5 S_{q_{2345}} + l_1 l_{c6} S_{q_{23456}} + l_2 l_5 S_{q_{345}} + l_2 l_{c6} S_{q_{3456}} + l_4 l_5 S_{q_5} + l_4 l_{c6} S_{q_{56}}) \\ &= C_{511} \end{aligned}$$

$$C_{161} = -m_6 (l_1 l_{c6} S_{q_{23456}} + l_2 l_{c6} S_{q_{3456}} + l_4 l_{c6} S_{q_{56}} + l_5 l_{c6} S_{q_6}) = C_{611}$$

$$C_{171} = -m_7 (l_1 l_{c7} S_{q_{237}} + l_2 l_{c7} S_{q_{37}} + l_3 l_{c7} S_{q_7}) = C_{711}$$

3.2.4 포텐셜 에너지

전방 보행형태를 7개의 링크로 연결된 매니플레이터로 가정한다면 매니플레이터의 포텐셜에너지는 단순히 7개의 링크 포텐셜에너지의 합이다. 각 링크에 대해서 포텐셜에너지는 질량곱하기 중력가속도 곱하기 질량중심의 높이이다. 다시 말하면 물체의 총 포텐셜에너지는 대상물의 전체 질량이 질량중심에 모였을 때와 같다. 구해진 총 포텐셜에너지를 각 링크의 관절변수에 대하여 편미분하면 Euler-Lagrange 방정식에 포함되는 포텐셜에너지 항을 구할 수 있다. 구한 매니플레이터의 포텐셜에너지는 벡터 q 에 좌우되고 \dot{q} 에 좌우되지 않는다. 구한 각 링크의 포텐셜에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Phi_1 = & (m_1 g l_{c1} + m_2 g l_1 + m_3 g l_1 + m_5 g l_1 + m_6 g l_1 + m_7 g l_1) C_{q1} \\ & + (m_2 g l_{c2} + m_3 g l_2 + m_5 g l_2 + m_4 g l_2 + m_6 g l_2 + m_7 g l_2) C_{q12} \\ & + (m_3 g l_{c3} + m_7 g l_{c7}) C_{q123} + (m_4 g l_{c4} + m_5 g l_4 + m_6 g l_5 + m_6 g l_6) C_{q1234} \\ & + (m_5 g l_{c5} + m_6 g l_5) C_{q12345} + m_6 g l_{c6} C_{q123456} + m_7 g l_{c7} C_{q1237}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_2 = & (m_2 g l_{c2} + m_3 g l_2 + m_5 g l_2 + m_4 g l_2 + m_6 g l_2 + m_7 g l_2) C_{q12} \\ & + (m_3 g l_{c3} + m_7 g l_{c7}) C_{q123} + (m_4 g l_{c4} + m_5 g l_4 + m_6 g l_5 + m_6 g l_6) C_{q1234} \\ & + (m_5 g l_{c5} + m_6 g l_5) C_{q12345} + m_6 g l_{c6} C_{q123456} + m_7 g l_{c7} C_{q1237}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_3 = & (m_3 g l_{c3} + m_7 g l_{c7}) C_{q123} + (m_4 g l_{c4} + m_5 g l_4 + m_6 g l_5 + m_6 g l_6) C_{q1234} \\ & + (m_5 g l_{c5} + m_6 g l_5) C_{q12345} + m_6 g l_{c6} C_{q123456} + m_7 g l_{c7} C_{q1237}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_4 = & (m_4 g l_{c4} + m_5 g l_4 + m_6 g l_5 + m_6 g l_6) C_{q1234} + (m_5 g l_{c5} + m_6 g l_5) C_{q12345} \\ & + m_6 g l_{c6} C_{q123456}\end{aligned}$$

$$\Phi_5 = (m_5 g l_{c5} + m_6 g l_5) C_{q12345} + m_6 g l_{c6} C_{q123456}$$

$$\Phi_6 = m_6 g^l_{c6} C_{q_{123456}}$$

$$\Phi_7 = m_7 g^l_{c7} C_{q_{1237}}$$

3.3 회전 관절 공간에서의 동역학 모델링

제안된 시스템에 대한 회전관절 공간의 동역학 방정식을 유도하기 위하여 전방보행에 대한 각 회전관절 부분의 제어입력인 토크 입력 τ_1, \dots, τ_7 이 각 관절에 주어진다. 동역학 방정식은 Euler-Lagrange 방정식을 사용하였으며 앞서 유도되었던 관성행렬 및 Christoffel 기호와 포텐셜에너지 항을 대입하면 Euler-Lagrange 방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_j d_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j + \Phi_k(q) = \tau_k, \quad k=1, \dots, 7 \quad (3.7)$$

위 식의 첫 번째 항은 일반화 좌표의 2차 미분을 포함하는 양의 한정 행렬인 관성행렬이다. 두 번째 항은 계수가 q 에 좌우될 수 있는 q 의 1차 미분의 2차 항들로서 원심력 및 Coriolis 항으로 구분된다. 이 부분은 다 관절의 로봇이 움직일 때 로봇을 구성하는 각 링크에 대한 다른 링크 부분의 간섭력 항을 포함한다. 세 번째 항은 q 만 가지고 미분 꼴을 가지지 않는 항으로서 포텐셜에너지를 미분하여 구해지는 항이다. 이 항은 토크 입력이 없을 경우 이족보행로봇에 작용하는 유일한 외력으로 간주된다. 위의 7 자유도에 관한 Euler-Lagrange 방정식에 대해 관성행렬을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \Phi(q) = \tau$$

여기서, $D(q) \in R^{7 \times 7}$, $C(q, \dot{q}) \in R^{7 \times 7}$, $\Phi(q) \in R^{7 \times 1}$ 이다.

3.4 미끄럼 관절 공간에서의 동역학 모델링

3.4.1 사절 링크 기구를 이용한 관절 모델링

발목관절, 무릎관절 및 대퇴부관절에서 회전운동을 직선운동으로 변환하는 사절링크 구조는 Fig. 3.4, Fig. 3.5, Fig. 3.6과 같이 도식화 할 수 있다.

사절 링크에서 $l_i (i=1,2,3)$ 에 대한 코사인법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$l_i = a_{i_2}^2 + d_i^2 - 2a_{i_2}d_i \cos \alpha_i = a_{i_3}^2 + a_{i_4}^2 - 2a_{i_3}a_{i_4} \cos \beta_i$$

$$d_i = \frac{C_i + [C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad (3.8)$$

$i=1$ 이면 발목 관절, $i=2$ 이면 무릎 관절, $i=3$ 이면 대퇴부 관절이며

식 (2.53) 에서

$$A_i = a_{i_3}^2 + a_{i_4}^2 - a_{i_2}^2$$

$$B_i = -2a_{i_3}a_{i_4}$$

$$C_i = 2a_{i_2} \cos \alpha_i$$

이다. 그리고 링크 길이 $a_{i_2}, a_{i_3}, a_{i_4}$ 와 링크 각 α_i 는 고정된 값이다. 식 (2.53) 의 미끄럼 변위를 시간에 관해 미분하면 다음과 같이 속도 및 가속도를 구할 수 있다.

$$\dot{d}_i = -[C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{-\frac{1}{2}} B_i \sin \beta_i \dot{\beta}_i \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{d}_i = & -2[C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{-\frac{3}{2}} B_i^2 \sin^2 \beta_i \dot{\beta}_i^2 \\ & - [C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{-\frac{1}{2}} (B_i \cos \beta_i \dot{\beta}_i^2 + B_i \sin \beta_i \ddot{\beta}_i) \end{aligned} \quad (3.10)$$

회전각 β_i 와 d_i 의 속도 및 가속도 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$\beta_i = a \cos \left[\frac{d_i^2 - A_i - C_i d_i}{B_i} \right] \quad (3.11)$$

$$\dot{\beta}_i = R_{i1} \dot{d}_i \quad (3.12)$$

$$\ddot{\beta}_i = R_{i2} \dot{d}_i^2 + R_{i3} \ddot{d}_i \quad (3.13)$$

식 (3.12) 와 (3.13) 에서

$$R_{i1} = \frac{[C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{-\frac{1}{2}}}{B_i \sin \beta_i}$$

$$R_{i2} = -2[C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{-1} B_i \sin \beta_i R_{i1}^2 + \frac{\cos \beta_i}{\sin \beta_i} R_{i1}^2$$

$$R_{i3} = -\frac{[C_i^2 + 4(A_i + B_i \cos \beta_i)]^{-\frac{1}{2}}}{B_i \sin \beta_i}$$

이다.

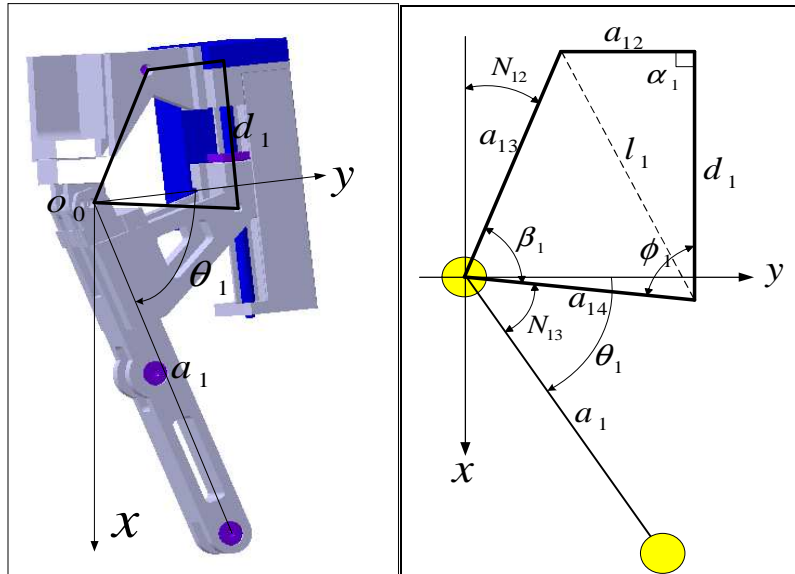


Fig. 3.4 Kinematic model of the Thigh joint

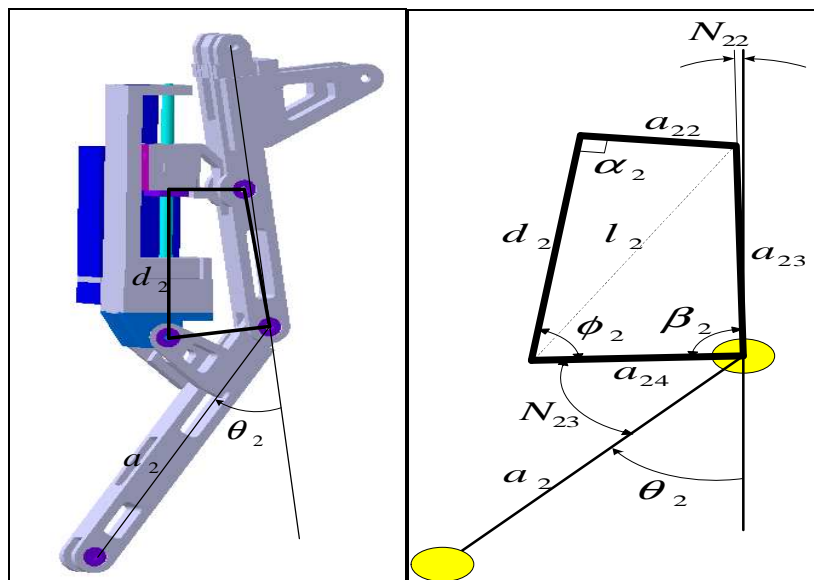


Fig. 3.5 Kinematic model of the Knee joint

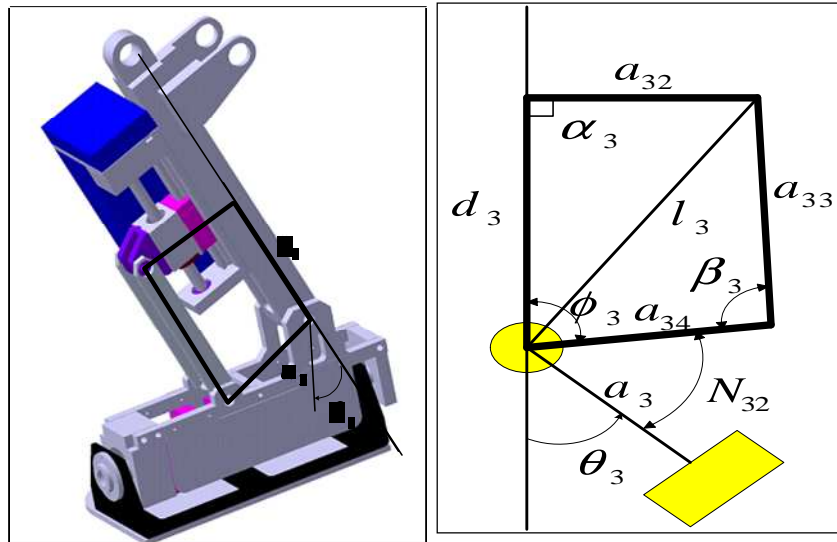


Fig. 3.6 Kinematic model of the Ankle joint

3.4.2 미끄럼 관절 공간에서의 제어 입력

제어입력의 형태도 관절구동을 위한 토크 입력을 볼나사 구동방향에 대한 힘의 입력으로 변환한다. 즉, 앞서 회전관절공간의 운동방정식에서의 회전관절에 발생하는 토크 τ 를 볼나사의 직선운동에 의한 직선운동 방향의 구동력 F 의 관계로 정립하고자 한다. 회전관절공간의 제어입력인 토크 τ_i 는 $i=1, \dots, 6$ 일 때, 각 관절공간 상의 좌표계에서 발생한다. 직선운동 방향의 구동력 F 에 대한 관계식을 유도하기 위해 각각의 볼나사의 미끄럼 방향에 수직인 법선을 그렸을 때, 이 법선 길이와 볼나사에 가해지는 구동력 F 의 곱이 각 관절에서 발생하는 토크 τ 가 된다. 단, O_7 인 상부 균형관절은 직접적으로 토크 입력을 받는다.

발목관절, 무릎관절 및 허리관절에 작용하는 토크 τ_i ($i=1,2,3$)와 사절기구
의 구동원인 볼나사의 제어입력 F_i 사이의 관계식을 유도한다. 사절링크의
회전부분에 임의의 좌표 (X_i, Y_i) 에 대한 평행사변형의 원리를 이용하여 다음
식을 정리할 수 있다.

$$d_i \cos(\psi_i + N_i) + a_{i2} \cos \theta_i = a_{i4} \cos N_i - a_{i3} \cos(\beta_i - N_i) = C_i \quad (3.14)$$

$$d_i \sin(\psi_i + N_i) - a_{i2} \sin \theta_i = a_{i4} \sin N_i + a_{i3} \sin(\beta_i - N_i) = D_i \quad (3.15)$$

여기서, i 는 대퇴부관절($i=1$), 무릎관절($i=2$), 발목관절($i=3$)이다.

식 (3.14)에서 아래의 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_i &= d_i \cos \psi_i \cos N_i - d_i \sin \psi_i \sin N_i + a_{i2} \cos(\pi - N_i) \{ \cos \alpha_i \cos \psi_i \\ &\quad - \sin \alpha_i \sin \psi_i \} + a_{i2} \sin(\pi - N_i) \{ \sin \alpha_i \cos \psi_i + \cos \alpha_i \sin \psi_i \} \\ &= A_i \cos \psi_i - B_i \sin \psi_i \end{aligned} \quad (3.16)$$

여기서,

$$A_i = S_i + U_i \cos \phi_i + V_i \sin \phi_i, \quad B_i = T_i + U_i \sin \phi_i - V_i \cos \phi_i$$

또한, 위의 정의에 사용된 기호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_i &= d_i \cos N_i, & T_i &= d_i \sin N_i \\ U_i &= a_{i2} \cos(\pi - N_i), & V_i &= a_{i2} \sin(\pi - N_i) \end{aligned}$$

다음으로 식 (3.15)에서 아래의 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
D_i &= d_i \sin \psi_i \cos N_i + d_i \cos \psi_i \sin N_i - a_{i2} \sin(\pi - N_i) \{ \cos \alpha_i \cos \psi_i \\
&\quad - \sin \alpha_i \sin \psi_i \} + a_{i2} \cos(\pi - N_i) \{ \sin \alpha_i \cos \psi_i + \cos \alpha_i \sin \psi_i \} \\
&= A_i \sin \psi_i + B_i \cos \psi_i
\end{aligned} \tag{3.17}$$

식 (3.17)에 사용된 기호는 식 (3.16)에서 정의된 것과 동일하다. 앞서 유도된 두 식을 사용하여 발목 좌표계에서 볼나사 미끄럼 방향에 수직인 법선의 길이는 다음과 같이 유도된다.

$$\psi_i = a \tan \left(\frac{A_i D_i - B_i C_i}{A_i C_i + B_i D_i} \right), \quad L_i = a_{i4} \times \cos \psi_i \tag{3.18}$$

따라서 발목에 있어서 회전관절공간 운동방정식에서의 회전관절에 발생하는 토크 τ_i 를 볼나사의 직선운동에 의한 직선운동 방향의 구동력 F_i 의 관계로 유도할 수 있다.

$$\tau_i = F_i \times L_i = F_i \times a_{i4} \cos \psi_i \tag{3.19}$$

3.4.3 미끄럼 관절 공간의 동역학 방정식

본 논문에서 제작한 이족보행로봇은 사절 링크구조에서 회전링크의 한 변을 볼나사를 사용하여 직선운동으로 대체함으로써 볼나사의 길이변화에 의한 서로 연결된 다른 링크의 회전각을 변환시키고 궁극적으로 로봇 다리의 회전축을 구동한다. 유도된 발목, 무릎 및 대퇴부의 회전관절 각의 변위 q_i 와 볼나사 길이 방향의 미끄럼 변위 d_i 의 관계식을 회전관절구조에서의 Euler-Lagrange 방정식에 대입함에 따라서 식(3.7)의 관절각 변위

$[q_1, \dots, q_7]$ 가 $[d_1, \dots, d_6, q_7]$ 인 미끄럼 변위로 대체되었다. 또한 제어입력에 대하여 식 (3.19)처럼 관절구동을 위한 토크 입력을 볼나사 구동방향에 대한 힘의 입력으로 변환하였다. 즉, 회전관절 공간과 미끄럼 관절공간의 관계식과 토크 τ_i 와 구동력 F_i 관계를 이용하여 7 자유도에 관한 회전 관절공간의 Euler-Lagrange 방정식인 식(3. 7)을 다음의 미끄럼 관절공간의 식으로 표현하였다.

단, 여기서 균형관절인 q_7 의 경우 회전관절이므로 회전관절 변위 및 토크 제어입력을 그대로 사용한다.

$$H(d)\ddot{d} + Q(d, \dot{d})\dot{d} + h_f(d) = LF \quad (3.20)$$

여기서, $i, j = 1, \dots, 6$ 일 때

$$H(d)_{ij} = D(d)_{ij} R_{3i}(d), \quad Q(d, \dot{d})_{ij} = C(d, \dot{d}) + H(d)R_{1j}(d)\dot{d}_j$$

$$L_i = l_4 \cos \psi_i$$

단, l_4 는 지지부 다리의 발목, 무릎 및 대퇴부 등의 관절 좌표계 순서 ($O_1 \sim O_6$)에서 $a_{14}, a_{24}, a_{34}, \dots$ 임을 말한다.

제 4 장 로봇 하체의 관절 구동기 해석

이 장에서는 로봇 보행시 하체부분에 피치(Pitch) 운동을 하는 사절링크 구조의 대퇴부관절, 무릎관절, 발목관절과 롤(Roll)운동을 하는 발목과 허리관절의 유동적인 부하토크를 구하는 일반적인 방정식을 구한다. 이 경우는 하나의 다리로 모든 하중을 지지한다는 조건에서 이루어졌으며, 로봇 전체 무게는 머리를 포함하여 몸체, 다리부분을 합쳐 92kg에 달한다.

하지만 대퇴부, 무릎, 발목이 기구적인 연쇄동작을 하므로 하나의 독립적인 구동이라고 보기엔 어렵다. 따라서, 모든 관절이 동시에 구동하며, 보행 동작에 따른 각 관절의 부하토크를 계산하여 선택된 모터의 적합성을 알아보려 한다.

4.1 사절링크 불나사 공간의 구동기 부하토크 해석

각 관절 구동기의 부하토크 방정식을 유도하기 위해 도식화 하면 Fig.4.1~4.3과 같다.

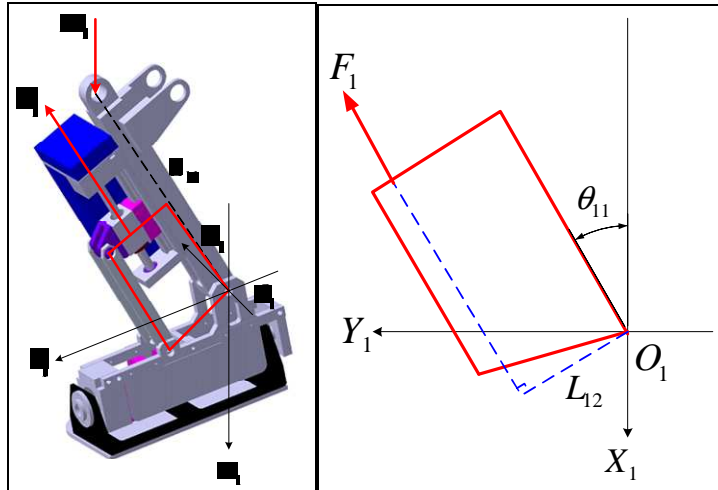


Fig. 4.1 Torque analysis of the Ankle joint

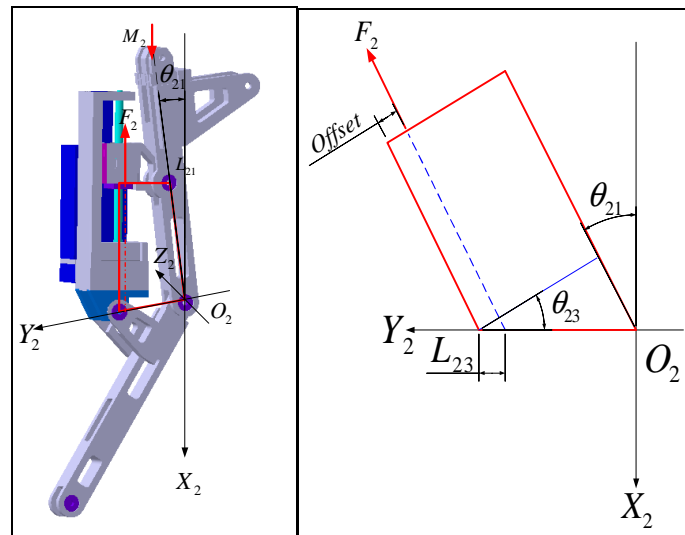


Fig. 4.2 Torque analysis of the Knee joint

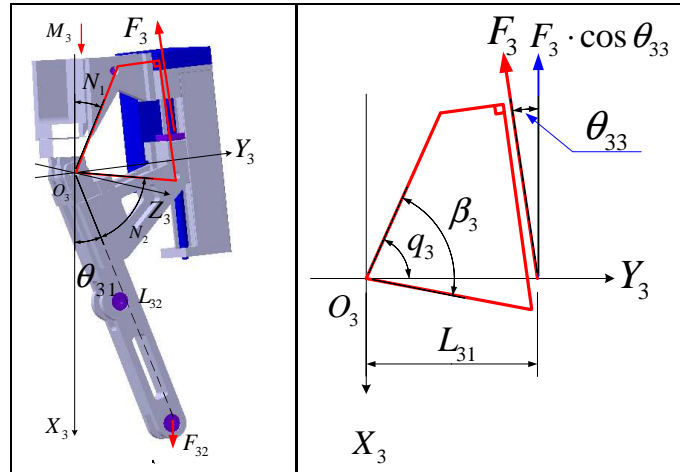


Fig. 4.3 Torque analysis of the Thigh joint

식 (3.8) 에서 β_i 가 변하면 볼나사의 길이와 θ_{i1} 가 변하게 되므로 볼나사 축방향의 외력 F_i 의 크기가 변하게 된다. 회전 중심 O_i 에 대한 모멘트 합이 원리에서 외력에 대한 각 관절부의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_1 = \frac{M_1 \cdot L_{11} \cdot \sin \theta_{11}}{L_{12}} \quad (4.1)$$

$$F_2 = \frac{M_2 \cdot L_{21} \cdot \sin \theta_{21}}{L_{22} \cdot \sin(90^\circ - \theta_{23})} \quad (4.2)$$

$$F_3 = \frac{M_3 \cdot L_{32} \cdot \sin(\pi - (N_1 + N_2 + \beta))}{L_{31} \cdot \cos \theta_{33}} \quad (4.3)$$

여기서, M_i 는 한쪽 다리가 지면을 지지할 때의 자중으로 대퇴부관절에서는 81kgf, 무릎 관절에서는 86kgf, 발목 관절에서는 89kgf 이다. 그리고 L_{i1} 는 이족 로봇의 종아리와 허벅지 길이이다.

각 관절부의 볼나사에 작용하는 축 방향의 부하 하중에 대한 토크를

계산하는 방정식은 다음과 같다.

$$\tau_{Motorload,i} = \frac{F_i \cdot l_b}{2\pi \cdot \eta} \cdot A \quad (4.4)$$

Table 4.1 Constants of the load torque in each joint

Body name	Lead of Ballscrew l_b [mm]	Efficiency of Ballscrew η [%]	Reduction
Ankle	2 mm	90%	1 : 5.8
Knee	2 mm	90%	1 : 5.8
Thigh	2 mm	90%	1 : 5.8

따라서, 식(4.4)을 적용하여 로봇이 보행할 때마다 구동기에 작용하는 부하토크를 계산하여 시뮬레이션 결과를 Fig. 4.4~4.6 에 나타내었다.

여기서, 관절각의 범위는 통상적으로 반복된 실험에 의해서 경험적으로 정해진 것이므로 초기값을 아래와 같이 정해두고 시뮬레이션을 행하였다.

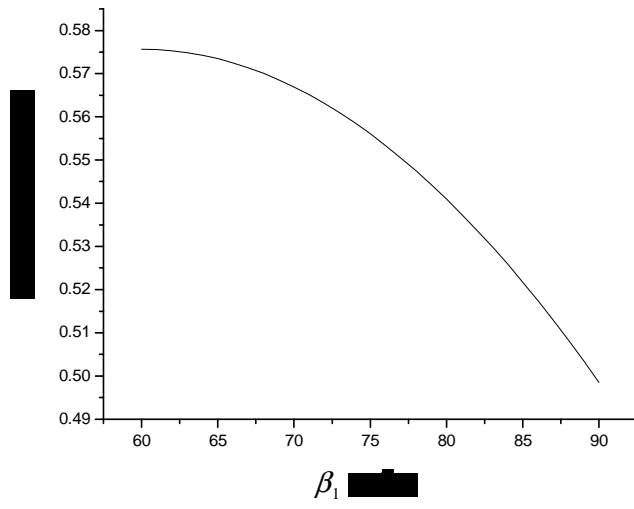


Fig. 4.4 Load torque of the Ankle joint

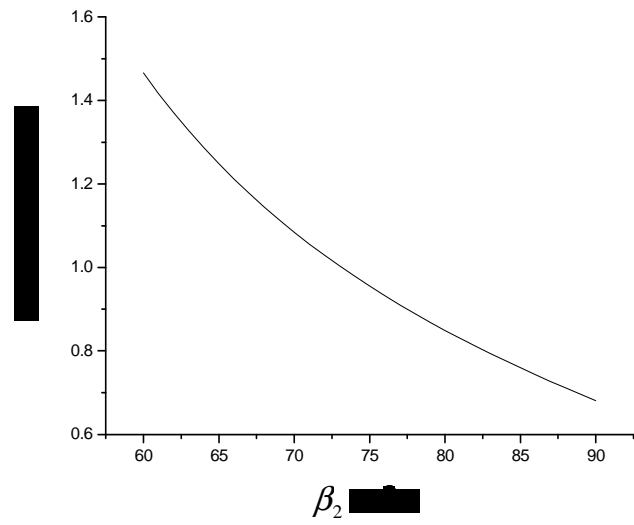


Fig. 4.5 Load torque of the Knee joint

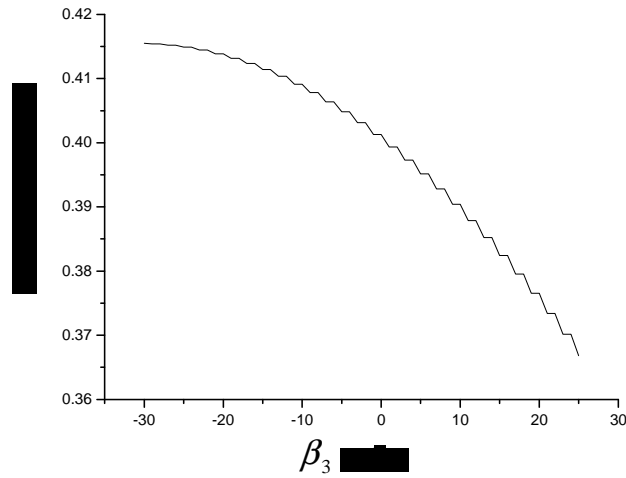


Fig. 4.6 Load torque of the Thigh joint

각 관절의 변위각 β 가 변함으로써, Fig. 4.4 와 Fig.4.6 에서 나타난 바와 같이, 비슷한 형태의 부하토크가 발생하였고, Fig.4.5 에서의 무릎부분에서만 부하토크값이 다른 부분보다 크게 발생하였다. 이것은 실제 구동기를 적용함에 있어서 다르게 작용한다는 것을 알 수가 있으며, 실제 사용한 모터의 정격토크보다 약간 크게 작용한다는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 결과는 실제로 보행시 지지하는 부분에서 무릎 관절 구동기에 하중이 많이 걸린다는 것을 의미하며, 따라서 좀더 큰 용량의 모터 사양이 요구되거나, 아니면, 프레임을 줄이는 방안을 검토해야 된다.

4.2 발목과 허리 관절(Roll)의 구동기 부하토크 해석

이 장에는 실제로 로봇이 전방 보행을 할 때 사절링크 구조로 움직이는 구동기 부분을 제외한 나머지 발목과 허리의 구동기 부분에 롤(Roll)각이 변함으로써 작용하는 부하토크를 해석하고자 한다.

우선적으로 보행시 지지부의 발목관절과, 허리관절, 그 다음 스윙부의 허리관절, 발목관절 순으로 총 4자유도를 가진 다리부분으로 단순화한 것이, Fig. 4.7 과 같다.

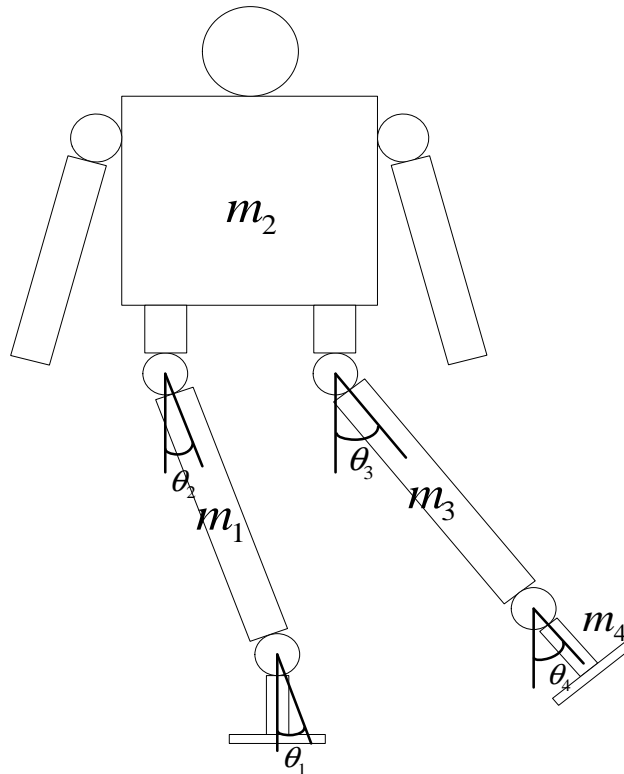


Fig. 4.7 Mass model of Roll joint

여기서, $\theta_1 \sim \theta_4$ 는 보행시 변하는 각 관절의 롤(Roll)각을 나타내며 $m_1 \sim m_4$ 각 관절 링크의 자중을 나타낸다. 다만 m_2 는 상체 부분(머리, 팔, 몸통)을 통틀어서 하나의 링크로 가정하여 자중을 나타낸 것이다. 각 관절은 독립적으로 움직이는 것이 아니라 모든 관절이 동시에 움직이는 기구학적 연쇄 동작을 한다. 이 때 각 관절의 부하토크를 구하는 식을 유도하면, 다음과 같다.

$$\tau_1 = m_1 \cdot l_1 \cdot \sin \theta_1 + m_2 \cdot l_2 \cdot \sin \theta_2 + m_3 \cdot l_3 \cdot \sin \theta_3 + m_4 \cdot l_4 \cdot \sin \theta_4$$

$$\tau_2 = m_2 \cdot l_2 \cdot \sin \theta_2 + m_3 \cdot l_3 \cdot \sin \theta_3 + m_4 \cdot l_4 \cdot \sin \theta_4$$

$$\tau_3 = m_3 \cdot l_3 \cdot \sin \theta_3 + m_4 \cdot l_4 \cdot \sin \theta_4$$

$$\tau_4 = m_4 \cdot l_4 \cdot \sin \theta_4$$

위 식에서

τ_1 : 지지부의 발목 조인트에 작용하는 부하토크

τ_2 : 지지부의 골반 조인트에 작용하는 부하토크

τ_3 : 스윙부의 골반 조인트에 작용하는 부하토크

τ_4 : 스윙부의 발목 조인트에 작용하는 부하토크

l_1 : 지지부의 발목 조인트에서 골반 조인트까지의 거리

l_2 : 지지부의 골반 조인트에서 상체 부분의 무게중심까지의 거리

l_3 : 스윙부의 골반 조인트에서 발목 조인트까지의 거리

l_4 : 스윙부의 발목 조인트에서 발 밑부분까지의 거리

라고 정의한다.

따라서, 유도한 방정식을 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 Fig. 4.8~4.11에 나타내었다. 여기서, 지지부의 관절각의 범위는 반복된 실험에 의해서, 경험적으로 정한 것이다. 따라서, 지지부의 관절각에 해당되는 θ_1 과 θ_2 의 범위는 $0^\circ \sim 7^\circ$ 이며, 스윙부의 관절각에 해당되는 θ_3 와 θ_4 는 이보다 더 벌어져야 되므로, $0^\circ \sim 9^\circ$ 라고 가정하고 수행하였다.

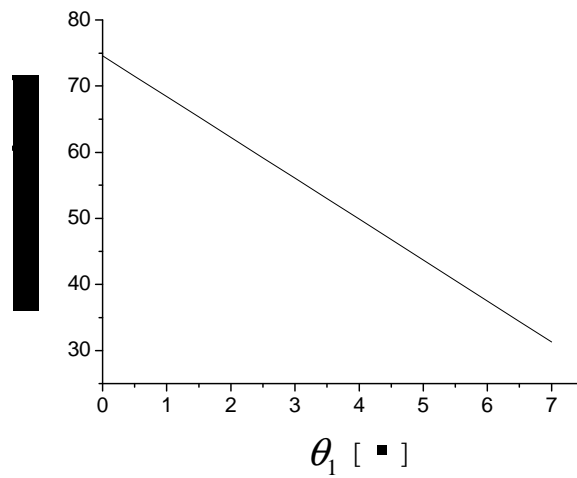


Fig. 4.8 Load torque of the Ankle joint in support leg

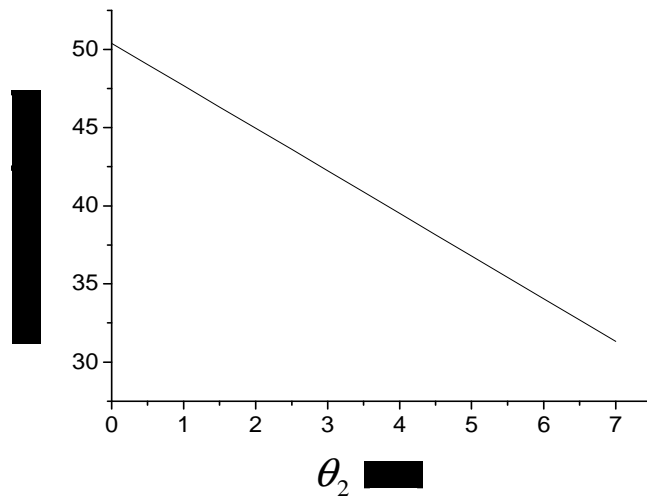


Fig. 4.9 Load torque of the Waist joint in support leg

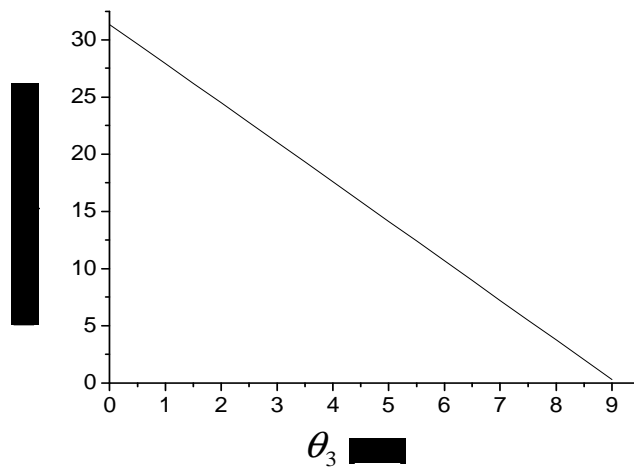


Fig. 4.10 Load torque of the Waist joint in swing leg

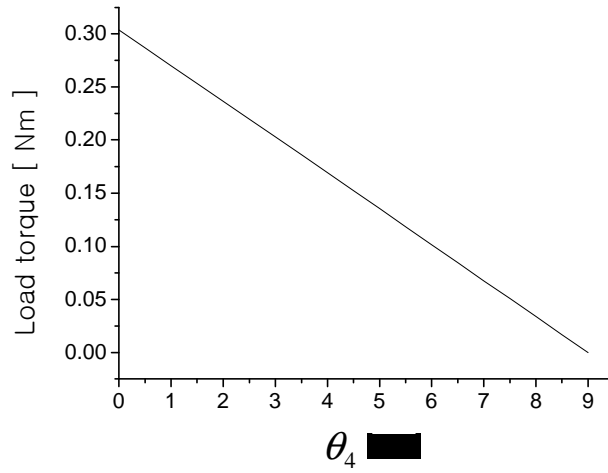


Fig. 4.11 Load torque of the Ankle joint in swing leg

각 관절의 변위각 θ 가 변함에 따라서 Fig. 4.8 과 같이 지지부 발목 관절 부분에 부하토크가 가장 크게 작용하였으며, Fig. 4.9 , Fig. 4.10, Fig. 4.11 순으로 부하토크가 발생하였다. 또한, 실제 모터와 감속기 장착한 정격토크값 보다 작게 나왔으므로, 적용의 합리성을 알 수가 있었다.

제 5 장 롤(Roll)운동의 동역학 해석

이 장에서는 발목관절과 허리관절의 롤(Roll)운동의 동역학 방정식을 유도하여 보행 동작중 다리 지지부에 관한 동역학 해석을 수행하고자 한다. 우선 이족보행로봇의 보행상의 안정화 요소인 균형점(ZMP; Zero Moment Point)이 안정 영역 내부에 위치하도록 균형관절을 제어하여 균형점의 움직임에 결정해야된다. 또한 안정도 해석을 위한 동역학적 가정은 각 링크의 하중은 링크의 무게중심에 집중되어 있으며 지지평면은 수직항력 이외에 인위적인 외력이나 외부 모멘트에 의해 영향을 받지 않는다. 그러나 수직항력은 안정적 보행 수행 중에는 중력에 상쇄되므로 고려하지 않는다. 그리고 지지평면과 발바닥사이의 미끄러짐은 일어나지 않는다. 따라서 다리의 움직임과 균형관절의 움직임으로 인한 몸체의 회전은 고려되지 않았다. 아울러, 운동 방정식의 특성을 살펴보기위해 컴퓨터 시뮬레이션을 병행하였다.

5.1 ZMP 방정식 유도

로봇이 보행을 할 때에 로봇의 안정성을 판별하는 기준 조건으로 사용되는 ZMP라는 개념을 도입하여 보행 로봇의 물리적 허용을 규정하기 위하여 Vukobratovic 은 로봇에 작용하는 힘과 모멘트의 합이 평형이 되는 점을 ZMP 로 정의하였다. 여기서는 모든 힘(중력, 반력, 관성력) 이 평형이면 로봇의 운동이 물리적으로 실행될 수 있다고 말하고 있다. 다시 말해 바닥에 접촉

된 발바닥에 임의의 기준 좌표계를 설정해 놓고 그 점에 대해서 모멘트 합 조건을 적용했을 때 로봇 발 위쪽 링크 (link) 들의 전체 운동량을 보상하기 위한 반발력이 발바닥의 어느 한 점에 존재할 경우 보행 로봇은 넘어지지 않고 보행 할 수가 있는 것이다.

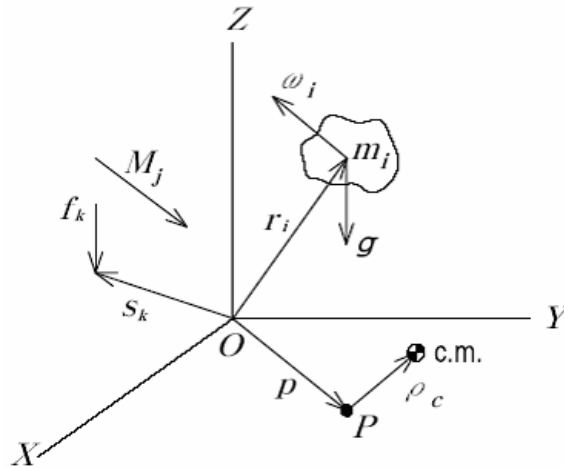


Fig. 5.1 System of the rigid body

Fig.5.1 에서 i 번째 부재가 질량 m_i , 관성 좌표계 O_{xyz} 에서 상대적인 질량의 중심 $r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$, 질량 중심에 관한 관성력 I_i 그리고 각속도 ω_i 를 가진다고 가정하고 시스템의 외부 힘과 모멘트를 각각 f_k 와 M_j 라고 한다. D'Alembert 의 원리에 의해 임의의 한 점 P(P의 위치벡터 $p = [x_p, y_p, 0]^T$ 에 관한 시스템의 운동 방정식은 식 (5.1) 과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_i (r_i - p) \times m_i (\ddot{r}_i + g - \ddot{p}) + \rho_c \times m \ddot{p} + \sum_i [I_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i \cdot \omega_i] \\ & - \sum_j M_j - \sum_k (s_k - p) \times f_k = M_p \end{aligned} \quad (5.1)$$

여기서, $g = [0, 0, g_z]^T$ 는 중력가속도, s_k 는 작용한 힘의 위치, $m = \sum_i m_i$ 를 의미한다. 식 (5.1) 에서의 ρ_c 는 다음과 같다.

$$\rho_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i (r_i - p) \quad (5.2)$$

식 (5.2) 로 부터, 식 (5.3) 에서의 $\rho_c \times m \ddot{p}$ 는

$$\rho_c \times m \ddot{p} = \frac{1}{m} \sum_i m_i (r_i - p) \times m \ddot{p} = \sum_i (r_i - p) \times m_i \ddot{p} \quad (5.3)$$

이다. 그러므로, 식 (5.1) 은 아래와 같이 된다.

$$\sum_i (r_i - p) \times m_i (\ddot{r}_i + g) + \sum_i [I_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i \cdot \omega_i] - \sum_j M_j - \sum_k (s_k - p) \times f_k = M_p \quad (5.4)$$

여기서, 외부 힘과 모멘트는 작용하지 않는다. 따라서

$$\sum_i (r_i - p) \times m_i (\ddot{r}_i + g) + \sum_i [I_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i \cdot \omega_i] = M_p \quad (5.5)$$

가 된다.

식 (5.6) 에서 p 를 포함하지 않는 $T_i = (I_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i \cdot \omega_i)$ 로 치환하면, 다

음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_i (r_i - p) \times m_i (\ddot{r}_i + g) + \sum_i T_i = M_p \quad (5.6)$$

식 (5.6) 에서 ZMP의 정의에 의해 $p = p_{zmp} (= [x_{zmp}, y_{zmp}, 0]^T)$ 일 때

$M_p = [0, 0, M_z]^T$ 이다. 마지막으로 식 (5.7) 과 같은 ZMP의 구성 요소를 얻을 수 있다.

$$x_{zmp} = \frac{\sum_i m_i (\ddot{z}_i + g) x_i - \sum_i m_i \ddot{x}_i z_i - \sum_i (T_y)_i}{\sum_i m_i (\ddot{z}_i + g)}, \quad (5.7)$$

$$y_{zmp} = \frac{\sum_i m_i (\ddot{z}_i + g) y_i - \sum_i m_i \ddot{y}_i z_i - \sum_i (T_x)_i}{\sum_i m_i (\ddot{z}_i + g)}$$

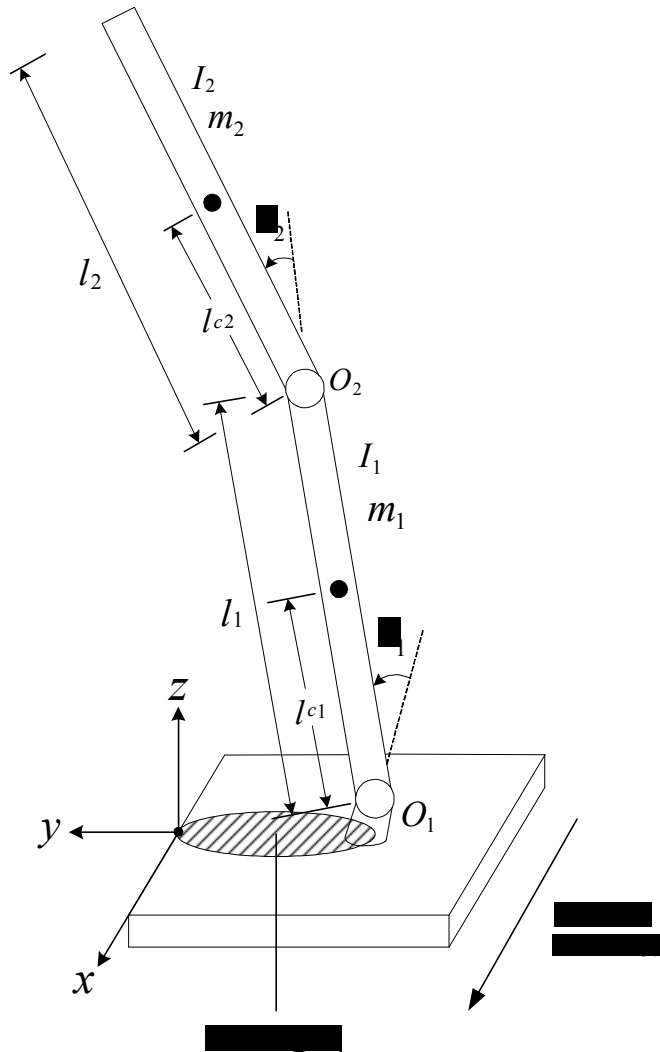


Fig 5.2 Roll motion of the Ankle and the Waist in support leg

Fig 5.2 에서 O_1 은 발목관절축이고, O_2 는 허리관절축 이다. $i = 1, 2$ 일 때 θ_i 는 일반화 좌표인 관절각도를 나타내고, m_i 는 링크 i 의 질량을 나타내고, l_i 는 링크 i 의 길이를 나타내며, l_{ci} 는 이전 관절에서 링크 i 의

질량중심까지의 거리를 나타내고, I_i 는 링크 i 의 질량중심을 지나고, x 축방향을 가지는 축을 중심으로 한 링크 i 의 관성모멘트를 나타낸다. Fig 5.2 에서 빗금친 부분은 ZMP 영역을 나타내며, ZMP가 바깥쪽으로 벗어나게 된다면 불안정하게 되어 로봇이 넘어지게 된다.

여기서, 운동에너지를 계산하는데는 자코비안 식을 효과적으로 쓸 수가 있다. 링크 l_1 과 l_2 의 질량중심에서 속도를 구해야 되므로, 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 v_1 &= J_1 \dot{\theta} \\
 \begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -l_{c1} \sin \theta_1 \\ -l_{c1} \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \\
 \dot{y}_1 &= -l_{c1} \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 \\
 \dot{z}_1 &= l_{c1} \cos \theta_1 \dot{\theta}_2 \\
 \dot{v}_1 &= \dot{J}_1 \dot{\theta} + J_1 \ddot{\theta} \\
 \begin{pmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{z}_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -l_{c1} \cos \theta_1 \\ -l_{c1} \sin \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -l_{c1} \sin \theta_1 \\ l_{c1} \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \\
 \ddot{y}_1 &= -l_{c1} \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_{c1} \sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 \\
 \ddot{z}_1 &= -l_{c1} \sin \theta_1 \dot{\theta}_2 + l_{c1} \cos \theta_1 \ddot{\theta}_2 \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

$$x_2 = J_2 \dot{\theta}$$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \\
\dot{y}_2 &= \{-l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_1 - \{l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_2 \\
\dot{z}_2 &= \{l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_1 + \{l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_2 \\
\ddot{x}_2 &= J_2 \dot{\theta} + J_2 \ddot{\theta} \\
\begin{pmatrix} \ddot{y}_2 \\ \ddot{z}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -l_1 \cos \theta_1 - l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \\
&\begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \\
\ddot{y}_2 &= \{-l_1 \cos \theta_1 - l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_1 - \{l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_2 + \\
&\{-l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \ddot{\theta}_1 - \{l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \ddot{\theta}_2 \\
\ddot{z}_2 &= \{-l_1 \sin \theta_1 - l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_1 - \{l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \dot{\theta}_2 + \\
&\{l_1 \cos \theta_1 + l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \ddot{\theta}_1 + \{l_{c2} \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \ddot{\theta}_2 \tag{5.9}
\end{aligned}$$

가 된다.

따라서, 식(5,8), (5.9)에서 구한 각 링크 질량중심에서의 y축과 z축 방향의 가속도 성분을 앞서 유도한 ZMP방정식 (5.7)에 적용하여 ZMP 를 구할 수 있다.

5.2 동역학 방정식 유도

앞서 Fig. 5.2 에 대한 자코비안을 구하였다. 여기서 운동에너지의 병진부
는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}m_1v_{c1}^T v_{c1} + \frac{1}{2}m_2v_{c2}^T v_{c2} = \frac{1}{2}\dot{\theta}\{m_1J_1^T J_1 + m_2J_2^T J_2\}\dot{\theta} \quad (5.10)$$

다음으로 각속도 항들을 다루기 위해 기준 관성 좌표계로 각속도를 나타내면

$$\omega_1 = \dot{\theta}_1 i, \quad \omega_2 = (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) i \quad (5.11)$$

가 된다. 따라서 전체 시스템의 회전 운동에너지는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}\dot{\theta}^T \left\{ I_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + I_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \dot{\theta} \quad (5.12)$$

관성행렬 $D(\theta)$ 를 구성하기 위해 각각 식(5.10)과 (5.12)행렬 둘을 더하면
다음과 같다.

$$D(\theta) = m_1J_1^T J_1 + m_2J_2^T J_2 + \begin{bmatrix} I_1 + I_2 & I_2 \\ I_2 & I_2 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

위의 곱을 수행하고 표준삼각함등식 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ 과
 $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$ 를 쓰면

$$\begin{aligned} d_{11} &= m_1l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1l_{c2} \cos \theta_2) + I_1 + I_2 \\ d_{12} &= d_{21} = m_2(l_{c2}^2 + l_1l_{c2} \cos \theta_2) + I_2 \\ d_{22} &= m_2l_{c2}^2 + I_2 \end{aligned} \quad (5.14)$$

가 된다. 그리고 Christoffel 기호로 정의된 식 $c_{ijk} := \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial \theta_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial \theta_k} \right\}$

를 써서 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 c_{111} &= \frac{1}{2} \frac{\partial d_{11}}{\partial \theta_1} = 0 \\
 c_{121} &= c_{211} = \frac{1}{2} \frac{\partial d_{11}}{\partial \theta_2} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2 =: h \\
 c_{221} &= \frac{\partial d_{12}}{\partial \theta_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{22}}{\partial \theta_1} = h \\
 c_{112} &= \frac{\partial d_{21}}{\partial \theta_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{11}}{\partial \theta_2} = -h \\
 c_{122} &= c_{212} = \frac{1}{2} \frac{\partial d_{22}}{\partial \theta_1} = 0 \\
 c_{222} &= \frac{1}{2} \frac{\partial d_{22}}{\partial \theta_2} = 0
 \end{aligned}$$

각 링크에 대한 위치에너지는

$$\begin{aligned}
 V_1 &= m_1 g l_{c1} \sin \theta_1 \\
 V_2 &= m_2 g (l_1 \sin \theta_1 + l_{c2} \sin(\theta_1 + \theta_2)) \\
 V &= V_1 + V_2 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin \theta_1 + m_2 l_{c2} g \sin(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

이 된다. 따라서, 정의된 함수 $\phi_k = \frac{\partial V}{\partial \theta_k}$ 는

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \frac{\partial V}{\partial \theta_1} = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos \theta_1 + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 \phi_2 &= \frac{\partial V}{\partial \theta_2} = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

가 된다. 마지막으로 식 (3.7)의 동역학 방정식을 쓸 수 있다. 여러가지 양을 이 식에 대입하고, 0이 되는 항을 없애면

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= d_{11} \ddot{\theta}_1 + d_{12} \ddot{\theta}_2 + c_{121} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + c_{211} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 + c_{221} \dot{\theta}_2^2 + \phi_1 \\
 \tau_2 &= d_{21} \ddot{\theta}_1 + d_{22} \ddot{\theta}_2 + c_{112} \dot{\theta}_1^2 + \phi_2
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

가 된다

5.3 시뮬레이션 조건

앞서 유도한 ZMP 방정식과 동역학 방정식을 시뮬레이션하기 위해서 우선적으로 부드러운 궤적을 생성하는 t 에 대한 3차 궤적식으로 표현해야 된다. 따라서, 초기시간 t_i , 최종시간 t_f , 관절변수 θ_i 라고 한다면

$t_0 = 0$ 이고 $t_f = 1$ 초 이며

$$\dot{\theta}_0 = 0 \quad \dot{\theta}_1 = 0 \quad (5.18)$$

라고 가정하면 초기 위치 θ_0 로부터 1초 내에 최종 위치가 θ_1 이고 시작과 끝의 속도가 0이 되도록 설정하였다. 따라서 원하는 3차 다항식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= \theta_0 + 3(\theta_1 - \theta_0)t^2 - 2(\theta_1 - \theta_0)t^3 \\ \dot{\theta}_i(t) &= 6(\theta_1 - \theta_0)t - 6(\theta_1 - \theta_0)t^2 \\ \ddot{\theta}_i(t) &= 6(\theta_1 - \theta_0) - 12(\theta_1 - \theta_0)t \end{aligned} \quad (5.19)$$

여기서 초기 위치 $\theta_0 = 0^0$, 최종 위치 $\theta_1 = 10^0$ 일 때 궤적에 대한 위치, 속도, 가속도 곡선은 Fig. 5.3 , Fig. 5.4 , Fig. 5.5 과 같다.

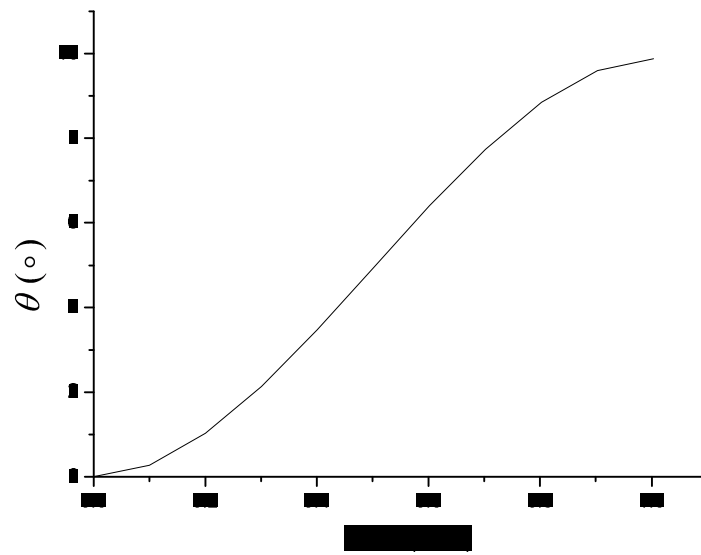


Fig 5.3 Position profile for cubic polynomial trajectory

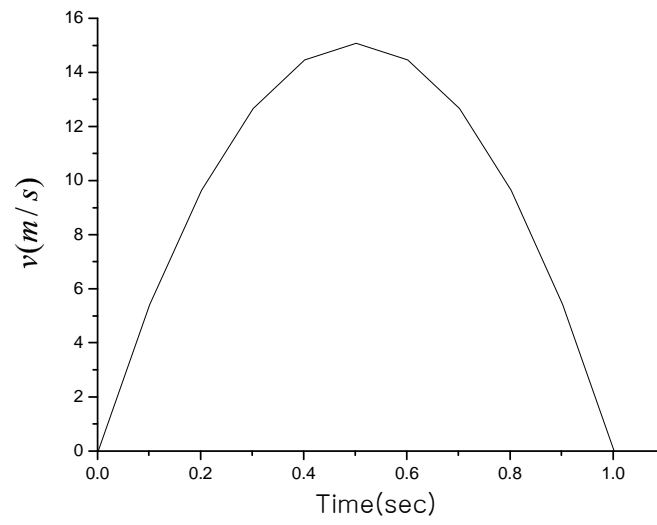


Fig 5.4 Velocity profile for cubic polynomial trajectory

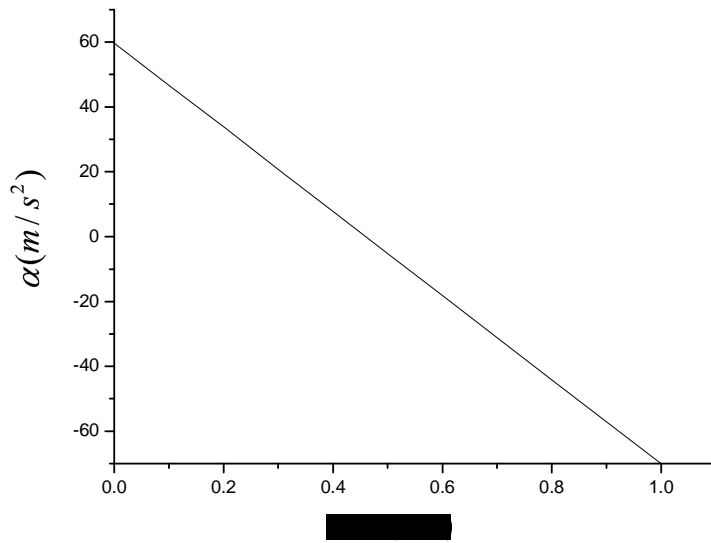


Fig 5.5 Acceleration profile for cubic polynomial trajectory

위 궤적함수에 의한 시뮬레이션을 하기 위해서 다음과 같이 조건을 정하면

$$\theta_{1i} = 0^0, \quad \theta_{1f} = 10^0 \quad : \text{초기값, 최종값}$$

$$\theta_{2i} = 0^0, \quad \theta_{2f} = -10^0 \quad : \text{초기값, 최종값}$$

$0 \leq t \leq 1$ 초 이며, 0.005 초씩 증분하였다.

따라서 식 (5.19)를 식 (5.17)에 대입하여 Table 5.1 의 실제 물성치값을 적용한 결과를 Fig 5.6 , Fig 5.7 에 나타내었다.

Table 5.1 Material properties for the simulation

	<i>Mass</i> (kg)	<i>Length</i> (m)	<i>Inertia</i> (kg · m ²)	<i>Gravity</i> (kg · m / s ²)
<i>Link1</i>	1.32	0.92 ($l_{c1} = 0.46$)	0.2793	9.81
<i>Link2</i>	4.08	0.68 ($l_{c1} = 0.12$)	0.0587	

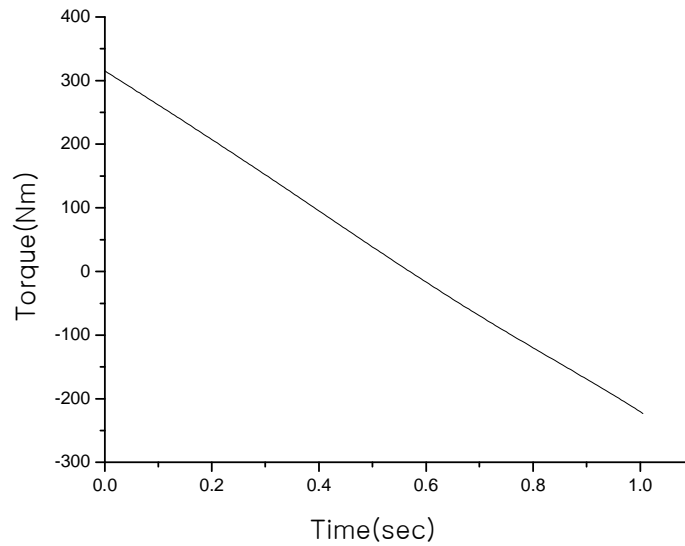


Fig 5.6 Driving torque of the Ankle

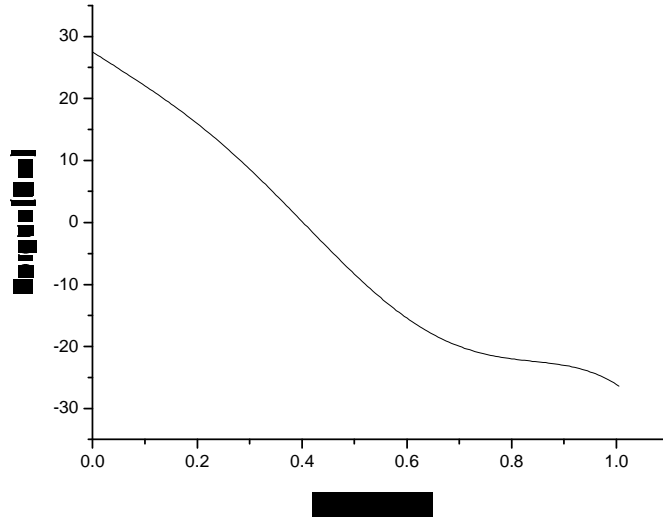


Fig 5.7 Driving torque of the waist

그리고, 식 (5.8)과 (5.9)식의 결과를 식 (5.7)에 대입하면

$$\begin{aligned}
 y_{zmp} &= y_1 - \frac{m_1 \ddot{y}_1 z_1}{m_1 (\ddot{z}_1 + g)} \\
 &= l_{c1} \sin \theta_1 - \frac{m_1 (-l_{c1} \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_{c1} \sin \theta_1 \ddot{\theta}_1) (l_{c1} \cos \theta_1)}{m_1 (-l_{c1} \sin \theta_1 \dot{\theta}_2 + l_{c1} \cos \theta_1 \ddot{\theta}_2 + g)}
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

가 된다. 마찬가지로 앞서 구한 방법으로 시뮬레이션한 결과는 다음과 같다.

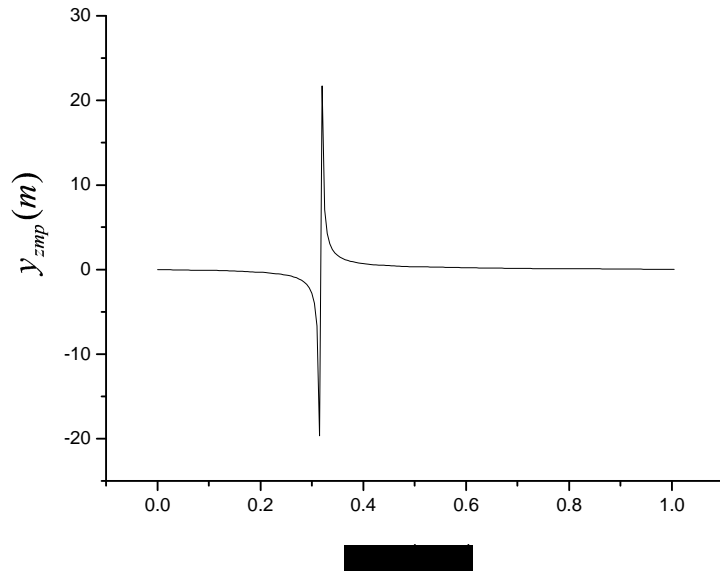


Fig 5.8 ZMP trajectory

Fig 5.8 과 같이 ZMP 궤적이 생성됨을 알수가 있다. 이는 보행시 안정된 동작을 나타낼 수가 있으며, 안정영역 밖을 벗어나게 되면 로봇이 불안정하게 되어 넘어지게 된다.

제 6 장 결 론

본 논문에서는 기존의 개발된 15자유도 이족보행로봇의 구조적 문제점을 보완하기 위해 설계 변경을 수행하였고, 개선된 형태의 이족보행로봇이 가지는 기구학적, 물리적 운동 특성을 고려하여 수학적 모델을 도출하였다.

제안한 모델은 기존의 모델이 가지는 물성치(질량, 관성모멘트)가 다르므로, 실제 보행시 중요한 역할을 하는 사절링크 구조의 관절형태의 기구학 및 동역학 방정식을 유도하였다. 또한, 현재 개선된 이족보행로봇에 사용된 구동기가 적합한지를 검증하기 위해서 하체부분에 피치(Pitch)운동을 하는 사절링크구조의 대퇴부관절, 무릎관절, 발목관절과 롤(Roll)운동을 하는 발목과 허리관절의 유동적인 부하토크를 구하는 일반적인 방정식을 유도하여서, 컴퓨터 시뮬레이션 결과 이론과 실제 적용의 타당성을 확인할 수가 있었다. 마지막으로, 발목관절과 허리관절의 롤(Roll)운동의 동역학 방정식을 유도하여 보행 동작중 지지부에 관한 동역학 해석을 수행하였고, 이를 검증하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션하여, 실제 보행시 적용의 합리성을 알 수가 있었다.

향후 연구 과제로는 실제 보행에 있어서 경사면이나, 계단을 오르내릴 수 있는 보다 안정된 보행을 위해서는 우선, 보행시 관절구동기의 부하토크에 영향을 끼치는 프레임의 무게를 줄이는 것이고, 볼나사 공간을 좀더 컴팩트(compact)하게 만들어야만 한다. 또한, 새로 설계한 총 10자유도 로봇 팔에 관한 동역학 방정식을 유도하여, 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 실제 적용의 합리성을 검증해 볼 필요가 있다. 아울러, 로봇 비전시스템을 이용하여 전방

보행시 장애물 회피 및 정확한 위치에 안정된 보행으로 걸어가서, 물건을 잡을 수 있고, 들 수 있는 형태의 연구가 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] M. Vukobratovic, A. A. Frank, and D. Juricic. *On the Stability of Biped Locomotion*. Proc. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-17, No.1, pp. 25~36, 1970.
- [2] M. Vukobratovic. *Mathematical Models of Legged Locomotion Robots*. Mihailo Pulpin Institute Beograd, 1975.
- [3] T. T. lee and J. Liao, "Trajectory Planning and Controlk of a 3-link Biped Robot", IEEE Robotics and Automation, pp. 820~823, 1988.
- [4] M. Cotsatis and C. Vibet, "Decoupled control for 2D N-link Biped Walking System", Robotics and Autonomous Systems 5 pp. 97~107, 1989.
- [5] J. Furusho and A. Sano, "Sensor-Based Control of a Nine-Link Biped." Int.J.Robot.Res., vol.9,No.2, pp.83~98, 1990.
- [6] C. Leslie Golliday and Hooshang Hemami, "An Approach to Analyzing Biped Loco-motion Dynamics and Designing Robot Locomotion Controls." IEEE, Transactions on Automatic Control, vol.AC-22, No.6, pp.963~972, 1977.
- [7] T. Chang and Y. Hurmuzlu, "Sliding Control without Reaching Phase and its Application to Bipedal Locomotion", J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 447~455, 1993.
- [8] 박인규, 김진결, 김기식, " 이족 보행 로봇을 위한 슬라이딩 제어기 설계", 한국정밀공학회지 제18권 제5호(2001년 5월), pp. 137~146, 2001.
- [9] Sun-Ho Lim and Jin-Geol Kim, "Biped Locomotion with Mechanical Compliance.", (In Korean) Korea Robotics and Automation Workshop Conference, pp.21~25, 1992.
- [10] Kawamura S. et al. "Realization of Biped Locomotion by Motion Pattern Learning.", (In Japanese) Journal of Robot Society of Japan vol.3, No.3, pp.177~180, 1985.
- [11] Ching-Long Shin, "Analysis of the Dynamics of a Biped Robot with

- Seven Degrees of Freedom.", IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3008~3013, 1996.
- [12] 임선호, "이족보행로봇 IWR-III의 균형점 제어구현에 관한 연구.", 인하대학교 대학원 논문집, 1999.
- [13] Kenneth J. Waldron, "Realization of Dynamic Biped Walking Stabilized with Trunk Motion Under Known External Force." Advanced Robotics, pp.299~310, 1989.
- [14] A. Takanishi, Y. Egusa, M. Tochizawa, M. Takeya, and I. Kato, "Realization of Dynamic Biped Walking Stabilized with Trunk Motion" RoManSy 7: Proc. Seventh CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators, A.Morecki, G.Bianchi and KoJaworek, Eds.Hermes, Paris, pp.68~79, 1990.
- [15] Jin-ichi YAMAGUCHI, Astuo TAKANISHI, and Ichiro KATO, "Development of a Biped Walking Robot Compensating for Three-axis Moment by Trunk Motion.", IEEE/RSJ Internal Conference on Intelligent Robots and System, pp.561~566, 1993.
- [16] M. Yamada, J. Furusho and A. Sano, "Dynamics Control of Walking Robot with Kick-Action.", ICAR, pp.405~412, 1985.
- [17] Kazuo Hirai, Masato Hirose, Yuji Haidawa and Toru Takenaka, "The Development of Honda Humanoid Robot.", International Conference on Robotics & Automation Proc. of IEEE, pp.1321~1326, 1998.
- [18] 김정엽, 박일우, 오준호, "인간형 로봇 플랫폼 KHR-2의 설계 및 하드웨어 집성", 대학기계학회 추계학술대회 논문집, pp. 579~584, 2004.
- [19] Hyeung-Sik Choi, Jung-Min Oh, Chang-Yeol Beak and Kyung-Sik Jung, "Development of a Biped Walking Robot Actuated by a Closed-Chain Mechanism.", ICASS 2003 , pp. 209~214, 2003.
- [20] 김창부, 조현석, "이족보행로봇의 궤적의 최적화 계획에 관한 연구", 한국정밀공학회지 제 15권 제 3호(1998년 3월), pp. 157~167, 1998.
- [21] 박인규, 김진걸, "이족보행로봇의 동적 보행계획과 역동역학 해석", 한국정밀공학회 제17권 제9호, pp. 133~144, 2000.

- [22] 노경곤, 공정식, 김진걸, 김기식, “ 유연한 보행 형태를 갖는 이족 보행 로봇의 걸음새 구현”, 한국정밀공학회지 제19권 제 7호, pp. 43~50, 2002.

감사의 글

인생에 있어서 성공할 수 있는 기회란 자주 오는 것이 아니라고 생각합니다. 하지만 성공을 위해서 부단히 노력하고 목표한 바를 성취했을 때 그것만큼 값진 일은 없는 거 같습니다. 저는 이 논문을 쓰면서 여러가지 많은 생각들을 하게 되었습니다. 제 자신에 대해서도 많은 반성을 하였고, 또한 인생에 있어서 항상 오르막길이 있으면 내리막길이 있듯이 힘들고 어려운 시기일수록 제곁에는 도움을 주는 친구와 선후배가 있었습니다. 그래서 논문이 완성되기까지 여러가지로 부족한 저한테 많은 도움을 주신 분들에게 감사의 마음을 전하고자 합니다.

우선 처음 실험실에 들어와서부터 현재 논문이 완성되기까지 부족한 저에게 항상 친자식처럼 때론 친구처럼 진심어린 충고를 해주셨고, 누구보다도 뒤지지 않는 엔지니어 감각을 키우기 위해서 밑거름이 되게 잘 지도해주신 최형식 교수님께 고개숙여 진심으로 감사를 드립니다. 그리고, 바쁘신 와중에도 논문 심사를 위해서 많은 조언과 충고를 해주신 왕지석 교수님과 조종래 교수님께도 감사를 드립니다.

지금까지 실험실 생활을 하면서 어렵고 힘들때마다 곁에서 위로해주고 잘챙겨주었고 현재 회사에서 열심히 근무하고 계시는 영식이형, 용현이형, 호식이형, 대원이형, 정민이형, 경식이형과 나의 사수이자 동기인 창열이, 항상 밝은모습으로 맡은바 소임을 잘하는 유신이, 정재, 창훈에게 감사의 맘을 전합니다. 또한 실험실에서 항상 서로 챙겨주고 노력하는 우리 동기 규득이랑 창만이, 앞으로 실험실을 잘 이끌어어나갈 정호, 주환, 상준, 병국, 성덕, 근화, 동연, 동찬, 경기, 종훈, 응주에게도 감사드리며, 더욱더 지금보다 잘할거라고 믿습니다.

그리고, 어려운 환경 속에서도 평생을 자식을 위해 입을거 먹을거 아껴가면서 힘들게 뒷바라지 해주신 아버지, 어머니께 진심으로 감사드리며, 사랑합니다. 장남으로써 집안을 걱정하고 동생인 저를 진심으로 걱정하며 도움을 줬던 우리형에게도 감사드립니다. 항상 학교생활하면서 뒷바라지 해주시고, 이뻐해주셨던 우리 외할머니께도 정말 감사드립니다. 군대갈 때부터 줄곧 걱정해주시고 챙겨주셨던 큰이모, 큰이모부, 막내이모, 막내이모부께도 감사를 드리며, 부산에 있으면서 조카를 위해서 걱정해주시고 신경써 주셨던 고모들께도 정말 감사를 드립니다.

또한 엔지니어 감각을 키우기 위해서 아낌없는 충고와 동생처럼 자상하게 해주신 김형희 사장님과 양표형에게도 감사의 마음을 전합니다.

대학교에 입학하면서 지금까지 줄곧 내결에서 신경 써준 친한 친구 상현이한테도 고맙다는 말을 전하고 싶고, 옆 실험실에 있으면서 여러가지로 도움을 주셨던 창열이 형과 경록이형, 태영이형, 종명이형, 원호형에게도 감사를 드리고, 내동기 종욱이랑 경식이한테도 감사의 맘을 전합니다. 학과 후배들이며 방과제 회원인 동근이형, 기동이, 김철, 수종, 진혁, 호영, 기열, 명희, 미영, 근수, 재환에게도 감사를 드립니다.

그리고 중학교때부터 지금까지 친구로써 의리를 지키며 항상 걱정해주고 도움을 줬던 친구 승엽이와, 정식이, 용교, 준협이, 영철이에게도 감사를 드립니다.

마지막으로 저에게 알게 모르게 도움과 지도를 해주신 다른 분들께도 진심으로 감사를 드리며, 회사에서 인정받고 능력있는 엔지니어가 되도록 더욱더 노력하는 공학도가 되겠습니다.

2004년 12월 31일

김 무 경 올림