

## 횡동요를 고려한 선박조종운동의 새로운 수학적모델에 관한 연구

손경호\* · 김용민<sup>1</sup>

한국해양대학교 해양시스템공학부  
<sup>1</sup>(주)한국소프트스페이스

### A Study on New Mathematical Model of Ship Manoeuvring Motion Taking Coupling Effect of Roll into Consideration

Kyoungho Sohn\* · Yongmin Kim<sup>1</sup>

Dept. of Ocean Systems Engineering, Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea  
<sup>1</sup>Korea Soft Space Inc., Seoul 152-766, Korea

#### ABSTRACT

A ship with small metacentric height or high speed vessel performs relatively large roll angles in her manoeuvring motion. Roll effect should be taken into consideration for accurate prediction of manoeuvring motion of such a ship[2]. This paper proposes a new mathematical model of ship manoeuvring motion taking coupling effect of roll into consideration. Some kinds of manoeuvring motion are simulated by computer, based upon the proposed model. The simulated results by proposed model are compared with those by existing model[4]. The proposed model here is found to be practical and useful for prediction of manoeuvring motion with roll effect.

**Key words:** Manoeuvring motion, Roll effect, Coupling motion, 4 degree of freedom, Metacentric height

#### 1. 서 언

일반적으로 선박의 조종운동은 전후동요(surge), 좌우동요(sway) 및 선수동요(yaw)의 3자유도 복합운동으로서 취급된다. 그 이유는 조타(steering) 또는 선속 변화에 기인하는 선박의 운동응답주파수가 대단히 낮기 때문에 다른 운동성분은 무시될 수 있기 때문이다. 그러나 상갑판 위에 화물을 다수 적재하는 컨테이너운반선과 같이 메타센터높이(metacentric height)가 작은 선박이나

고속선의 경우에는 조타에 기인하는 횡동요(roll)의 영향이 무시될 수 없는 것으로 지적되고 있다[1][2][3][4][5]. 따라서 이러한 경우에는 조종운동을 횡동요 영향을 고려하여 4자유도 운동으로서 다루어야 한다.

본 연구에서는 지금까지 여러 연구자에 의해 제안되어 있는 4자유도 조종운동 수학적모델을 검토 분석하고, 이들 실험자료를 재정리하여 보다 간결하고 실용적인 새로운 수학적모델을 제안한다. 아울러 기존의 수학적모델과 새로운 수학적모델에 의한 조종운동 시뮬레이션 결과를 비교 검토하여 본 연구에서 제안된 수학적모델의 유용성을 검증한다.

\* Corresponding author: Kyoungho Sohn  
Tel: 051-410-4303, Fax: 051-404-3538  
E-mail: sohnkh@hanara.hhu.ac.kr

#### 2. 횡동요를 고려한 조종운동 수학적모델



$$\begin{aligned}
 N_H' &= N_v' v' + N_r' r' + N_{\phi'}' \phi' + N_{vv'}' v'^3 \\
 &\quad + N_{vr'}' v'^2 r' + N_{rr'}' v' r'^2 \\
 &\quad + N_{rrr'}' r'^3 + N'(v', r', \phi) \\
 K_H' &= K_{\phi'}' \phi' - Y_H' \cdot z_H'
 \end{aligned} \tag{4}$$

여기서  $X'(\phi)$  는 횡동요각  $\phi$  에 기인하는 저항증가로서 다음과 같이 표시한다[4].

$$X'(\phi) = X_{\phi\phi}' \phi^2 \tag{5}$$

그리고  $\phi'$  는 횡동요각속도의 무차원치를 의미한다.  $Y'(v', r', \phi)$  와  $N'(v', r', \phi)$  는 조종운동시 횡동요각  $\phi$  에 기인하는 유체력을 의미하며, 본 연구에서는  $Y'(v', r', \phi)$  와  $N'(v', r', \phi)$  의 새로운 수학모델을 제안하는 데 목표를 두고 있다.

### (2) 프로펠러에 기인하는 유체력

$$X_p' = (1-t) T' / (\frac{1}{2} \rho L d V^2) \tag{6}$$

단,

$$\begin{aligned}
 T &= \rho n^2 D^4 K_T \\
 K_T &= a_1 + a_2 J_P + a_3 J_P^2 \\
 J_P &= u_p / (nD) = u(1-w_p) / (nD)
 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서  $K_T$  는 추력계수로서 전진계수  $J_P$  의 2차함수로 근사 표시한다.  $n$  은 매초당 프로펠러 회전수,  $D$  는 프로펠러 직경,  $u_p$  는 프로펠러 위치에서의 선속,  $w_p$  는 프로펠러 위치에서의 반류계수(wake fraction)이다.

### (3) 타에 기인하는 유체력

$$\begin{aligned}
 X_R' &= -(1-t_R) F_N' \sin \delta \\
 Y_R' &= (1+a_H) F_N' \cos \delta \\
 N_R' &= (x_R' + a_H x_H') F_N' \cos \delta \\
 K_R' &= -(1+a_H) z_R' F_N' \cos \delta \\
 &= -Y_{R'}' \cdot z_R'
 \end{aligned} \tag{8}$$

단,

$$\begin{aligned}
 F_N &= \frac{1}{2} A_R f_a V_R^2 \sin \alpha_R \\
 f_a &= 6.13 \lambda / (\lambda + 2.25) \\
 \alpha_R &= \delta - \gamma(\beta - l_R' r') \\
 V_R &= \sqrt{u_R^2 + v_R^2} \\
 u_R &= \epsilon n P \sqrt{1 - 2(1 - \eta k)s + (1 - \eta k(2 - k))s^2} \\
 v_R &= u_R \tan\{\gamma(\beta - l_R' r')\} \\
 \epsilon &= (1 - w_R) / (1 - w_p) \\
 k &= 0.6 / \epsilon \\
 w_p &= w_{p0} \exp(-4.0(\beta - x_p' r')^2) \\
 w_R &= w_{R0} \cdot w_p / w_{p0} \\
 \eta &= D / H \\
 s &= 1 - u_p / (nP)
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서  $P$  는 프로펠러 핏치,  $w_{p0}$ ,  $w_{R0}$  는 각각 정상직진시의 프로펠러 위치에서의 반류계수 및 타위치에서의 반류계수를 의미한다.  $A_R$  은 타면적,  $\lambda$  는 타의 종횡비,  $H$  는 타의 높이를 나타낸다. 그리고  $t_R$ ,  $a_H$ ,  $x_H$  등은 타와 선체의 상호간섭효과를 나타내는 실험계수이다.  $x_R'$ ,  $z_R'$  는 각각 타직압력  $F_N$  의 작용점의  $x$ ,  $z$  좌표의 무차원값을 나타낸다.  $\gamma$  는 정류계수,  $l_R'$  는 실험계수이다.

## 2.2 횡동요각에 기인하는 유체력의 수학모델

지금까지, 횡동요각에 기인하는 유체력의 수학모델에 관한 연구는 Eda[2], Hirano[3], Sohn[4], Kijima[5] 등에 의해 연구되었다. 먼저 이들 각각의 연구결과를 간단히 검토해 보고, 아울러 새로운 수학모델을 제안하고자 한다.

### (1) Eda 모델

Eda는 조종운동에 미치는 횡동요의 영향으로서  $Y_{\phi}' \phi$ ,  $N_{\phi}' \phi$  항만을 제안하였는데[2], 대각도 조종운동시 선형항만으로서 횡동요 영향을 정확하게 고려하는 데에는 부적절하다고 판단된다.

### (2) Hirano 모델

$$\begin{aligned}
 Y'(v', r', \phi) &= Y_{\phi}' \phi + Y_{v|\phi}' v' |\phi| \\
 &\quad + Y_{r|\phi}' r' |\phi|
 \end{aligned}$$

$$N'(v', r', \phi) = N_{\phi}' \phi + N_{v|\phi}' v' |\phi| + N_{r|\phi}' r' |\phi| \quad (10)$$

식(10)으로 표시되는 Hirano 모델[3]의 경우, 횡동요각  $\phi$ 에 절대치 기호가 있으므로 만약  $v'$  또는  $r'$ 가 일정한 경우,  $\phi > 0$ 일 때의 횡방향힘과  $\phi < 0$ 일 때의 횡방향힘이 서로 같다고 간주된다. 이러한 현상은 선수동요 모우먼트의 경우에도 마찬가지이다. 따라서 Hirano 모델은 조종운동시 횡동요에 기인하는 좌우선체의 비대칭 영향을 반영하고 있지 못하므로 불합리하다고 판단된다.

**(3) Sohn 모델**

$$Y'(v', r', \phi) = Y_{\phi}' \phi + Y_{vv\phi}' v'^2 \phi + Y_{v\phi\phi}' v' \phi^2 + Y_{rr\phi}' r'^2 \phi + Y_{r\phi\phi}' r' \phi^2$$

$$N'(v', r', \phi) = N_{\phi}' \phi + N_{vv\phi}' v'^2 \phi + N_{v\phi\phi}' v' \phi^2 + N_{rr\phi}' r'^2 \phi + N_{r\phi\phi}' r' \phi^2 \quad (11)$$

식(11)로 표시되는 Sohn 모델[4]의 경우, 유체력의 구성이 Fig. 2와 같으며 조종운동시 횡동요에 기인하는 선체의 좌우 비대칭 영향을 잘 반영하고 있으나, 수학모델의 비선형항이 많아서 비실용적이라고 판단된다.

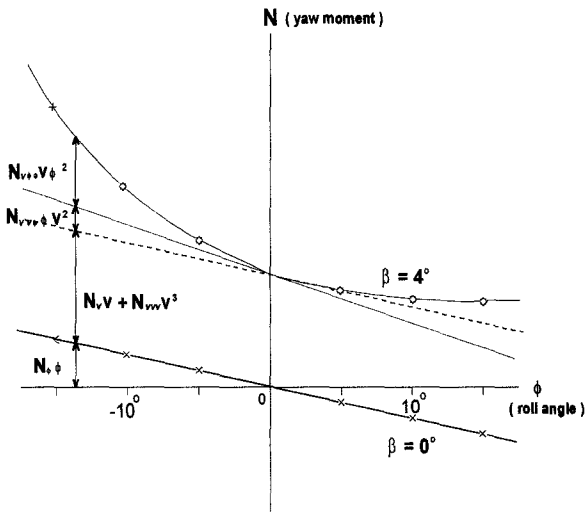


Fig. 2. 유체력의 구성 ( $\beta = -v'$ ).

**(4) Kijima 모델**

$$Y'(\beta, r', \phi) = Y_{\phi}' \phi + Y_{\beta\phi}' \beta \phi + Y_{r\phi}' r' \phi + Y_{\beta\beta\phi}' \beta |\beta| |\phi| + Y_{rr\phi}' r' |r'| \phi + Y_{\beta\beta r\phi}' \beta^2 r' |\phi| + Y_{\beta r r \phi}' \beta r'^2 \phi$$

$$N'(\beta, r', \phi) = N_{\phi}' \phi + N_{\beta\phi}' \beta \phi + N_{r\phi}' r' \phi + N_{\beta\beta\phi}' \beta |\beta| |\phi| + N_{rr\phi}' r' |r'| \phi + N_{\beta\beta r\phi}' \beta^2 r' |\phi| + N_{\beta r r \phi}' \beta r'^2 \phi \quad (12)$$

식(12)로 표시되는 Kijima 모델[5]의 경우, 조종운동시 횡동요에 기인하는 선체 좌우 비대칭 영향을 반영하고 있으나, Sohn 모델과 마찬가지로 수학모델의 비선형항이 많아서 비실용적이라고 판단된다. 단, Kijima 모델에서는 운동변수  $v'$  대신 사항각  $\beta$ 를 사용하고 있다.

**(5) 새로운 수학모델의 제안**

본 연구에서는 지금까지 타 연구자들에 의해 수행된 횡동요시의 구속모형시험 결과[1],[4],[5]를 검토 분석하여 보다 실용적이고 간편한 수학모델을 제안하고자 한다.

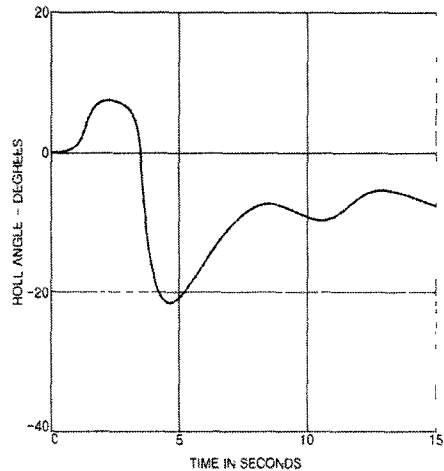


Fig. 3. Roll-angle time records for a starbord turn[6].

일반적으로 선박이 조타(steering)에 의해 선회운동을 하게 되면 횡동요각은 시간에 따라 Fig. 3과 같이 변화

한다[6]. 선회초기의 짧은 과도시간을 제외하면 운동파라미터  $v'$ ,  $r'$ ,  $\phi$ 의 부호는 다음과 같이 변화한다.

● 우선회시

$$r' > 0, v' < 0 (\beta > 0), \phi < 0$$

● 좌선회시

$$r' < 0, v' > 0 (\beta < 0), \phi > 0$$

즉, 횡동요각은 외측경사를 일으키도록 작용한다. 따라서 선박의 조종운동에 있어서 고려해야 할 영역은 상기와 같이 우선회시(starboard turn)와 좌선회시(port turn)의 두 영역으로 구분하여 생각할 수 있다. Inoue[1], Sohn[4], Kijima[5]에 의한 횡동요시의 구속모형실험 결과를 Figs. 4~7과 같이 재정리한다.

Fig. 4로부터 횡동요시  $v'$ 에 기인하는 유체력  $Y'(v', \phi)$ 를 다음과 같이 표시할 수 있다. 먼저  $\phi < 0$  일 때 즉, 우선회시에는

$$\begin{aligned} Y'(v', \phi) &= Y'_v (1 + 0.2853 \phi) v' \\ &= Y'_v v' + 0.2853 Y'_v v' \phi \end{aligned}$$

이렇게 표시했을 때 음(-)의  $\phi$  값이 커질수록 양(+)의  $Y'$  값은 작아진다. 좌선회시( $\phi > 0$ )에는

$$Y'(v', \phi) = Y'_v v' - 0.2853 Y'_v v' \phi$$

로 표시된다. 이때에는 양(+)의  $\phi$  값이 커질수록 음(-)의  $Y'$  값은 작아진다. 상기 두 경우를 하나의 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y'(v', \phi) &= Y'_v v' + 0.2853 Y'_v |v'| \phi \\ &= Y'_v v' + Y_{v\phi}' |v'| \phi \end{aligned} \quad (13)$$

단,

$$Y_{v\phi}' = 0.2853 Y'_v$$

이상의 고찰 결과, 횡동요시  $v'$ 와  $r'$ 에 기인하는 유체력의 수학모델을 다음과 같이 제안한다.

$$\begin{aligned} Y'(v', r', \phi) &= Y'_\phi \phi + Y_{v\phi}' |v'| \phi \\ &\quad + Y_{r\phi}' |r'| \phi \\ N'(v', r', \phi) &= N'_\phi \phi + N_{v\phi}' |v'| \phi \\ &\quad + N_{r\phi}' |r'| \phi \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $Y_{v\phi}'$ ,  $Y_{r\phi}'$ ,  $N_{v\phi}'$ ,  $N_{r\phi}'$  등 간섭유체력미계수는 Figs. 4~7에서의 평균기울기(mean slope)와  $v'$  또는  $r'$ 와 관련된 선형 유체력미계수들의 곱으로 표시된다.

한편,  $N_{r\phi}'$ 의 값을 결정하는 과정에서 Fig. 7의 평균기울기값을 사용하지 않고 Kijima의 실험결과를 사용하기로 한다. 왜냐하면 Inoue의 실험 결과는 다소 기울기가 큰 경향이 있었고 다음과 같이 검증하였을 때 평균기울기값을 이용하면 추정치와 상당한 차이를 보인다는 것을 알 수 있었기 때문이다.

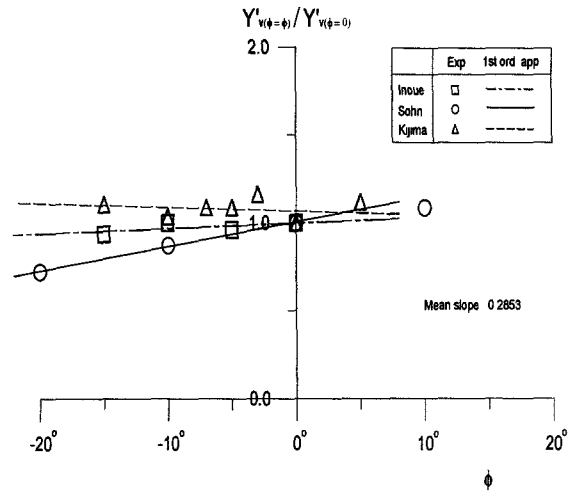


Fig. 4. Linear derivative  $Y'_v$  as function of roll angle while starboard turn.

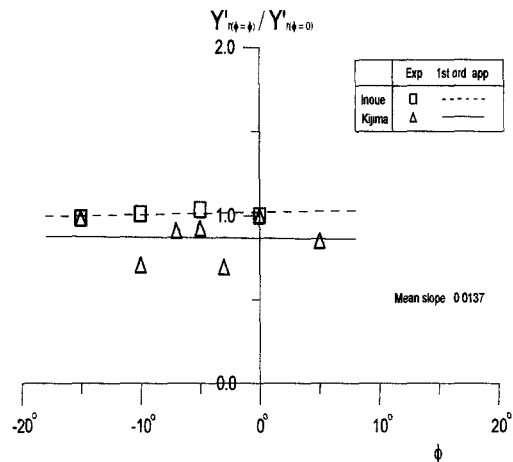


Fig. 5. Linear derivative  $Y'_r$  as function of roll angle while starboard turn.

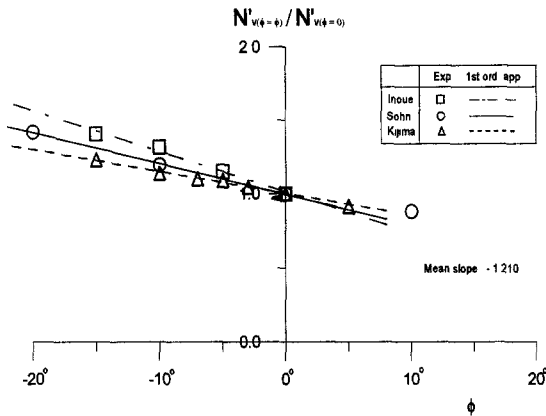


Fig. 6. Linear derivative  $N'_v$  as function of roll angle while starboard turn.

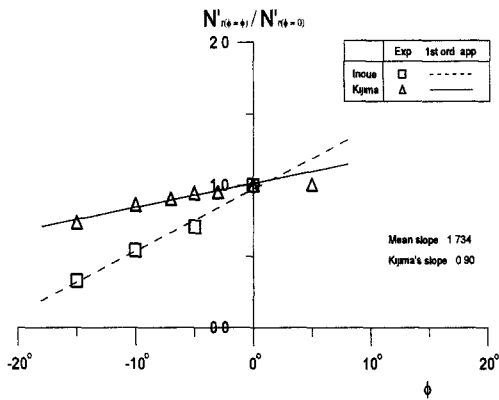


Fig. 7. Linear derivative  $N'_{r\phi}$  as function of roll angle while starboard turn.

본 연구에서 조종운동 시뮬레이션 검증에 이용한 SR-108 컨테이너운반선(Table 1)의  $N'_r$ 와  $N'_v$ 의 구축 모형실험 결과값은 다음과 같다[4].

$$N'_r = -0.0457, \quad N'_v = -0.07936$$

(i) 평균기울기(mean slope) 사용시

$$\begin{aligned} N'_{r\phi} &= 1.734 \times N'_r \\ &= 1.734 \times (-0.0457) \approx -0.07924 \end{aligned}$$

(ii) Kijima 실험치 사용시

$$\begin{aligned} N'_{r\phi} &= 0.90 \times N'_r \\ &= 0.90 \times (-0.0457) \approx -0.0411 \end{aligned}$$

(iii) 추정치

일반적으로 선박의 조종운동시  $v'$ 와  $r'$ 의 관계는 다음과 같이 표시되며 이 관계를 동시편류현상(simultaneous drifting phenomenon)이라고 한다.

$$v' = -l'_p \cdot r'$$

여기서  $l'_p$ 는 정상선회시의 피봇팅포인트(pivoting point)의  $x$ 좌표의 무차원치( $l'_p = l_p/L$ )로서, 보통  $l'_p \approx 0.45 \sim 0.5$ 의 값을 취한다[7].

$$\begin{aligned} N_{r\phi}' &= \frac{\partial^2 N'}{\partial r' \partial \phi} \\ &= -l'_p \times \frac{\partial^2 N'}{\partial v' \partial \phi} = -l'_p \cdot N_{v\phi}' \end{aligned}$$

즉,

$$\begin{aligned} N_{r\phi}' &= -0.45 \times (-1.21 \times N'_v) \\ &= (-0.45) \times (-1.21) \times (-0.07936) \\ &\approx -0.0432 \end{aligned}$$

상기 (ii), (iii)의 결과는 거의 일치하지만, (i), (iii)의 결과는 차이를 보이고 있다. 따라서 본 연구에서는  $N_{r\phi}'$ 의 값을 결정할 때에만 Kijima의 실험치를 이용하기로 한다.

### 3. 수치계산 및 고찰

본 연구에서 제안된 조종운동시 횡동요에 기인하는 유체력에 관한 새로운 수학모델의 유용성을 확인 검증하기 위해서, SR-108 컨테이너운반선에 대한 조종운동 수치계산 시뮬레이션을 수행하였다. 대상 선박의 주요목과 정면도는 각각 Table 1과 Fig. 8과 같다.

메타센터높이(GM) 0.3m, 0.5m, 3.0m에 대한 선회 궤적과 횡동요각, 지그자그시험의 궤적과 횡동요각 그리고 정상선회시의 스파이럴특성 등을 비교하였다. 계산 결과는 Figs. 9~16에 나타냈으며, 본 연구에서 제안된 수학모델과 기존의 수학모델[4]에 의한 각각의 계산결과를 비교하였다. 본 연구에서 제안된 수학모델은 비교적 간편하면서도 기존의 복잡한 수학모델[4]과 계산 정도(精度) 면에서 크게 차이가 나지 아니함을 알 수 있었다.

Table 1. Principal dimensions of SR-108 container ship.

Hull		Rudder	
Length B.P.	175.0 m	Area	33.0376 m <sup>2</sup>
Breadth	25.4 m	Height	7.7583 m
Draft	8.5 m	Aspect ratio	1.8219
Disp. Vol.	21222 m <sup>3</sup>	Area ratio	1/45.0
KM	10.39 m	Propeller	
KB	4.6154 m	Diameter	6.533 m
C <sub>B</sub>	0.559	Pitch ratio	1.009
C <sub>P</sub>	0.580	Expanded area	0.67
C <sub>W</sub>	0.686	ratio	
C <sub>M</sub>	0.966	Boss ratio	0.18
LCB from FP	0.518 L	Number of blade	5

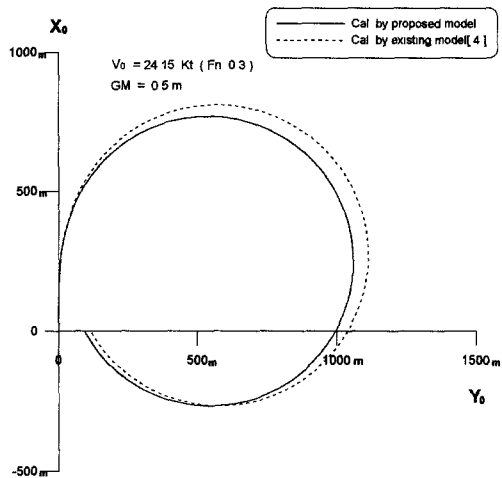


Fig. 10. turning trajectory ( GM = 0.5 ).

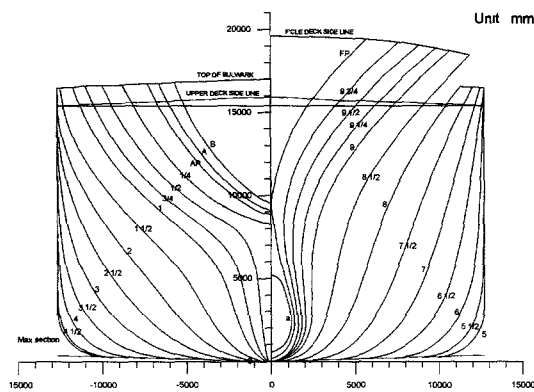


Fig. 8. Body plan of SR-108 container ship.

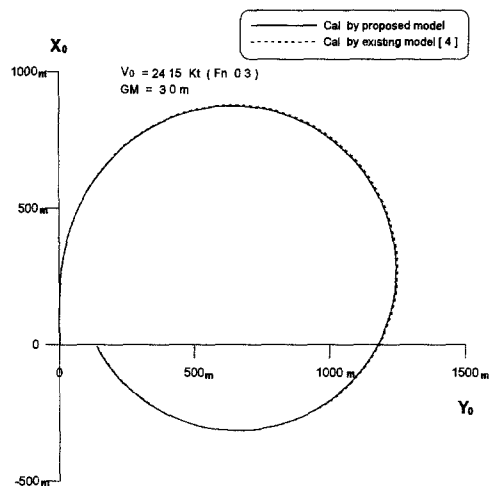


Fig. 11. turning trajectory ( GM = 3.0m ).

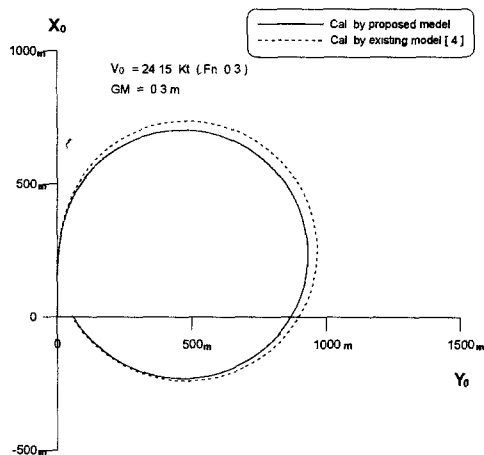


Fig. 9. turning trajectory ( GM = 0.3 ).

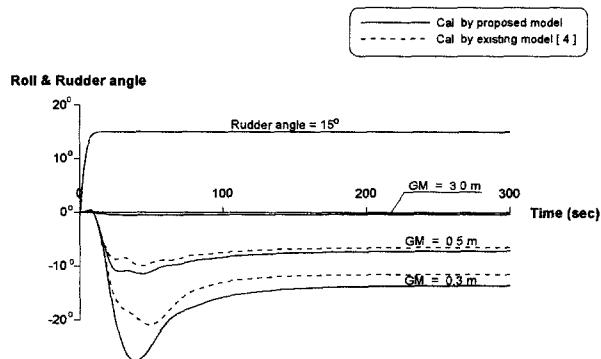


Fig. 12. Variation of roll angle in turning.

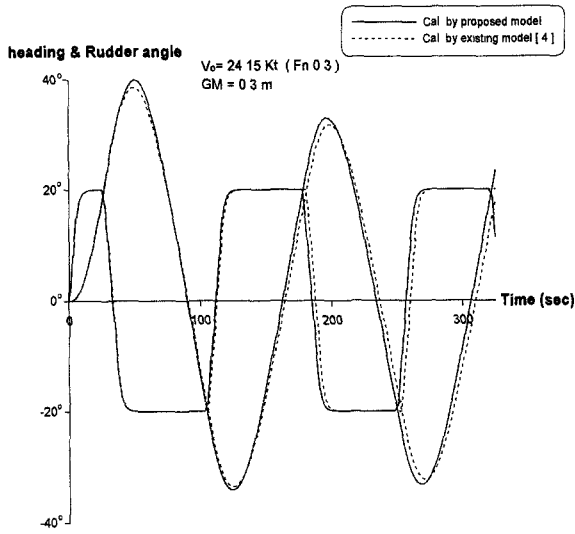


Fig. 13. 20° / 20° Zigzag manoeuvre ( GM = 0.3m ).

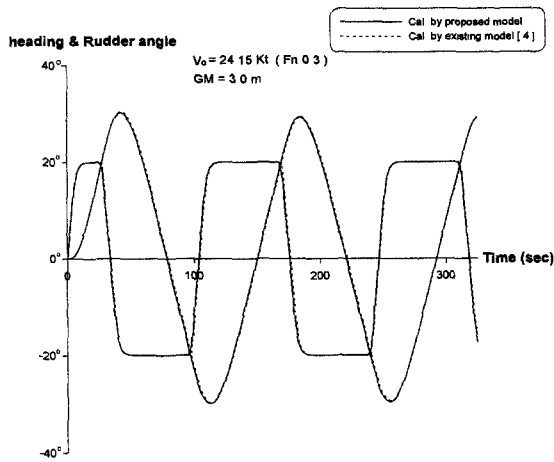


Fig. 14. 20° / 20° Zigzag manoeuvre ( GM = 3.0m ).

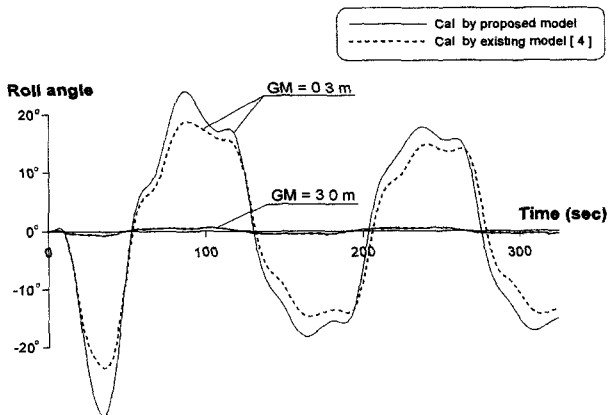


Fig. 15. Variation of roll angle in Zigzag manoeuvring.

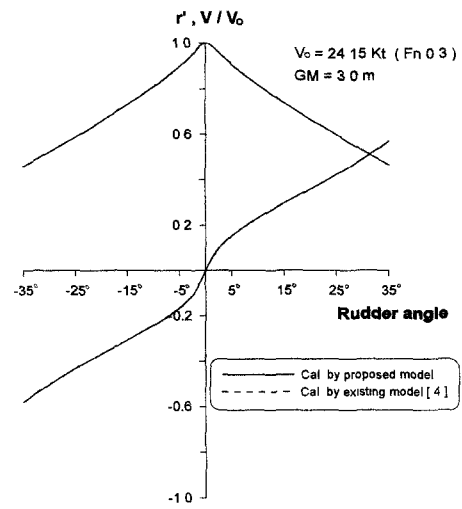
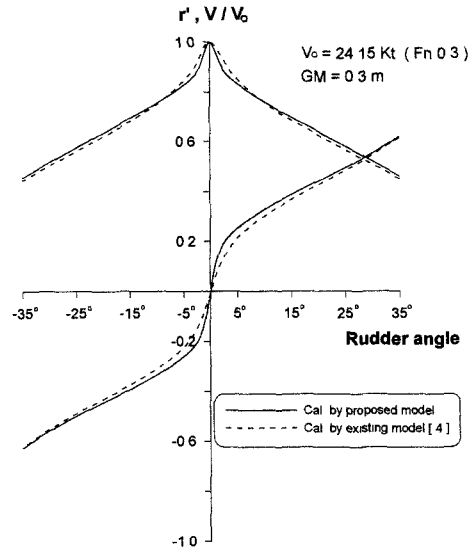


Fig. 16. Spiral characteristics.

## 5. 결 언

본 연구에서는 선박의 4자유도 조종운동의 추정 기법에 대하여 논하였다. 3자유도 운동방정식에 횡동요의 영향을 추가함으로써 조종운동을 보다 정확하게 추정할 수 있었고, 이 추가항에 대한 새로운 모델을 제안하였다. 아울러 본 연구에서 제안된 수학모델을 포함한 4자유도 운동방정식을 이용하여 조종운동 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과, GM이 작은 선박의 경우 조종성능을 보다 정확하게 추정할 수 있었다. 그리고 본 연구에서 제안된 수학모델은 기존의 수학모델[4]에 의한 시뮬레이션 결과와 약간의 차이는 있으나 간편하면서도 실용적인 수학모델임을 확인할 수 있었다.



## 후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (R01-2000-000-00320-0(2002)) 지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

1. Inoue, S. 1979. "Hydrodynamic Derivatives of Ship Maneuvering Motion at Heeled Condition". Technical Report. SP80, Technical Committee of the West-Japan Society of Naval Architects.
2. Eda, H. 1980. "Rolling and Steering Performance of High Speed Ships" .. The 13th Symposium on Naval Hydrodynamics, Tokyo.
3. Hirano, M. 1980. "A Calculation of Ship Turning Motion Taking Coupling Effect Due to Heel into Consideration". 西部造船會會報 第59號.
4. Sohn, K. 1981. "On the Coupled Motion of Steering and Rolling of a High Speed Container Ship" 日本造船學會論文集 第150號.
5. Kijima, K. 1996. "Influence of Roll Motion on Ship Manoeuvrability" 西部造船會會報, 第93號.
6. Lewis, E. 1989. "Principles of Naval Architecture", 2nd Revision, Volume III Motions in Waves and Controllability, page 213, Published by SNAME, USA.
7. Yoshimura, Y. 1978. "Modeling of Manoeuvring Behaviour of Ships with Propeller Idling, Boosting and Reversing", 日本造船學會論文集, 第144.