

확률밀도 함수를 이용한 피로균열 발생수명 예측을 위한 연구

권재근*

A Study on the Prediction of Fatigue Life by use of Probability Density Function

Jae - Geun Kwon

Abstract

The estimation of fatigue life at the design stage is very important in order to arrive at feasible and cost effective solutions considering the total lifetime of the structure and machinery components.

In this study the practical procedure of prediction of fatigue life by use of cumulative damage factors based on Miner-Palmgren hypothesis and probability density function is shown with a 135,000m³ LNG tank being used as an example. In particular the parameters of Weibull distribution that determine the stress spectrum are discussed. At the end some of uncertainties associated with fatigue life prediction are discussed.

The main results obtained from this study are as follows :

1. The practical procedure of prediction of fatigue life by use of cumulative damage factors expressed in combination of probability density function and S-N data is proposed.
2. The calculated fatigue life is influenced by the shape parameter and stress block. The conservative fatigue design can be obtained when using higher value of shape parameter and the stress blocks divided into more stress blocks.

* 한국해양대학교 대학원 기관공학과 석사과정 재료공학전공

1. 서론

구조물, 기계부품 등의 설계단계에서 안전수명설계의 관점에서 피로균열의 발생수명을 예측하는 것은 설계수명의 확보, 생산공정에 대한 경제성 확보, 정기적인 검사 또는 점검 주기의 결정 등의 측면에서 중요하게 취급되고 있다. 피로균열 발생수명을 평가하기 위하여 설계단계에서 설계수명 동안 부가되는 예상 하중에 의한 누적손상을 선형적으로 합산하여 선형누적손상계수(C_w)를 계산하고 이 값에 일정한 안전율을 고려하는 기법이 일반화되어 있고 또한, 전용의 전산프로그램이 일부 시판되고 있다¹⁾. 본 연구에서는 확률밀도함수를 이용하여 C_w 의 계산 기법을 제시하고 이 기법에 의한 C_w 계산 결과를 선급규칙(또는 IGC Code)에 따른 계산 결과와 비교하고 또한, 이 기법을 이용하는 경우 C_w 에 영향을 미치는 요소에 대하여 논한다.

2. 이론해석

2.1 선형누적손상계수의 이론해석

구조물이나 기계부품의 설계수명동안 가해진 각각의 응력범위에 의한 누적손상을 선형적으로 합산하는 것을 선형누적손상계수(Cumulative damage factor, 이하 C_w 라 한다)라고 하며 C_w 는 식(2.1)과 같이 쓸 수 있다.

$$C_w = \sum \frac{n_i}{N_i} \dots\dots\dots (2.1)$$

이 식은 통상 Miner-Palmgren의 가설²⁾이라고 알려져 있으며 피로파괴는 $C_w = 1.0$ 이 되었을 때 발생한다고 가정한다. 여기서, N_i 는 각각의 응력범위가 단독으로 부가되어 피로파괴가 발생했을 때까지의 사이클 수이고 n_i 는 예상설계수명 동안 각각의 응력범위가 부가된 사이클 수이다.

2.2 확률밀도함수의 이론해석

구조물에 Fig.2.1와 같이 응력이 부가되는 경우 각각의 응력범위 ($\Delta\sigma$)에 대한 반복수(n_i)를 히스토그램으로 나타내면 Fig.2.2와 같이 된다. 이 그림에서 일정 시간 T 동안 각각의 응력범위를 Weibull분포로 가정하고 확률밀도함수($f(\Delta\sigma)$)로 정의하면 식 (2.2)와 같다.

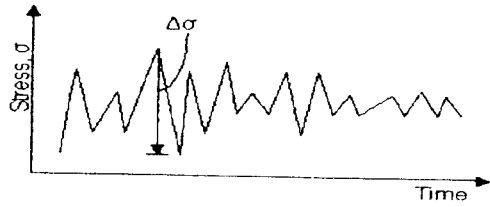


Fig. 2.1 Random stress history

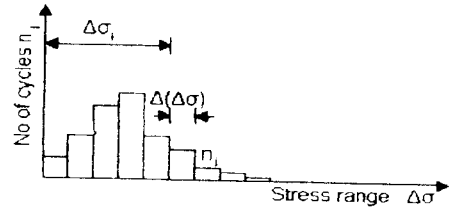


Fig. 2.2 Frequency of stress ranges

$$f(\Delta\sigma) = \frac{d}{d(\Delta\sigma)} \exp\left\{-\left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^h\right\} \dots\dots\dots (2.2)$$

여기서, q 는 일정 시간 T 동안 최대 응력범위 $\Delta\sigma_{\max}$ 가 발현하는 척도를 나타내는 계수로써 예상 설계수명동안 총 사이클 수 n_0 가 가해진다면 $\Delta\sigma_{\max}/(\ln n_0)^{1/h}$ 로 표현된다. 그리고 h 는 예상 설계수명동안 각각의 응력범위 $\Delta\sigma$ 가 발현하는 상대적인 분포를 나타내는 형상계수로써 h 값이 크면 클수록 피로파괴에 이르는 사이클 수도 크다.

2.3 확률밀도함수를 이용한 피로균열 발생수명 예측에 관한 이론해석

구조물이나 기계부품에 설계수명동안 어떤 응력범위 $\Delta\sigma$ 로 총 사이클 수 n_0 가 반복적으로 부가되는 경우 응력범위 $\Delta\sigma$ 와 $\Delta\sigma + d\Delta\sigma$ 에서의 사이클 수는 $n_0 f(\Delta\sigma) d\Delta\sigma$ 로 되고 C_w 는 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$C_w = \int_0^{\infty} n_0 \frac{f(\Delta\sigma)}{N(\Delta\sigma)} d\Delta\sigma \dots\dots\dots (2.3)$$

여기서, $N(\Delta\sigma) = a \Delta\sigma^{-m}$ 은 S-N 곡선을 수식으로 나타낸 것으로써 $N(\Delta\sigma)$ 는 일정한 응력범위 $\Delta\sigma$ 에서의 파단까지의 사이클 수이고 m 은 S-N 곡선의 기울기이며 a 는 S-N곡선의 절편이다. 식(2.2)와 식(2.3)을 조합하면 C_w 는 다음 식과 같이 된다.

$$C_w = \frac{n_0}{a} \int_0^{\infty} \Delta\sigma^m \left(\frac{h}{q}\right) \left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^{h-1} \exp\left[-\left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^h\right] d\Delta\sigma \dots\dots\dots (2.4)$$

또한, $t = \left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^h$ 로 정의하고 Γ 함수를 도입하면 식(2.4)는 식(2.5)와 같다.

$$C_w = \frac{n_0}{a} q^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{h}\right) \dots\dots\dots (2.5)$$

한편 예상설계수명 동안 일정한 응력범위 $\Delta\sigma$ 가 발현하는 확률은 식(2.6)과 같이 쓸 수 있다.

$$Q(\Delta\sigma) = 1 - \int_0^{\Delta\sigma} f(\Delta\sigma) d\Delta\sigma \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

식(2.2)를 식(2.6)에 대입하여 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$Q(\Delta\sigma) = \exp\left[-\left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^h\right] \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

예상설계수명 동안 가해지는 총 사이클 수 n_0 가 가해질 때 최고 응력범위 $\Delta\sigma_{\max}$ 의 발현확률은 식(2.8)과 같이 된다.

$$Q(\Delta\sigma) = \exp\left[-\left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_{\max}}\right)^h \ln n_0\right] \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

그러므로 최고 응력범위 $\Delta\sigma_{\max}$ 가 결정되면 그 이하의 어떤 응력범위의 발현수는 식(2.9)과 같이 쓸 수 있다.

$$n = \exp\left[-\left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_{\max}}\right)^h \ln n_0\right] n_0 \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

여기서, n 는 예상설계수명 동안에 부과될 수 있는 어떤 응력 범위 $\Delta\sigma$ 에서의 사이클 수이고 $\Delta\sigma_{\max}$ 는 설계수명동안의 총 사이클 수 n_0 동안에 발현하는 최대 응력 범위를 나타낸다.

최종적으로 식(2.5)에서 q 를 제거하고 확률밀도함수를 이용하여 C_w 를 나타내면 다음 식과 같다.

$$C_w = \frac{n_0}{a} \frac{\Delta\sigma_{\max}^m}{(\ln n_0)^{m/h}} \Gamma\left(\frac{1+m}{h}\right) \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

2.4 선형누적손상계수(C_w)에 영향을 미치는 요소

2.4.1 평균응력(Mean stress)의 영향

구조물이나 기계부품은 운전중에 일정한 정하중과 동하중을 받게 된다. 선박의 경우 적재화물 중량 및 자중에 의한 정하중이 평균적으로 부가되고 속력, 해상상태, 선체의

응답특성 등에 따라 동하중이 부가된다고 할 수 있다. 그러나 C_w 의 계산에 이용되는 S N Data는 해당 부위의 실제 평균응력하에서 시험하여 얻은 값을 이용하는 것이 아니라 평균응력 0으로 하여 얻은 피로시험 data를 이용하므로 C_w 의 계산 결과는 실제보다 적게 계산되어 위험쪽 (Non-conservative)의 평가가 된다. 이러한 평균응력의 영향을 고려하여 임의의 응력진폭(S_{ac})을 계산하기 위해 다음과 같은 여러 가지의 모델이 제안되고 있다.³⁾

1) Modified Goodman relation :

$$S_{ac} = S_{aN} \left(1 - \frac{S_m}{S_u} \right) \dots\dots\dots (2.11)$$

2) Gerber relation :

$$S_{ac} = S_{aN} \left[1 - \left(\frac{S_m}{S_u} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (2.12)$$

3) Soderberg relation :

$$S_{ac} = S_{aN} \left(1 - \frac{S_m}{S_y} \right) \dots\dots\dots (2.13)$$

2.4.2 응력 집중계수(K_t)의 영향

응력집중계수는 구조물의 형상, 초기 결함 또는 용접형상에 의한 형상의 불연속성에 큰 영향을 받으며 형상이나 종류에 따라 응력집중계수가 다르다.

1) 어깨 필릿을 가진 판의 응력 집중계수⁴⁾

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nominal}}, \quad \sigma_{nominal} = \frac{P}{ct}$$

여기서, P 는 판에 가해지는 인장력이고 c 는 판의 목 부분의 폭이며 t 는 판의 두께이다.

2) 어깨 필릿을 가진 봉의 응력 집중계수⁴⁾

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nominal}}, \sigma_{nominal} = \frac{P}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

여기서, P 는 봉에 가해지는 인장력이고 D 는 봉의 목부분의 직경이다.

3) 모서리를 원형으로 다듬질한 4각 hole 에서의 응력집중계수⁵⁾

응력집중계수는 4각 hole 모서리부의 곡률반경 형태 및 hole의 가로에 대한 세로의 길이 비에 따라 Fig.2.3과 같다.

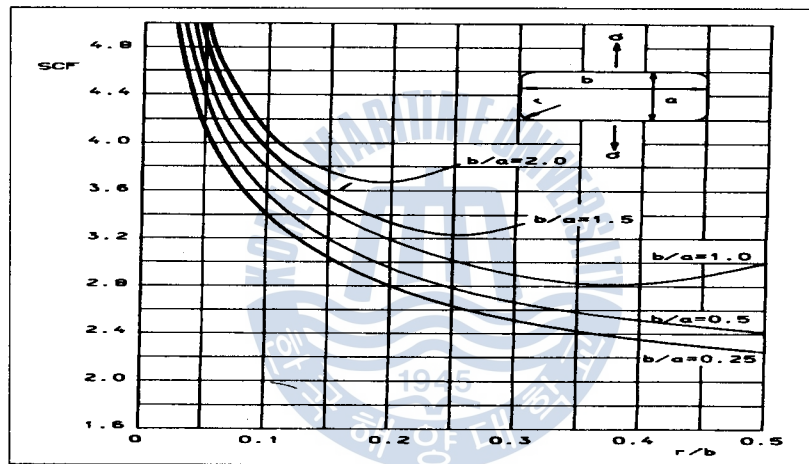


Fig.2.3 Stress concentration factors(SCF= K_t) rounded rectangular hole

4) 용접부위의 용접형상에 따른 응력집중계수⁶⁾

열응력에 의한 용접부의 국부변형, 용접이음 어긋남, 용접비이드의 높이 또는 용접의 결함으로 인하여 응력이 집중된다. 예를 들어 LNG 탱크의 적도부와 스킵트와의 연결 용접부에 대한 응력집중계수는 식(2.14)와 같이 주어진다.

$$K_t = 1 + K_m + K_d \dots\dots\dots (2.14)$$

여기서, K_m 은 용접이음 어긋남에 의한 응력집중계수로서 식(2.15)와 같고 K_d 는 용접으로 인한 변형에 의한 응력집중계수로서 식(2.16)와 같다.

$$K_m = \frac{6e}{t_2} \left[\frac{t_2^{1.5}}{t_1^{1.5} + t_2^{1.5}} \right], \quad e = 0.5(t_1 - t_2) + \delta \quad (2.15)$$

δ 는 변형량으로 $\delta \leq 0.1 t_2$ 및 3mm 이하이며 t_1, t_2 는 두 용접 모재의 두께이다.

$$K_d = \frac{6\delta}{t} \left(\frac{\tanh \frac{B}{2}}{B} \right) \quad (2.16)$$

여기서, h 는 용접 비드의 높이로 $0.2 t$ 이하 및 6mm 이하이고 B 는 식(2.17)과 같다.

$$B = \frac{L}{t} \sqrt{\frac{3 \sigma_A}{E}} \quad (2.17)$$

여기서, $L=1,000\text{mm}$, $\delta/t \leq 0.2$ 로 하고 σ_A 는 Mean tensile strength이며 E 는 영계수(Modulus of elasticity)이다.

3. 피로균열발생수명의 평가

135,000m³ LNG Carrier의 적도부와 스커트와의 연결부에 대하여 실적선의 구조해석⁷⁾ 결과를 토대로 선급규칙과 확률밀도함수를 이용하여 C_u 를 계산하고 그 결과를 비교 검토한다.

3.1 S-N곡선

일본조선연구협회가 LNG선박의 국산화를 위하여 일본 국내의 대학 및 연구소에 의뢰하여 얻은 200개 정도의 피로시험 결과를 회귀분석한 식(3.1) 및 식(3.2)에 따른다.⁸⁾

$$N_f = C' (K_f \cdot K_r \cdot \Delta\sigma)^{-6.845}, \quad N_c \leq 2 \times 10^6 \quad (3.1)$$

$$N_f = C_a' (K_f \cdot K_r \cdot \Delta\sigma)^{-13.69}, \quad N_c > 2 \times 10^6 \quad (3.2)$$

여기서, C' 는 $N_c \leq 2 \times 10^6$ 의 비교적 낮은 사이클, C_a' 는 $N_c > 2 \times 10^6$ 의 비교적 높은 사이클에서 파손확률에 따른 Table 3.1의 계수이다. 또한 K_f 는 응력집중으로 인한 피로강도감소계수로써 1.0으로 한다.

Table 3.1 The factors of fracture probability relating cycle bend

Fracture probability / Cycle bend	0.1(%)	1(%)	5(%)	50(%)
$C' \times 10^9$	33.6	68.7	131.0	619.0
$C_a' \times 10^{15}$	0.564	2.36	8.61	191.0

3.2 하중 이력

앞서 언급한 부위에 설계수명 20년 동안에 작용하는 응력을 8개의 응력블록으로 나누어 부하 스펙트럼을 식(2.9)를 이용하여 작성하면 Fig.3.1과 같다. 여기서 사용된 예상설계수명 동안 부가되는 총 사이클 수, n_0 는 10^8 개로 한다.⁹⁾

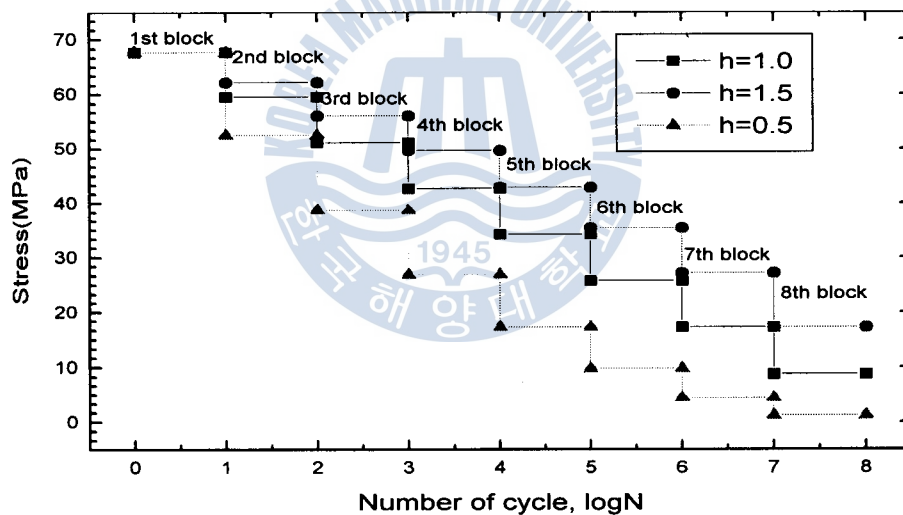


Fig.3.1 Stress spectrum at various shape parameter

3.3 확률밀도함수의 직접계산법에 의한 C_w 의 계산

피로균열 발생수명을 평가하기 위하여 확률밀도함수 식(2.20)를 이용하여 C_w 를 계산하는 방법으로 shape parameter(h) 만이 C_w 에 영향을 미친다. 앞서 언급한 부위를 대상으로 파손확률 1%인 경우로 하여 C_w 를 구하고 그 결과는 Table 3.2와 같다.

Table 3.2 The Cumulative damage factors(C_w) as various h parameter

h parameter	Cumulative damage factor(C_w)
0.90	0.03346
1.00	0.06477
1.10	0.11788
1.20	0.20283

3.4 확률밀도함수의 블록화 계산법에 의한 C_w 의 계산

블록화 계산법은 C_w 의 계산을 식(2.9)를 이용하여 각 응력범위 $\Delta\sigma$ 에서의 설계수명 동안의 발현 사이클 수 n_i 를 구하고 S-N 곡선으로부터 해당 응력범위 $\Delta\sigma$ 에서의 피로파괴에 이르는 사이클 수 N_i 를 구하여 n_i 에 대한 N_i 비를 선형적으로 합산하는 방법으로 식(3.6)과 같다.

$$C_w = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} \dots\dots\dots (3.6)$$

이 식에서 n 는 블록의 개수이다. 이 경우 h 값과 블록의 개수에 따라 C_w 는 다르게 나타나며 Table 3.3 에서는 h 값을 1.0으로 일정하게 유지하고 블록의 개수에 따라 C_w 의 변화를 나타낸다.

Table 3.3 The Cumulative damage factors(C_w) as various numbers of block with constant shape parameter $h=1.0$

Numbers of block	C_w	Numbers of block	C_w
8	0.01609	12	0.10094
9	0.03436	13	0.12787
10	0.05434	14	0.1559
11	0.07697	15	0.18711

3.5 선급규칙에 따른 C_w 의 계산⁹⁾

앞서 언급한 부위에 대해 선급 규칙에 의한 C_w 의 계산은 선박의 예상설계수명 20년으로 하여 식(3.7), 식(3.8) 및 식(3.9)를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션한 결과 C_w 는 0.0455이다.

$$C_w = \sum \frac{n_i}{N_i} \leq 0.5 \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

$$\sigma_i = \frac{17-2i}{16} \Delta\sigma_{\max} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$n_i = 0.9 \times 10^i \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

4. 고 찰

4.1 응력범위의 블록수와 C_w 와의 관계

피로균열 발생수명의 평가를 위해 확률밀도함수의 블록화 계산법에 따라 C_w 를 계산한 경우 블록의 개수가 C_w 에 미치는 영향은 Fig.4.1과 같다. 설계수명 동안에 C_w 의 계산에 있어 응력을 여러 단계로 나누어 계산하는 경우에는 적은 응력까지도 C_w 에 합산되어 C_w 가 크게 되는 결과를 가져온다. 즉, 안전쪽(conservative)의 설계가 될 수 있다. 선급 규칙에서는 8개의 블록을 요구하고 있고 이 규칙을 적용하여 앞서 언급한 부위를 계산한 C_w 는 0.0455이며 확률밀도함수를 이용한 블록화 계산법에서 얻은 결과(Table 3.3)는 h는 1.0으로 일정하게 유지한 경우 블록의 개수는 9개일 때 0.03436 이고 10개 일때는 0.05434로 나타났으며 블록의 개수에 따른 C_w 의 변화 추이는 Fig.4.1과 같다.

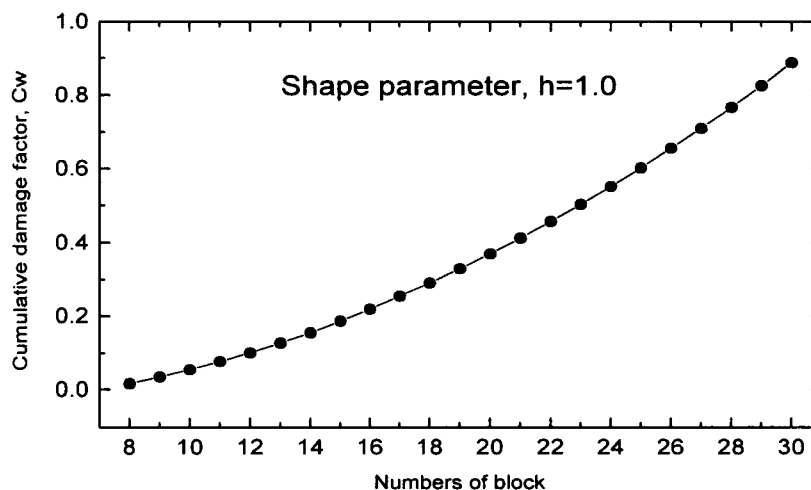


Fig.4.1 The cumulative damage factor(C_w) relating various numbers of Block

4.2 형상계수 h 와 C_w 와의 관계

확률밀도함수를 이용하여 피로균열 발생수명의 평가는 제3장에서 논한 바와 같이 확률밀도함수를 이용한 직접계산법과 블록화 계산법의 두 가지 방법이 있다. 이 두가지 방법으로 shape parameter(h)가 C_w 에 미치는 영향에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 토대로 직접 계산법에 따라 C_w 계산시 h 값이 C_w 에 미치는 영향에 대하여 Fig.4.2에서 보여주고 있다.

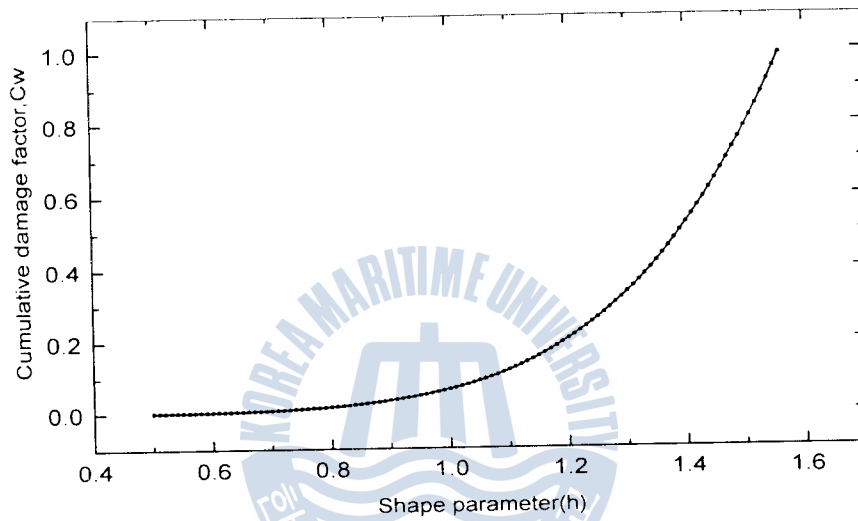


Fig.4.2 The cumulative damage factor(C_w) relating various shape parameter(h)

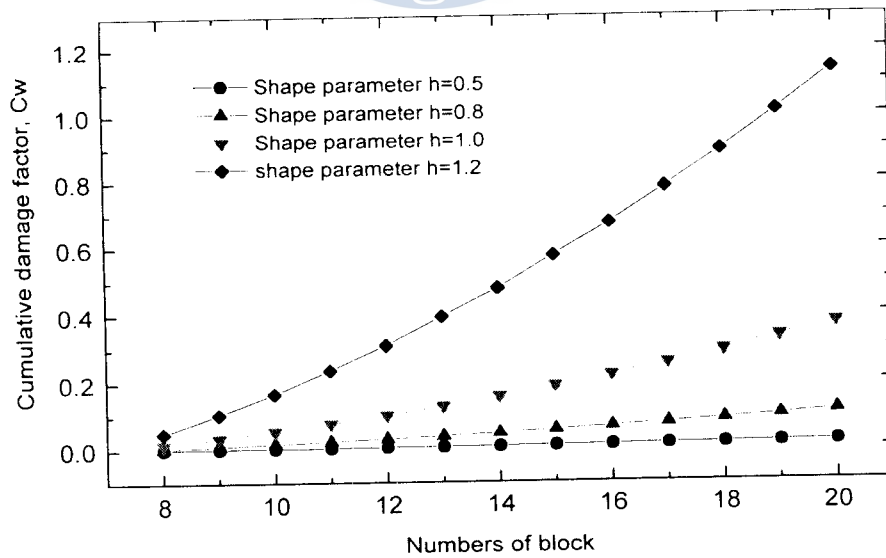


Fig.4.3 The cumulative damage factor(C_w) relating various shape parameter(h) and numbers of block

또한, 블록화 계산법을 이용한 경우 h 와 블록의 개수는 동시에 C_w 에 영향을 미치며 Fig.4.3에서와 같이 C_w 는 h 값이 큰 경우 블록 개수의 증·감에 민감하다. 그러므로 각 선급에서는 h 를 선종, 선박의 길이 및 선체의 부재에 따라 대략 0.8~1.1¹⁰⁾로 규정하고 있다.

5. 결 론

구조물이나 기계부품의 설계단계에서 피로균열 발생수명을 예측하는 데에 필요한 실제적인 기법과 지침을 개발하기 위하여 확률밀도함수의 이론적 배경과 하중이력 및 S-N곡선의 통계적 처리방법을 제시하였고 실제 135,000m³ LNG 탱크 적도부와 스커트와의 연결부에 대하여 선형누적손상계수의 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 확률밀도함수의 직접계산법에서 C_w 에 영향을 미치는 요소는 shape parameter(h)가 있고 shape parameter가 클수록 C_w 도 크게 된다. 또한 선급규칙의 이론적인 배경의 검토결과 선급규칙에서 사용하고 있는 응력 스펙트럼의 shape parameter(h)는 0.94~0.95가 됨을 알 수 있었다.
2. 본 연구에서 새롭게 제시한 확률밀도함수의 블록화 계산법을 이용하여 C_w 를 계산하는 경우에 C_w 에 영향을 미치는 요소는 shape parameter와 응력범위를 나누는 블록의 개수가 있고 shape parameter가 클수록 블록의 개수가 많을수록 C_w 는 크게 된다는 것을 알 수 있었다. 또한 shape parameter와 블록의 개수를 동시에 변화시킨 경우 C_w 는 shape parameter가 큰 경우에 블록 변화에 민감하게 변한다. 블록화 계산법을 사용하여 피로균열 발생수명을 평가하는 경우 블록의 개수는 9개로 하고 shape parameter는 0.98 정도가 적합하다.

참 고 문 헌

- 1) 李時中, 宋智浩, 河在宣, 변동하중하의 피로수명예측 제2보 피로균열발생수명을 위한 컴퓨터 소프트웨어, 大韓機械學會論文集, 第12卷, 第6號(1988), pp.1350~1357.
- 2) A. Almar-Naess, FATIGUE HANDBOOK offshore Steel Structures(1985), p.406.
- 3) A. Almar-Naess, FATIGUE HANDBOOK offshore Steel Structures(1985), pp.176~182.

- 4) Gere & Timoshenko, Mechanics of Materials, 3rd Addition, pp.119~125.
- 5) A. Almar-Naess, FATIGUE HANDBOOK offshore Steel Structures(1985), p.469.
- 6) LR, MOSS Rosenberg LNG containment system, LR(1990), pp.46~55.
- 7) 永元隆一, 牛島正夫, 黒川正文, 矢島浩, 川野始, 球形 탱크方式 LNG 船 の 탱크, 船体材料と信頼性, MITSUBISHI 重工技報, VOL.21.NO.2(1984), P.203.
- 8) 日本造船研究協會, LNG運搬船の安全基準に關する調査研究報告書, 日本造船研究協會(1976), pp.120 ~ 122.
- 9) (사)한국선급, 선급 및 강선규칙 제7편 5장 액화가스산적운반선, (사)한국선급 (1995), p.41.
- 10) IACS(국제선급연합), WORKING PARTY ON STRENGTH OF SHIPS AD HOC GROUP ON FATIGUE(December 1996), pp.26~29.

Key words : LNG(액화천연가스), Probability density function(확률밀도함수), Cumulative damage factor(선형누적손상계수), Stress concentration factor (응력집중계수), Stress ratio (응력비), Stress range(응력범위)

