

# 프레임형 해양구조물의 보치환 기법에 관한 연구

박 춘 군\* · 박 한 일\*\*

(98년 12월 9일 접수)

## A Study on the Beam Permutation Technique for Frame Type Offshore Structures

Chun-Jun Piao\* · Han-Il Park\*\*

**Key Words :** Frame Type Offshore Structure (프레임형 해양구조물), Beam Permutation Technique (보치환 기법), Reduction of Degree of Freedom (자유도의 저감)

### Abstract

For offshore structures, dynamic analysis becomes increasingly important as water depth increases and structural configuration becomes more slender. In the case of dynamic analysis of frame structures, much computer time and high cost are required due to many degrees of freedom. In this paper, a new technique of permutating a segment of frame structure to a beam is developed, which is called here Beam Permutation Technique. The technique is based on definition of stiffness matrix of the beam which is obtained by defining the actions(or forces) required to obtain unit translation or rotation for each degree of freedom with all other degree of freedom restrained to zero displacement or rotation. In the technique, an assumption is made that relative positions of nodes in the ends of the segment are not variable. The technique can significantly reduce the degrees of freedom of frame structures and thus the computing time in dynamic analysis. The natural frequencies and static displacements of the permuted beam are obtained and compared to those of ANSYS with a good agreement.

### 1. 서론

해양구조물중에는 가이드 타워 (Guyed tower)

를 비롯하여 프레임형으로 된 구조물들이 많다. 또한 해양구조물들은 파력과 같은 동적하중을 받고 있기 때문에 동적해석이 필수적이다. 프레임 구

\* 한국해양대학교 대학원

\*\* 종신회원, 한국해양대학교 조선·해양공학부

조물에 대해 동적해석을 진행할 때, 만일 모든 구성 부재들을 모두 하나 하나의 요소로 분할하여 해석하면 아주 많은 자유도가 발생하게 된다. 따라서 고유진동수나 시간응답해석에 있어 너무 많은 데이터 저장 용량과 수치계산 시간이 필요하게 된다. 만일 프레임 구조물을 여러 개의 부분으로 나누고 각 부분들을 하나의 보로 치환하여 근사적으로 해석을 진행할 수 있다면 많은 계산시간과 비용지출을 줄일 수 있을 것이다.

이와 유사한 문제를 해결하기 위하여 Noor<sup>1)</sup>과 Sun<sup>2)</sup> 등은 작은 구성요소가 반복되는 격자 (lattice) 형 구조물에 대해 에너지 법을 근거로 한 연속체 대체법 (substitute continuum model) 을 연구한 바 있다. 그러나 Noor은 복잡한 운동학과 가정을 사용하여 원 격자 구조물의 변위와 변형도를 연속체 좌표계 방향에서의 변위와 변형도의 테일러 급수로 대체하였다. 그리고 Sun의 연구에서는 구조역학의 관점에서 구체적으로 개개의 구조물의 축방향과 굽힘 강성을 수식으로 표시하였기 때문에 그 계산과정이 아주 복잡하다. 또 선박구조물을 보로 치환한 논문들은<sup>3,4)</sup> 있으나 그것들은 강성행렬식에 대하여 적절한 가정을 하였을 뿐 구체적 방법은 제시하지 않고 있다.

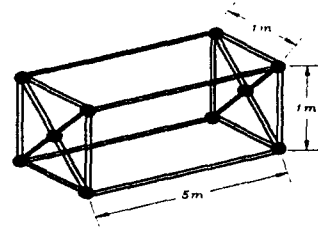
본 논문에서는 프레임형 구조물에 대하여 자유도 수를 대폭 줄일 수 있는 보치환 기법을 개발하였다. 개발된 보치환 기법을 이용하여 프레임형 구조물의 정적해석 및 자유진동수 해석을 수행하였다. 보치환 해석에서 얻어진 결과를 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS에서 얻어진 결과와 비교하였다.

## 2. 프레임 구조물의 보치환

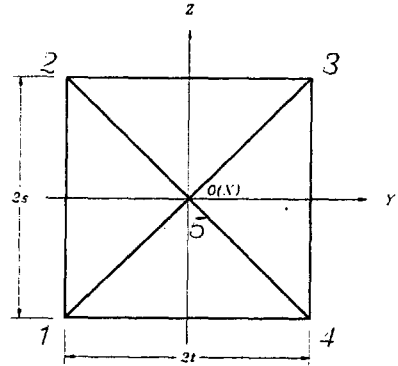
### 2.1 치환 과정

보치환 기법의 구체적인 과정을 보면 다음과 같다. 먼저 부분 구조물의 끝단면이 항상 평면을 유지하고 또 끝단면내의 절점들의 상대위치도 변하지 않는다고 가정한다. 이는 구조물을 보로 치환하기 위한 필요한 조건이다. 이 가정을 만족시키는 정도가 해석의 정확도와 직접 관계된다. 다음 이 부분 구조물의 강성행렬을 구한다. 보 강성의 정의

를 보면 각 자유도에서의 강성은 그 자유도에 대응하는 단위크기의 변위가 발생하고 기타 자유도에서 변위가 없을 때 구조물 양단에 가하여야 하는 작용력이다.



(a)



(b)

Fig. 1 (a) Substructure, (b) End section of the substructure

3차원 공간에서 절점당 자유도 수는 6이므로 끝단면의 절점들이 모두 X, Y, Z 방향으로 각기 1개 단위 병진변위가 있고 또 X, Y, Z 축을 중심으로 1개 단위 각도씩 회전한다고 가정한다. 여기서 X방향은 부분구조물의 축방향이고 Y, Z방향은 각각 단면의 가로축 방향과 세로축 방향이다 (Fig. 1b 참조). 예를 들어 X방향으로 1개 단위 병진변위가 발생한다면  $u_x=1$  이고 나머지 변위는 모두 0이다. Fig. 1a에서 보여진 바와 같이 끝단면에 5개의 절점이 있다고 하면 그 초기변위의 행렬식  $SS(i, j, k)$ 를 식(1)과 같이 표현할 수 있다. 여기서

i는 6개의 강성자유도를 표시하고 j는 절점의 6개 자유도, 그리고 k는 절점번호를 표시한다.

$$SS(1,j,k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Y축과 Z축 방향에서 병진변위가 1일 때의 그 초기변위행렬식은 다음의 식(2)와 식(3)과 같다.

$$SS(2,j,k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$SS(3,j,k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

그리고 X축을 중심으로 단면의 5개 절점이 시계 반대 방향으로 각기 1개 단위 각도( $\theta=1 \text{ rad}$ )씩 회전시 그 초기변위행렬식은 다음과 같다.

$$SS(4,j,k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & -b & -c & b & 0 \\ -d & -a & d & a & 0 \\ \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} a &= s \sin \theta + t - t \cos \theta \\ b &= t \sin \theta - s + s \cos \theta \\ c &= t \sin \theta + s - s \cos \theta \\ d &= s \sin \theta - t + t \cos \theta \\ \theta &= 1 \text{ rad} \\ s &= \text{단면 세로길이의 절반} \\ t &= \text{단면 가로길이의 절반} \end{aligned}$$

Y축을 중심으로 시계 반대방향으로 1개 단위 각도( $\theta=1 \text{ rad}$ )만큼 회전시의 초기변위행렬식은

$$SS(5,j,k) = \begin{bmatrix} -f & f & f & -f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e & -e & -e & e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} e &= t(1 - \cos \theta) \\ f &= t \sin \theta \end{aligned}$$

Z축을 중심으로 시계와 반대 방향으로 1개 단위 각도( $\theta=1 \text{ rad}$ ) 회전했을 때 초기변위행렬식은

$$SS(6,j,k) = \begin{bmatrix} h & h & -h & -h & 0 \\ g & g & -g & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $g = s(1 - \cos \theta)$   
 $h = t \sin \theta$

위의 각 경우에 구조물의 양단이 고정되었다는 경계조건하에서 유한요소법 프로그램을 이용하여 양단의 절점에서 발생하는 반작용력  $Rf$ 을 계산할 수 있다. 이 반작용력들을 아래에서 설명되는 좌표 변환공식을 이용하여 단면의 중심으로 이동시켜 합성시키면 구조물을 보(beam)로 치환하였을 때 그 경우에 상응하는 자유도에서의 강성행렬식의 요소를 구할 수 있다.

임의 점( $x, y, z$ )의 힘( $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ )을 좌표 원점으로 변환하는 좌표 변환 공식은 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_x' &= F_x \\ F_y' &= F_y \\ F_z' &= F_z \\ M_x' &= yF_z - zF_y + M_x \\ M_y' &= zF_x - xF_z + M_y \\ M_z' &= xF_y - yF_x + M_z \end{aligned} \quad (7)$$

이 관계식을 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z & y & 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 \\ -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x' \\ F_y' \\ F_z' \\ M_x' \\ M_y' \\ M_z' \end{pmatrix} \quad (8a)$$

간단히 표시하면

$$Tr F = F' \quad (8b)$$

여기서  $Tr$ 는 하나의 절점에서의 힘들을 좌표 원점으로 변환시키는 변환행렬식이다. 그러면 단면의 반작용력  $Rf$ 은 아래의 식(9)에 의해 단면의 중심으로 옮겨 합성시켜 보의 강성  $Ke$ 를 구한다.

$$Tr Rf = Ke \quad (9)$$

여기서  $Tr$ 는 하나의 절점에 해당하는 변환행렬식이므로 만일  $Rf$ 이 여러 절점들의 하중이라면 반드시 이 여러 절점들에 해당하는 변환행렬식들을 조합하여 여러 절점들의 하중행렬식에 상응하는 변환행렬식으로 확장하여야 한다.

부분 구조물의 질량행렬식은 집중질량법을 이용하여 두 끝단면에 질량이 집중되는 것으로 하여 구한다.

이렇게 부분구조물을 보로 치환하여 해석을 진행하면 해석의 자유도 수를 상당히 줄일 수 있다. 위의 예를 보면 이 부분구조물의 절점이 10개이고 또 3차원 절점당 자유도 수가 6이므로 총 자유도 수는  $10 \times 6 = 60$ 이다. 그러나 보 하나에는 두 개 절점이 있으므로 보 하나의 총 자유도 수는 12이다.

### 3. 해석결과 및 고찰

앞에서 언급한 구조물의 보치환 과정과 개발된 수치해석 프로그램을 ANSYS 상용 프로그램으로 검증하였다. 해석과정에서 먼저 구조물에 대해 수치해석 프로그램으로 정적해석과 고유진동수해석 두 가지로 진행하고 그 결과를 ANSYS 상용 프로그램으로 검증하여 보았다.

#### 3.1 해석모델

본 논문에서 모델해석에 사용된 구조물 모델은 Fig. 2와 같다. 그리고 구조물은 수직으로 위치하고

경계 조건은 양단이 모두 고정으로 하였다. 구조물 단면의 치수는  $1m \times 1m$ 이고 마디 사이 간격은  $5m$ 이다. 참고로, 앞에서 보여준 Fig. 1a는 한 개 마디의 구조에 대한 설명이다.

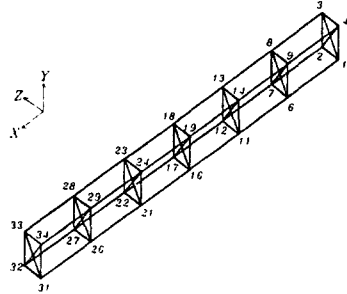


Fig. 2 Model

해석 모델의 제반 특성치는 다음의 Table 1과 같다.

구조물은 구조물 축방향에서 외경이  $0.1m$ 인 부재와 횡방향에서 외경이  $0.2m$ 인 부재를 사용하였고 경계 조건은 프레임구조물의 양 끝단면의 절점들이 모두 고정되었다고 가정하였다.

#### 3.2 정적해석 검증

정적해석을 위한 부재의 제원은 Table 1과 같다. 구조물에 작용하는 정적하중은 횡방향으로  $800N$ 을 구조물의 중간점에 위치한 네 절점에 등분하여 가해졌다.

보 치환해석결과와 ANSYS 해석결과는 Table 2에 표시되어 있다. 두 결과의 오차는 1.93%로서 ANSYS 프로그램 해석결과( $-0.560 \times 10^{-2} m$ )의 크기가 수치해석 해석결과( $-0.571 \times 10^{-2} m$ )보다 약간 작다.

Table 1 Characteristics of the model

Parameters	Values	
	Out-diameter(m)	Lateral member
Axial member		0.1
Thickness(m)	0.01	
Steel density( $kg/m^3$ )	7800	
Grav. accel.( $m/sec^2$ )	9.8	
Young modulus.( $N/m^2$ )	$0.2 \times 10^{12}$	
Poison ratio	0.3	
Depth(m)	25.0	
Inertia coefficient, $C_m$	2.0	
Drag coefficient, $C_D$	1.2	
Water density( $kg/m^3$ )	1025	

Table 2 Results of static analysis of the model

Type of analysis	Displacements at mid pt.(m)		
	x-Dir.	y-Dir.	z-Dir.
Beam Permutation	0	$-0.571 \times 10^{-2}$	0
ANSYS	0	$-0.560 \times 10^{-2}$	0
Difference (%)		1.93	

### 3.3 고유진동수해석 검증

여기서는 3.1절에서 보여준 모델에 대해 고유진동수 해석을 진행하였다. 먼저 보 치환해석결과와 ANSYS 상용 프로그램으로 구한 마디가 6개인 모델의 고유진동수는 Table 3에 표시되어 있다. 표에서 고유진동수 오차의 최대치는 횡방향에서 2.62%로서 1차 고유진동수에서 발생하였고 축방향에서는 4.20%로서 마지막 고유진동수에서 발생하였다.

여기서 보면 축방향 고유진동수는 ANSYS프로그램 해석결과와 비교할 때 보 치환해석결과는 진동 차수가 증가됨에 따라 오차가 증가되지만 (0.169%에서 4.20%로) 횡방향 고유진동수는 그와 반대로 차수가 증가됨에 따라 오차가 줄어든다 (2.62%에서 0.247%로).

Table 3 Natural frequencies of the structure with six segment (out-diameter is 0.2m)

Order	Freq. by authors (Hz)	Freq. by ANSYS (Hz)	Diff. (%)	Direction
1	1.4456	1.4077	2.62	Y, Z
2	1.4456	1.4077	2.62	Y, Z
3	2.7927	2.7204	2.59	Y, Z
4	2.7927	2.7204	2.59	Y, Z
5	3.9495	3.9001	1.25	Y, Z
6	3.9495	3.9001	1.25	Y, Z
7	4.8372	4.8072	0.620	Y, Z
8	4.8372	4.8072	0.620	Y, Z
9	5.3951	5.3818	0.247	Y, Z
10	5.3911	5.3818	0.247	Y, Z
11	65.174	65.060	0.169	X
12	125.90	125.00	0.723	X
13	178.06	175.07	1.68	X
14	218.08	216.60	2.97	X
15	243.23	233.01	4.20	X

그리고 마디가 적을수록 보 치환해석결과와 ANSYS 프로그램 해석결과 사이 오차가 작아진다 (마디가 6, 5, 4일 때 오차는 각각 4.20%, 3.99%, 3.63% - Table 3, 4, 5 참고).

앞에서 이미 언급하였지만 본 연구의 전제조건은 횡방향 부재가 하중을 받을 때 절점 사이에서 상대 변위가 없어야 한다는 것이다. 그 영향을 아래 비교를 통하여 알 수 있다. Table 6은 횡방향 부재와 축방향 부재의 외경이 모두 0.1m으로 하였을 때의 고유진동수이다. 횡방향 부재의 외경이 0.2m에서 0.1m으로 변화하면 당연히 횡방향 부재의 강성은 작아진다. 횡방향 부재의 강성이 작아지면 보치환의 가정과 더 멀어지게 된다. Table 3과 Table 6에서 보면, 보치환 해석과 ANSYS 해석결과 사이의 오차는 횡방향 부재의 외경이 0.2m인 경우 4.20%에서 외경이 0.1m인 경우 10.3%로 커졌다는 것을 알 수 있다.

Table 4 Natural frequencies of the structure with 5 segments (out-diameter is 0.2m)

Order	Freq. by authors (Hz)	Freq. by ANSYS (Hz)	Diff. (%)	Direction
1	1.7260	1.6914	2.01	Y, Z
2	1.7260	1.6914	2.01	Y, Z
3	3.2831	3.2222	1.85	Y, Z
4	3.2831	3.2222	1.85	Y, Z
5	4.5187	4.4841	0.676	Y, Z
6	4.5187	4.4841	0.676	Y, Z
7	5.3121	5.2966	0.292	Y, Z
8	5.3121	5.2966	0.292	Y, Z
9	77.814	77.618	0.252	X
10	148.01	146.45	1.06	X
11	203.72	198.77	2.43	X
12	239.49	229.79	3.99	X

그리고 위의 표들에서 볼 수 있듯이 수치해석결과는 언제나 ANSYS 해석결과보다 크다. 그 이유는 고유치문제의 삼입원리 (separation theorem)<sup>5)</sup>에 의해 구조물에서 적은 자유도 수로 해석한 고유치는 많은 자유도 수로 해석한 고유치보다 큰 것에서 기인한다.

Table 5 Natural frequencies of the structure with 4 segments (out-diameter is 0.2m)

Order	Freq. by authors (Hz)	Freq. by ANSYS (Hz)	Diffe. (%)	Direction
1	2.1375	2.1074	1.41	Y, Z
2	2.1375	2.1074	1.41	Y, Z
3	3.9495	3.9050	1.13	Y, Z
4	3.9495	3.9050	1.13	Y, Z
5	5.1602	5.1426	0.343	Y, Z
6	5.1603	5.1426	0.343	Y, Z
7	96.365	95.980	0.398	X
8	178.06	175.07	1.68	X
9	232.64	224.19	3.63	X

Table 6 Natural frequencies of the structure with 6 segments (out-diameter is 0.1m)

Order	Freq. by authors (Hz)	Freq. by ANSYS (Hz)	Diffe. (%)	Direction
1	1.5979	1.4545	8.79	Y, Z
2	1.5979	1.4545	8.79	Y, Z
3	3.0870	2.8552	7.51	Y, Z
4	3.0870	2.8552	7.51	Y, Z
5	4.3656	4.1629	4.64	Y, Z
6	4.3656	4.1629	4.64	Y, Z
7	5.3468	5.2220	2.33	Y, Z
8	5.3468	5.2220	2.33	Y, Z
9	5.9536	5.9212	0.604	Y, Z
10	5.9636	5.9212	0.711	Y, Z
11	72.073	71.704	0.711	X
12	139.17	134.97	0.302	X
13	196.81	190.72	0.309	X
14	241.04	216.21	10.3	X
15	268.85	254.34	5.40	X

#### 4. 결론

본 논문에서는 프레임형 해양구조물의 자유도수를 상당히 줄일 수 있는 보치환 기법에 대해 연구하였다. 먼저 보 치환기법을 설명하였으며, 이 기법을 이용하여 치환된 보의 정적 변위 및 고유진동수를 계산하였다. 계산된 결과는 상용 프로그램인 ANSYS를 이용하여 서로 대조해 보았으며 좋은 일치율을 보여주었다.

본 논문의 연구결과를 보다 진전시켜 이 방법의 적용 범위에 대한 정량적 연구와 진동 모드형상, 그리고 실제 응용 등에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

#### 참고문헌

- 1) Noor A.K., "Continuum Modeling for Repetitive Lattice Structures", *Applied Mechanics Review*, Vol. 41, pp.285-196, 1988
- 2) Sun C.J., and Juang J.N., "Modeling Global Structural Damping in Trusses Using Simple Continuum Models", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 24, No. 1, pp.144-150, 1986
- 3) Skaar K.T. and Carlsen C.A., "Modelling Aspects for Finite Element Analysis of Ship Vibration", *Computer and Structure*, Vol.12, pp.409-419, 1980
- 4) Graff W. J. 著, 浜田 政則 伊藤 喜榮 譯, *海洋構造物入門*, 技報堂, 東京, 1984
- 5) Wilson J. F., *Dynamic of Offshore Structure*, John Wiley & Sons, New York, 1984