

평판의 진동모드가 방사음에 미치는 영향

김 창 남¹⁾, 김 의 간²⁾

Effect of the Vibration Modes on the Radiation Sound for Plate

Chang-Nam Kim, Ue-Kan Kim

Abatract

In this paper, the Experimental Modal Analysis is used as a tool for calculating the modal parameters and the frequency response function of the structure. The surface vibration velocity of structure is estimated by using the excite force spectrum and the frequency response function. The radiation sound pressure is predicted by applying the surface vibration velocity to the Rayleigh's integral equation. And this paper suggests the correction factor to consider the vibration modes and the cancellation mechanism of the sound, and compares the calculated results with the measured sound pressures.

1. 서 론

진동에 의해서 발생하는 방사음을 예측^{(1)~(3)}하기 위해서는, 먼저 구조물의 표면진동속도를 실측, 또는 예측하는 것이 필요하다. 이 방법으로 직접 측정, 또는 유한요소법이 일반적으로 적용되고 있다. 그러나 직접 측정을 실제 기계의 운전조건과 동일한 가진스펙트럼 재현의 어려움, 가진기의 출력, 설치 장소 등에 문제가 있다. 유한요소법으로 표면진동속도를 계산하는 경우에는 차음재의 재료특성, 특히 감쇠특성의 예측, 경계조건 설정

1) 한국해양대학교 기계공학과 석사과정 소음진동 전공

2) 한국해양대학교 기계·냉동·자동차 공학부 교수

등의 어려움 때문에 단순한 구조물 외에는 현실적으로 적용이 곤란하다.

따라서, 여기서는 실험모드해석^{(4)~(6)}을 이용해서 표면진동속도를 구하는 방법을 검토하고자 한다. 이 방법은 구조물 표면의 적당한 장소를 가진하여 구조물 전체의 주파수응답 함수를 구하고, 이 결과에 실측한 가진스펙트럼을 적용하면 실제 기계운전에 따른 구조물의 표면진동속도를 계산할 수 있다.

일반적으로 실험모드해석은 구조물을 비례점성감쇠계, 비례히스테리시스감쇠계, 일반점성감쇠계 중의 하나로 모델링하여 모드특성치를 구한다. 그러나 구조물에 진동·소음 대책으로 방진고무 등을 사용하면 감쇠특성은 점성감쇠와 히스테리시스감쇠의 양자를 포함하게 된다. 따라서, 여기서는 구조물이 비례점성감쇠와 비례히스테리시스감쇠를 함께 가지고 있다고 가정하여(이하 비례점성·히스테리시스감쇠계⁽⁷⁾로 칭한다.) 운동방정식을 유도하고, 이로부터 모드특성치를 주파수영역에서 구하는 방법을 검토한다.

표면진동속도로부터 방사음을 계산하는 방법으로는, Rayleigh의 적분방정식이 일반적으로 사용되고 있다. 이 경우에 표면진동속도로는 실효치를 적용하고 음향방사효율을 고려하여 방사음을 계산하나, 현실적으로 음향방사효율을 구하는 것이 곤란하다. 표면진동속도로 실효치를 적용하여 방사음을 계산하면 진동모드의 골(sink)도 산(source)과 같이 모두 음원으로 되어 방사음이 높게 평가된다. 소스(source)와 싱크(sink)사이에는 음이 서로 상쇄되는 현상⁽⁸⁾이 있으므로 이를 정량적으로 고려하여 방사음을 예측하여야 한다.

본 논문에서는 평판을 비례점성·히스테리시스감쇠계로 모델링하여 주파수응답함수를 구하고, 이 결과와 임의점의 가진스펙트럼으로 표면진동속도를 복소수로 계산하여 방사음을 예측하는 방법을 검토하고자 한다. 또한 평판의 진동모드가 방사음에 미치는 영향을 검토한다.

2. 주파수응답함수 및 표면진동속도

다자유도 비례점성·히스테리시스감쇠계의 운동방정식은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + ([K] + j[D])\{x\} = \{F\} \quad (1)$$

식(1)의 $[C]$ 와 $[D]$ 는 $[M]$ 과 $[K]$ 의 1차 결합으로 나타낼 수 있다.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], [D] = \gamma[M] + \delta[K] \quad (2)$$

식(1)에서 가진력 벡터 $\{F\} = \{0\}$ 이라 하고, 식(2)를 식(1)에 대입하여 라플라스변환하면 다음과 같이 된다.

$$(\Omega^2[M] - [K])\{X\} = 0 \tag{3}$$

$$\Omega^2 = -(s^2 + \alpha s + j\gamma) / (\beta s + 1 + j\delta)$$

식(3)의 라플라스변수를 모드감쇠율과 감쇠고유가진동수를 사용해서 나타내면 식(4)와 같이 된다.

$$s = \sigma + j\omega_d \quad (\sigma, \omega_d \text{는 실수}) \tag{4}$$

식(3)에 식(4)를 대입하여 실수부와 허수부로 분리하여 정리하면, 비레점성·히스테리시스감쇠계의 감쇠 고유가진동수 ω_d 와 모드감쇠율 σ 는 다음과 같이 된다.

$$\omega_d = \Omega \sqrt{1 - \xi^2 + (\xi^2/2)^2 + (g/2)^2} \tag{5}$$

$$\sigma = - \left[\xi\Omega + \frac{\Omega g}{2\sqrt{1 - \xi^2 + (\xi^2/2)^2 + (g/2)^2}} \right] \tag{6}$$

따라서 비레점성·히스테리시스감쇠계의 컴플라이언스 $G_n(\omega)$ 는 식(7)과 같이 되며, 참고로 비레점성감쇠계와 일반점성감쇠계의 컴플라이언스는 각각 식(8), 식(9)와 같다.

$$G_n(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{ir}}{(\omega_{dr}^2 - \omega^2) + j(2\xi_r \omega_{dr} \omega + \omega_{dr}^2 g_r)} \tag{7}$$

$$A_{ir} : \varphi_{ir} \varphi_{jr} / m_r$$

$$G_n(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{ir}}{(\Omega_r^2 - \omega^2) + j(2\xi_r \Omega_r \omega)} \tag{8}$$

$$G_{ir}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{U_{ir} + jV_{ir}}{j(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{U_{ir} - jV_{ir}}{j(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \right\} \tag{9}$$

여기서 모드특성치 ω_{dr} , ζ_r , g_r , A_{ijr} 는 측정된 주파수응답함수에 주파수영역 편미분 반복법을 적용하여 구하였다.

임의점 가진에 의한 표면진동속도를 구하기 위해서는 구조물 전체의 주파수응답함수를 구하여야 한다. 식(7)에서 가진점과 응답점이 동일장소인 경우 A_{ijr} , Y_{ijr} , Z_{ijr} 은

$$A_{ijr} = \phi_{jr} \phi_{jr} / m_r, \quad Y_{ijr} = \phi'_{jr} \phi'_{jr}, \quad Z_{ijr} = \phi''_{jr} \phi''_{jr} \quad (10)$$

여기서 모드질량 m_r 은 1로 해도 일반성이 상실되지 않으므로, 진동모드벡터 ϕ_{jr} 과 ϕ'_{jr} 은 식(7)과 식(10)으로부터 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \phi_{jr} &= \sqrt{A_{ijr}}, \quad \phi'_{jr} = \sqrt{Y_{ijr}}, \quad \phi''_{jr} = \sqrt{Z_{ijr}}, \\ \phi_{ir} &= A_{ijr} / \phi_{jr}, \quad \phi'_{ir} = Y_{ijr} / \phi'_{jr}, \quad \phi''_{ir} = Z_{ijr} / \phi''_{jr} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 실험모드해석으로 구한 모드특성치로 구조물 전체의 주파수응답함수 $[H]$ 를 구하면, 임의점의 가진력 $\{F\}$ 에 의한 표면진동속도 $\{V\}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \{V\} &= j\omega [H] \{F\} \\ \{V\} &= \{V_1, V_2, V_3, \dots, V_D\}^T \\ [H] &= [Y] + \sum_{r=1}^N \frac{A_{ijr}}{(\omega_{dr}^2 - \omega^2) + j(2\zeta_r \omega_{dr} \omega + \omega_{dr}^2 g_r)} + [Z] \\ \{F\} &= \{F_1, F_2, \dots, F_m\}^T \end{aligned} \quad (12)$$

3. 실험 및 주파수응답함수 비교

3.1 실험장치 및 방법

평판의 진동모드가 방사음에 미치는 영향을 검토하기 위한 강판 및 실험장치를 각각 Fig.1과 Fig.2에 보인다.

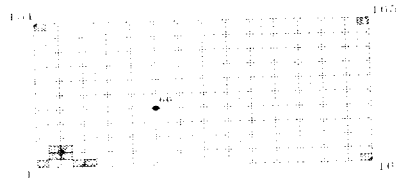


Fig. 1 Measurement point

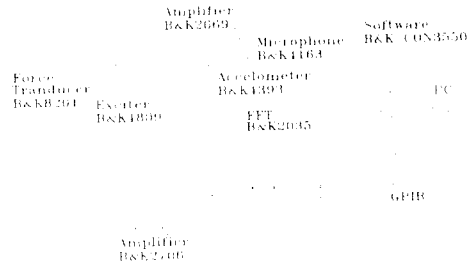


Fig. 2 Measurement setup

실험용 평판으로는 강판(700×400×6 mm) 및 이 강판과 같은 크기에 10 mm의 고무판을 접착한 것으로 하였으며, 이들에 대한 주파수응답함수, 가진력, 방사음 등을 측정하였다.

이들 평판에 대한 주파수응답함수를 측정하기 위하여, 가진기(B&K 4809)는 Fig. 1의 66번점에 고정하고 가진력을 힘변환기(B&K 4802)로, 응답은 평판의 분할점을 가속도계(B&K 4393)로 이동하며 165점을 측정하였다. 측정 주파수는 1 Hz~800 Hz로 했으며, 랜덤 신호를 사용하였다.

방사음은 강판의 표면위 20, 40, 80, 160, 320 mm의 공간에서 콘덴서 마이크로폰(B&K 4163)으로 음압레벨을 측정하였다.

3.2 각 감쇠계에 의한 주파수응답함수 비교

Fig. 1의 강판들에 대한 주파수응답함수를 측정하고, 본 실험실에서 개발한 실험모드해석용 전산프로그램으로 비례점성감쇠계, 일반점성감쇠계, 비례점성·히스테리시스감쇠계로 모드특성치를 구하여 측정치와 비교 검토하였다.

강판의 44번점에 대해 측정한 주파수응답함수를 실선으로, 각 감쇠계로 구한 모드특성치로 재현한 주파수응답함수를 점선으로 표시하여 Fig. 3~5에 보인다.

고무를 접착한 강판도 이와 거의 같은 결과를 주고 있다. 각 감쇠계로 모델링하여 계산한 주파수응답함수와 측정치와의 최소자승오차를 Table 1에 정리하였다.

이 결과를 검토하여 보면, 강판과 고무접착 강판의 양쪽 모두 비례점성·히스테리시스 감쇠계로 모델링하여 모드특성치를 구한 것이 측정치와의 최소자승오차가 가장 작은 것을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 비례점성·히스테리시스 감쇠계를 이용하여 강판 전체의 주파수응답함수를 구하고, 이로부터 표면진동속도를 구하여 방사음을 예측하였다.

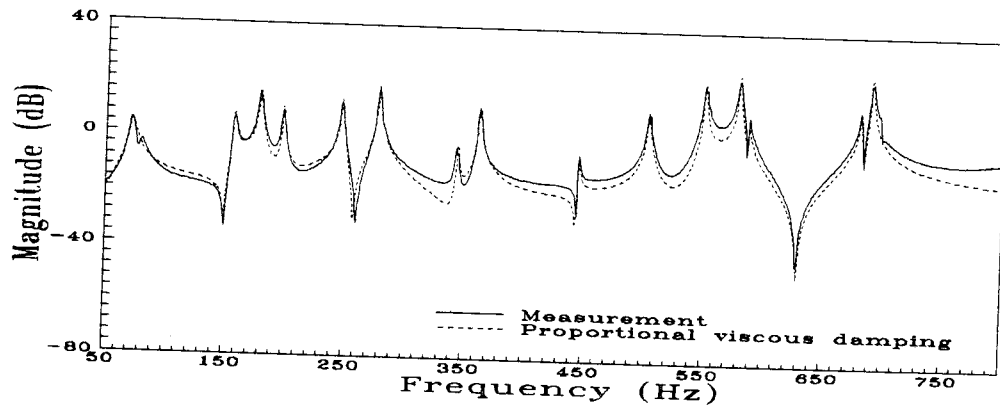


Fig. 3 Measured & calculated acceleration (proportional viscous damping)

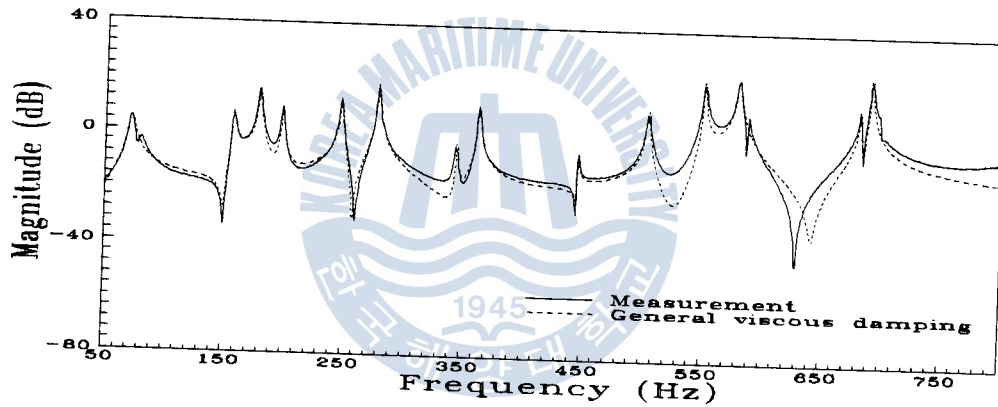


Fig. 4 Measured & calculated acceleration (general viscous damping)

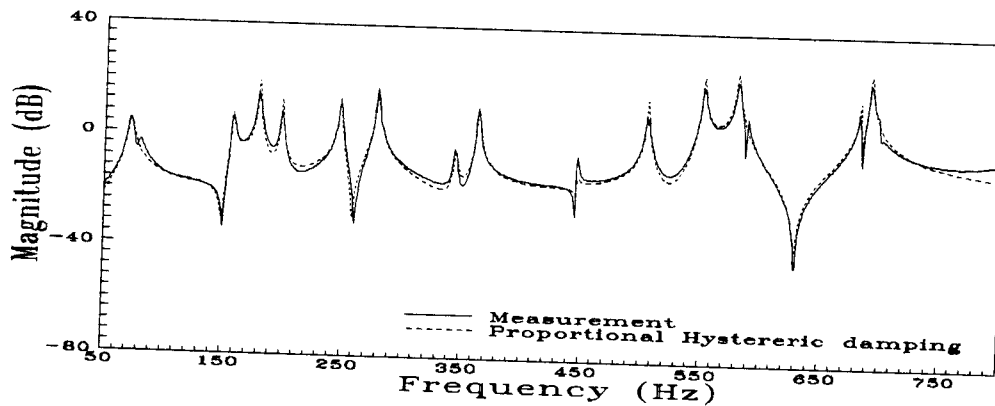


Fig. 5 Measured & calculated acceleration (proportional hysteresis damping)

Table 1 Least square error

plate	proportional viscous damping	general viscous damping	proportional viscous · hysteretic damping
steel	0.3093028E-03	0.2180491E-03	0.1681762E-03
steel rubber	0.2740429E+02	0.2817250E+02	0.1784689E-02

4. 평판의 굽힘진동에 의한 방사음

무한평판의 방사음을 표면진동속도를 적용하여 예측하는 방정식은 1896년 Rayleigh에 의해식 정식화 되었다. 이 방법을 평판을 다수의 요소로 분할하고 피스톤 음원으로 가정하여 음압을 계산하고 진동면 진폭에 대하여 적분한다.

피스톤 음원에 의한 공간상의 A점에 대한 방사음압을 P_A 라고 하면,

$$P_A = \frac{j\omega\rho}{2\pi} v \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} dS \tag{13}$$

이것서, 구조물 표면에 유한개의 피스톤 음원이 존재한다고 하면, 이들 피스톤 음원에 의한 공간상의 A점에 대한 방사음압 P_A' 은 식(13)로부터 다음과 같이 된다.

$$P_A' = \sum_{m=1}^M P_A = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \sum_{m=1}^M v_m \iint_{S_m} \frac{e^{-jkr_m}}{r_m} dS_m \tag{14}$$

식(14)에서 $kr < 1$ 인 경우에는 e^{-jkr} 를 Mclaurin 전개하여 6차까지 계산에 적용하였다. 실험용 강판들을 비례감성·히스테리시스감쇠계로 모델링하여 모드특성치를 구하고, 이들과 임의점의 가진시에 측정된 가진력 스펙트럼으로 각 요소의 표면진동속도를 계산하였다. 이 결과를 식(14)의 Rayleigh의 적분방정식에 적용하여 방사음을 예측하고 측정결과와 비교하였다.

먼저 평판의 표면진동속도를 실효치(rms)로 하여 식(14)에 대입하고 방사음을 계산하였다. 이는 방사음을 예측할 때 일반적으로 적용되는 방법으로 평판의 진동모드를 고려하지 않고 방사음을 계산한 결과로 된다. Fig. 6은 강판에 대해 66면점을 랜덤가진할때 36면점 상부 20mm에서의 방사음을 계산하고 측정치와 비교한 결과이다.

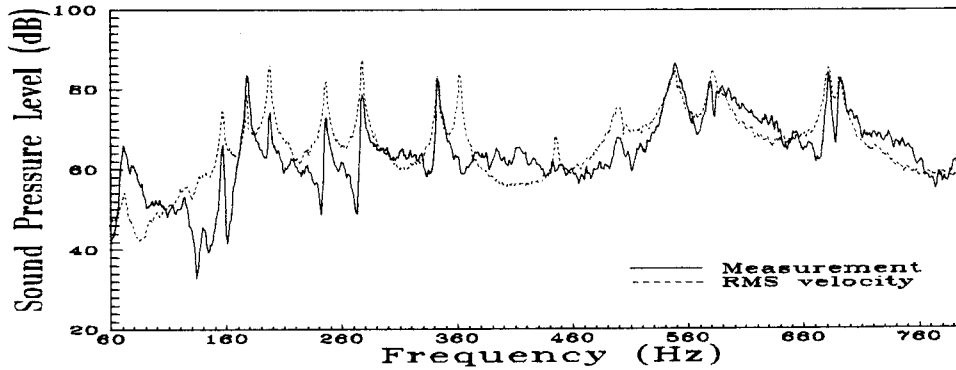


Fig. 6 Measured & calculated sound level for the 20 mm above the 36 point of the steel plate using the rms velocity

이 그림을 검토하여 보면 156 Hz, 198 Hz, 247 Hz, 278 Hz, 363 Hz, 446 Hz, 503 Hz 등에서 오차가 크다. 이 경우의 공통적인 특징은 이들 주파수에 해당하는 진동모드의 절점이 측정점(36번점) 근방에 위치하고 있다. 또한 178 Hz, 343 Hz, 579 Hz, 588 Hz, 681 Hz, 691 Hz에 대한 방사음 계산치는 실측치와 잘 일치하고 있다. 이는 측정점이 진동모드의 절점에서 상당히 떨어져 있는 경우이다. 그리고 전반적으로 계산치가 측정치보다 높다. 이 원인은 평판의 진동모드를 고려하지 않은 결과로 판단된다.

평판의 진동모드의 영향을 고려하기 위하여, 복소표면진동속도를 이용하여 방사음을 계산하고 측정치와 비교하였다. 이 결과를 Fig. 7에 보인다.

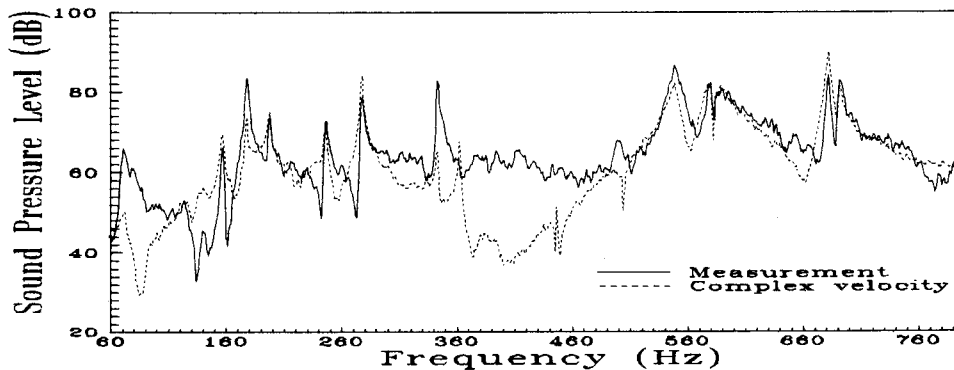


Fig. 7 Measured & calculated sound level for the 20 mm above the 36 point of the steel plate using the complex velocity

이를 검토하여 보면, Fig. 6에서 문제로 되었던 절점근방의 주파수에서 오차는 감소하였으나 계산치가 실측치보다 낮다. 특히 측정점이 평판의 중앙에 있는 경우에는 측정점의 진동모드의 절점에 해당하는 경우가 많으므로 더욱 이러한 현상이 발생된다.

이상에서와 같이 표면진동속도로 실효치를 적용하여 방사음을 계산하면 측정치보다 높은 값을 갖고, 진동모드를 고려하여 복소표면진동속도를 계산하면 측정치보다 낮은 값을 갖는다. 따라서 본 논문에서는 진동모드의 (+)부분(source)와 (-)부분(sink)에 의한 음압을 구하고, 이 값으로 수정계수를 구하여 방사음을 계산하는 방법을 검토하였다.

각 주파수에 대한 진동모드의 (+)부분에 의한 음압을 $P_+(\omega)$, (-)부분에 의한 음압을 $P_-(\omega)$ 라고 한다. 양자를 비교하여 $P_+(\omega)$ 가 $P_-(\omega)$ 보다 크다고 하면, 수정계수 $CF(\omega)$ 를 식(17)과 같이 제안하고, 음압 $P(\omega)$ 를 식(18)과 같이 계산하였다. 이는 현실적으로 sink가 완전하게 존재할 수 없기 때문에 이를 $CF(\omega)$ 로 어느 정도 고려한 것을 의미한다.

$$CF(\omega) = 1 - \{P_-(\omega) / P_+(\omega)\} \tag{17}$$

$$P(\omega) = P_+(\omega) - P_-(\omega) \cdot CF(\omega) \tag{18}$$

식(18)를 이용하여 계산한 결과를 Fig. 8에 보인다. 이를 앞의 결과와 비교하여 보면 문제가 되었던 절점이 측정점 부근에 있는 주파수에서 상당히 양호한 결과를 주고 있다. 또한, 절점이 측정점과 거리가 있는 주파수에 대해서는 수정계수 $CF(\omega)$ 를 고려한 것과 하지 않은 것이 별로 차이가 없다.

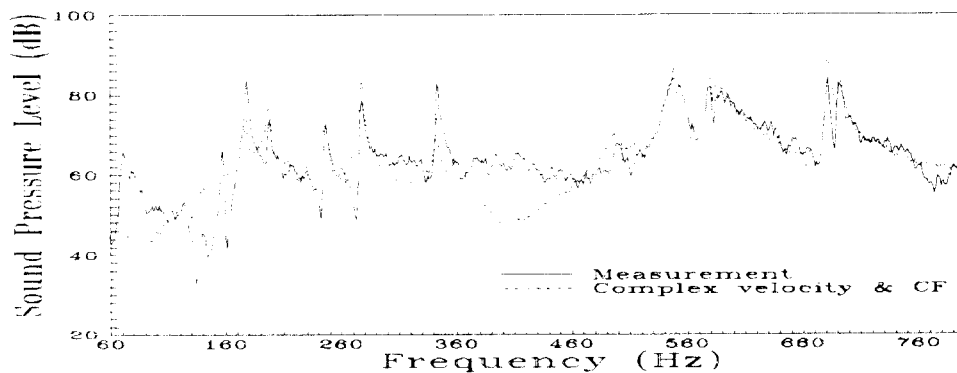


Fig. 8 Measured & calculated sound level for the 20 mm above the 36 point of the steel plate using the complex velocity & CF

Fig. 9~10은 여러가지 표면진동속도를 적용하여 계산한 음압과 측정된 음압의 overall 값을 측정위치에 따라 도시한 결과이다. Fig. 9는 강판 위 20 mm에서 계산한 overall음압 레벨로, 표면진동속도로 실효치를 적용하면 측정치보다 최고 8 dB정도 높고, 복소진동속도로 계산하면 최고 5 dB정도 낮다. 그리고 수정계수를 적용하여 계산한 결과는 강판의 가장자리를 제외한 전 위치에서 1~2 dB 정도의 오차로 비교적 양호하게 방사음을 예측하고 있다. Fig. 10은 강판 위 320 mm에서 계산한 overall음압레벨로, 강판으로부터 거리가 멀어질수록 이러한 현상이 더욱 두드러진다. 강판의 가장자리에서 오차가 큰 이유는 평판의 앞면에서 나온 음이 뒷면의 sink로 유입되기 때문으로 생각된다.

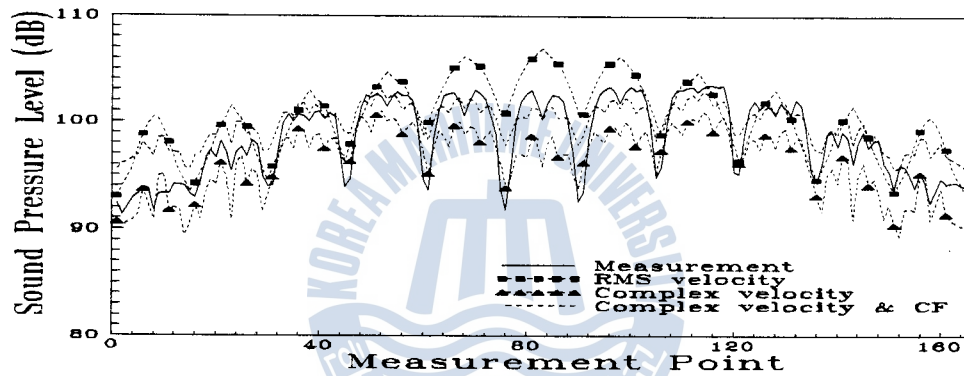


Fig. 9 Measured & calculated sound level for the 20 mm above the steel plate

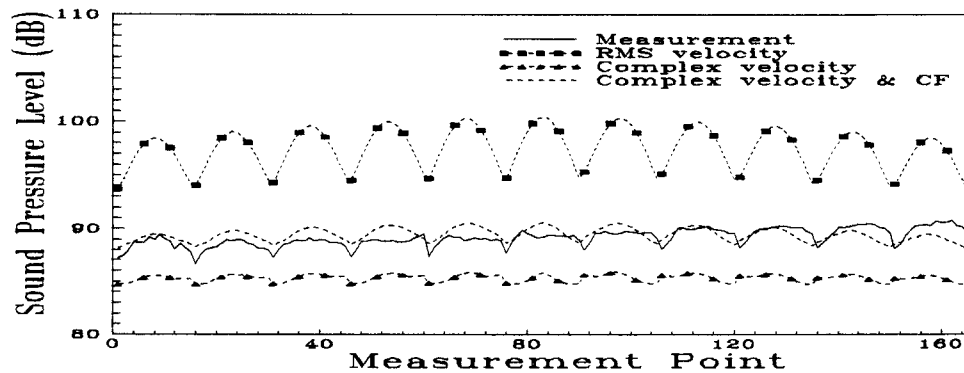


Fig. 10 Measured & calculated sound level for the 320 mm above the steel-rubber plate(overall)

5. 진동모드와 음압모드의 비교

평판의 진동모드와 음압모드의 상관성을 보기 위하여 측정된 진동·음압모드와 계산한 진동·음압모드를 Fig. 11~12에 보인다. 계산한 진동모드는 비례점성·히스테리시스감쇠 계를 적용한 결과이며, 음압모드는 복소진동속도에 수정계수를 고려하여 계산한 결과이다. 표면진동속도로 절효치를 적용하여 음압모드를 계산하면 진동모드와 전혀 일치하지 않고, 복소진동속도를 적용하면 복소진동속도에 수정계수를 고려한 결과와 성향은 비슷하나 음압레벨이 낮다.

이들을 검토하여 보면 측정된 진동모드와 계산한 진동모드는 거의 일치하고 있으며, 음압모드도 양호한 결과를 주고 있다. 또한 측정된 음압모드는 기리가 멀어질수록 점차 모드가 모호해지며, 이러한 성향은 계산한 음압모드에서도 나타나고 있다.



Fig. 11 Measured vibration & sound mode for the steel plate at 247 Hz

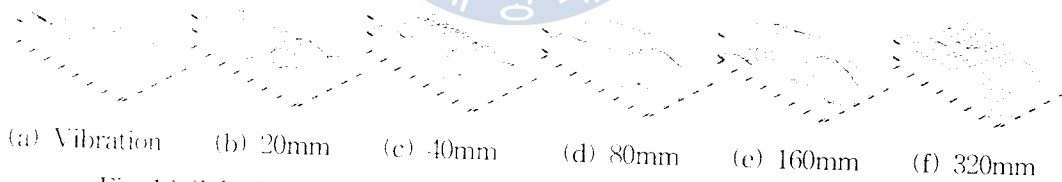


Fig. 12 Calculated vibration & sound mode for the steel plate at 247 Hz

6. 결 론

본 논문에서는 진동모드해석으로 평판의 주파수응답함수를 구하고, 이 결과와 임의점의 거진에 의한 표면진동속도를 복소수로 계산하여 방사음을 예측하는 방법과 진동모드가 방사음에 미치는 영향을 검토하였다. 이상의 결과를 요약하면 다음과 같다.

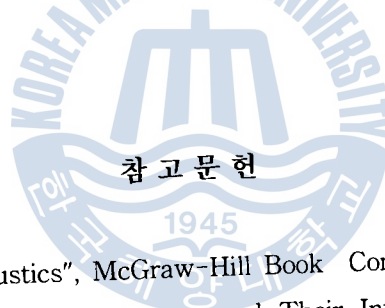
- 1) 구조물을 비례점성·히스테리시스감쇠계로 모델링하여 모드특성치를 구하는 구조물

전체의 표면진동속도를 계산하는 전산프로그램을 개발하였고, 이를 강판에 적용하여 주파수응답함수를 구하고 측정치와 비교하여 양호한 결과를 얻었다.

2) 측정점 근방에 진동모드의 절점을 갖는 주파수에서 진동모드가 방사음에 크게 영향을 미치고 있음을 확인하였다.

3) 진동모드의 절점과 측정점이 같은 주파수에서 표면진동속도로 실효치를 적용하여 방사음을 계산하면 측정치보다 높은 값을, 진동모드를 고려하여 복소진동속도를 계산하면 측정치보다 낮은 값을 갖는다.

4) 진동모드가 방사음에 미치는 영향을 고려하기 위하여 음원을 소스(source)와 싱크(sink)로 분리하고 수정계수를 제안하였고, 방사음을 계산하는 프로그램을 개발하였으며 이를 평판에 적용하여 방사음을 계산하고 측정치와 비교한 결과, 실용성을 확인할 수 있었다.



참고 문헌

- (1) Allan D. Pierce, "Acoustics", McGraw-Hill Book Company, 1981
- (2) Miguel C. Junger, "Sound, Structure, and Their Interaction", The MIT Press, 1986
- (3) Frank Fahy, "Sound and Structure Vibration", Academic Press, 1985
- (4) 長松昭男, "モード解析", 培風館, 1985
- (5) 加川幸雄·石川正臣, "モード解析入門", オーム社, 1987
- (6) 大久保信行, "機械のモダール・アナリシス", 中央大學出版部, 1981
- (7) 최문길 외2명, "비례점성·히스테리시스 감쇠계에 의한 철도차량의 실험모드해석", 소음진동공학회 춘계학술대회논문집, pp. 86~91, 1996
- (8) 田中信雄 外2名, 1991, "振動放射音の制御に関する研究", 日本機械學會論文集 (C編) 57卷537號, pp. 1512~1519