

平板의 맞대기이음 熔接에 있어서 應力과 變形率의 热彈塑性解析에 관한 研究

金 喜澈 • 金 永植 • 王 之錫

A Study on the Thermal-elastic-plastic Analysis of
Stresses and Strains for Butt Weld of Plates

Kim, Hee-Cheol • Kim, Young-Sik • Wang, Jee-Seok

.....<目 次>.....	
1. 序 論	6. 熔接中 热應力의 變化舉動
2. 有限要素法에 의한 热彈塑性 解析	7. 實 驗
3. 應力增分과 變形率 增分과의 關係	8. 結 論
4. 剛性行列과 荷重 变화	參考文獻
5. 平面應力狀態의 热彈塑性解析	

Abstract

Thermal-elastic-plastic analysis with aid of the finite element method and of the plastic strain increment theory was applied to the butt weld of plates, and the transient stresses distributions during welding were calculated, considering the effects of change in mechanical properties with temperature, such as modulus of elasticity, yield stress and coefficient of thermal expansion.

The resulting residual stresses distributions were obtained from the transient stresses distributions, setting the time infinite or sufficiently long.

We also carried out the experiments of measuring residual stresses for the butt welds of plates with hole-drilling method and compared the measured residual stresses with calculated values, which were proved to coincide fairly well with experimental results.

1. 序 論

材料를 熔接할 때 發生하는 深刻한 問題中의 하나가 熔接中의 热應力과 热變形으로 因한 殘留應力 및 變形이다. 材料를 熔融點까지 加熱하므로서 생기는 热膨脹은 热應力を 發生시키고 熔着部와

$\{\bar{T}\}$: 表面力

$\{\bar{X}\}$: 物體力

式(3)은 한要素에作用하는 힘과 應力과의 關係를 나타내는데 全要素에 대하여 組立하면 다음과 같이 된다.

$$\sum \int_V [B]^T \{\sigma\} dV = \sum \{F\} + \sum \int_S [N]^T \{\bar{T}\} dS + \sum \int_V [N]^T \{\bar{X}\} dV \quad \dots\dots\dots(4)$$

平板맞대기이음 熔接의 境遇 物體力은 無視할 수 있으므로 $\{\bar{X}\}=\{0\}$ 이 되고, 또한 外部拘束이 없다면,

$$\sum \{F\}=\{0\}, \quad \sum \int_S [N]^T \{\bar{T}\} dS=\{0\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

i) 되므로 式(4)는 다음과 같이 된다.

$$\sum \int_V [B]^T \{\sigma\} dV=\{0\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

熱彈塑性解析에서는 應力과 變形率의 増分을 利用하므로 式(6)을 微分하면 다음과 같다.

$$\sum \int_V [B]^T \{d\sigma\} dV=\{0\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

여기서 $\{d\sigma\}$ 는 應力增分이다.

3. 應力增分과 變形率增分과의 關係

變形率과 應力 사이의 關係는 Hook의 法則에 의하여

$$\{\varepsilon\}=[C]^{-1}\{\sigma\}+\{\varepsilon^t\}+\{\varepsilon^p\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

여기서

$[C]$: 彈行列

$\{\varepsilon^t\}$: 热變形率

$\{\varepsilon^p\}$: 塑性變形率

材料의 機械的 性質은 溫度에 따라 달라지므로 溫度가 變하면 式(8)에서 彈行列 $[C]$ 가 變하므로 應力과 變形率사이의 關係가 달라지고, 塑性領域에서는 變形率履歷이 應力과 變形率사이의 關係에 影響을 미치므로 热彈塑性解析에서는 應力과 變形率의 増分을 利用하여 段階的으로 計算해 나간다. 따라서 式(8)을 全微分하면 다음 式을 얻는다.

$$\{d\varepsilon\}=d[C]^{-1}\{\sigma\}+[C]^{-1}\{d\sigma\}+\{d\varepsilon^t\}+\{d\varepsilon^p\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

여기서

$\{d\varepsilon\}$: 變形率增分

$\{d\varepsilon^t\}$: 热變形率增分

$\{d\varepsilon^p\}$: 塑性變形率增分

熱變形率增分 $\{d\varepsilon^t\}$ 는 热膨脹係數 α 와 溫度增分 dT 를 알면 求할 수 있다. 즉 垂直變形率成分은 αdT 이고 剪斷變形率成分은 0 이다. 彈行列域에서는 塑性變形率增分 $\{d\varepsilon^p\}$ 는 $\{0\}$ 이므로 式(9)에서

應力增分 $\{d\sigma\}$ 에 관하여 整理하면

여기서

$$\{dL^e\} = [C]d[C]^{-1}\{\sigma\} + [C]\{d\varepsilon^e\}$$

塑性領域에서는塑性變形率增分 $\{d\varepsilon^p\}$ 는 다음과 같다.⁶⁾

$$\{d\varepsilon^\nu\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

여기서 $d\lambda$ 는 다음에 정할 正의 常數로서 스칼라量이고, $f(\sigma)$ 는 塑性變形判別式(Plastic flow criterion)으로서 應力成分 σ 의 函數이며 이 函數의 값이 어떤 값 $f_0(W_p, T)$ 에 이르면 塑性變形이 일어난다고 看做한다. 한편 f_0 의 값은 材料의 種類에 따라 다르고 塑性일 W_p 와 溫度 T 의 函數이다. 따라서 塑性變形이 일어나고 있는 동안에는 다음 式이 成立한다.⁶⁾

式(12)를 全微分하면

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} = \frac{\partial f_0}{\partial W} dW + \frac{\partial f_0}{\partial T} dT \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

이 되고, 한편塑性일增分 dW_p 는 다음과 같다.

$$dW_p = \{\sigma\}^T \{d\varepsilon^p\} = \{\sigma\}^T d\lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

式 (14)를 式 (13)에 代入하면

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} = d\lambda \frac{\partial f_0}{\partial W_s} \{\sigma\}^T \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \frac{\partial f_0}{\partial T} dT \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

한편 式 (11)을 式 (9)에 代入하고 $\{d\sigma\}$ 에 관하여 整理하면

$$\{d\sigma\} = [C]\{d\varepsilon\} - [C]d[C]^{-1}\{\sigma\} - [C]\{d\varepsilon^i\} - d\lambda[C]\left\{\frac{\partial f}{\partial \varepsilon^i}\right\} \quad \dots \quad (16)$$

式 (16)을 式 (15)에 대입하면 스칼라量 $d\lambda$ 를 구할 수 있다.

$$d\lambda = \frac{1}{S} \left(\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \{d\varepsilon\} - \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [C] d[C]^{-1} \{\sigma\} \right. \\ \left. - \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \{d\varepsilon'\} - \frac{\partial f_0}{\partial T} dT \right) \quad \dots \dots \dots (17)$$

여기서

$$S = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} + \frac{\partial f_0}{\partial W_s} \{ \sigma \}^T \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}$$

式 (17)을 式 (16)에 代入하여 整理하면 다음과 같이 된다.

여기서

$$[C'] = [C] - [C] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \frac{1}{S}$$

$$\{dL^p\} = [C^p](d[C]^{-1}\{\sigma\} + \{d\varepsilon^t\}) - \frac{1}{S}[C] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \tau} \right\} \frac{\partial f_0}{\partial T} dT$$

式 (10)과 式 (18)로부터 應力增分과 變形率增分과의 關係는 彈性領域이든 塑性領域이든 다음과 같은 形態로 表示될 수 있음을 알 수 있다.

여기서 弹性領域에서는 $[D]=[C]$, $\{dL\}=\{dL^e\}$ 이고 塑性領域에서는 $[D]=[C^p]$, $\{dL\}=\{dL^p\}$ 이다. 弹性領域과 塑性領域의 区別은前述한 바와 같이 塑性變形判別式에 의한다.

4. 剛性行列과荷重벡터

式 (2)를 全微分하면 $\{d\varepsilon\} = d[B]\{q\} + [B]\{dq\}$ 인데, 線形形狀函數(linear shape function)을 쓰면 $[B]$ 는 常數가 되고,

이 式을 式 (19)에 代入하면 다음과 같다.

式 (7)을 式 (21)을 利用하여 整理하면 다음과 같이 剛性行列 $[K]$ 와 荷重벡터 増分 $\{dL_a\}$ 로 나타낼 수 있다.

여기서

$$[K] = \Sigma \int_v [B]^T [D] [B] dV$$

$$\{dL_a\} = \sum \int_v [B]^T \{dL\} dV$$

$\{dq\}$: 節點變位增分

式(22)를境界條件에 따라修正하고 $\{dq\}$ 에 관하여 풀어 이것을 式(20)에代入하면 变形率增分 $\{d\varepsilon\}$ 을求할 수 있고, 式(21)에代入하면 應力增分 $\{d\sigma\}$ 을求할 수 있다.

5. 平面應力狀態의 热彈塑性解析

前節의 式들에서 諸性行列 $[C]$ 는 2次元 平面應力狀態의 境遇 다음과 같다.

$$[C] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

여기서 E 는 Young 係數이고 ν 는 Poisson의 比이다.

한편 塑性變形判別式으로서 von Mises의 式은 剪斷變形에너지(Distorsion energy)를 나타낸다.⁶⁾ 따라서 平面應力下의 判別式 $f(\sigma)$ 는

여기서 G 는 剪斷彈性係數이다. 式 (24)는 組合應力 σ_x , σ_y , τ_{xy} 가 作用할 때의 剪斷變形에너지를 表示하는데, 材料의 塑性變形舉動은 單純引張時에만 材料試驗에 의하여 알려져 있으므로 單純引張

時의剪斷變形에너지와結付시키지않으면안된다. 즉組合應力 σ_x , σ_y , τ_{xy} 가作用할때式(24)의값이單純引張時降伏點에서의剪斷變形에너지와같을때塑性變形이始作된다고본다.材料의降伏點을 σ_0 라고하면單純引張時降伏點에서의剪斷變形에너지 U_1 은式(24)에서 $\sigma_x=\sigma_0$, $\sigma_y=0$, $\tau_{xy}=0$ 를代入함으로써求할수있다.

$$U_1 = \frac{1}{6G} \sigma_0^2 \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

式 (25)와 式 (24)를 等置시킴으로써 다음 式을 얻는다.

여기서

로서 等價應力이라 定義하고 이 값이 σ_0 에 達하면 塑性變形이 始作된다고 본다. 즉 $\sigma_e < \sigma_0$ 인 領域은 彈性領域이고 $\sigma_e \geq \sigma_0$ 인 領域은 塑性領域이다. 彈性領域에서는 應力增分과 變形率增分 사이의 關係는 式 (10)과 같고 塑性領域에서의 그것은 式 (18)과 같음을前述한 바 있다.

式 (18)의 $[C^b]$ 와 $\{dL^b\}$ 를 구하기 위하여 式 (24)를 偏微分하여 다음 式을 얻는다.

또한 $d\varepsilon_p$ 를 單純引張時의 塑性變形率增分이라 하면 $dW_p = \sigma_0 d\varepsilon_p$ 므로

이라 쓸 수 있다. 그리고

이므로 式 (29)와 式 (30)으로부터

$$\frac{\partial f_0}{\partial W_p} = \frac{df_0}{d\sigma_0} \frac{\partial \sigma_0}{\partial W_p} = \frac{\sigma_0}{3G} \frac{\partial \sigma_0}{\partial \varepsilon_p} \frac{d\varepsilon_p}{dW_p} = \frac{H'}{3G} \quad \dots \quad (31)$$

여기서

$$H' = \frac{\partial \sigma_0}{\partial \varepsilon_s}$$

로서 一定溫度에서 單純引張試驗時 세로軸을 應力, 가로軸을 塑性變形率로 잡을 때 그 기울기를 나타내며 完全塑性體(Perfectly plastic materials)에 대하여서는 $H'=0$ 이 되다.

한국

이므로 單純引張時 降伏點 σ_0 가 溫度 T 에 따라 變化하는 樣相을 알면 이를 求할 수 있다.

式(23), (28), (31), (32)를 式(18)에 代入하여 整理하면 $[C^p]$ 와 $\{dL^p\}$ 를 求할 수 있다.

여기서

$$S' = (5-4\nu)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) - (8-10\nu)\sigma_x\sigma_y + 18(1-\nu)\tau_{xy}^2,$$

$$\{p\} = \begin{cases} (2-\nu)\sigma_x - (1-2\nu)\sigma_y \\ (2-\nu)\sigma_y - (1-2\nu)\sigma_x \\ 3(1-\nu)\tau_{xy} \end{cases}$$

6. 熔接中 热應力의 變化舉動

前節에서 說明한 有限要素法에 의한 熱彈塑性解析을, 두께 5mm, 길이 300mm, 幅 100mm인 2個의 軟鋼板을 길이方向으로 맞대기이음 熔接할 境遇에 대하여 適用하여 熔接中 熱應力의 變化舉動을 求하였다. 計算에 使用된 熔接파라미터와 材料의 物性値는 Table I 과 같고 이 表의 데이타를 利

Table I. Materials Properties and Welding Parameters

Item	Symbol	Unit	Value
Thermal Conductivity	λ	cal/cm $^{\circ}$ Csec	0.1
Specific Weight	γ	g/cm 3	7.8
Specific Heat	c	cal/g $^{\circ}$ C	0.15
Coefficient of Heat Transfer	α'	cal/cm 20 Csec	0.001
Welding Speed	v	cm/sec	0.9
Intensity of Heat Source	Q	cal/sec	1,500
Concentration factor of Heat Source	k	1/cm 2	2
Length of Welded Piece	H_x	cm	30
Width of Welded Piece	H_y	cm	20
Thickness of Welded Piece	δ	cm	0.5
Situation of Welding Bead	S_i	cm	10

用하여 參考文獻 7)에 의하여 焊接中의 溫度分布를 計算하였다.

한편 Fig. 2는 軟鋼의 彈性限度 σ_0 , 彈性係數 E , 热膨脹係數 α 가 溫度에 따라 變化하는 樣相을 나타낸다.²⁾ 本研究에서는 이 값들을 利用하여 計算하였다.

要素의 形態는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 四角形要素를 利用하였고, 熔接線에 대하여 左右對稱

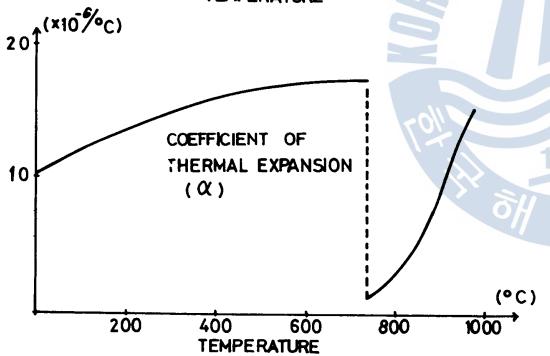
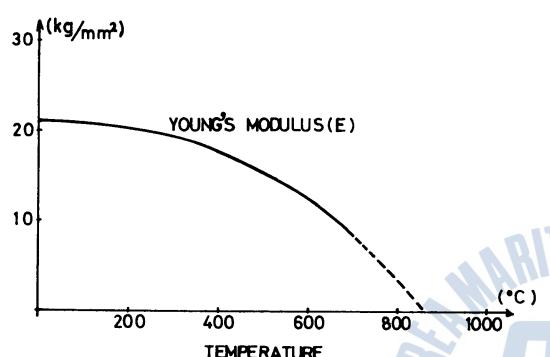
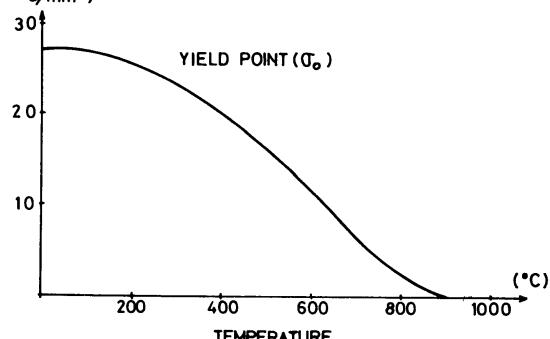


Fig. 2. Variation of materials properties with temperature.

라 다르나 相當한 热應力이 發達되어 있음을 볼 수 있다.

Fig. 5는 材料의 左端으로부터 142.5mm 되는 斷面에 있어서 σ_x 分布의 變遷過程을 나타낸 것이다. 이 境遇도 热源이 이 斷面을 通過하지 않을 때는($time=10\text{sec}, 15\text{sec}$) σ_x 의 分布는 보잘 것이 없으나 热源이 接近하거나 通過하고 나면 이때부터 應力이 發達하기 始作한다. 热源이 接近하거나 通過하고 나면 材料의 热膨脹으로 因하여 焊接線에 큰 壓縮變形率이 생기나 이 部分의 溫度가 높기 때문에 彈性係數가 작고 彈性限度가 낮아서 焊接線에는 큰 壓縮熱應力이 發生하지 않고 母材에 큰 壓縮熱應力이 發生한다. 材料가 점점 식어감에 따라 壓縮塑性變形率 때문에 焊接線에서 引張應力이 發達하여($time=30\text{sec}$ 以後), 完全히 冷却된 後에는 焊接線에 引張應力, 母材에 壓縮應力이 남는다($time=\infty$).

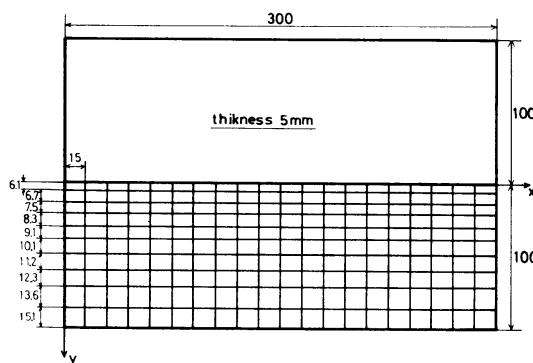


Fig. 3. Dimensions of welded piece and division in finite elements.

이기 때문에 한쪽만 解析하였다. 要素分割은 길이 方向으로 20等分, 幅方向으로 10分割 하였는데, Fig. 3에 보이는 바와 같이 焊接線에 가까울수록 잘게 分割하였다. 座標軸은 그림에 나타난 바대로 焊接線을 x 軸으로 取하고, 焊接始作點을 지나고 焊接線에 垂直한 軸을 y 軸으로 取하였다. 境界條件은 焊接線에 대하여 左右 對稱이기 때문에 焊接線에서 y 方向의 變位가 零이라고 잡았다.

Fig. 4는 焊接이 始作되고 25sec가 되는 순간, 즉 热源이 材料의 左端으로부터 225mm 進行하고 있는 순간에 있어서 各斷面의 길이 方向應力 σ_x 의 分布를 나타낸 것이다. 그림에서 明白한 바와 같이 热源이 아직 通過하지 않은 斷面($x=247.5\text{mm}$, $x=277.5\text{mm}$)의 σ_x 分布는 거의 零에 가깝고, 热源이 通過한 斷面의 σ_x distribution는 그 斷面의 位置에 따

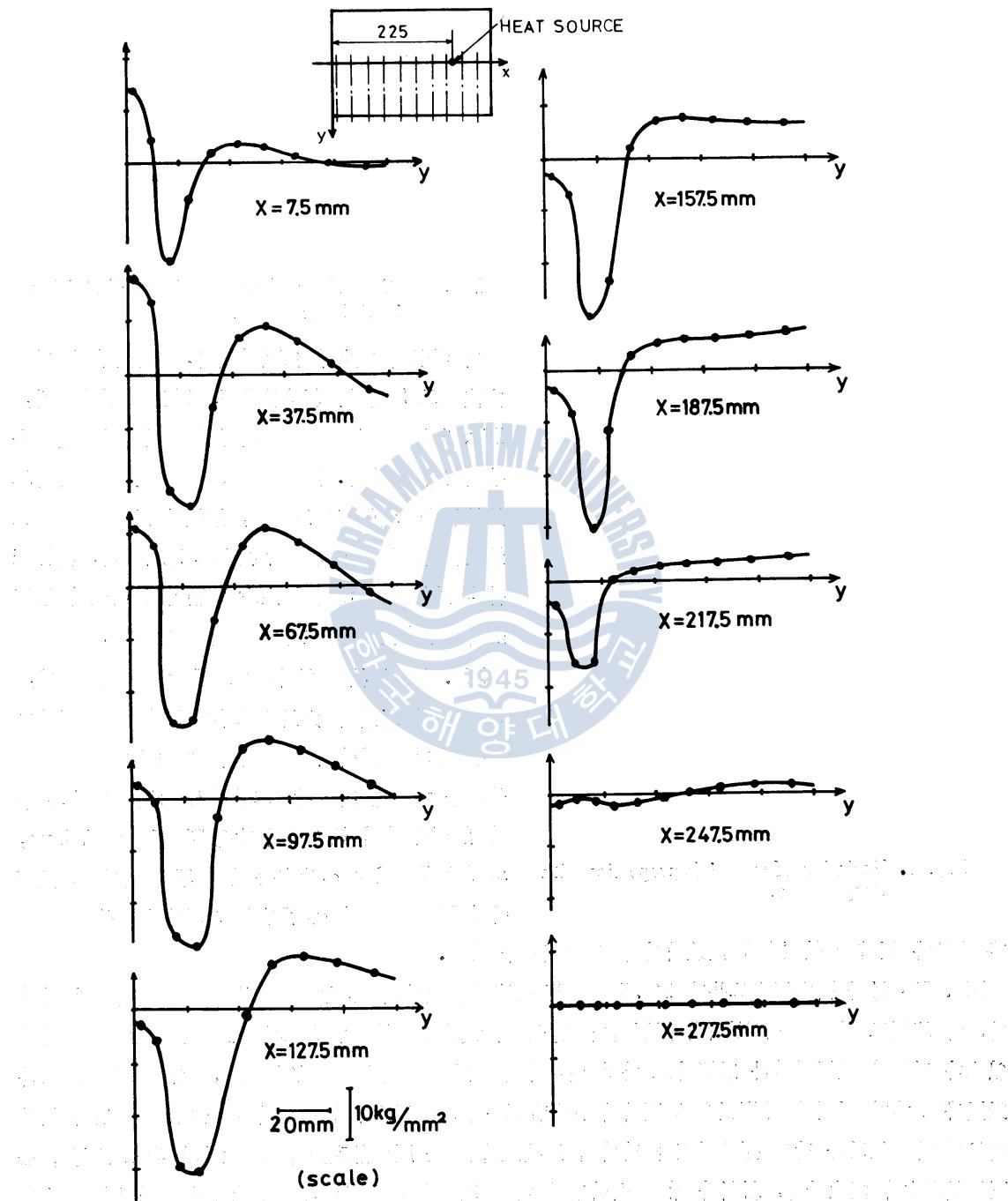


Fig. 4. Distribution of longitudinal stress σ_x in each cross-section at the moment 25 sec after start of welding.

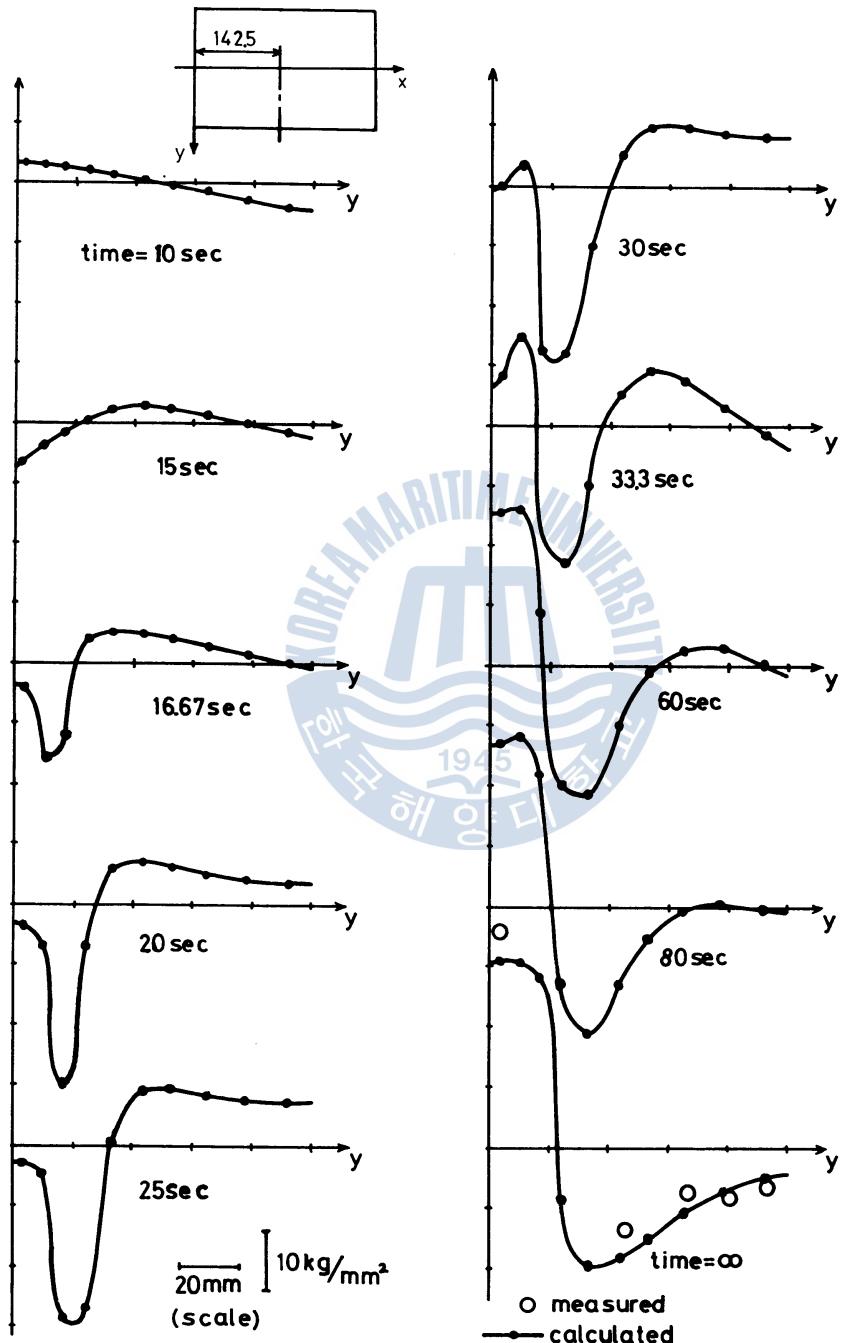


Fig. 5. Evolution of longitudinal stress distribution(σ_x) in the cross-section $x=142.5\text{mm}$.

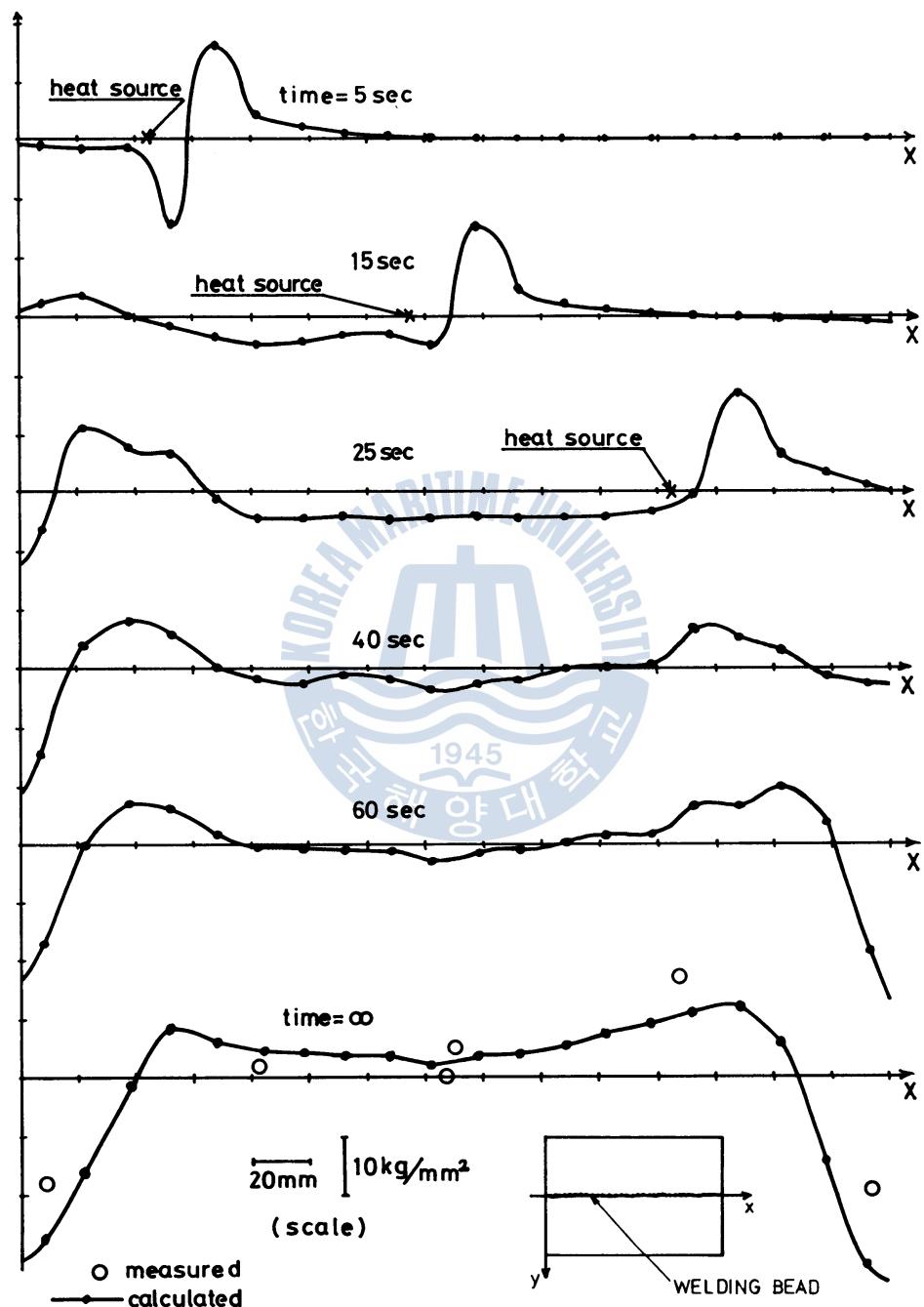


Fig. 6. Evolution of transverse stress distribution(σ_y) in the welding bead.

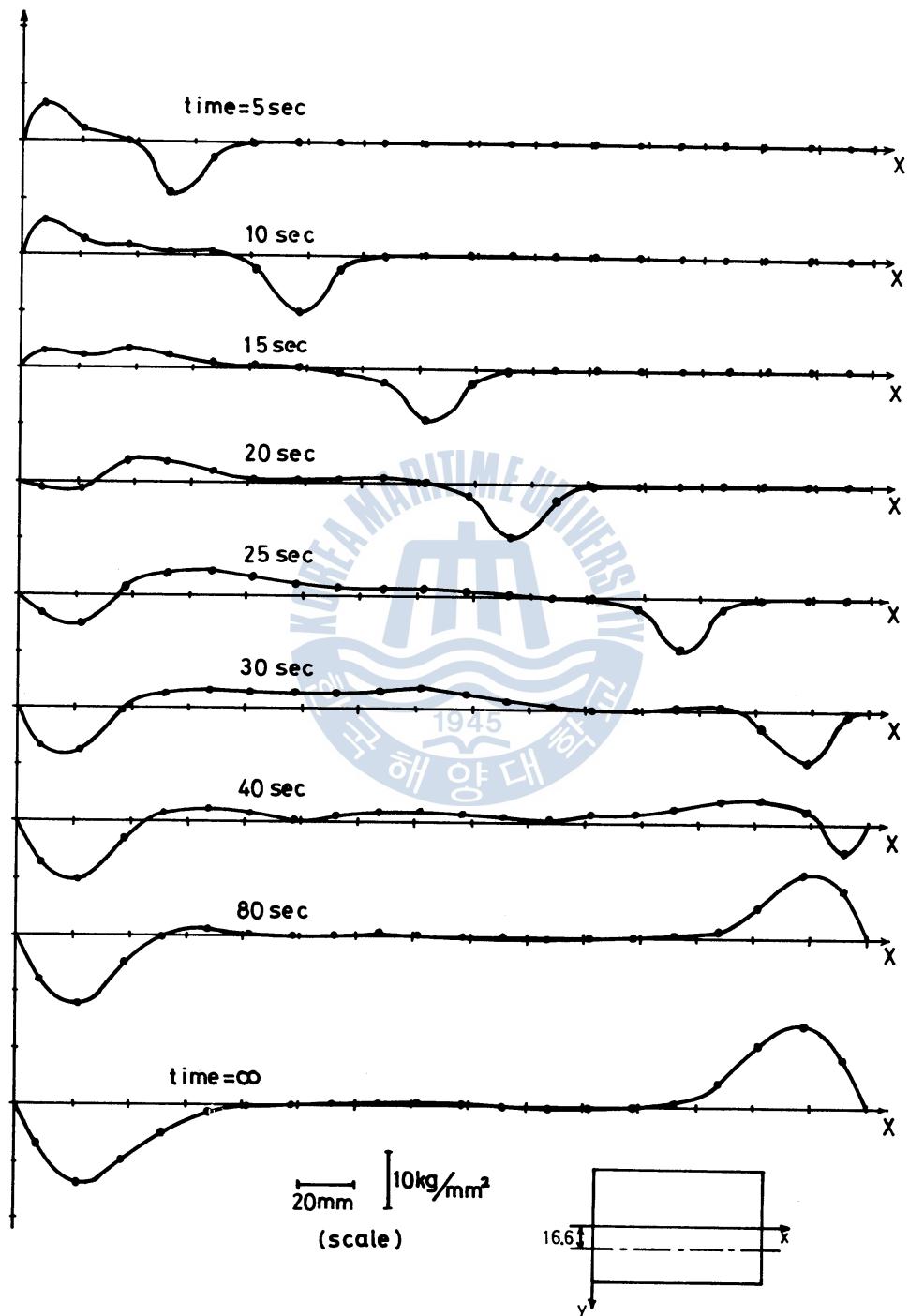


Fig. 7. Evolution of shearing stress distribution(τ_{xy}) in the cross-section $y=16.6\text{mm}$.

Fig. 6은 熔接線에 있어서 가로 方向應力 σ_x 分布의 變遷過程을 나타낸 것이다. 熔接線의 兩端에 큰 壓縮殘留應力이 있음을 볼 수 있다($time=\infty$).

Fig. 7은 熔接線으로부터 16.6mm 떨어지고 熔接線에 平行한 線($y=16.6\text{mm}$)에 대하여 剪斷應力 τ_{xy} 分布의 變化運動을 나타낸 것이다, 兩端近處에서 比較的 큰 剪斷殘留應力이 있고 나머지 部分에서는 거의 零이다($time=\infty$).

7. 實驗

平板 맞대기이음 熔接에 있어서 應力과 變形率의 热彈塑性解析의 適合性을 檢討하기 위하여 前節에서 計算하였던 바대로 軟鋼板을 實際로 熔接하고 殘留應力を 測定하여 計算結果와 比較하였다. 材料는 SB-41로서 그의 物性值와 熔接파라미터는 Table I 과 같고, 彈性限度, 彈性係數, 热膨脹係數의 溫度에 따른 變化는 Fig. 2와 같다. 熔接은 서브미어지드 熔接을 하였고 殘留應力의 測定은 穿孔法에 의하였다.

서브미어지드 熔接機에 붙어 있는 計器에 의하여 熔接電流, 熔接電壓, 熔接速度를 알 수 있고 操作裝置에 의하여 願하는 電壓 및 速度를 얻을 수 있다. 試片의 端面은 X形 구루우브를 만들고 兩面熔接을 하였는데 한쪽 面을 熔接하고 充分히 冷却한 다음 다른 面을 熔接하였다.

殘留應力의 測定에 使用된 ストレイン계이지는 SAN-EI社 製品인 N11-FA-1-120이고 스트레인메터는 TOYO社 製品인 MD-6E-F이다. 殘留應力의 測定點들이 多數이므로 구멍을 鑿으므로서 생기는 相互干渉을 없애기 위하여 구멍과 구멍사이의 거리를 구멍直徑의 5倍 以上 되게 하였다.

Fig. 8은 熔接된 材料의 左端으로부터 150mm 떨어진 斷面($x=150\text{mm}$)의 殘留應力 σ_x 의 分布를 나타낸다.豫想했던 바대로 熔接線近處에서 높은 引張應力이 發生하고 熔接線에서 멀어짐에 따라 引張應力은 急激히 減少하여 應力이 零인 點을 지나서 壓縮應力으로 된다. 이 壓縮應力의 크기도 邊方으로 갈수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9 및 Fig. 10은 熔接線에 따라서 殘留應力

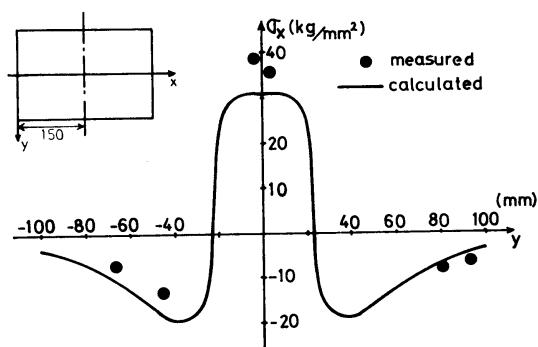


Fig. 8. Distribution of residual stress σ_x in the cross-section of $x=150\text{mm}$.

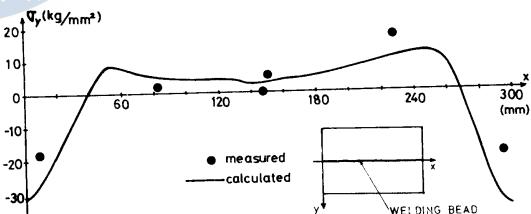


Fig. 9. Distribution of residual stress σ_y in the welding bead(X -axis).

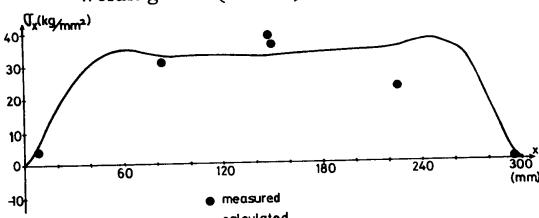


Fig. 10. Distribution of residual stress σ_x in the welding bead(X -axis).

σ_y 및 σ_z 의 分布를 보여준다. 熔接線의 兩端에서 가로方向의 높은 壓縮殘留應力(σ_r)이 있는 反面, 길이 方向의 殘留應力(σ_s)은 熔接線의 兩端에서 零이며 안쪽으로 들어 갈수록 점차 增加하여 一定 크기에 到達하면 거의 變化가 없다. 또한 Fig. 8, Fig. 9 및 Fig. 10에서 보는 바와 같이 殘留應力의 計算值와 測定值는 比較的 잘一致함을 알 수 있다.

8. 結論

有限要素法을 利用한 热彈塑性解析을 平板 맞대기이음 熔接에 適用하여 熔接中의 热應力의 變化 舉動과 熔接後의 殘留應力を 定量의으로 分析한 結果 다음과 같은 事實을 알았다.

- 1) 材料의 機械的 性質 즉 彈性限度, 彈性係數, 热膨脹係數가 溫度에 따라 變化하는 것을 考慮하여 解析하기 때문에 常溫에서부터 金屬의 蒸發溫度까지 넓은 範圍의 溫度變化에도 不拘하고 熔接中 热應力의 變化推移를 計算할 수 있다.
- 2) 一般的으로 热源近處에서는 큰 热膨脹이 發生하나 彈性限度가 낮고 彈性係數가 작기 때문에 壓縮熱應力은 작고 오히려 热源으로부터 약간 떨어진 部分에서 큰 壓縮熱應力이 發生한다.
- 3) 熔接의 全過程에 걸쳐서 剪斷應力은 壓縮이나 引張應力에 比하여 그리 크지는 않으나 热源近方과 熔接線의 兩端近處에서 發生하는데, 軟性材料의 降伏에는 剪斷應力이 큰 比重을 차지한다는 事實을勘案한다면 이것도 無視할 수 없다. (Fig. 7 參照)
- 4) 熔接線의 殘留應力分布는 兩端에서 가로方向의 큰 壓縮應力이 發生하고 안쪽에서 比較的 작은 引張應力이 作用하는데 이 引張應力은 中心部로 갈수록 더 작아지는 傾向을 보인다. (Fig. 9 參照) 또한 길이 方向應力(σ_s)은 熔接線의 兩端에서 零이고 안쪽으로 갈수록 增加하여 一定值에 到達하면 거의 變化가 없다. (Fig. 10 參照)
- 5) 塑性變形率增分理論과 von Mises의 降伏條件을 热彈塑性解析에 適用할 境遇 一般的으로 實際와 잘一致한다.

參考文獻

- 1) N.O. Okerblom, "Calcul des déformations des constructions métalliques soudées", Service de documentation, Trad. No. 807 (Institut de Soudure), 1964.
- 2) Lambert Tall, "Residual stress in welded plates -A theoretical study", Welding Journal, Vol. 43, No. 1(Jan.), 1964.
- 3) M. Wilson, D.J.H. Corderoy, "The transient stress distribution in welding", The Australian Welding Journal, Vol. 11, No. 1(Sept.), 1967.
- 4) Jon C. Walter, "Déformation par retrait dû au soudage longitudinal de poutres", Service de documentation, Trad. No. 808 (Institut de Soudure), 1965.
- 5) Koichi Masubuchi, "Control of Distortion and Shrinkage in Welding", Welding Research Council Bulletin, No. 149, April, 1970.
- 6) Alexander Mendelson, "Plasticity, theory and application", The Macmillan Company, New York, 1970.
- 7) 王之錫, "熔接中 移動하는 热源에 依한 溫度分布에 關한 研究", 韓國船用機關學會誌, Vol. 6, No. 2, October, 1982.

