

# 透過性潛堤와 Stokes 3次波와의 非線形干涉에 관한 研究

조 두 행\* · 김 도 삼\*\*

## Nonlinear Interaction between the Permeable Submerged Breakwater and Third Order Stokes Waves

Du Haeng Cho\*, Do Sam Kim\*\*

### ABSTRACT

Recently, the interests of the construction of the permeable submerged breakwaters have been increased to preserve and improve the costal environment, and to control the incident waves and littoral transport. It is very important to predict the wave transformation precisely over the permeable submerged breakers. The proposed model is based on the 3rd order Stokes waves of the frequency domain method using the 3rd-order perturbation and boundary element method. In this analysis, energy preservation that is ignored by the 2nd order Stokes waves is considered by using the basic frequency component of the 3rd-order Stokes waves. The Dupuit-Forchheimer formula is applied to the analysis of the fluid resistance of rubble stones, and the equation about equivalent linear frictional coefficient is newly modified to the 3rd order based on the Lorentz's condition for the equivalent work. The numerical results shows a good agreement with experimental work. It is confirmed that the present method of the 3rd-order Stokes waves estimates more precisely than that of the 2nd-order Stokes waves. This study also talks about the characteristics and transformation of the nonlinear waves in cases of varied geometric shapes of the submerged permeable breakwater and incident wave

\* 한국해양대학교 대학원

\*\* 한국해양대학교 토목공학과 조교수

conditions by above theory proved. By means of the result, the nonlinear waves transformation is characterized in accord with physical appearance.

## I. 서 론

### 1.1 본 연구의 배경 및 목적

근년, 사회·경제의 발달과 더불어 陸地와 海域을 유기적으로 그리고 종합적으로 일체화하여 이용하는 Sea-front 개발이나 해역의 Amenity공간의 창출에 많은 관심을 가지게 되었으며, 쾌적하고 질이 높은 해역환경을 적극적으로 창조해 가는 것이 매우 중요하게 되었다. 따라서, 지금의 해안·해역구조물은 단지 파랑제어 혹은 표사제어만을 목적으로 하는 해안보전시설로서의 방재기능만이 아니고, 여러 종류의 다양한 연안 생태환경과 조화를 이루고, 더욱이 멋진 자연경관을 살리고 조화되는 기능 등을 갖는 多目的·多機能의 구조물이 한층 요망되고 있다.

이와 같은 다목적·다기능을 갖는 해안·해역구조물의 하나로서 인공Reef로 대표되는 잠제가 있다. 잠제는 그의 천단이 정수면하에 잠겨 있기 때문에, 해역의 경관 및 해수교환성이 뛰어나고, 잠제상면에서의 강제쇄파에 의해 파랑전달률이 감소되어 소파효과를 크게 기대할 수 있는 利點도 가지고 있다. 또한, 잠제배후에 형성되는 정온해역을 어장 조성의 수산업, 해양 Recreation과 Resort의 場과 같은 다목적 이용을 도모할 수 있는 점과, 잠제 주변에서 발생하는 쇄파에 의한 Aeration 등의 효과로부터 해역의 수질환경에 좋은 영향을 주기 때문에 해역생물의 육성·증식에 공헌도가 클 것으로 판단된다. 이와 같이 많은 특징을 갖는 잠제는 본래의 목적인 파랑제어 및 표사제어와 같은 해역방재로서의 기능에 대해서도 종래의 이안제와 거의 동일한 기능을 갖기 때문에 일본에서는 많은 건설 예를 볼 수 있으며, 우리나라에서도 그의 다기능을 인식하여 해양수산부가 신기술로서 적극 권장하고 있는 해역구조물로, 일부해역에서는 그의 실현을 목전에 두고 있다.

본 연구에서는 잠제의 파랑제어라고 하는 관점에서 투과성잠제에 대해 지금까지 해석되어 온 Stokes 2차파에 기초한 섭동법과 경계요소법을 병용하는 약비선형모델중에 주파수영역해석기법을 보다 정도 높은 Stokes 3차파로 확장하고, 이로부터 얻어진 수치해석결과를 수리모형실험과 비교하여 그의 타당성을 검증함과 동시에 입사파랑의 제원, 잠제의 기하학적인 형상의 변화에 따른 비선형파랑간섭의 발생 및 변화특성을 검토하는 것을 본 연구의 목적으로 한다.

## 1.2 본 연구의 해석방법

본 연구에서는 비선형해석법중에 약비선형모델중의 주파수영역해석기법을 적용한다. 지금까지 연구된 주파수영역해석기법은 섭동법과 경계요소법을 병용하는 기법을 적용하고 있으며, 파동장은 Stokes 2차파까지를 고려하고 있다. 그리고 본 연구에서 대상으로 하는 투과성잠제와 같은 해중구조물의 경우는 구조물천단상의 급격한 수심 변화 등으로 인하여 비선형성분이 현저히 발달하여 구조물 배후 해역에 큰 영향을 미치며, 이를 정확히 예측하기 위해서는 고정도해석법이 요구된다는 것이 지적되고 있다. 따라서, 본 연구에서는 처음으로 파동장에 Stokes 3차파까지를 고려하여 해석을 수행한다.

정식화에 있어서는 각주파수의 변조도 동시에 고려하며, 3차에서 발생하는 기본주파수 성분 및 2차에서 시간에 관계하지 않는 정상성분도 고려한다. 특히, 이의 해석은 2차의 자유파의 발생에 의해 2차까지의 해석에서 해결할 수 없는 파랑에너지보존을 3차의 기본주파수성분을 고려함으로써 이 문제를 개선시킬 수 있다. 그리고, 투과성구조물 내의 유체운동에 Dupuit-Forchheimer의 저항식을 적용하며, Lorentz의 등가원리에 기초하여 얻어지는 등가선형마찰계수를 3차까지 새롭게 확장함과 동시에 3차의 무차원마찰계수를 새롭게 유도하여 비선형파랑변형해석을 실시한다. 이와 같은 해석법을 통하여 얻어진 결과를 수리모형실험을 실시하여 검증함과 동시에 비선형간섭파의 발생 및 변화특성 등을 상세히 검토한다. 이상을 근거로 하여 입사파랑조건의 변화와 투과성구조물의 기하형상의 변화에 따른 비선형간섭파의 형성을 시·공간분포를 중심으로 검토하여 그의 변화를 명확히 한다.

## II. 이론해석

### 2.1 기초방정식과 경계조건

#### 2.1.1 기초방정식

그림1)과 같은 일정수심  $h$ 의 2차원파동장에 설치된 투과성잠제에 대하여  $x$ 의 (+) 방향에서 파가 입사하는 경우를 고려한다. 감쇠정상파(Evanescence Mode Waves)의 영향이 무시될 수 있는 구조물로부터 충분히 떨어진  $x = \pm b$  지점에 가상개경계면(Fictitious open boundary)을 설정하면 유체영역은  $R^{(+)}$ ,  $R^{(-)}$  및  $R^{(0)}$ 의 세 영역으로 분할되고, 계산영역인 폐영역은 잠제의 외부영역  $R_o^{(0)}$ 와 내부영역  $R_i^{(0)}$ 로 구성된다. 외부영역  $R_o^{(0)}$ 의 경계면은 자유수면,  $x = \pm b$ 에서의 가상경계면 및 잠제의 표면을

포함하는 해저면으로 구성되고, 내부영역  $R_i^{(0)}$  는 잠제표면과 해저면으로 각각 구성된다. 이 때 경계면을 따르는 방향을  $s$ , 그의 외향법선을  $\nu$ , 수면변동을  $\eta(x;t)$  로 나타낸다.

유체를 비점성 및 비압축, 유체운동을 비회전으로 가정하면, 유체운동을 속도포텐셜 함수  $\phi(x,z;t)$  로 나타낼 수 있고, 이것은 다음의 Laplace방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

여기서,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  이다.

### 2.1.2 경계조건

경계조건에는 자유수면경계조건, 가상개경계면에서의 경계조건, 해저경계조건 및 잠제표면에서의 접합조건으로 압력에 대한 접합조건과 법선유속에 대한 접합조건이 있다.

2차원파동장에서 자유수면의 운동학적 경계조건(Kinematic Free Surface Boundary Condition)과 동역학적 경계조건(Dynamic Free Surface Boundary Condition)으로부터 자유수면경계조건을 구할수 있고, 가상개경계면에서 경계조건  $\phi|_{x=\pm b}$ ,  $\partial\phi/\partial\nu|_{x=\pm b}$  는 유체영역  $R^{(+)}$ ,  $R^{(-)}$  에서의 속도포텐셜을 해석적으로 구함으로써 주어진다. 또한, 해저경계조건은 불투과조건을 사용하여 나타낼 수 있다.

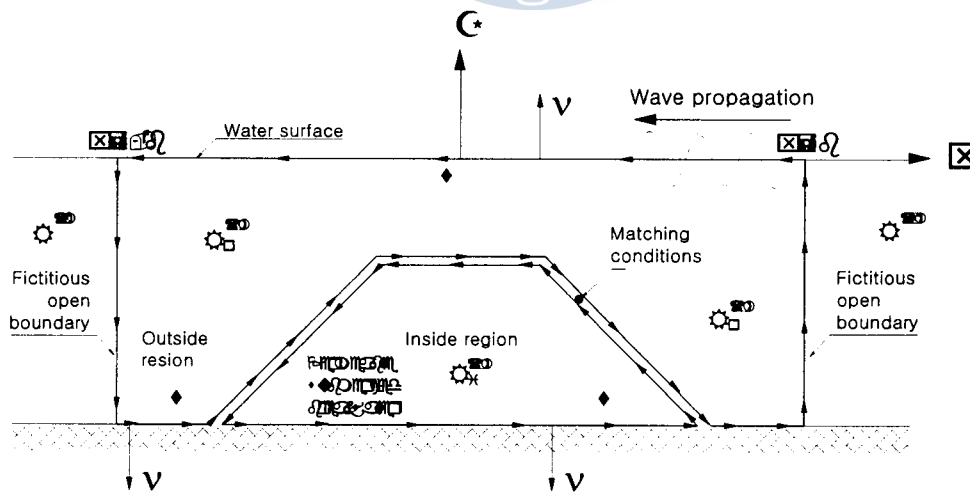


그림 1. 투과성잠제

잠재표면에서는 유체영역과 투과성구조물내부영역에서 압력과 법선유속이 일치해야 하고, 이 때 투과성물체내의 무차원선형마찰계수  $f$ 는 유체운동에 무차원선형마찰계수를 도입하여 Lorentz의 등가일원리를 적용하여 산정한다. 지면상 경계조건에 대한 수식은 생략한다.

## 2.2 Green 공식에 의한 이산화

그림1)에 나타낸 폐영역  $R^{(0)}$ 의 경계면상에서 속도포텐셜을 구하기 위해 다음의 Green공식을 적용한다.

$$\phi(X) = \frac{1}{\alpha} \int_s \left\{ \phi(X_b) \frac{\partial G(r)}{\partial \nu} - G(r) \frac{\partial \phi(X_b)}{\partial \nu} \right\} ds \quad (2)$$

여기서,  $G(r) = \ln r$ ,  $X(= (x, z))$ 는 임의의 점,  $X_b(= (x_b, z_b))$ 는 영역경계상의 점,  $r$ 는  $X$ 와  $X_b$ 와의 거리,  $X$ 가 경계면에 있을 경우  $\alpha = \pi$ ,  $X$ 가 경계면을 제외한 영역내의 점일 경우  $\alpha = 2\pi$ 이다.

적분은 그림1)의 화살표방향과 같이 투과성잠제외부영역과 내부영역에 대하여 반시계방향으로 수행한다. 이 때 영역  $R^{(0)}$ 의 경계를 소요소  $\Delta s_j(x_j, z_j)$ 로 나눈다. 그리고 소요소에 있어서 중앙점의 좌표  $(x_j, z_j)$ 를  $j$ 로 나타낸다.

적분방정식을 소요소  $\Delta s_j$ 에 적용하고 경계조건식을 고려하여 이산화하면 잠제의 외부유체영역과 내부유체영역에 대해  $\epsilon$ 의 각 Order에 대한 대수연립방정식이 얻어진다. 지면상 수식은 생략한다.

## 2.3 수면변동

유체영역  $R^{(0)}$ 에서의 수면변동을 구하기 위하여 동역학적 경계조건식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\phi_t + g\eta + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_z^2) = Q; \quad z = \eta(x; t) \quad (3)$$

이 식을 정수면  $z=0$ 에 대한 Taylor급수전개한 결과에 섭동전개식을 대입하면,  $\epsilon$ 에 대한 각 Order 별의 수면변동( $\eta$ )을 얻을 수 있다. 지면상 수식은 생략한다.

### Ⅲ. 해석결과

#### 3.1 수리모형실험

실험에 사용한 수조는 그림2)에 나타내고 있는 것과 같이 길이 17 m, 폭 0.6 m, 높이 1 m의 제원을 갖는 인제대학교의 2차원수조이며, 수조의 한쪽 끝에는 Flap형 조파장치가 설치되어 있고, 다른 쪽의 끝에는 소파장치가 설치되어 있다.

실험에 사용한 투과성잠제의 구성재료는 동일한 직경( $D=2.94\text{ cm}$ )의 유리구슬을 사용하였으며, 모형잠제의 위치는 수조 중앙부에 놓았다. 그리고, 그림2)에서와 같이 일정수심( $h$ )이 22 cm인 2차원수조에서 잠제천단까지의 잠수심( $S_d$ )을 5.5 cm, 천단폭(B1)을 60.5 cm, 저면폭(B2)을 82 cm로 하였다. 이 때 공극률( $\epsilon_p$ )은 0.373이고, Madsen(1974)의 결과에 의하면, 난류저항계수( $C_f$ )는 0.398, 투수능( $K_p$ )은  $4.775 \times 10^{-3}\text{ cm}^2$ 의 값을 가진다.

파의 변형은 그림2)에 나타내고 있는 바와 같이 잠제의 후면에 1분, 잠제천단상의 양 끝단에 각각 1분씩, 그리고 중앙에 1분을 설치하였으며, AD변환기를 통하여 데이터를 해석하였다. 그리고, 입사파랑은 주기( $T$ ) 0.66 sec에 대해서는 입사파고( $H$ )를 2.03 cm, 3.77 cm로, 주기 0.81 sec에 대해서는 입사파고를 2.13 cm, 2.93 cm로 변화시켜 전부 4가지 경우에 대해서 측정하였다.

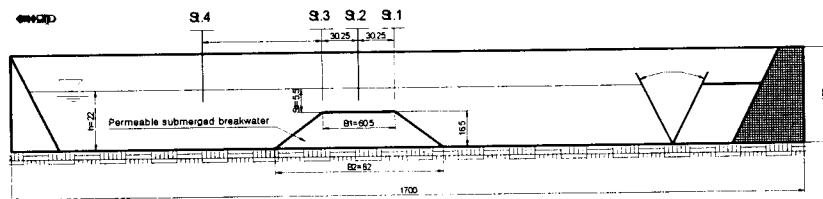


그림2. 수리모형실험

#### 3.2 수치해석결과의 검증

수치해석에서는 부가질량  $C_m=0$ , 동점성계수  $\nu=1.139 \times 10^{-2}\text{ cm}^2/\text{sec}$ 로 두었다. 그림3)과 그림4)은 입사파랑의 주기  $T=0.66\text{ sec}$ 에 대해 파고가 각각

$H=2.03cm$ ,  $3.77cm$  인 경우에 잠제에 의한 각 지점에서의 시간에 따른 수면변동을 나타낸 경우이다. 그림3)의 St.1은 수심이 잠제의 전면비탈에서 급격히 변동하여 천단상의 일정 수심역이 시작되는 곳으로 비선형파랑성분이 비교적 적게 나타나고, 선형해석의 결과와 비선형해석의 결과가 실험결과와 잘 일치하고 있다. St.2는 잠제천단중앙부로서 특히 파봉부분에서 이론해석결과보다 실험결과에 고주파성분이 크게 발생하여 약간의 차이를 보이고 있다. St.3은 잠제천단이 끝나는 부분으로 고주파성분이 상당히 감쇄되어 실험치와 이론결과가 거의 일치함을 볼 수 있다. 잠제천단상에서 이와 같은 수면형상은 각 성분파의 위상간섭에 주로 기인하며, 비선형성분과의 생성·감쇄는 수심의 변화와 투수층내에서 마찰에 의한 유체운동의 감쇠 및 저주파수와 고주파수 사이의 에너지수송에 기인하는 것으로 판단된다. 특히, 실험결과를 보면 잠제천단상에서 비선형파랑의 크기가 증가하다가 어느 정도의 거리에 도달하면 적어지는 경향을 나타내고 있다.

그림4)은 그림3)보다 입사파고가 증대된 경우로, 전체적으로 그림3)의 경우보다 비선형파랑성분이 크게 발생하고 있다. 또한, 그림3)에서보다 잠제천단상에서 비대칭성이 커짐을 알 수 있고, Stokes 3차의 이론치가 Stokes 1, 2차 해석결과보다도 실험치에 더 접근함을 알 수 있다.

그림5)과 그림6)는 입사파랑의 주기  $T=0.81sec$  에 대하여 파고가 각각  $H=2.13cm$ ,  $2.93cm$  에 대해 잠제에 의한 각 지점에서의 시간에 따른 수면변동을 나타낸 경우이다. 그림5), 그림6)의 St.1에서는 선형, 비선형해석결과 및 실험치가 잘 일치한다. 그러나, St.2부터는 비선형성분이 크게 발생하여 선형해석결과와 실험치와는 큰 차이를 나타내고 있다. 특히 파봉부분이 솟아오르고 파곡부분이 완만하게 되는 부분에서는 현저하다. 파고가 상대적으로 높은 그림6)는 그림5)에 비하여 상대적으로 고주파성분이 크게 발달함을 알 수 있다. St.3의 경우 파봉부분이 좌측으로 치우친 것은 파랑이 진행함에 따라 각 성분파의 위상차가 발생하기 때문이다. St.4는 잠제후면에서 좀 떨어진 곳으로 파가 잠제배후의 비탈면을 통하여 수심이 깊어지는 영역에서 파의 반사 및 잠제저면끝단 사이의 투수층내에서 마찰에 의한 유체운동의 감쇄로 인하여 각 성분파의 크기가 적어지고 상대적으로 고주파성분이 적은 파형으로 되는 것으로 판단된다. 이상에서 입사파랑이 잠제를 통과할 때 비선형간섭에 의해 잠제천단상 및 배후에서 비선형성분이 크게 발생하는 것을 알 수 있었고, 이론치를 실험치와 비교함으로써 Stokes 3차가 Stokes 1, 2차보다도 실험치에 근접하므로 고정도의 해석법임을 알 수 있다.

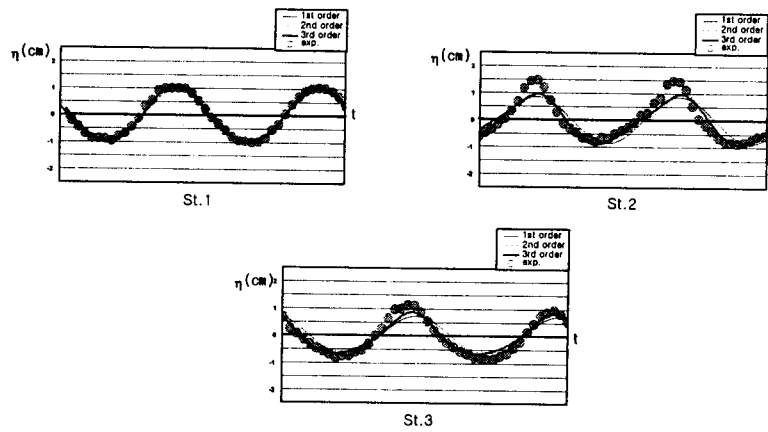


그림3. 수위변동( $T=0.66\text{sec}$ ,  $H=2.03\text{cm}$ )

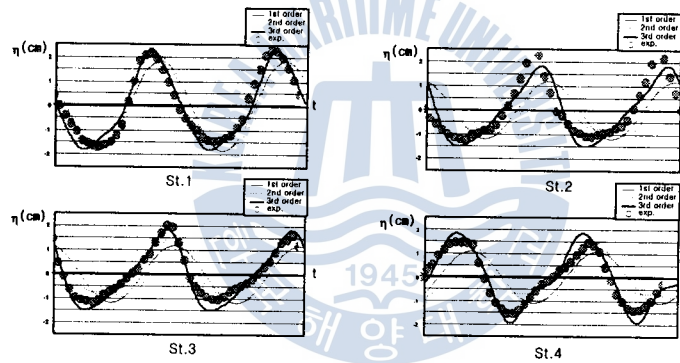


그림4. 수위변동( $T=0.66\text{sec}$ ,  $H=3.77\text{cm}$ )

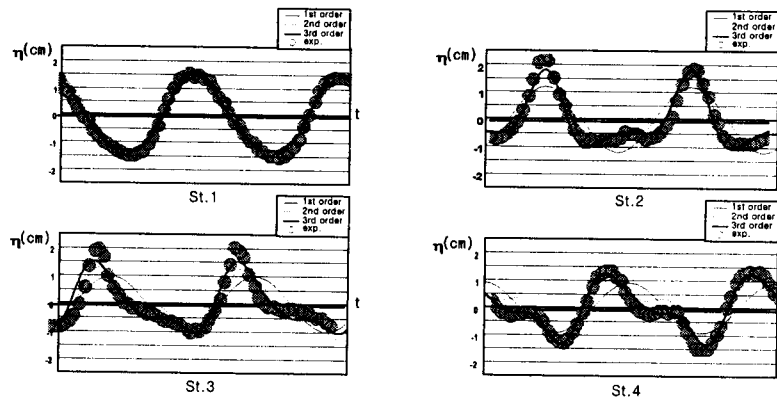


그림5. 수위변동( $T=0.81\text{sec}$ ,  $H=2.13\text{cm}$ )



### 3.3 수치해석결과에 의한 비선형파랑간섭의 특성

이상의 수리모형실험으로부터 얻어진 실험결과와 수치해석결과를 비교·검토하여, 이로부터 본 해석법의 타당성을 검증할 수 있었으며, 고주파수성분이 발생하는 영역에서 3차까지의 본 해석법의 결과가 2차까지의 경우보다 정도가 더 높게 실측치를 예측할 수 있다는 것을 확인할 수 있었다.

다음으로 (1) 잠제천단폭의 변화, (2) 주기의 변화에 따른 비선형파랑간섭의 시·공간변화를 검토한다. 여기서 시간과형의 검토위치는 그림7)과 같이 잠제전면의 중앙부분(St.1), 전면비탈의 중앙부분(St.2), 천단상의 중앙부분(St.3), 배면비탈의 중앙부분(St.4) 및 배면의 중앙부분(St.5)의 5지점이다. 여기서 지면상 공간과형과 Stokes 3차파의 자유파성분만을 나타내었다.

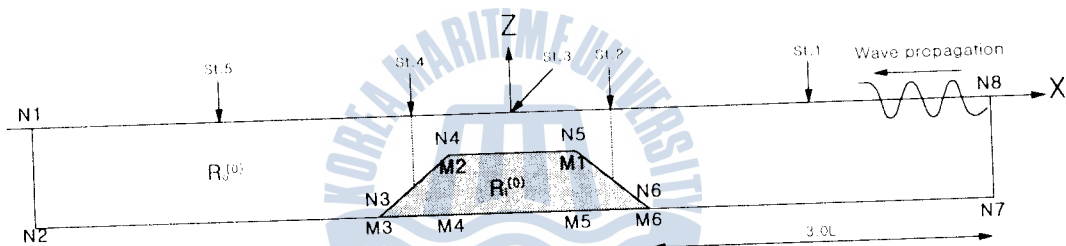


그림7. 시간과형의 계산위치

#### (1) 잠제폭의 변화에 따른 비선형파랑간섭의 특성

그림8(a)는 잠제의 높이를 15 cm, 잠수심을 5 cm 로 고정하고, 각각  $B_1=30\text{ cm}$ ,  $B_2=120\text{ cm}$ ;  $B_1=130\text{ cm}$ ,  $B_2=220\text{ cm}$ ;  $B_1=230\text{ cm}$ ,  $B_2=320\text{ cm}$  의 경우에 대한 공간과형을 나타낸 예이다. 입사파랑조건은 모두 주기( $T$ )=0.8 sec, 입사파고( $H$ )=2 cm 이다. 그림을 보면, 잠제의 천단폭이 길어짐에 따라 잠제후면에서 파고의 감소가 커짐을 알 수 있다. 이는 파와 잠제천단 및 사석간의 유체운동에 대한 마찰저항에 의한 에너지손실 때문인 것으로 판단된다. 그리고 잠제폭이 짧은 경우는 급격한 수심변화로 발생되는 고주파성분이 배후해역으로 감쇠 없이 전달되어 불규칙파와 같은 수면변동을 나타내지만, 잠제폭이 넓어지면 각 성분이 마찰에 의해 감쇠되어 보다 안정된 파형으로 된다.

그림8(b)는 Stokes 3차파의 자유파성분의 시공간과형이다.

## (2) 주기의 변화에 따른 비선형파랑간섭의 특성

그림9(a)는 잠제의 높이를  $15\text{ cm}$ , 잠수심을  $5\text{ cm}$ ,  $B_1=30\text{ cm}$ ,  $B_2=120\text{ cm}$  로 고정하고, 입사파랑의 파고  $H=2\text{ cm}$  에 대해, 주기를  $T=0.7, 0.8, 1.0\text{ sec}$  로 변화시켰을 때의 공간파형을 나타낸 예이다. 그림을 보면 파의 주기가 길수록 잠제후면에서 파고의 크기가 크게 된다. 이는 장주기일수록 선형투과율이 커지고, 비선형파랑이 크게 발달하기 때문이다. 전체적으로 파랑변형은 전술한 (1)의 경우와 동일하게 잠제천단상에서 비선형파랑성분이 발달하여 구조물배후영역에 직접적인 영향을 미친다. 주기의 변화에 따라 각 성분파의 반사율이 상이하고, 각 성분파의 파속이 상이한 위상간섭에 의해 파고의 크기와 파형이 상이함을 알 수 있다.

그림9(b)는 Stokes 3차파의 자유파성분의 시공간파형이다. 그림을 보면, 주기가 길어질수록, 자유파성분은 크게 되는 것을 알 수 있다.



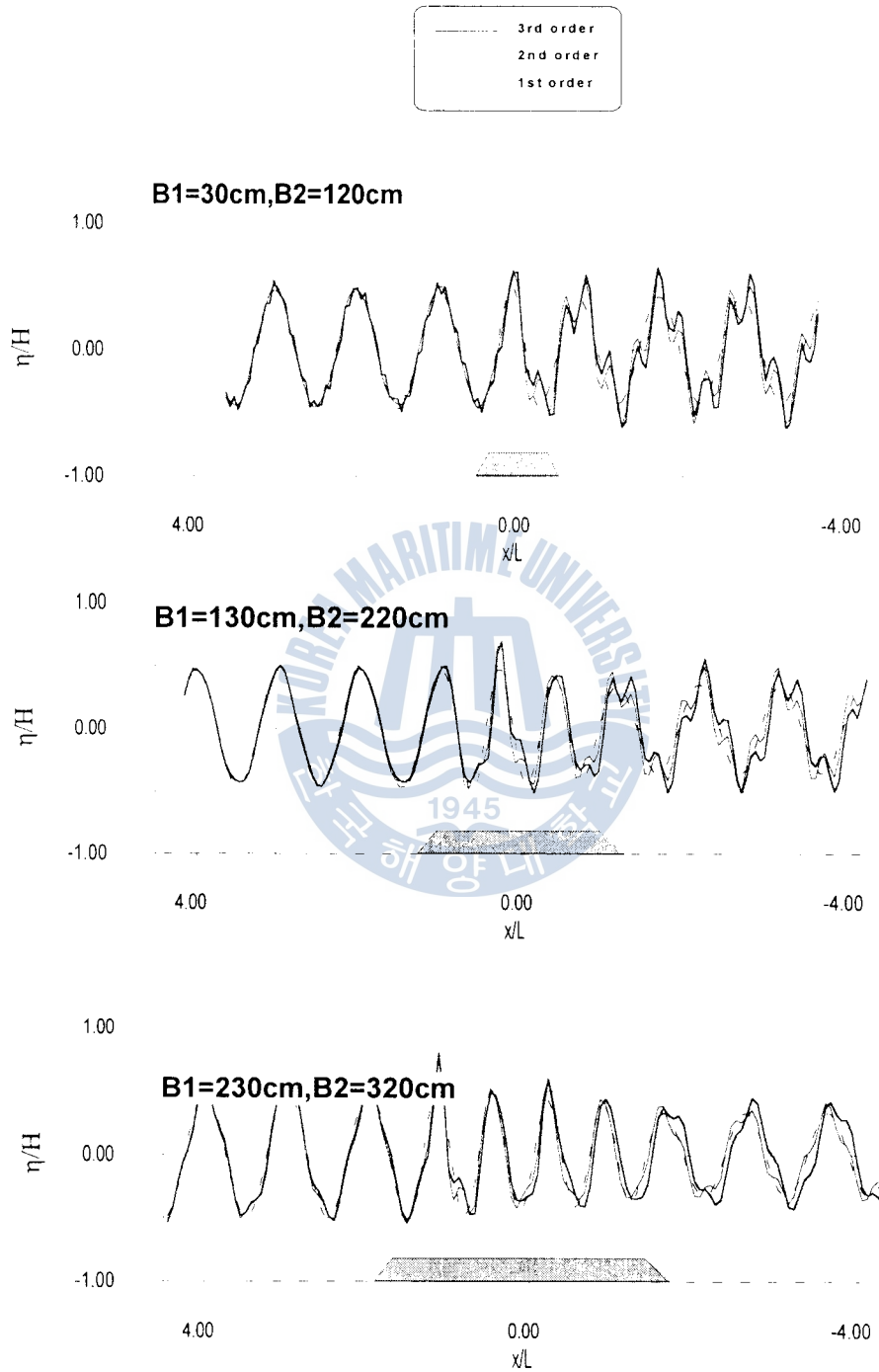


그림8(a). 공간파형(잠제천단폭의 변화)

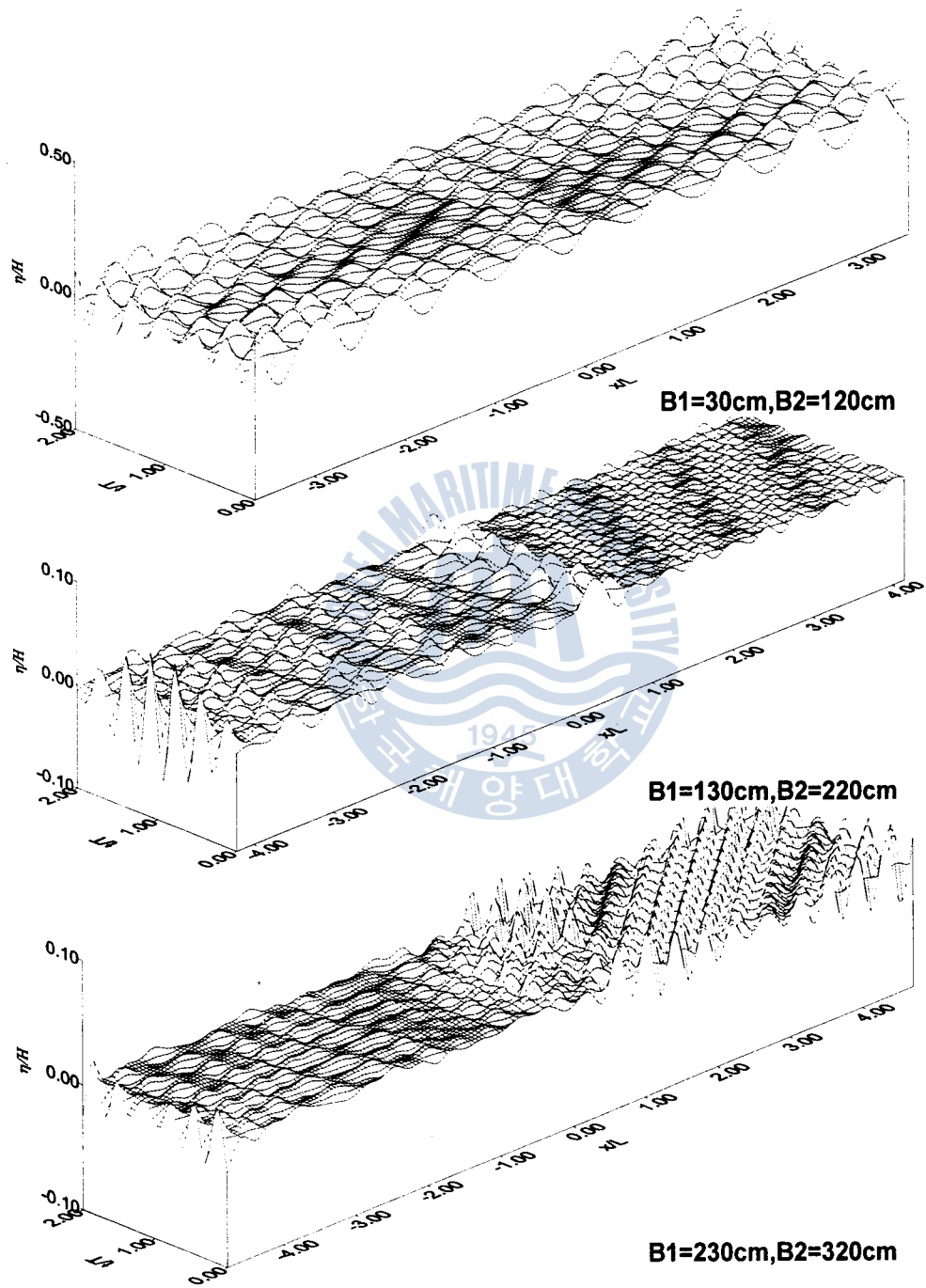


그림8(b). 시공간파형(Stokes 3차파의 자유파성분)

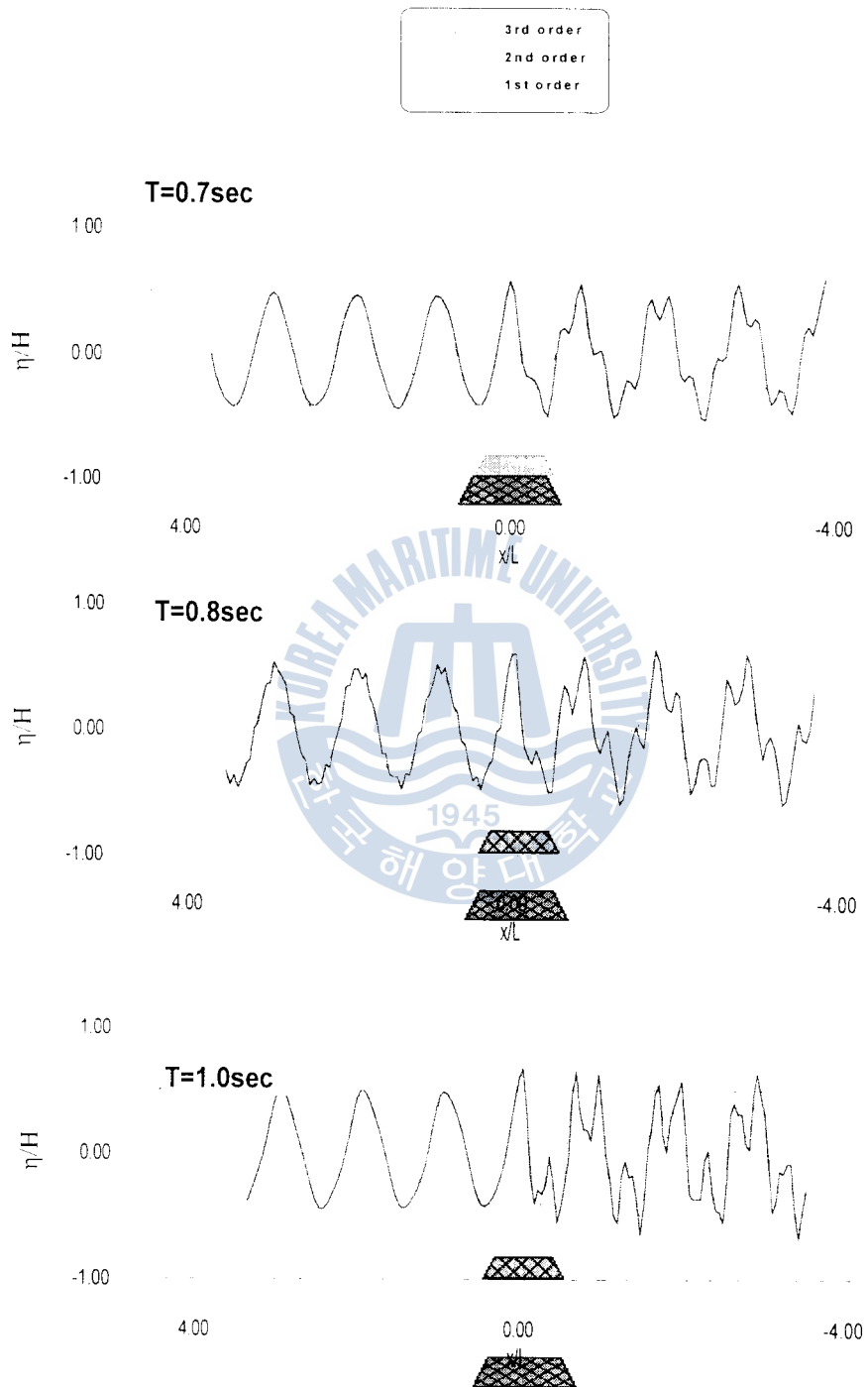


그림9(a). 공간파형(주기의 변화)

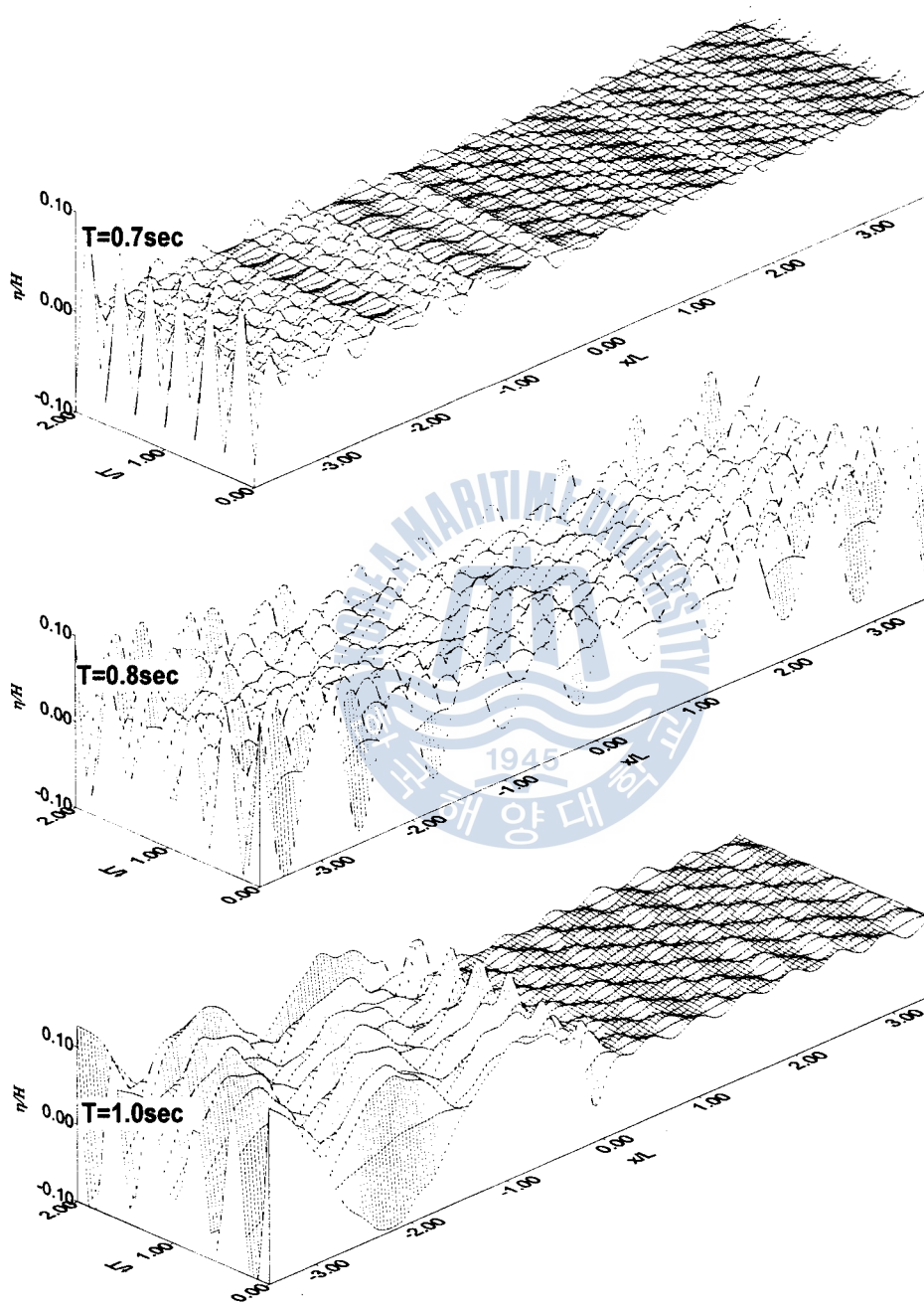


그림9(b). 시공간파형(Stokes 3차파의 자유파성분)

## IV. 결 론

본 연구에서는 투과성잠제와 Stokes 3차파와의 비선형파랑간섭을 약비선형모델의 주파수영역기법을 적용하고, 경계요소법과 섭동법을 사용하여 새롭게 검토하였다. 투과성잠제에 대한 수리모형실험과 수치해석결과의 비교로부터 본 이론의 타당성을 검증할 수 있었다.

이상의 수리모형실험결과, 수치계산의 결과로부터 얻어진 중요한 사항을 기술하면 다음과 같다.

- (1) 본 연구에서 처음으로 파동장을 Stokes 3차파까지, 투과성물체내의 유체운동을 대응하는 3차까지 이론을 확장하여 그의 타당성을 확인하였다.
- (2) 잠제의 천단폭이 클수록 잠제후면에서 각 성분파의 파고감쇠가 커진다.
- (3) 입사파의 주기가 길수록 잠제후면에서 각 성분파의 파고크기가 크게 된다.
- (4) 비선형성분파는 잠제 천단상에서 크게 발달하여 잠제배후해역으로 전파되며, 각 성분파의 파속의 상이에 의한 위상간섭에 의해 파형이 크게 변화된다.
- (5) 잠제의 천단상에서와 같이 비선형성분파가 크게 발달하는 지점에서는 Stokes 3차파의 성분도 동 일하게 크게 발달하며, 이에 따라 Stokes 3차파의 경우가 실측치를 정도 높게 예측할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- Madsen, O.S. (1974). "Wave transmission through porous structures." Jour. Waterway, Harbour and Coastal Eng. Div., Vol. 102, No. WW1, SCE, pp. 169-188.
- Sollitt, C.K. and Cross, R.H. (1972). "Wave transmission through permeable breakwaters." Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, Vol. III, pp. 1827-1846.
- Sulisz, W. (1985). "Wave reflection and transmission at permeable breakwaters of arbitrary cross-section." Coastal Eng., Netherlands, Vol. 9, pp. 371-386.
- 강인식, 광기석, 김도삼, 양윤모 (1994). "사석방파제에 의한 파랑변형에 관한 연구." 한국항만학회지, 제8권, 제2호, pp. 57-65.
- Somchai, R., 磯部雅彦, 渡邊晃 (1989a). "透過潛堤による波浪變形モデル." 海岸工学論集, 第36卷, pp. 643-647.

- 泉宮尊司, 遠藤雅人 (1989). “潛堤および透過性構造物による海浜における波動解析.” 海岸工學論文集, 第36卷, pp.638-642.
- 出口一郎, 榎木亨, 白谷宏司 (1988). “透水層上の波浪變形に對する非線形非正常ダルシー則の適用性について.” 第35回海岸工學講演會論文集, pp. 487-491.
- 磯部雅彦, 芝和彦, Eric Cruz, 渡辺晃 (1991). “透過潛堤による非線形波浪變形について.” 海岸工學論文集, 第38卷, pp. 551-555.
- 松見吉晴, 石田明雄, 木村光 (1993). “幅廣潛堤上の發生する流體壓力の數値シミュレーション.” 海岸工學論文集, 第40卷, pp. 781-785.
- 喜岡涉, 甲斐宏典, 平岡慎司 (1994). “透水層上の長波方程式と透過潛堤への適用性について.” 海岸工學論文集, 第41卷, pp 711-715.
- 水谷法美, 後藤敏明, McDougal, W. G. (1995). “潛水透水性構造物による波變形と内部流速場のハイブリッド數値解析.” 海岸工學論文集, 第42卷, pp. 776-780.
- 김도삼, 윤덕영, 허동수, 함계운 (1997a). “약비선형모델에 의한 투과성잠제와 Stokes 2차파와의 비선형 간섭에 관한 연구.” 대한토목학회논문집, 제17권, 제II-5호, pp. 57-65.
- 김도삼, 허동수, 윤덕영, 정연태 (1997b). “수치과동수조 중에 놓인 잠제에 의한 쇄파의 수치해석에 관한연구.” 대한토목학회논문집, 제17권, 제II-3호, pp. 251-259.
- 김도삼, 허동수, 정연태, 윤덕영 (1998). “투과성잠제에 의한 쇄파의 수치해석에 관한 연구.” 대한토목학회논문집, 제18권, 제II-1호, pp. 59-65.