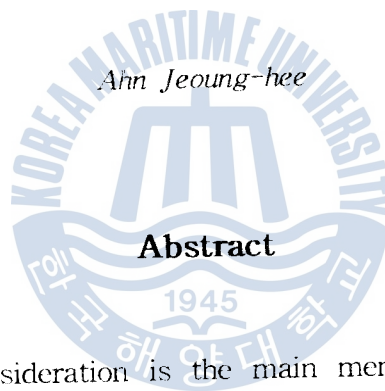


탄소성 대변형 해석에 의한 선체 판요소의 극한강도에 관한 연구

安 正 熙

A Study on the Ultimate Strength of Ship Plate Elements by Elastoplastic Large Deformation Analysis



Abstract

The plate under consideration is the main member of ships and offshore platform. Recently, some efforts are attempted to consider ultimate/collapse strength as the structural design basis. In this study, numerical solutions of pre-buckling, buckling, post-buckling, ultimate strength and post-ultimate strength behavior of simply supported square and rectangular plates subjected to uniaxial and biaxial compressions are performed by the elasto-plastic large deformation finite element analysis. Parametric studies with varying the aspect ratio, the slenderness ratio, the loading ratio and residual stress are carried out. The present solutions may be used as the basic data for the verification of the analytical and experimental results.

A plate element is developed for the exact ultimate/collapse analysis considering the following things: Exact transversal warping term is included in the displacement fields for better representation of the effect of shear deformation, fully nonlinear theory is derived with consideration of the general nonlinear equilibrium equations for plates, and an efficient plasticity model is also implemented, suitable for material nonlinear behavior.

1. 서론

선박 및 해양 구조물 등은 기본적으로 판(plate) 또는 셸(shell)부재로 구성되어 있으며, 설계하중보다 더 큰 외하중은 구조물을 좌굴(buckling)·소성붕괴(plastic collapse)하게 할 가능성이 있다. 압축을 받는 부재에 좌굴이 생기면 부재의 강성은 저하되고 파손이 생기지 않은 부재는 더 많은 하중을 부담하게 되어 전체적으로는 응력의 재분배가 일어나게 된다. 외하중이 더욱 증가하게 되면 좌굴이 발생한 부재는 국부적으로 붕괴하게 되고, 다른 부재들도 순차적으로 좌굴 및 붕괴하게 된다. 이와는 달리 인장을 받는 부재는 기하학적인 면보다 재료적인 항복 및 파손을 일으키게 될 것이다. 이와같은 점진적인 각 부재의 파손은 구조물 전체의 강성을 저하시켜 붕괴를 초래할 것이다. 또한 선체의 경량화, 대형화, 고속화에 따라 좌굴후의 강도를 설계에 반영하는 것이 바람직하게 되었다. 따라서 합리적인 구조설계를 위하여 기존의 각 부재의 탄성좌굴강도를 근거한 설계기준은 불합리하며, 좌굴 및 최종 소성붕괴강도를 기준으로 정하여야 할 것이다[1]. 건조, 조립상 필연적으로 수반되는 초기거짐(initial imperfection)이나 잔류응력(residual stress)등을 가진 판요소의 압축최종강도를 기하학적인 대변형 뿐 아니라 재료의 비선형 거동을 고려한 유한요소법을 적용하여, 1축 또는 2축의 압축력하에서 세장비, 종횡비 및 잔류응력의 영향등에 대하여 좌굴전·후, 좌굴강도, 최종강도 및 최종강도후의 거동을 상세히 파악하는 것은 구조물의 설계단계에서 중요한 설계지침을 제시할 것이다. 이와같은 문제의 해석에는 기하학적인 대변형 뿐 아니라 재료의 비선형 거동을 잘 나타낼 수 있는 판의 유한요소 개발이 중요하다. 완전 비선형 정식화(fully nonlinear formulation)는 일반적인 정식화에 의하여 무시되는 미소 고차항을 고려하고 있으므로 대변형 거동에 대하여 적합할 것이다. 이 연구의 목적은 판 이나 셸구조물의 좌굴 또는 소성붕괴등을 보다 정확하게 해석할 수 있는 탄소성 대변형을 고려한 판요소(plate elements)를 개발하여, 1축 또는 2축의 압축력을 받는 4변 단순지지된 선체 판요소의 세장비, 종횡비 및 잔류응력의 영향등을 고려한 최종강도해석을 수행함으로써 좌굴전·후, 좌굴강도, 최종강도 및 최종강도후의 거동을 상세히 파악하고 설계단계에서 중요한 설계지침을 제시하고자 한다.

2. 판요소의 정식화(Formulation of plate element)

Fig. 2.1과 같은 두께가 h 이고 x_1-x_2 를 중립면으로 하는 판의 변위장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_\alpha(x) &= \bar{u}_\alpha(x_1, x_2) - x_3 \bar{\varphi}_\alpha(x_1, x_2) - x\phi(x_3) \bar{\beta}_\alpha(x_1, x_2), \quad (\alpha = 1, 2) \\ u_3(x) &= \bar{u}_3(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서 $\bar{u}_\alpha(x_1, x_2)$, $\bar{\varphi}_\alpha(x_1, x_2)$ 와 $\bar{\beta}_\alpha(x_1, x_2)$ 는 Fig. 2.1과 같은 기하학적 의미를 갖는다. 그리고 $\phi(x_3)$ 는 위평함수로서 다음과 같은 3차 다항식으로 나타낼 수 있다.

$$\varphi(x_3) = \frac{2}{h^2} x_3^3 - \frac{3}{10} x_3 \quad (2.2)$$

판의 변위장 (2.1)에서 $\bar{\beta}_\alpha(x_1, x_2)$ 항을 제외하면 기존의 Mindlin 이론에 따른 5 자유도 (degree of freedom)의 변위장이 된다.

임의의 경계조건을 만족하는 허용변분(kinematically admissible variation) η 에 대하여 다음과 같이 약세형으로 평형 방정식을 표현할 수 있다[2].

$$G(\varphi, \eta) \equiv \int_B P : (DF \cdot \eta) dV - \int_B \rho_0 B \cdot \eta dV - \int_{\partial B} \bar{\tau} \cdot \eta dS = 0 \quad (2.3)$$

여기서 $DF \cdot \eta$ 는 변형구배의 변분으로서 다음과 같은 방향 도함수(directional derivative)의 공식을 이용하여 구한다 [3].

$$DF(X, u(X)) \cdot \eta = \frac{d}{d\varepsilon} [F(X, u + \varepsilon\eta)]_{\varepsilon=0} \quad (2.4)$$

방향 도함수의 공식을 이용함으로써 기하학적으로 완전한 비선형(fully nonlinear)의 충분방정식은 다음과 같이 유도된다. 중간상태 $\bar{\varphi} : B \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대한 평형방정식 (2.3)을 선형화하면 다음과 같다.

$$L[G]_{\bar{\varphi}} = \int_B (DF \cdot \eta)_{\bar{\varphi}} : [S \otimes 1 + F^t \frac{\partial S}{\partial E} F]_{\bar{\varphi}} : (DF \cdot \Delta u)_{\bar{\varphi}} dV + G(\bar{\varphi}, \eta) \quad (2.5)$$

식 (2.5)는 유한요소법(Finite Element Method)으로 취급하기가 적당한 형태로 되어있다. 선형화된 평형방정식 (2.5)은 충분 절점변위 ΔU 에 대하여 다음과 같은 표준적인 이산화 문제(discrete problem)로 귀납된다.

$$K_t \Delta U = f_t \quad (2.6)$$

여기에서 접선강성도 K_t 와 불평형력 f_t 는 모든 요소의 합으로서 다음과 같다.

$$K_t = \sum_e \int_B B^t [S \otimes 1 + F^t D^{\text{ep}} F]_{\bar{\varphi}} B dV, \quad f_t = F_t - \sum_e \int_B B^t : P_{\bar{\varphi}} dV \quad (2.7)$$

여기에서 F_t 는 현재의 작용 절점하중 벡터이다.

본 논문에서는 8 절점의 Serendipity 판 요소를 사용했으며, 두께 방향은 Gauss-Lobatto 적분법, 평면에서는 shear locking을 방지하기 위하여 감차적분법(reduced integration - 2x2 Gaussian 적분법)을 사용하였다. Gauss-Lobatto 적분법에는 Mindlin 이론에 의한 요소에는 3점, 위평향을 고려한 판 이론에 의한 요소에는 5점의 적분점을 사용하였다.

일반적인 비선형 구성방정식의 효율적인 수치계산에는 반환사상연산(return mapping algorithm)[4]을 적용한다. 비선형 등방성 경화법칙의 전형적인 모델은 다음과 같이 선형부분과 지수부분으로 이루어지고 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$x(\bar{e}^p) = x_0 + x \bar{e} + (x_{\infty} - x_0) [1 - e^{-r\bar{e}}], \quad \bar{e} = \begin{cases} 0 & 0 \leq \bar{e}^p \leq \bar{e}_{sh} \\ \bar{e}^p - \bar{e}_{sh} & \bar{e}_{sh} \leq \bar{e}^p \end{cases} \quad (2.8)$$

3. 수치해석 및 고찰

탄소성 대변형을 고려한 판요소(plate elements)를 이용하여 간단한 구조물에 수치해석을 수행하여 개발한 판요소를 검증하고자 한다. 기하학적인 비선형 거동을 정확하게 표현하고자 유한요소의 기하학적 위치를 나타내는 변위함수를 Taylor 급수로 2차항까지 전개함으로써 유한회전 증분을 고려한 만곡된 셀요소[5]를 사용한 결과와 비교하였다. 해석결과를 각 두께에 대한 하중-처짐 곡선(load-deflection curve)을 Fig. 3.1에 나타내었다. Fig. 3.1(a)와 같이 두께가 6.35 mm인 경우에는 snap-back 현상이 나타나고 있으며, snap-through 현상은 Fig. 3.1(b)와 같이 두께가 12.7 mm인 경우에 나타나고 있다. 전반적인 거동이 잘 일치하고 있음을 보여주고 있으므로, 현재의 판요소는 충분한 정도로서 기하학적인 비선형거동을 해석할 수 있을 것으로 사료된다.

Fig. 3.2 에서 보는 바와 같이 주변이 단순지지된 평판이 1축 또는 2축 압축력을 받는 경우 미소한 초기처짐을 가진 판요소의 최종강도해석을 수행하였다. 선체건조시 필연적으로 발생하는 용접잔류응력은 판의 좌굴응력 저하에 영향을 미치는 중요한 인자중의 하나이며, 잔류응력의 폭과 그 크기에 따라 그 영향은 더욱 크다고 할 수 있다. 일반적으로 판의 용접에 의한 잔류응력과 그 폭을 결정하는 요인은 여러가지가 있으나 가장 큰 요인은 용접시 입열량과 재료에 특성에 있다고 할 수 있다[6]. 따라서 Fig. 3.3 와 같은 판의 잔류응력과 그 폭은 다음식과 같이 근사적으로 결정한다.

$$\frac{b_t}{b} = 0.5 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_{rc} - \sigma_{rt}}, \quad \frac{a_t}{a} = 0.5 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_{rc} - \sigma_{rt}} \quad (3.1)$$

여기서 압축 잔류응력은 (-)로 나타내고 있다. 일반적으로 연강(mild steel)의 축방향의 인장 잔류응력(σ_{rt} , σ_{ryt})은 근사적으로 항복응력과 크기가 같은 것으로 간주할 수 있으므로 $\sigma_{rt} = \sigma_{ryt} = \sigma_o = 24.0 \text{ N/mm}^2$ 로 나타낼 수 있다.

4변이 용접된 경우의 횡방향의 압축잔류응력은 종횡비와 관련이 있고, 일반적으로 종방향 압축잔류응력이 일정할 때 횡방향의 압축잔류응력은 감소하므로

$$\sigma_{rc} = \sigma_{rc} \cdot \frac{b}{a} \quad (3.2)$$

와 같이 문제를 단순화하여 해석을 수행하였다.

3.1 정방형판(Square plate)

Fig. 3.2(a)와 같이 초기처짐($w_o = \delta_o \sin \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y$, $\delta_o = 0.001t$)을 가진 주변이 단순지지된 정방형판에 대하여 판의 $\frac{1}{4}$ 을 5×5 로 요소분할하여 수행하였다. 해석결과에 따른 각 세장비에 대한 탄성 및 탄소성 대변형 거동을 Fig. 3.4에 나타내었다. 여기에서 탄성좌굴응력은 일반공식이나 고유치 문제(eigenvalue problem)로서 구하였는데

살 일치하고 있다.

2축 압축력을 받는 경우에는 종방향과 횡방향의 압축력을 함께 작용시켜 탄소성 대변형 거동을 해석하였다. 2축압축력을 받는 정방형판의 전 세장비에 대한 판의 거동을 Fig. 3.5에 나타내었다. 잔류응력의 영향은 세장비 $\lambda = 4.0$ 일 때 1축과 2축 모두에 대하여 고려하였다.

1축 압축력을 받는 정방형판의 잔류응력과 그 쪽의 영향을 Fig. 3.6에 나타내었다. Fig. 3.6에 나타난 바와 같이 판의 좌굴강도 해석에 용접잔류응력의 영향을 고려할 때는 횡방향 용접의 영향을 고려해야 함을 알 수 있다.

3.2 장방형판(Rectangular plate)

Fig. 3.2(b)에서와 같이 정방형판의 경우와 같이 주변이 단순지지된 종횡비 (a/b) 3인 장방형판 ($a \times b = 1500 \times 500 \text{ mm}$)에 대하여 1축과 2축하중을 받는 각각의 경우에 대하여 6가지의 세장비 ($\lambda = 1.8, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0$)에 대한 영향을 고려하여 탄소성 대변형 해석을 수행하였다. 초기처짐은 $w_0 = (\delta_{01} \sin \frac{\pi}{a} x + \delta_{03} \sin \frac{3\pi}{a} x) \sin \frac{\pi}{b} y$ 로 가정하고, 여기에서

$\delta_{01} = 0.001 \lambda^2 t$, $\delta_{03} = 0.0005 \lambda^2 t$ 이다. 장방형판에 대한 거동은 판의 중앙점으로 부터 425 mm 떨어진 최대 초기처짐이 발생한 점 A의 처짐으로 나타내었다. 1축 및 2축의 압축력을 받는 장방형판의 각 세장비에 대한 탄소성 대변형 거동은 Fig. 3.7 및 3.8에 각각 나타나 있다. 말잔등(hungry horse)과 같은 상기의 초기처짐에 의한 1축 압축력이 작용할 때의 거동은 정방형판의 경우와 달리 snap-back 현상이 나타나고 있지만, 탄성좌굴응력, 임계좌굴응력 및 최종응력은 정방형판과 거의 같은 값을 보여주고 있고 전체적인 거동은 비슷하다. 이와 달리 2축인 경우에는 정방형판의 거동과 비슷하게 최종강도 후의 거동은 모든 세장비에 서 일정하게 접근하고 있다. 4번 용접된 판에서의 좌굴응력과 최종응력은 2번 용접된 경우와 비교하여 세장비가 클 경우에는 강도가 저하되지만, 세장비가 작아질수록 별 차이가 없음을 볼 수 있다. 각 세장비에 대한 이들의 거동은 Fig. 3.9에 나타나 있다.

4. 결론

snap-through, snap-back 현상이 나타나는 기하학적인 비선형 문제를 유한회전 증분의 영향을 고려한 쉘요소의 결과와 잘 일치하고 있는 것으로 보아, 이 연구에 사용되고 있는 기하학적인 비선형 판요소는 정도가 높다고 사료된다. 그리고 재료의 탄소성을 고려함으로써 보다 현실적인 비선형 거동을 구할 수 있었으며, 대변형 문제의 해석에는 이러한 재료의 탄소성을 고려하는 것이 바람직하다. 구성방정식에 사용한 일관된 반환사상연산(consistent return mapping algorithm)은 최대한 4-5번 정도의 반복과정을 가지므로 큰 규모의 계산에 매우 적합한 효율적 연산방법이라 할 수 있다.

선박 및 해양 구조물에 많이 사용되고 있는 판이나 셸(shell)부재들의 건조, 조립상 필연적으로 수반되는 초기처짐이나 잔류응력등으로 인한 최종붕괴등의 탄소성 대변형 거동 해석에, 이 연구에서 사용한 판요소와 수치해석은 매우 유용할 것으로 사료된다.

여러가지 판의 종횡비, 세장비, 하중조건등의 조합에 의한 보다 체계적인 시리즈해석을 통한 판요소의 최종강도해석을 수행함으로써 좌굴전·후, 좌굴강도, 최종강도 및 최종강도후의 거동을 상세히 파악할 수 있었다. 이 논문에서 개발된 판 요소는 해석해나 실험결과들의 검증에도 유용할 것이며, 이것은 향후의 연구과제로 수행할 것이다.

참고문헌

- [1] Moan, T. et al., Report of Committee V.1, "Applied Design - Strength Limit States Formulations", International Ship and Offshore Structures Congress, St. John's, Canada, Sep. 1994.
- [2] Marsden, J.E. and Hughes, T.J.R., Mathematical Foundations of Elasticity, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [3] Pinsky, P.M., Taylor, R.L. and Pister, K.S., "Finite Deformation of Elastic Beams", in Proceeding IUTAM Symp. on Variational Methods in Mechanics of Solids(S. Nemat-Nasser & K. Washizu, eds.) Pergmon Press, pp.115-120, 1980.
- [4] Simo, J.C. and Taylor, R.L., "A consistent Return Mapping Algorithm for Plane Stress Elastoplasticity", Report No. UCB/SESM-85/04, Uni. of California, Berkeley, 1985.
- [5] 양 영태, "대변위와 대회전을 고려한 만곡된 셸 및 편심 보강평판의 기하학적 비선형 해석", 박사학위 논문, 인하대학교, 1992.
- [6] 정 윤석, "선체판요소의 좌굴강도에 대한 주변보강재 및 용접잔류응력의 영향에 관한 연구", 석사학위 논문, 부산대학교, 1995.

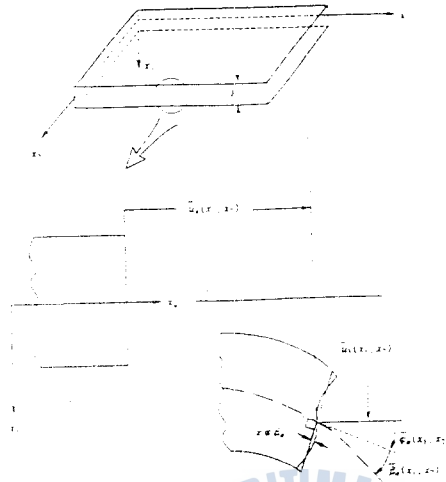


Fig. 2.1 Coordinate system and kinematic variables of plate

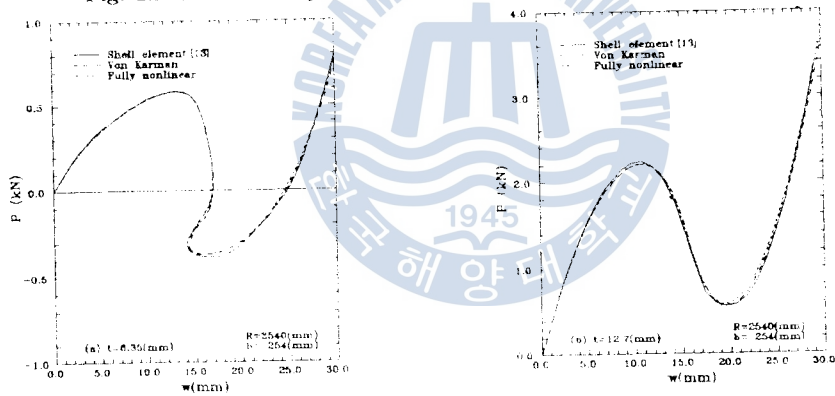


Fig. 3.1 Load-deflection curves of cylindrical shell roof

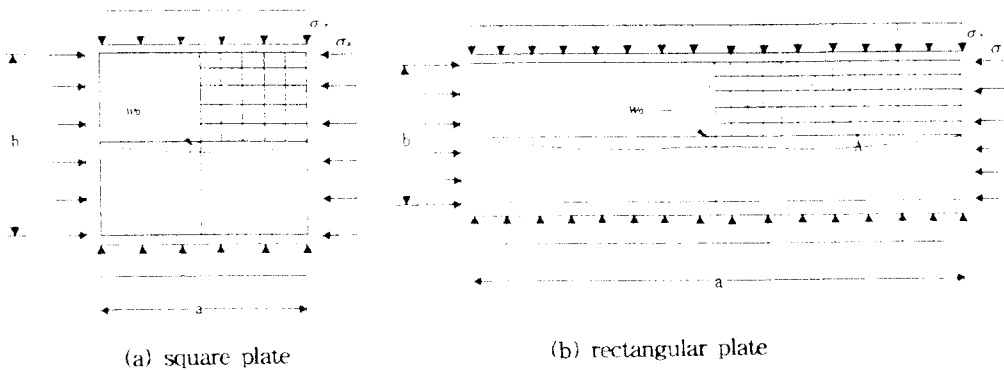


Fig. 3.2 Coordinate system of simple supported plate with initial deflection under axial stress

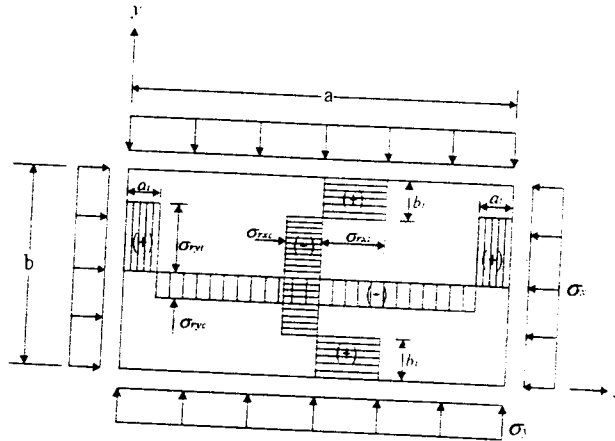
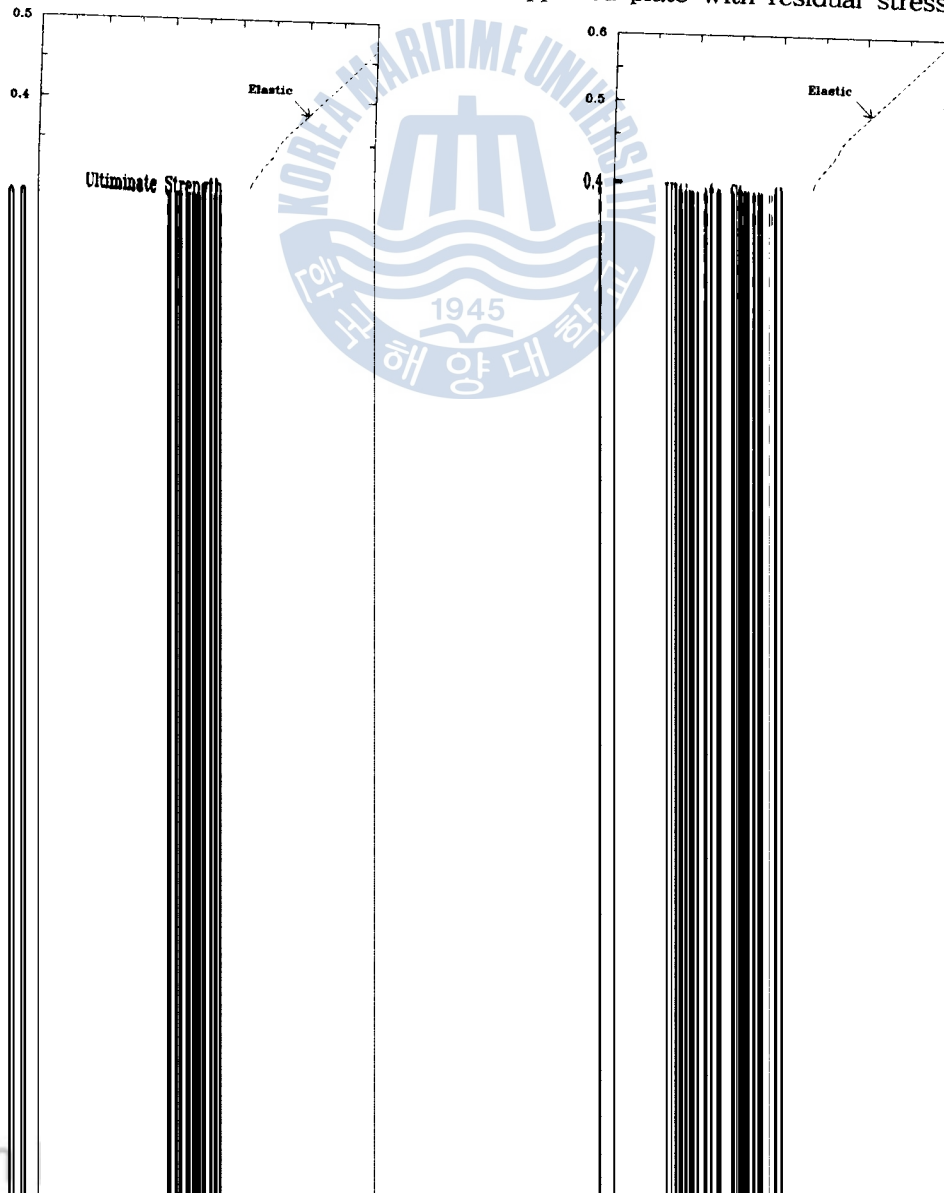


Fig. 3.3 Coordinate system of simple supported plate with residual stress



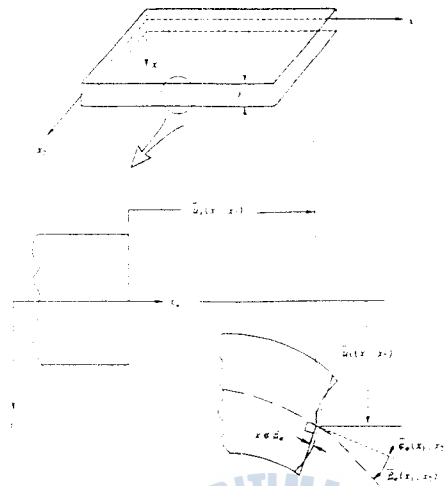


Fig. 2.1 Coordinate system and kinematic variables of plate

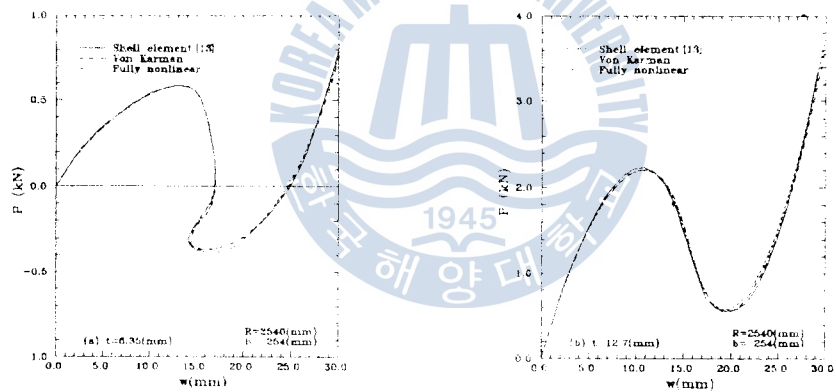


Fig. 3.1 Load-deflection curves of cylindrical shell roof

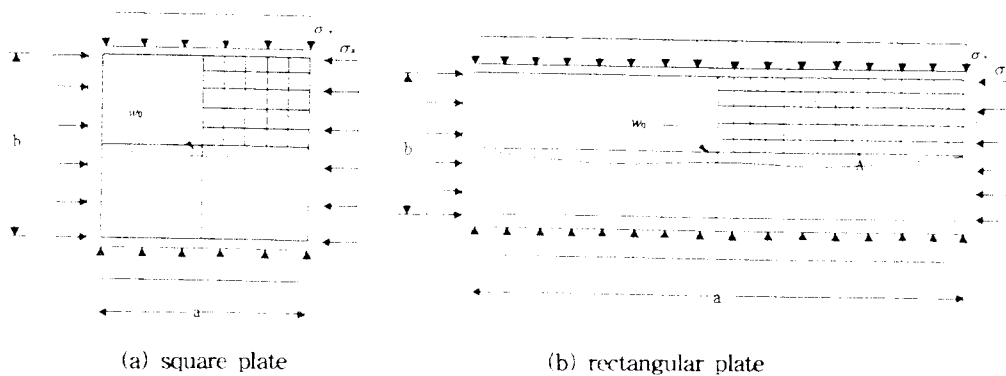


Fig. 3.2 Coordinate system of simple supported plate with initial deflection under axial stress

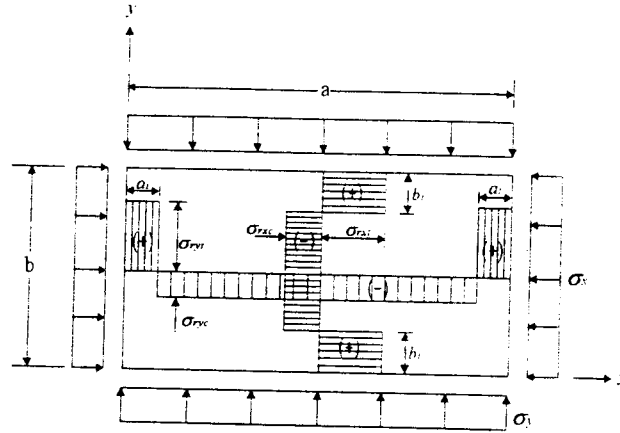


Fig. 3.3 Coordinate system of simple supported plate with residual stress

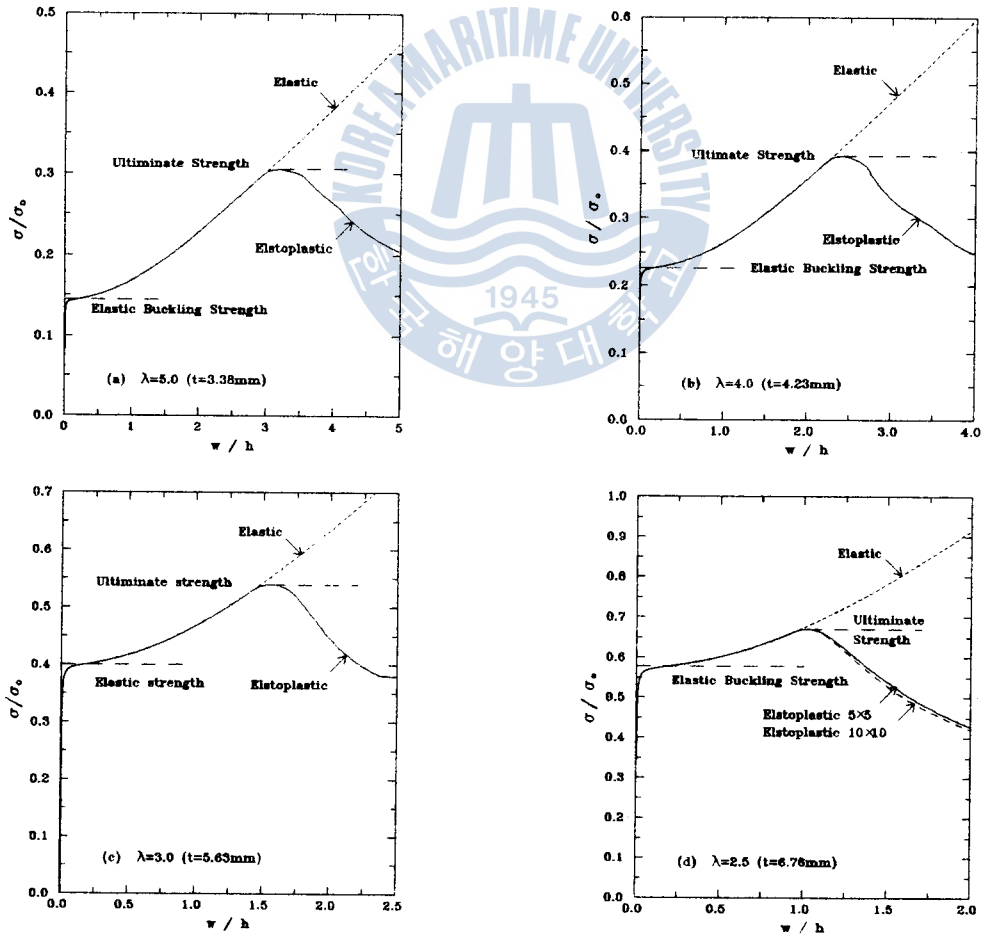


Fig. 3.4 Load-deflection curves of a simply supported square plate under uniaxial compression

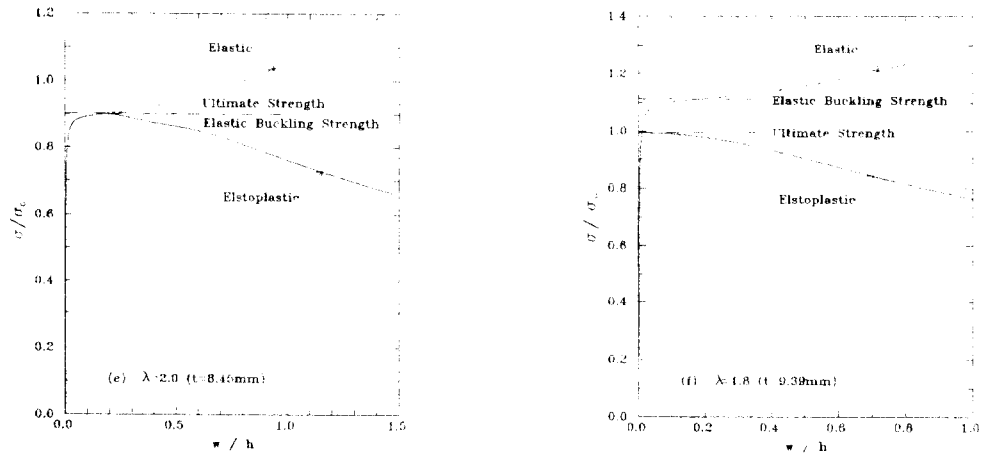


Fig. 3.4 (Cont.) Load-deflection curves of a simply supported square plate under uniaxial compression

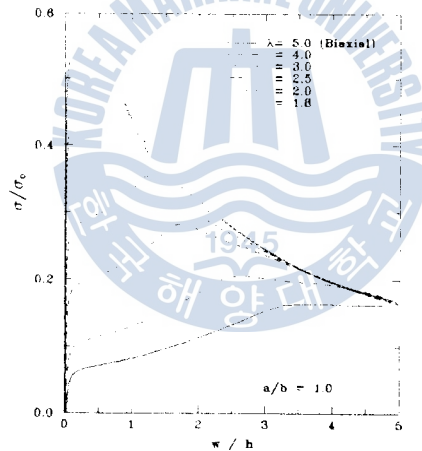


Fig. 3.5 Effect of square plate under biaxial compression on slenderness

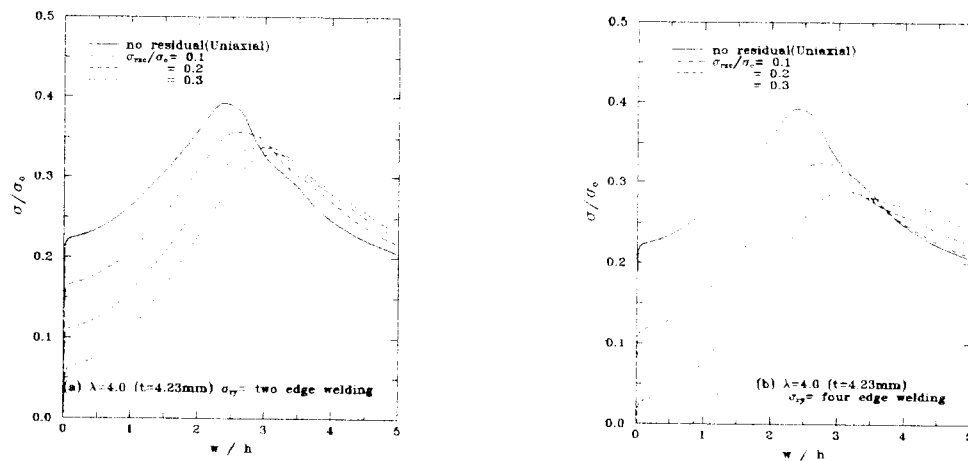


Fig. 3.6 Effect of square plate under uniaxial compression on residual stress width

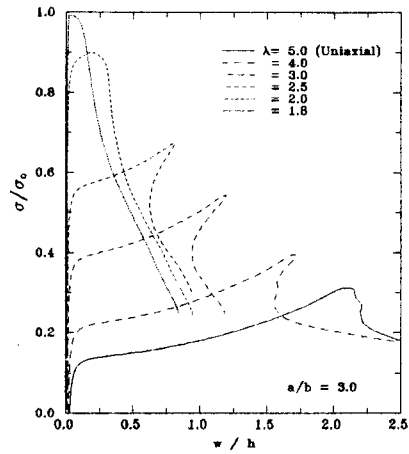


Fig. 3.7 Effect of rectangular plate under uniaxial compression on slenderness

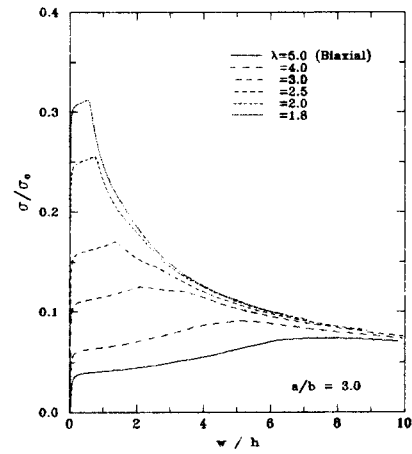


Fig. 3.8 Effect of rectangular plate under biaxial compression on slenderness

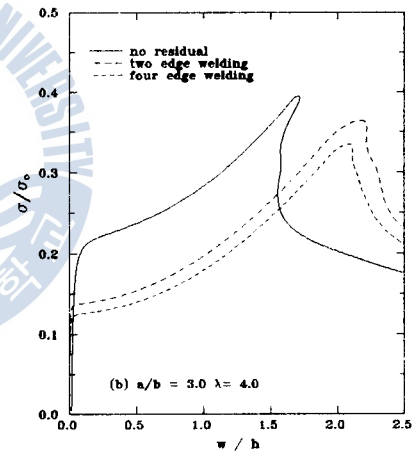
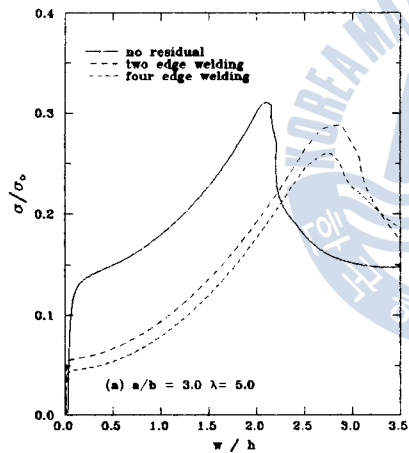


Fig. 3.9 Load-deflection curves of rectangular plate with two and four edge welding under uniaxial compression corresponding to each slenderness

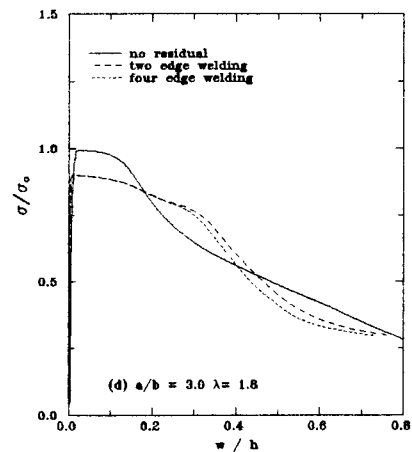
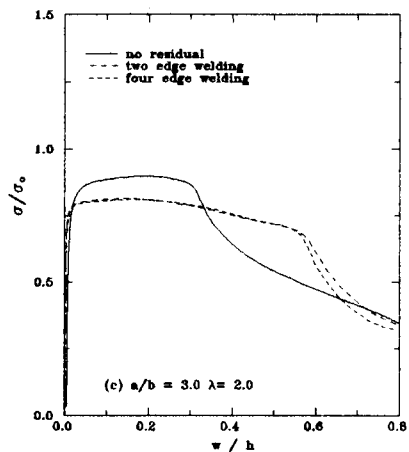


Fig. 3.9 (Cont.) Load-deflection curves of rectangular plate with two and four edge welding under uniaxial compression corresponding to each slenderness