

# 齒車의 熱變形解析에 관한 研究 (1)

張 志 演

## Analysis of the Thermal Deformations of Gear (1)

Jang, Ji-Yon

### 〈 目 次 〉

第 1 章 緒 言	2·2 定式化過程
第 2 章 數值解析프로그램의 作成	第 3 章 結 論
2·1 齒車의 熱變形의 機構	參考文獻

### Abstract

The deformations of gear tooth directly have bad influences upon gear performance, especially the magnitude of transmission error.

Those deformation of gear can be divided into two general classifications; elastic deformations and thermal deformations.

About elastic deformations of gear, there are many studies, reports and calculating formula.

However, the transmission error by those thermal deformations, have been not nearly studied, but recently those play important factor in gear performance by increasing high speed, high load gear.

In this paper, numerical analysis program to analyze those thermal deformation of gear is studied by using finite element method, and to verify the propriety of this program, theoretical solution of simple model is compared with numerical calculating result of the model.

### 主要한 記號

$\lambda$ : 熱傳導率

$\alpha$ : 熱傳達率

$T$ : 溫度

$T_i$ : 節點溫度

$T_\infty$ : 周圍溫度

$\{T\}$ : 要素特性 parameter, 要素내의 各 節點의 溫度의 列벡터

添字  $d$  는 驅動齒車를, 添字  $f$  는 被動齒車를 의미한다.

各記號 右上의 ' 는 熱變化後의 狀態를 의미한다.

$g$ : 熱流速

$\alpha(T-T_\infty)$ : 對流損失

$N_i$ : 形狀函數

$X$ : 汎函數

$X^*$ : 汎函數의 要素差의 分割值

$[K]$ : 要素剛性매트릭스

$[F]$ : 外力벡터

## 第1章 序 論

최근 動力傳達用齒車裝置는 점점 더 高速, 高負荷化되어가는 추세에 있어서, 예를 들면 船舶터어빈엔진의 減速齒車의 경우, 周速 100 m/s, K值 130 psi 까지 使用되고 있는 실정이다. 이것은 齒車製作 및 加工技術의 현저한 진보에 의한 결과로서, 최근의 加工技術로서는 直徑 5m의 齒車의 齶치誤差 및 齒形誤差를  $1\mu\text{m}$  이내로 할 수 있을 정도로 高精度로 만들 수 있다.

그러나, 여기서 우리가 주목해야 할 事實은 高速, 高負의 齒車의 경우에는 齒內部的 定常溫度가  $100^{\circ}\text{C}$  전후까지 上昇하며, 따라서 高精度로 加工된 齒車일지라도 實際運轉時에는 熱變形에 의해 所期의 의도된 成果를 거둘 수 없다는 점이다.

齒車의 運轉時的 熱變形에 관해서는 다음의 文献에서 實際實驗에 의해 齒形修整量을 구하고 있으나,<sup>1)</sup> 理論的解析은 거의 행하여지지 않고 있는 실정이다.

따라서 본 研究는 齒車의 熱變形에 관한 基礎的 研究로서

- (1) 齒車의 熱的 膨脹이 齒車의 回轉誤差에 미치는 影響을 解析하고
  - (2) 有限要素法에 의한 數值解析에 의해 齒車의 溫度分布 및 熱的 變形狀態를 구하며
  - (3) 一定運轉條件下에서의 齒車의 全變形(材料力學的 變形+熱的變形)을 解析함을 目的으로 한다
- 本論文에서는 그러한 研究의 一環으로 齒車의 熱變形 解析을 위한 電算프로그램을 作成하고, 作成한 프로그램의 有効性을 確認하기 위하여 간단한 對象物體에 대하여 理論值와 數值解析值를 比較·檢討하였다.

## 第2章 數值解析프로그램의 作成

### 2.1 齒車의 熱變形的 機構

齒車의 熱變形的 機構를 그림 1과 같이 모델화 할 수 있다.

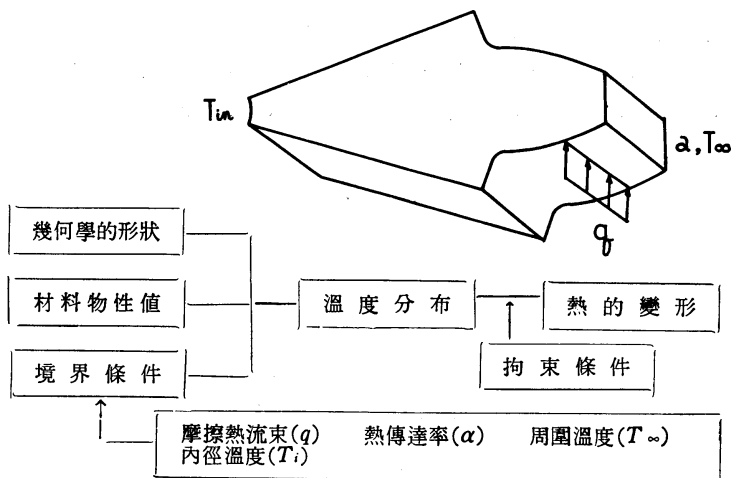


Fig. 1. 齒車熱變形的 機構

그러나 實際齒車의 경우에는 熱的境界條件이 아주 복잡하게 된다. 즉, 摩擦熱은 時間的·空間的으로 변화하며, 뿐만 아니라 發生摩擦熱의 어느 정도가 齒車內部로 流入될 것인가는 아직 未知數이다. 그러나 高速齒車를 對像으로 하고 있으므로 摩擦熱의 時間的變動은 무시하여 解析하고자 한다.

또한, 齒車의 경우 그 幾何學的 形狀이 극히 복잡하므로 熱傳達率도 位置에 따라 상당히 變化하며,<sup>2)</sup> 周圍溫度, 內徑溫度를 측정하는 데에도 상당한 어려움이 있다.

本論文에서는 이러한 熱的境界條件은 이미 推定되어 있는 것으로 하여 數値解析을 행하였다.

### 2.2 定式化過程<sup>3)</sup>

本數値解析에 使用된 基本式은 內部發熱이 없는 等方性 3次元 定常熱傳導方程式으로서 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

일반적인 境界條件으로서

(1) 境界상에서의 溫度의 값이 지정되므로,

$$T = T_s \dots\dots\dots(2)$$

(2) 境界상에서는 다음 式이 만족되므로,

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha(T - T_\infty) - q = 0 \dots\dots\dots(3)$$

式(1)에서 未知函數  $T(x, y, z)$ 를 구하는 것은 Euler의 定理에 의해, 다음 式과 같이 표현되는 汎函數  $x$ 를 最小로 하는 溫度의 未知函數  $T(x, y, z)$ 를 구하는 것과 같다.

$$x = \int_V \frac{1}{2} \left\{ \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right\} dV + \int_S \left\{ \frac{1}{2} \alpha (T - T_\infty)^2 - qT \right\} dS \dots\dots\dots(4)$$

여기서,  $V$ 는 全領域,  $S$ 는 境界條件이 適用되는 表面을 나타낸다.

上式(4)에 대해서 有限要素에의 離散化를 행하기 위하여 未知函數  $T$ 를 要素의 參數로서 표시하면 要素內의 任意의 點의 溫度는

$$T = [N_i, N_j, \dots] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = [N] \{T\} \dots\dots\dots(5)$$

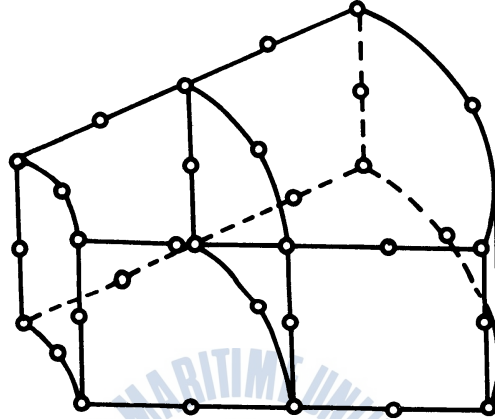
와 같이 定義된다.

全領域에서의  $\{T\}$ 의 全體에 대하여 汎函數  $x$ 를 最小로 하기 위해서는

$$\frac{\partial x}{\partial \{T\}} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial T_1} \\ \frac{\partial x}{\partial T_2} \\ \vdots \end{Bmatrix} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

### 3. 結 論

프로그램의 妥當性을 確認하기 위하여 그림 3과 같은 理論值가 알려져 있는 간단한 모델에 대해 數值解와 理論值를 比較, 檢計하였다.



$$\left\{ \begin{array}{l} r_{in}=10\text{mm} \\ r_{ou}=50\text{mm} \\ t=10\text{mm} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{in}=0\text{ }^{\circ}\text{C} \\ T_{ou}=100\text{ }^{\circ}\text{C} \\ T_{\infty}=100\text{ }^{\circ}\text{C} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha=1163\text{W/in}^2\text{k} \\ q=3554\text{W/in}^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{內外 圓周部: 自由} \\ \text{兩端: 斷熱, 固定} \end{array} \right.$$

Fig. 3. 數值解析 모델

이와 같은 모델의 경우 온도 및 變位의 計算式은 다음과 같다. <sup>5)</sup>

$$T = \left\{ (T_{in} - T_{ou}) \ln \frac{r_{ou}}{r} / \ln \frac{r_{ou}}{r_{in}} \right\} + T_{ou} \dots \dots \dots (15)$$

$$u = \frac{1}{2} \beta r \left\{ (1 + \nu) \frac{k^2 T_{ou} - T_{in}}{k^2 - 1} + (1 + \nu) \frac{(T_{ou} - T_{in})}{k^2 - 1} \left( \frac{r_{ou}}{r} \right)^2 - \frac{T_{ou} - T_{in}}{\ln k} + (1 + \nu) T \right\} \dots \dots \dots (16)$$

단,  $k = \frac{r_{ou}}{r_{in}}$   
 $\beta$ : 線膨脹係數  
 $\nu$ : 포아송比

式(15), (16)에 의해 계산된 溫도와 變位の 理論值와 電算프로그램에 의한 解析值를 정리하면 表 1과 같다.

이상의 내용에 의해 다음과 같은 事實을 알 수 있다.

(1) 計算結果의 比較表에서도 알 수 있는 바와 같이 理論值와 FEM에 의한 解析值는 잘 일치하고 있으며, 따라서 본 電算프로그램이 有效하게 使用될 수 있을 것임을 알 수 있었다.

(2) 熱的膨脹에 의한 齒車의 誤差(齒形誤差, 回轉傳達誤差)의 解析과 實際의 齒車에 대한 數值解析프로그램의 適用 및 實驗에 대해서는 이후 계속 研究하고자 한다.

表 1. 溫度와 變位の 理論値와 解析値

r(mm)		10	20	30	40	50
溫度	理論値	0	43.07	68.26	86.14	100
	FEM 値	0	42.59	18.15	86.07	100
	誤差	—	-1.1	-0.2	-0.1	0
變位	理論値	8.04	11.07	18.90	28.87	40.20
	FEM 値	8.08	—	18.87	—	40.15
	誤差	0.5	—	-0.2	—	-0.1

단, 誤差 = {(FEM 値 - 理論値) / FEM 値} × 100(%)

## 參 考 文 獻

- (1) L. Martinaglia: Thermal Behavior of High Speed Gear and Tooth Corrections for such Gear, ASME /AGMA International Symposium on Gearing and Transmissions, San Francisco, Oct. 11(1972).
- (2) 高梨三郎外: 齒車の齒の傳達率について, 機構論, No. 760-17(1976.10).
- (3) Zienkiewicz: The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill(1974).
- (4) 張志演: 有限幅厚板컨터러의 變位解析, 韓國海洋大學論文集, No. 13(1978).
- (5) 日本機械學會; 機械工學便覽, 11-16 & 14-65(1976).

