

Fig. B.4 (b) Sub-program

# 직류 서어보 모터의 최적위치제어에 관한 연구

A Study on the Optimal Position Control of a DC Servo Motor

이 용 하

*Yong - Ha Lee*

<目 次>

- |                            |                        |
|----------------------------|------------------------|
| Abstract                   | 4. 실험 및 결과검토           |
| 기호설명                       | 4.1 위치제어 시스템의 실험장치구    |
| 1. 서 론                     | 성                      |
| 2. 모 델 링                   | 4.2 응답실험 및 결과검토        |
| 3. 직류 서어보 모터의 최적 제어기 설계    | 4.2.1 목표치가 계단상의 입력인 경우 |
| 3.1 최적제어이론을 이용한 상태피드백 제어이론 | 4.2.2 목표치가 램프입력인 경우    |
| 3.2 최적제어기 설계               | 5. 결론 및 고찰             |
|                            | 참고문헌                   |

A Study on the Optimal Position Control  
of a DC Servo Motor

Lee Yong-Ha

*Dept. of Marine Engineering, Graduate School,  
Korea Maritime University*

Abstract

The optimal control theory is applied to a position control problem using a dc servo motor under constant unmeasurable disturbances. To reject constant disturbances and to persevere zero steady-state errors for parameter variations or modeling errors as long as the closed-loop stability is maintained, one integrater is augmented in the forward path of the open-loop system.

An optimal tracking controller which stabilizes the augmented system and minimizes the quadratic performance index is designed and the controller can be easily implemented with all measurable state feedbacks. A good disturbance rejection and well tracking capability is verified through the computer simulation and the experiments using a dc servo system.

## 1. 서 론

현대산업의 발달과 더불어 직류 서어보 모터(DC Servo Motor)는 산업용 로봇 팔(Robot Arm) 제어, 공작기계제어, 태양추적안테나의 위치제어 및 각종 자동화 기기의 위치제어등에 널리 사용되고 있다.

이러한 장치에 사용되는 제어기는 주어진 입력에 대하여 출력이 좋은 특성을 가지고 잘 추종할 수 있도록 즉 상승시간(Rise Time)과 정정시간(Settling Time)이 짧아야 하고 오우버슈트(Overshoot)가 적어지도록 설계되어야 하며 특히 주어진 입력이 외란에 대해 정상편차가 발생하지 않도록 설계 되어져야 한다.

본 논문에서는 최적제어이론을 이용하여 직류 서어보 모터의 정확한 최적위치제어기를 설계하기 위하여 쿨롱(Coulomb)마찰, 자기히스테리시스(Magnetic Hysterisis) 및 감속치차의 백래쉬(Backlash) 등 비선형요소들이 직류 서어보 모터 장치에 주는 영향이 적다고 간주하고, 제어대상의 모델을 선형화 하였다.

이러한 선형화된 모델에 있어서 일정한 외란에 부가된다고 보고 계단상 목표치에 모델링 오차와 운전중 파라미터의 변화에도 잘 추종할수 있도록 제어시스템의 전향방향에 적분기를 부가하여 새로운 상태변수를 정의하고 이것을 포함한 전 상태변수(Full state variables)를 피이드백하여 제어하도록 하였다.

폐회로 제어시스템을 안정하게 하며 동시에 2차형식의 평가함수(Quadratic cost function)을 최소로 하는 최적제어기의 피이드백계인 행렬은 리카치(Riccati)행렬 방정식의 해로부터 구할 수 있었다.

따라서 본 방법에 의해 구성된 제어기가 일정한 외란이 존재하는 환경에서 계단상의 입력 및 램프입력을 정상편차 없이 잘 따를 뿐만 아니라 모델링 오차 및 운전중 피레미터의 변화에도 잘 견딜 수 있다는 것을 밝히기 위하여 Feedback Co, LTD의 Modular Servo System MS150MK 실험장치를 이용하여 응답실험을 실시하며, 상태 피드백을 위해 필요한 상태변수의 측정은 전위차계 (Potentiometer)와 속도감출기 (Tachogenerator)를 이용하여 실현할 수 있었다.



## 2. 모 델 링

직류 서어보용 모터의 위치제어에는 전기자 제어와 계자제어 두가지 방식이 있는데 본 연구에서는 제어특성이 좋은 전기자 제어방식을 선택하기로 한다.<sup>1)</sup>

전기자 제어식 서어보용 직류전동기의 등가회로는 Fig.1 과 같으며

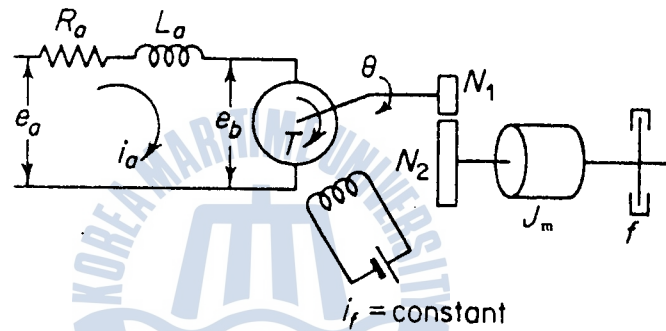


Fig.1 Schematic diagram of an armature-controlled DC motor

각 변수간의 관계를 미분방정식으로 표시하면 식 (1),(2),(3),(4),(5)와 같이 주어진다.

$$e_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_b(t) \quad (1)$$

$$e_b(t) = K_b \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

$$T_e(t) = J_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} + T_l \quad (3)$$

$$T_e(t) = K_i i_a(t) \quad (4)$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad (5)$$

일반적으로 서어보 모터의 인덕턴스  $L_a$  와 관성모우멘트  $J_m$ 는 매우 적으므로 식 (1)에서 식 (5)까지의 관계를 정리하여 이들의 곱은 무시하고 전기자 전압  $e_a$  에서 모터의 회전각  $\theta$ 까지의 전달함수를 구하면 식 (6)과 같이 된다.

$$\theta(s) = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)} E_a(s) - \left[ \frac{K_m'}{s(1 + T_m s)} - \frac{K_m''}{(1 + T_m s)} \right] T_I(s) \quad - (6)$$

$$\text{단 } K_m = \frac{K_i}{R_a f + K_b K_i} \quad K_m' = \frac{R_a}{R_a f + K_b K_i}$$

$$K_m'' = \frac{L_a}{R_a f + K_b K_i} \quad T_m = \frac{J_m R_a + L_a f}{R_a f + K_b K_i}$$

식 (6)에서 외부 부하토크  $T_I$ 을 포함한 측정 불가능한 외란을 모두 합하여  $v$ 라 놓고 블록선도로 표시하면 Fig.2와 같다.

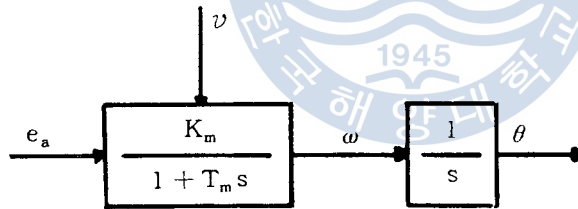


Fig.2 Block diagram of an Open-loop control system

여기서 제어대상에 부가되는  $v$ 는 측정할수 없는 일정한 외란인 것으로 간주한다.

그림 2에서 각 변위  $\theta$ 의 상태변수를  $x_1$ , 각속도  $\omega$ 에 대한 상태변수를  $x_2$ 로 두고 상태방정식과 출력방정식을 유도하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}U + \mathbf{D}v \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$\mathbf{X}$  :  $2 \times 1$ 의 상태벡터

$U$  : 제어대상에 입력되는 조작량

$v$  : 외란

$Y$  : 출력 각변위

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{T_m} \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0]$$

이며  $D$ 는 적절한 차원을 갖는 계수행렬로 간주한다.

식 (7)로 표시되는 폐회로 제어시스템은 가제어성 행렬 (Controllability Matrix)  $U_c$ 가

$$U_c = [B \quad AB] \\ = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_m}{T_m} \\ \frac{K_m}{T_m} & -\frac{K_m}{T_m^2} \end{bmatrix}$$

로 주어지며  $K_m$ 이 0이 아닌한  $\text{Rank}(U_c) = 2$ 가 되어 가제어 (Controllable)이므로 폐회로 제어시스템의 극을 원하는 위치에 배치하도록 제어기를 구성할 수 있다.



### 3. 직류 서어보 모터의 최적제어기 설계

#### 3.1 최적제어이론을 이용한 상태피드백 제어기의 설계

식 (7)로 주어지는 개회로 제어시스템의 기준입력 모델의 방정식은

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_r &= \mathbf{A}\mathbf{X}_r + \mathbf{B}U_r \\ y_r &= \mathbf{C}\mathbf{X}_r\end{aligned}\quad (8)$$

과 같이 나타낼 수 있으므로  $\Delta\mathbf{X}$ ,  $\Delta U$ ,  $\Delta y$ 를 다음과 같이

$$\Delta\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_r \quad (9)$$

$$\Delta U = U - U_r \quad (10)$$

$$\Delta y = y - y_r \quad (11)$$

라 정의하면 식 (7) - (11)로부터

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{X} + \mathbf{B}\Delta U + \mathbf{D}v \\ \Delta y &= \mathbf{C}\Delta\mathbf{X}\end{aligned}\quad (\Delta S) \quad (12)$$

가 되며 이 시스템 ( $\Delta S$ )라 부르기로 한다.

이 시스템 ( $\Delta S$ )을 안정하게 하며 동시에 평가함수

$$J = \int_0^{\infty} (\Delta\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \Delta\mathbf{X} + r \Delta U^2) dt \quad (13)$$

단,  $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}$ 는 반정정 (Positive Semidefinite)인 계수행렬이며  $r$ 는 양의 하중계수

를 최소화하는 최적제어입력 (Optimal Control input)  $\Delta U$ 는

### 3. 직류 서어보 모터의 최적제어기 설계

#### 3.1 최적제어이론을 이용한 상태피드백 제어기의 설계

식 (7)로 주어지는 개회로 제어시스템의 기준입력 모델의 방정식은

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_r &= \mathbf{A}\mathbf{X}_r + \mathbf{B}\mathbf{U}_r \\ \mathbf{y}_r &= \mathbf{C}\mathbf{X}_r\end{aligned}\quad (8)$$

과 같이 나타낼 수 있으므로  $\Delta\mathbf{X}$ ,  $\Delta\mathbf{U}$ ,  $\Delta\mathbf{y}$  를 다음과 같이

$$\Delta\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_r \quad (9)$$

$$\Delta\mathbf{U} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_r \quad (10)$$

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_r \quad (11)$$

라 정의하면 식 (7) - (11)로부터

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{X} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{U} + \mathbf{D}\mathbf{v} \\ \Delta\mathbf{y} &= \mathbf{C}\Delta\mathbf{X}\end{aligned}\quad (\Delta\mathbf{S}) \quad (12)$$

가 되며 이 시스템 ( $\Delta\mathbf{S}$ )라 부르기로 한다.

이 시스템 ( $\Delta\mathbf{S}$ )을 안정하게 하며 동시에 평가함수

$$J = \int_0^{\infty} (\Delta\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \Delta\mathbf{X} + r \Delta\mathbf{U}^2) dt \quad (13)$$

단,  $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}$ 는 반정정 (Positive Semidefinite)인 계수행렬이며  $r$ 는 양의 하중계수

를 최소화하는 최적제어입력 (Optimal Control input)  $\Delta\mathbf{U}$ 는

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{U} &= -\frac{1}{r} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \Delta\mathbf{X} \\ &= -\mathbf{K} \Delta\mathbf{X}\end{aligned}\quad (14)$$

로 주어진다.

여기서  $K = \frac{1}{r} B^T P$ 이며  $P$ 는 대칭행렬로서 다음과 같은 Riccati 행렬방식의 해이다.

$$A^T P + P A + Q - \frac{1}{r} P B B^T P = \underline{0}$$

식 (14)에 식 (9)와 (10)을 대입하면

$$U = U_r - K(X - X_r) \quad (15)$$

가 되며 Fig. 3은 식 (15)로 주어지는 제어입력이 피드백 되는 폐회로 위치제어 시스템에 대한 블록선도이다.<sup>2,3,4)</sup>

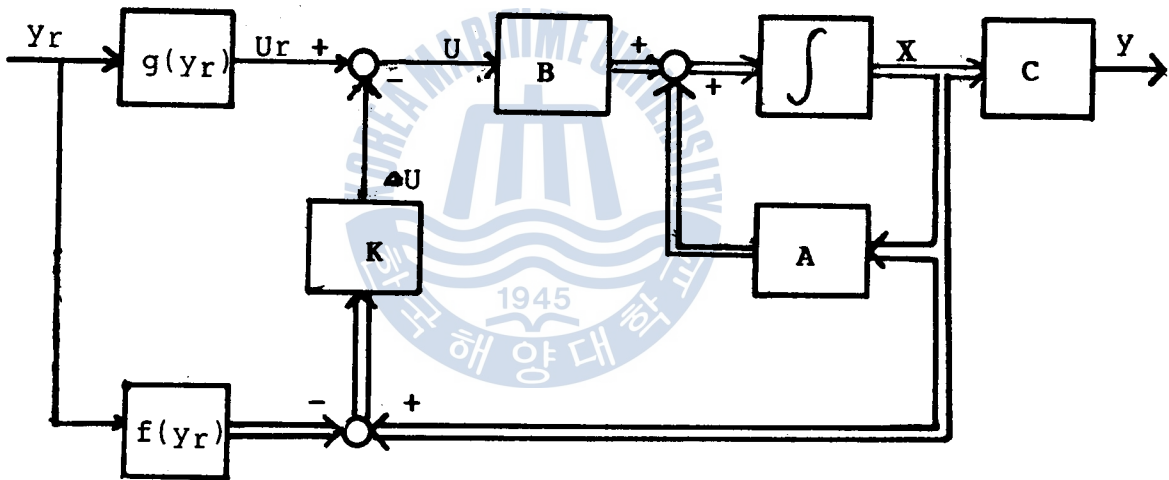


Fig. 3 Block diagram of a closed-loop position control system

한편  $y_r$ 이 계단상 입력이 되므로 식 (8)은 다음과 같이 쓸수 있으며

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r \\ U_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

즉

$$\begin{bmatrix} X_r \\ U_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ y_r \end{bmatrix}$$

$\text{Dim}(y) = \text{Dim}(u) = 1$  이므로 식 (16)의 유일한 해가 존재할 수 있으며 만약 해가 존재하지 않으면 목표치를 추종하는 제어기를 구성할 수 없을 것이다.

식 (16)의 해가 존재하고

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

라 놓으면

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_r \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y}_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{즉 } \mathbf{X}_r &= A_{12} \mathbf{y}_r \\ &= f(\mathbf{y}_r) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_r &= A_{22} \mathbf{y}_r \\ &= g(\mathbf{y}_r) \end{aligned}$$

$$\text{단, } f(\mathbf{y}_r) = A_{12} \mathbf{y}_r, \quad g(\mathbf{y}_r) = A_{22} \mathbf{y}_r$$

가 된다.

식 (14)와 같이 주어지는 최적 제어입력을 식 (12)에 대입하고 다시 쓰면

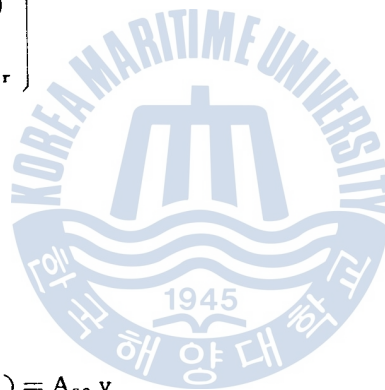
$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = (A - BK)\Delta \mathbf{X} + Dv \quad (19)$$

$$\Delta y = C\Delta \mathbf{X}$$

$V$ 가 일정한 외란이라 간주되었을때 식 (19)의 양변을 한번 미분하면

$$\Delta \ddot{\mathbf{X}} = (A - BK)\Delta \dot{\mathbf{X}}$$

피드백 계수행렬  $K$ 는 시스템 ( $\Delta S$ )를 안정하게 하도록 즉 폐회로 제어시스템의 특성 방정식  $|\lambda I - (A - BK)| = 0$ 의 근이 모두 부의 실수부를 갖도록 정해지므로



(17)

(18)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta \dot{\mathbf{X}}(t) = 0$$

즉  $\Delta y = y - y_r = -C(A - BK)^{-1} Dv \neq 0$  이 되어 입출력 사이에 편차가 생길 수 있음을 알 수 있다.

또한 외란  $v$ 가 없더라도 회전축과 회전속수 사이의 쿠울름마찰 등의 비선형의 영향으로 편차가 생길 수 있을 뿐만 아니라, 이와같은 단순한 상태 피이드백 제어로서는 목표치가 램프입력일 경우에는 추종특성이 나쁘다.

### 3.2 최적제어기의 설계

앞절에서 논한것처럼 단순한 상태 피이드백제어로서는 일정한 외란에 의한 정상편차 발생할 뿐만아니라 램프입력에 대하여 추종특성이 나쁘므로 본 절에서는 일정한 외란, 모델링오차, 시간에 따른 각종 정수의 변화 및 쿠울름 마찰에 의해서 생길 수 있는 편차를 제거하고 램프입력에 대해서도 제어입출력이 입력 즉 목표치에 잘 추종할 수 있는 제어시스템을 설계하기 위하여 새로운 상태변수  $Z$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} Z &= y - \mathbf{X}_r \\ &= c\Delta \mathbf{X} \end{aligned} \quad (20)$$

식 (12)와 식 (20)로부터 다음과 같은 새로운 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\mathbf{X}} &= \tilde{\mathbf{A}}\Delta \tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{B}}\Delta U + \tilde{\mathbf{D}}v \\ \Delta Y &= \tilde{\mathbf{C}}\Delta \tilde{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서

$$\Delta \tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ Z \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{C}} = [1 \ 0 \ 0]$$

본 논문에서는 식 (21)로 주어지는 시스템을 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta S}$ )라 부르기로 하며 본래의 시스템 ( $\Delta S$ )가 가제어 (Controllable) 하고

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = \text{Rank} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} & \frac{K_m}{T_m} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 3$$

이때 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{S}$ )은 가제어가 된다.<sup>5,6)</sup>

따라서 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{S}$ )을 안정하게 하고 다음의 평가함수

$$J = \int_0^{\infty} (\Delta \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{Q}} \Delta \tilde{\mathbf{X}} + \tilde{r} \Delta u^2) dt$$

단,  $\tilde{\mathbf{K}} = -\frac{1}{\tilde{r}} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}}$ 이며  $\tilde{\mathbf{P}}$ 는 대칭행렬로서 다음과 같이 주어지는 Riccati 행렬방정식으로 부터 구할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{Q}} - \frac{1}{\tilde{r}} \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{P}} = 0 \quad (22)$$

식 (22)를 식 (21)에 대입하고 양변을 한번 미분하면

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\tilde{\mathbf{X}}} &= (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{K}}) \Delta \tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{D}} \dot{v} \\ &= (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{K}}) \Delta \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \end{aligned}$$

이 되며 역시  $|\lambda I - (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{K}})| = 0$ 의 근이 모두 부의 실부수를 갖도록 정해지므로

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta \dot{\tilde{\mathbf{X}}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \Delta \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \right) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{Z}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_r) = 0 \end{aligned}$$

이 되어 식 (22)로 주어지는 제어입력은 계단상의 입력 일정한 외란이 들어오는 위치제어 시스템에서 정상편차없이  $y$ 가  $y_r$ 를 추종할 수 있게함을 알 수 있다.

또한 이 제어시스템에서는 쿠울름마찰이 있는 경우에도 편차의 적분에 해당하는 상태  $Z$ 의 피드백에 의하여 정상편차가 제거되는 잇점이 있다.

식 (22)에 식 (9),(10)을 대입하고 다시 정리하면 식 (23)과 같으며

$$\begin{aligned} U &= U_r - \tilde{\mathbf{K}} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ Z \end{pmatrix} \\ &= U_r - \tilde{\mathbf{K}}_1 \Delta \mathbf{X} - \tilde{\mathbf{K}}_2 Z \end{aligned}$$

$$= U_r - \tilde{K}_1 (\mathbf{X} - \mathbf{X}_r) - K_2 (y - y_r) dt \quad (23)$$

$$\text{단, } \tilde{K} = [\tilde{K}_1 \quad \tilde{K}_2]$$

식 (23) 으로 표시되는 제어기를 갖는 최적위치 제어계통은 Fig.4 와 같이 주어진다.<sup>7,8,9,10)</sup>

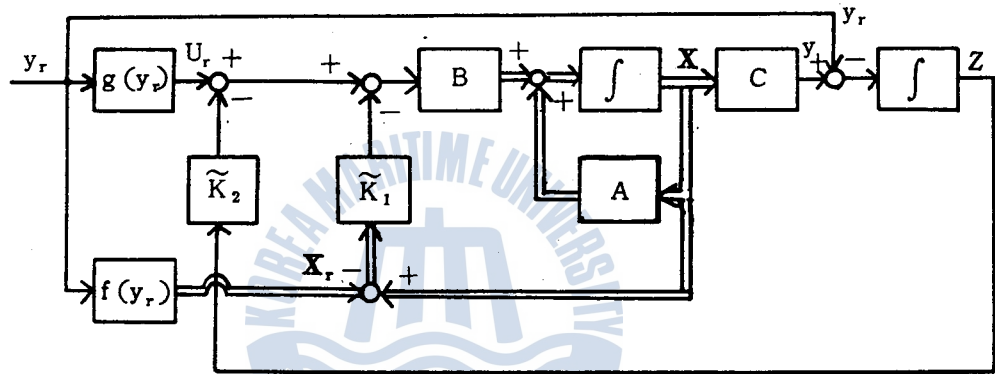


Fig.4 A closed-loop position control system with feedback and the feedforward controllers.

Fig.4를 식 (17),(18)의 결과와 행렬 A,B,C의 값을 대입하고 간략화 하면 Fig.5와 같이 되며 이는 종래의 PID제어기를 이용하여 실현될 수 있음을 알 수 있다.

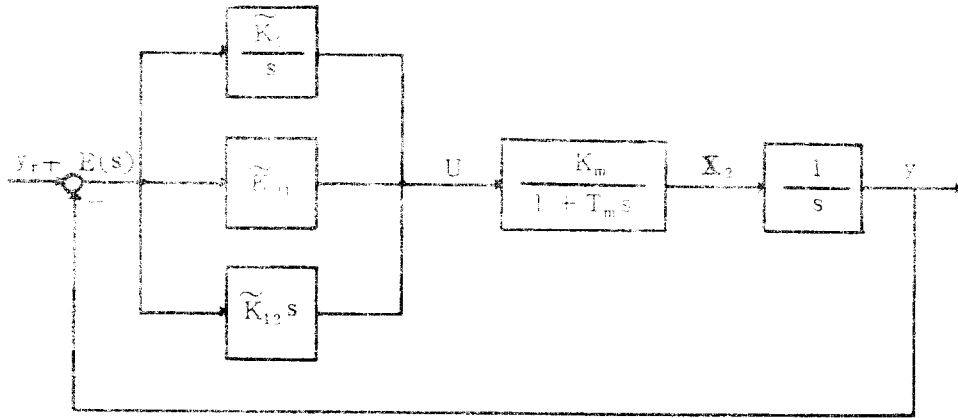
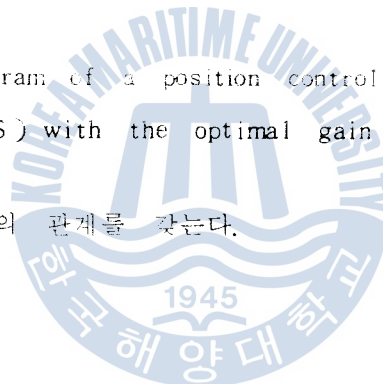


Fig.5 Block diagram of a position control improved system ( $\tilde{\Delta S}$ ) with the optimal gain

여기서  $\tilde{K}_1 = [\tilde{K}_{11} \ \tilde{K}_{12}]$ 의 관계를 갖는다.





## 4. 실험 및 결과검토

### 4.1 위치제어 시스템의 실험장치 구성

앞에서 제안한 직류 서어보 모터의 개선된 최적 위치제어 시스템 ( $\tilde{\Delta}S$ )을 실현하여 응답실험을 행할 수 있도록 실험장치를 구성하기 위하여 Feedback Co, LTD 의 Modular Servo System MS 150 MK와 Process Control Simulator PCS 327 및 Hitachi Co, LTD 의 Analog Computer 를 선정하였다. <sup>11,12)</sup>

실험장치의 구성에 사용된 각 실험장치들은 아래와 같으며

Operational Amplifier Unit 150 A  
 Pre - Amp Unit 150 C  
 Servo Amplifier 150 D  
 Power Supply 150 E  
 Motor Unit 150 F  
 Input and Output Potentiometer 150 H, 150 K  
 PID Module 150 Y  
 Process Control Simulator PCS 327  
 Hitachi Analog Computer 505 E

이 실험장치들을 이용하여 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 및 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta}S$ )에 대한 실험장치를 Fig. 6 과 같이 구성하여 실험을 행하였다.

또한 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 및 개선된 최적제어시스템 ( $\tilde{\Delta}S$ )에 램프 입력을 인가할때는 Input-Potentiometer 대신에 Analog Computer 를 사용하였다.

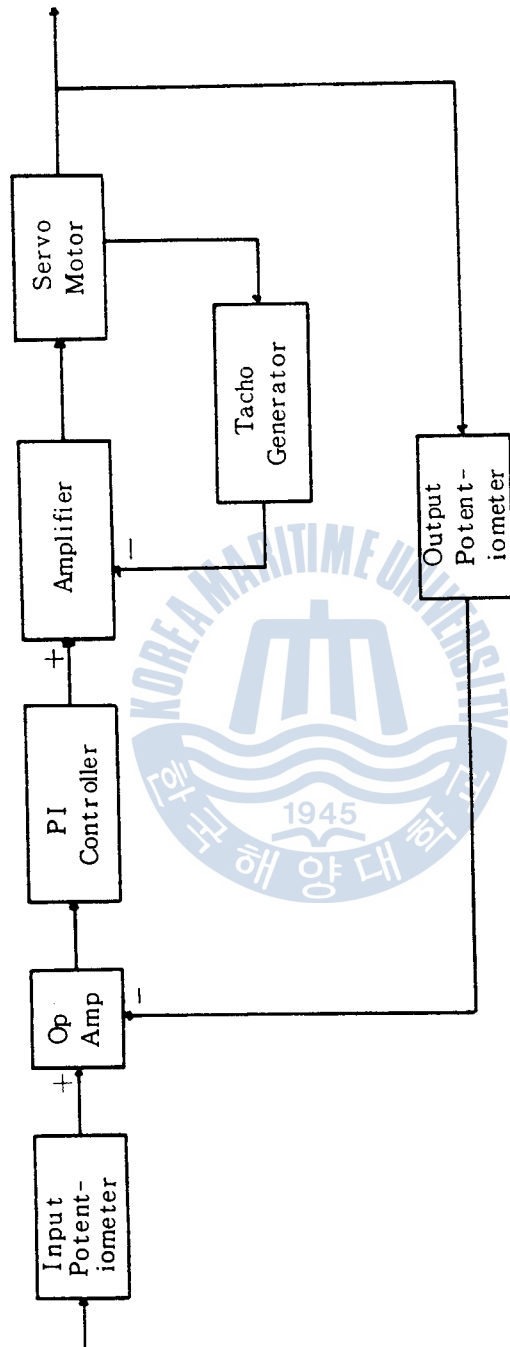


Fig.6 Block diagram of the control system using the experimental apparatus.

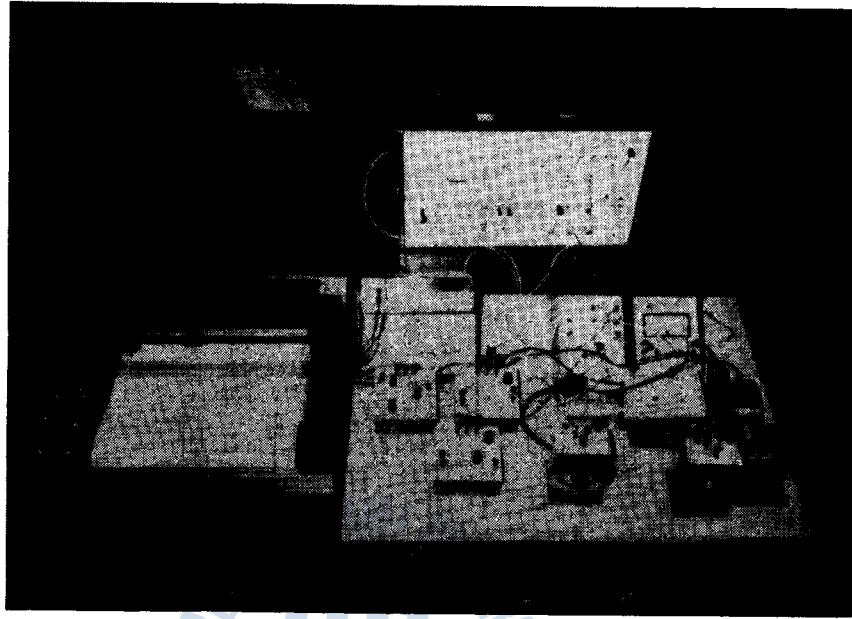


Photo.1 Photographs of experimental apparatus for the system ( $\Delta S$ )

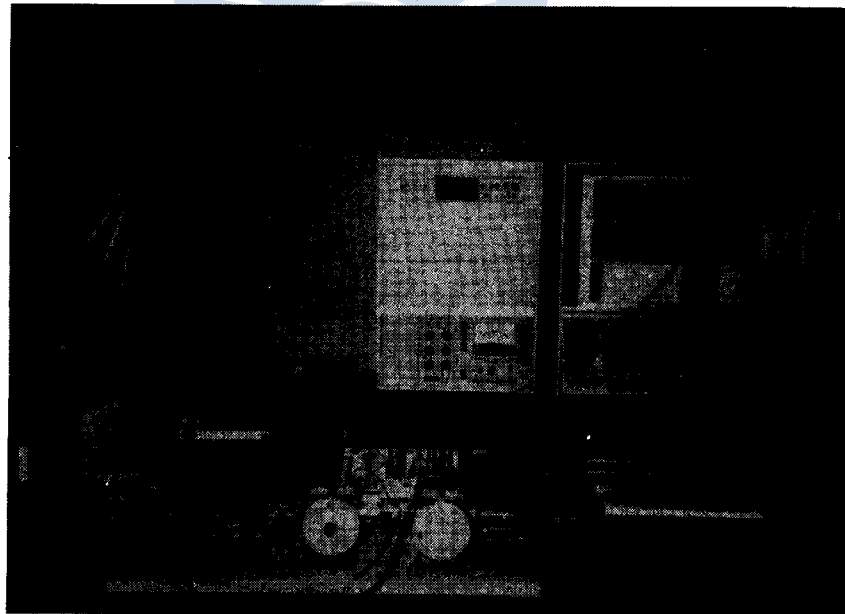


Photo.2 Photographs of experimental apparatus for the improved system ( $\tilde{\Delta S}$ )

또한 본 방법의 우수성을 밝히기 위하여 같은 장치로 시스템 ( $\Delta S$ ) 에 대한 실험장치로 구성하여 서로 비교 검토하도록 하였다.

한편 개선된 최적위치제어 시스템 구성에 사용된 주요 실험장치들의 정수를 구하기 위하여 Fig.7 과 같이 간단한 실험장치를 구성하여

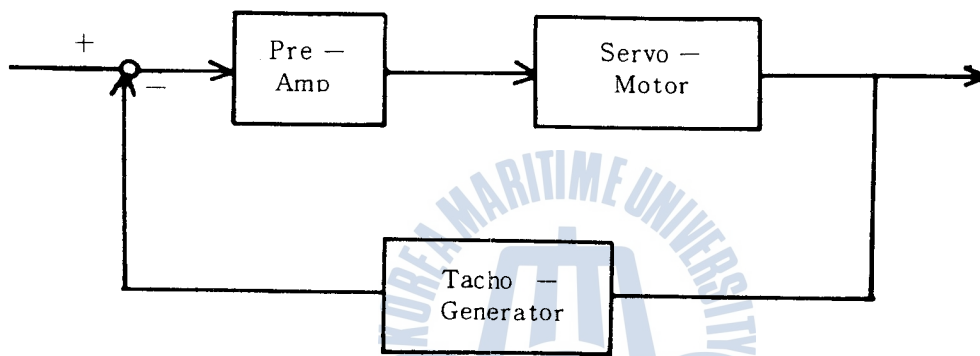


Fig.7 Block diagram of DC servo system using experimental apparatus

각 입력전압과 출력전압을 측정하고 이 측정 데이터로 부터 최소자승법에 의하여 각 정수들의 값을 계산한 결과 다음 값들을 얻었다.

- Pre - Amp 의 이득 : 30.75
- 모터의 이득 : 1.466 ( rad/volt·sec)
- 모터의 시정수 : 1.75 ( sec)
- 타코제너레이터의 이득 : 0.7786 ( volt/rad·sec)

## 4.2 응답실험 및 결과검토

### 4.2.1 목표치가 계단상 입력인 경우

적분기를 포함하지 않는 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 에 대하여 하중행렬  $Q$ 에서 각속도에 대한 하중계수  $q_2$ 를 1로 정한 후 각에 대한 하중계수  $q_1$ 을 아래의 표 1과 같이 변화시키면서 Digital Computer를 이용해서 최적피이드백 계인을 계산하고 목표치를  $5V(47.5^\circ)$ 로 두고 디지털 시뮬레이션을 통하여 상승시간( $t_r$ )과 정정시간( $t_s$ ) 및 오우버슈트(Overshoot)를 계산하였다.

Table 1. Calculation result for the System ( $\Delta S$ ) on step input

$q_1$	$K_{11}$	$K_{12}$	Rise Time	Settling Time (2%)	Overshoot
1	1.0000	1.0162	0.47	0.77	0.00
5	2.2361	1.0614	0.23	0.37	0.00
10	3.1623	1.0941	0.17	0.27	0.00

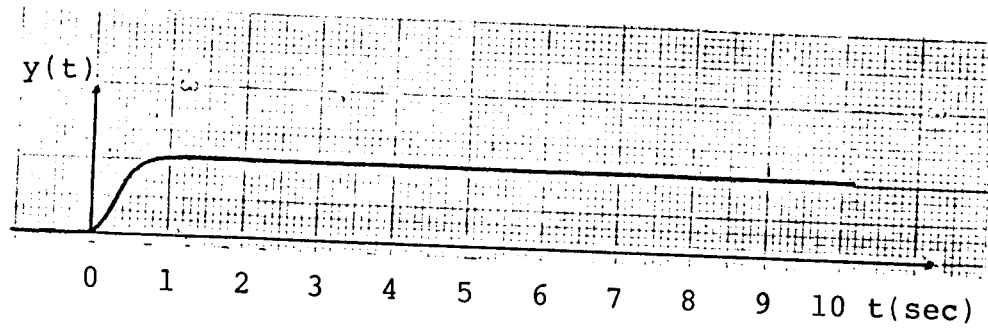
위의 피이드백 계인을 이용하여 실험장치에서 계단상의 입력에 대해 응답 실험을 행한 결과 응답곡선은 Fig.8에 표시하였다.

응답실험결과 하중계수  $q_1$ 을 증가시키면 상승시간과 정정시간이 짧아지나 약간의 오우버슈트가 증가함을 알수있고 이미 밝혔듯이 이와같이 구성된 시스템은 외란이나 쿨롬(Coulomb) 마찰에 의해 정상편차가 생기게 됨을 Fig.9에서 알 수 있다.

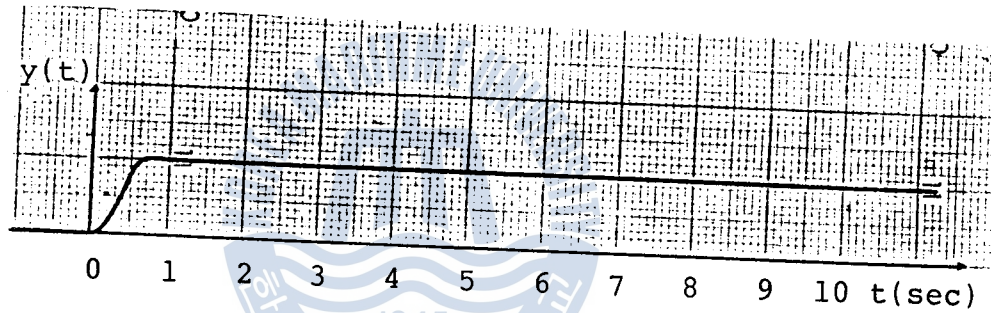
또한 표 1과 응답곡선 Fig.8을 비교해 볼때 상승시간, 정정시간의 불일치 및 Fig.8에서의 오우버슈트의 발생은 인덕턴스  $L_a$ 와 관성모우멘트  $J_m$ 의

영향이 매우 적다고 보고 직류 서어보 모터를 1차계로 모델링하고 쿠울  
룸마찰등 비선형 요소를 무시하여 수치계산하였으나, 실제로는 쿠울룸마찰등  
비선형 요소에 의해서 생긴결과로 생각된다.

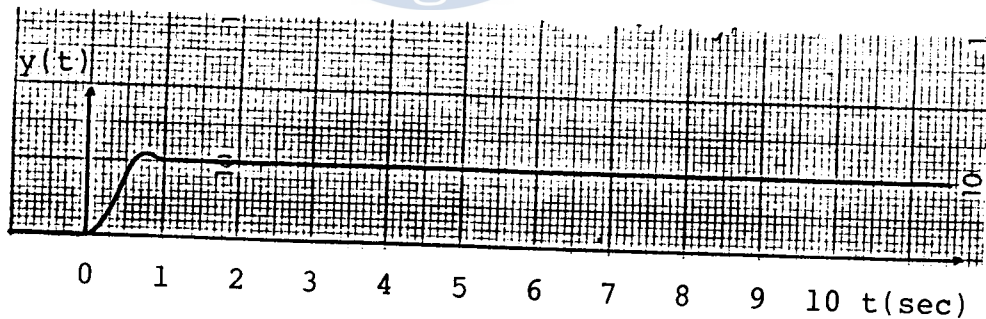




(a)



(b)



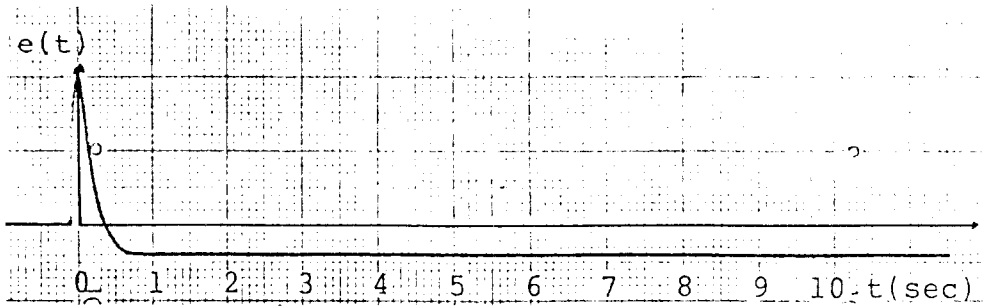
(c)

Figure 8 Step responses for the system ( $\Delta S$ )

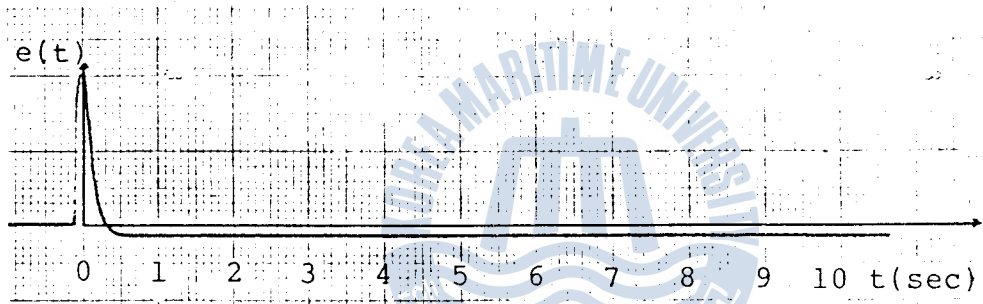
(a) Weighting matrix  $Q = \text{diag}(1,1)$  and  $r = 1$

(b) Weighting matrix  $Q = \text{diag}(5,1)$  and  $r = 1$

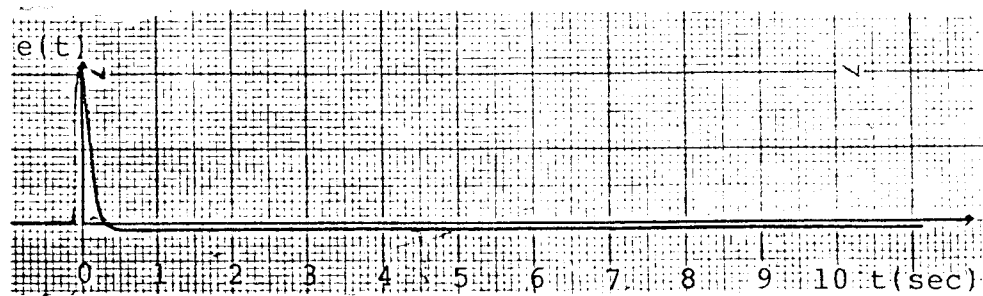
(c) Weighting matrix  $Q = \text{diag}(10,1)$  and  $r = 1$



(a)



(b)



(c)

Figure 9 Control errors for the system ( $\Delta S$ )

- (a) Weighting Matrix  $Q = \text{diag} ( 1,1 )$  and  $r = 1$
- (b) Weighting Matrix  $Q = \text{diag} ( 5,1 )$  and  $r = 1$
- (c) Weighting Matrix  $Q = \text{diag} ( 10,1 )$  and  $r = 1$



본 논문에서 제안하는 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta}S$ ) 에 대하여 하중행렬  $Q$ 를  $q_1$  과  $q_2$ 를 각각 2와 1로 정한후 새로운 상태  $Z$ 의 하중치  $q_3$ 를 아래의 표 2와 같이 변화시키며 목표치를  $5V (47.5^\circ)$ 로 정할때

Table 2. Calculation result for improved System ( $\tilde{\Delta}S$ ) on step input

$q_3$	$\tilde{K}_{11}$	$\tilde{K}_{12}$	$\tilde{K}_2$	Rise Time	Settling-Time (2%)	Overshoot
5	2.6284	1.0753	2.2361	0.13	1.50	0.3894
7	2.7999	1.0814	2.6458	0.12	1.40	0.4322
10	3.0041	1.0886	3.1623	0.11	1.29	0.4812

Fig.10에서 보면 상태변수  $Z$ 에 대한 하중계수를 증가시키면 상승시간과 정정시간이 짧아지나 역시 오버슈트가 커지는 경향을 알 수 있고 어느 경우나 외란이나 퍼래미터 변화 및 쿠울룸마찰에 의한 정상편차가 생기지 않음을 Fig.11에서 알 수 있다.

또한 표 2와 응답곡선 Fig.10을 비교해 볼때 상승시간, 정정시간등의 불일치는 앞의 4.2.1절에서 언급한 바와 같이 디지털 시뮬레이션시 모델링 오차 및 쿠울룸마찰등의 비선형 요소에 의해서 생긴 결과로 생각된다.

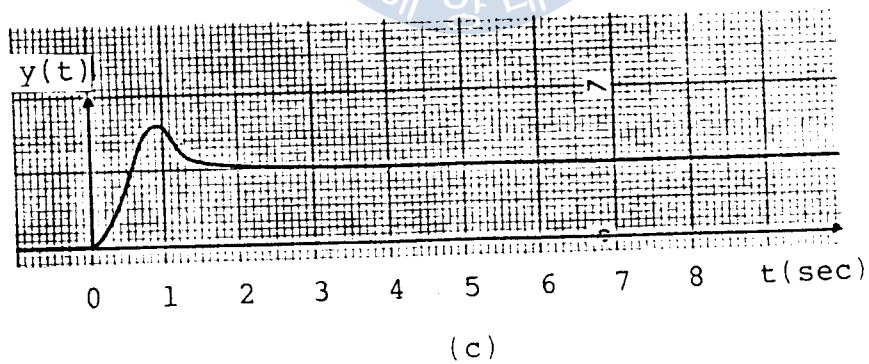
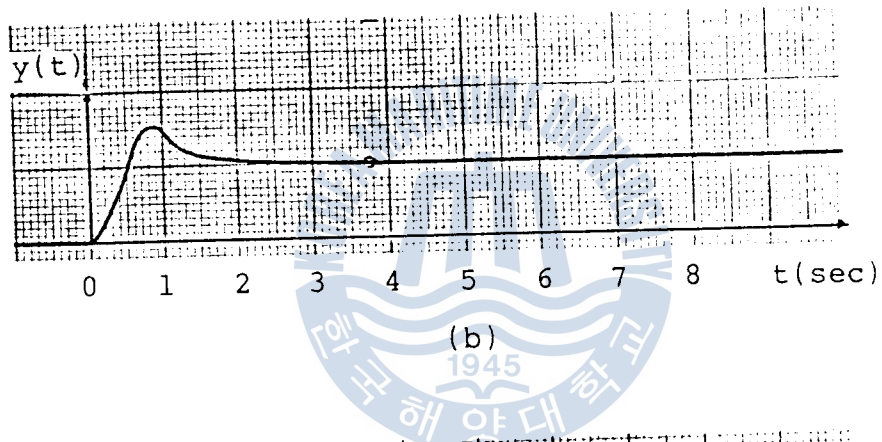
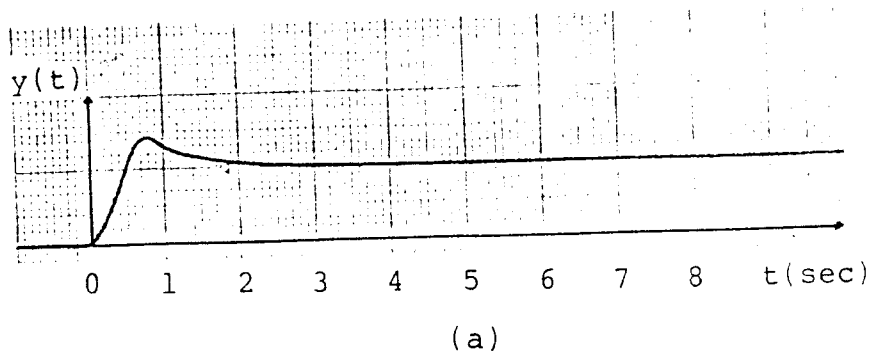


Figure 10. Step responses for the improved system  $(\tilde{\Delta}S)$   
 (a) Weighting Matix  $Q = \text{diag}(2, 1, 5)$  and  $r = 1$   
 (b) Weighting Matix  $Q = \text{diag}(2, 1, 7)$  and  $r = 1$   
 (c) Weighting Matix  $Q = \text{diag}(2, 1, 10)$  and  $r = 1$

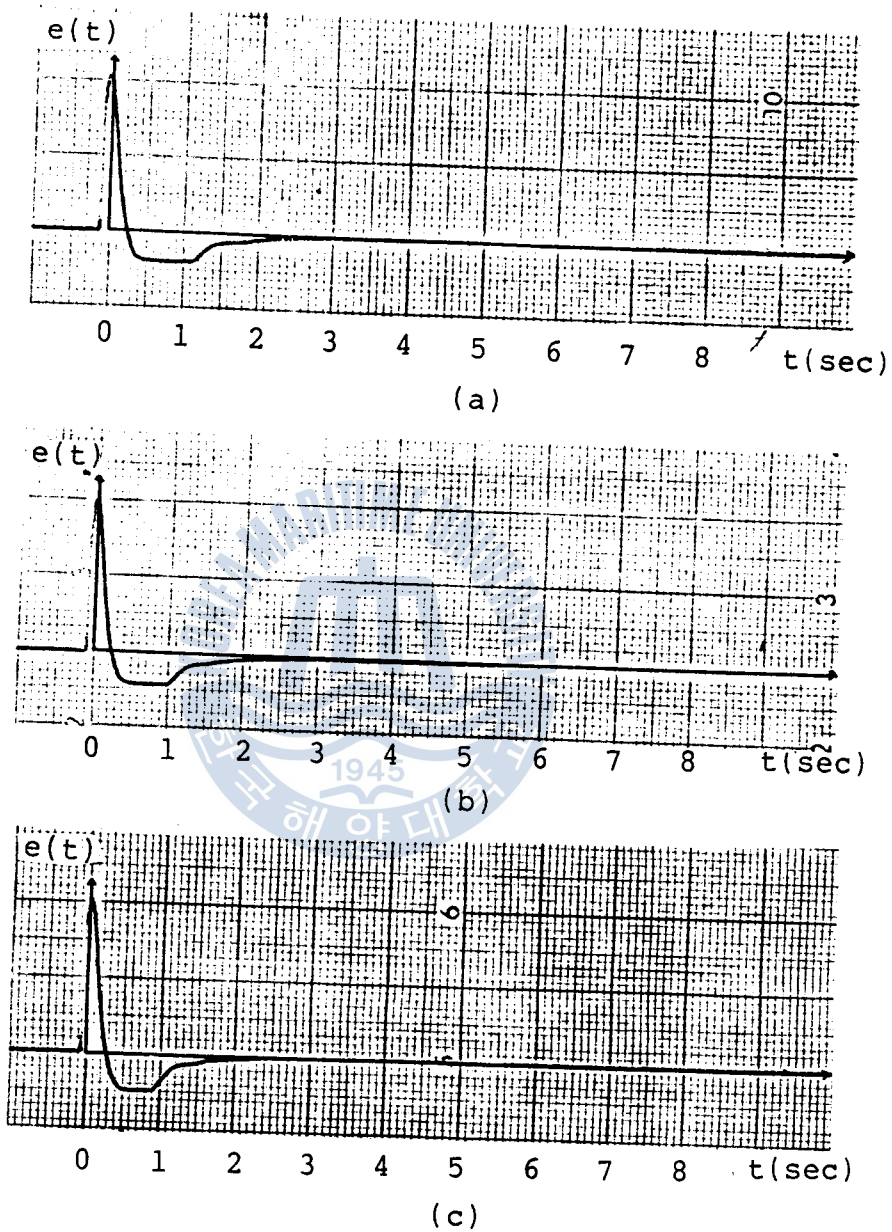


Figure 11. Control errors for the improved system ( $\tilde{\Delta}S$ )  
 (a) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(2, 1, 5)$  and  $r = 1$   
 (b) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(2, 1, 7)$  and  $r = 1$   
 (c) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(2, 1, 10)$  and  $r = 1$

4.2.2 목조치가 램프입력인 경우

적분기를 포함하지 않는 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 에 대하여 4.2.1절과 같이 하중행렬  $Q$ 는 각속도에 대한 하중계수  $q_2$ 를 1로 정한후 각에 대한 하중계수  $q_1$ 을 아래의 표 3과 같이 변화시킬때 램프입력  $r(t)$ 가  $t$ 인 경우에 대하여 디지털 시뮬레이션을 통하여 상승시간 및 정상시간등을 계산하였다.

Table 3. Calculation result for the System ( $\Delta S$ ) on ramp input

$q_1$	$K_{11}$	$K_{12}$	Rise Time	Settling - Time (2%)
1	1.0000	1.0162	2.20	10.96
5	2.2361	1.0614	1.15	5.73
10	3.1623	1.0941	0.89	4.45

위의 표 3의 최적 피드백 계인을 이용하여 실험장치에서 계단상의 입력에 대해 응답실험을 행하였으며, 응답곡선은 Fig.12에 표시하였다.

또한 본 논문에서 제안하는 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta S}$ ) 에 대하여 하중행렬  $Q$ 를  $q_1$ 과  $q_2$ 를 각각 1로 정한후 새로운 상태  $Z$ 의 하중치  $q_3$ 를 표 4와 같이 변화시키며 램프입력  $r(t)$ 가  $t$ 인 경우에 대하여 디지털 시뮬레이션을 통하여 상승시간 및 정정시간등을 계산하였다.

Table 4. Calculation result for the improved System ( $\tilde{\Delta S}$ ) on ramp input

$q_3$	$\tilde{K}_{11}$	$\tilde{K}_{12}$	$\tilde{K}_2$	Rise Time	Settling - Time (2%)
1	1.7702	1.0446	1.0000	1.01	1.96
5	2.4240	1.0681	2.2361	0.73	1.23
10	2.8258	1.0823	3.1623	0.63	1.01

위의 표 4의 최적 피드백 계인을 이용하여 실험장치에서 램프입력에 대해 응답실험을 행하였으며 응답곡선은 Fig.13에 표시하였다.

램프입력에 대하여 하중 매트릭스를 변화시킬때 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 및 본 논문에서 제안하는 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta S}$ )에 대하여 수치계산 및 실 실험을 통하여 나타낸 응답곡선을 비교해 볼때 종래의 제어시스템 ( $\Delta S$ )은 램프입력에 대하여 실 실험을 통하여 나타난 응답곡선에서 보는 바와 같이 램프입력  $t$ 에 대한 추종특성이 나쁘나 적분기를 부가한 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta S}$ )은 램프입력에 대해서도 실 실험을 통하여 나타난 응답곡선에서 보는 바와 같이 우수한 추종특성을 나타낸다.



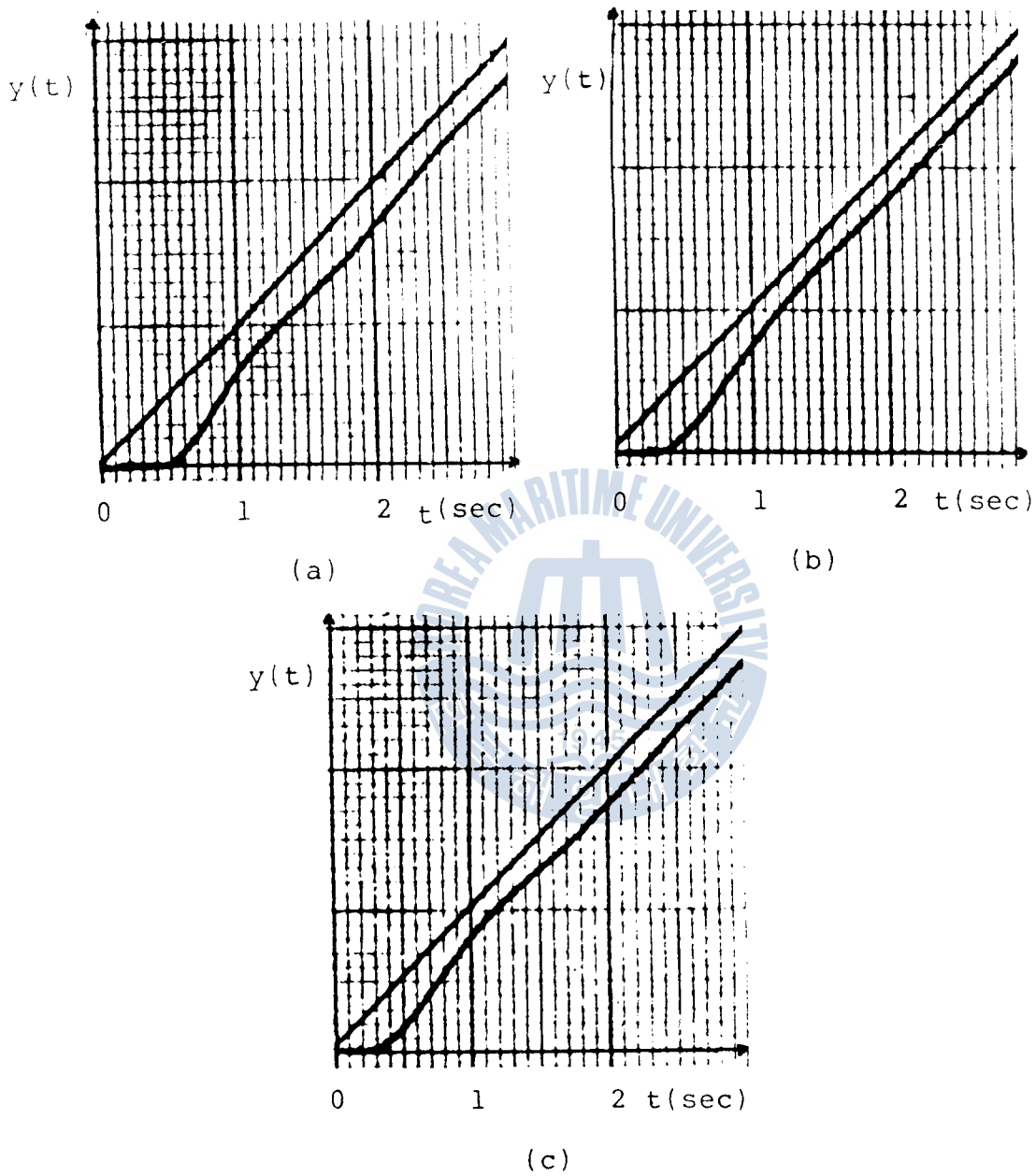


Figure 12. Ramp responses for the System ( $\Delta S$ )  
 (a) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(1, 1)$  and  $r = 1$   
 (b) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(5, 1)$  and  $r = 1$   
 (c) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(10, 1)$  and  $r = 1$

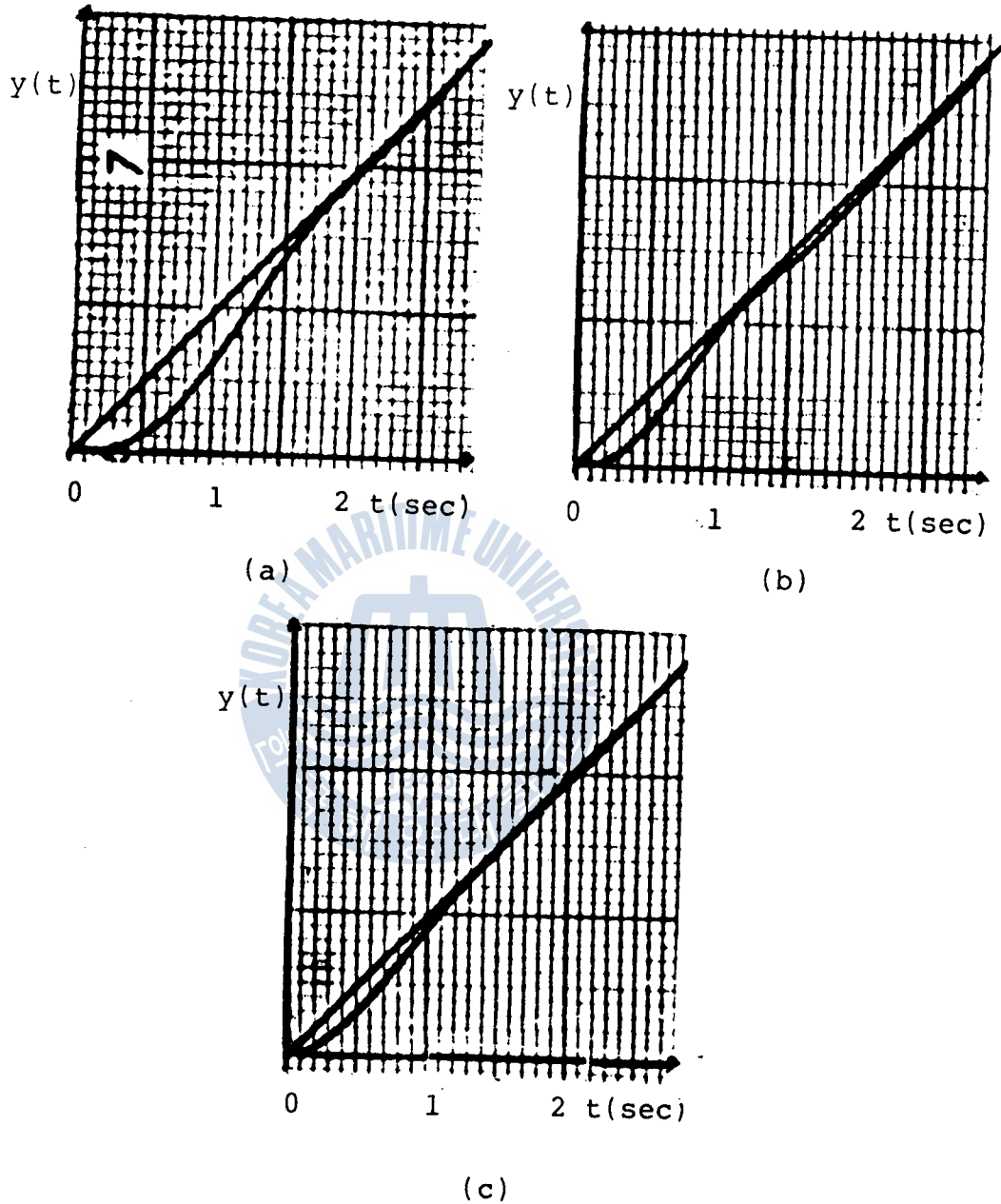


Figure 13. Ramp responses for the improved System ( $\tilde{\Delta}S$ )  
 (a) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(1, 1, 1)$  and  $r = 1$   
 (b) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(1, 1, 5)$  and  $r = 1$   
 (c) Weighting Matrix  $Q = \text{diag}(1, 1, 10)$  and  $r = 1$

## 5 . 결론 및 고찰

이상과 같이 직류 서어보 모터의 위치제어에 있어서 직류 서어보 모터의 상태를 속도, 위치 및 기준입력과 위치 피이드백량차 즉 위치 편차신호를 적분한 것을 상태로 정하고 이를 피이드백하여 최적제어 계통을 구성하는 새로운 방법을 제안하고 디지털 시뮬레이션 및 적절한 실험모델을 이용한 실 실험을 통해서 종래의 제어시스템 구성방법인 직류 서어보 모터의 상태를 속도 및 위치로만 정하여 제어계통을 구성한 것과 비교해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 측정할 수 없는 일정한 외란에 의하여 계단상의 입력이 주어졌을때 종래의 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 은 약간의 정상편차가 존재하나 본 연구에서 제안하는 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta} S$ ) 은 정상편차를 잘 제거하여 우수한 추종성을 나타내었으며 적절한 하중계수 선택을 통하여 원하고자 하는 최적제어 시스템을 설계할 수 있음을 보였다.

2. 기준입력이 램프입력인 경우 종래의 제어시스템 ( $\Delta S$ ) 은 램프입력에 대하여 출력의 추종특성이 좋지 못하나 본 논문에서 제안하는 개선된 최적제어 시스템 ( $\tilde{\Delta} S$ ) 은 정상편차가 제거되는등 보다 우수한 추종특성을 나타내었다.

그러나 실 실험에 있어서 마이크로 프로세스 (Micro-processor) 를 이용하지 못한점 및 부하변동에 따른 실험을 행하지 못한점에 대해서는 다음의 연구과제로 남겨둔다.



## 參 考 文 獻

1. 하주식, 자동제어공학, 태화출판사 1986
2. Yasundo Takahashi, Michael J. Rabins, David M. Avslander  
Control and Dynamic Systems pp.635-666, 1969.
3. Donald G. Schultz and James L. Melsa, State functions and  
Liner Control Systems, pp.255-275.
4. A, Frand D'Souza, Design of Control Systems pp.279-292, 1988.
5. B. Porter and H.M. Power, "Controllability of multivari-  
able Systems in Incorporating integral feedback", Electronics  
Letters, Vol.6, No.22, pp.689-690, 1970.
6. J. Medanic and Z. Uskokovic, "The design of optimal output  
regulators for liner multivariable systems with constant  
disturbances" Int. J. Control, Vol.37, No.4, pp.809-830,  
1983.
7. 양주호, 하주식; "PID 제어기의 최적설계에 관한연구 (Ⅲ)  
한국박용기관학회지, Vol 11, No.3, pp.61 ~ 69, 1987
8. H. Seraji ; Design of proportion-plus-integral controllers  
for multivariable systems, LXT. J. Control, 1979, Vol.29,  
No.1, pp.49-63.
9. C.D. Johnson, "Optimal Control of the Linear Regurator  
with constant Disturbances", IEEE Tran. Automatic Control.
10. P. Hippe, CH. Wurnthaler and F. Dittrich Correspondence  
Comments On 'A regulating tracking PI(D) Controller'

INT J. Control, 1987, Vol.46, No.5, pp.1851-1856.

11. Feedback Co, LTD, Book 1 dc, Synchro, and AC Basic Experiments 1984.
12. Hitachi Electronics, LTD, Hitachi Analog Computer 505E Operation Manual



# 鉛直形 히트파이프내 凝縮部の 膜凝縮에 關한 研究

A Study on the Laminar Film Condensation in a Vertical  
Type Heat-Pipe

宋 致 成



< 目 次 >

Abstract	3-3 實驗方法
記號說明	第4章 實驗結果 및 考察
第1章 序 論	4-1 計算된 熱플럭스와 實驗值와의 比較
第2章 理論解析	4-2 沸騰熱傳達特性
2-1 液膜두께와 凝縮熱傳達係數	4-3 最大熱플럭스 豫測
2-2 히트파이프內 열플럭스 豫測	4-4 液封入量에 따른 영향
2-3 凝縮部內에서 液膜特性	4-5 레이놀드의 영향
2-3-1 氣液界面의 剪斷力	4-6 氣液, 界面의 剪斷力에 의한 영 향
2-3-2 壁面近傍의 흐름	第5章 結 論
2-3-3 液膜內 溫度分布와 熱傳達 係數	參考文獻
第3章 實驗裝置 및 實驗方法	附 錄
3-1 實驗裝置의 概要	謝 辭
3-2 溫度와 壓力의 測定	