

粘彈性流體의 壓力測定에 關한 研究

金 春 植

A Study on the Measurement of the Pressure of the Viscoelastic Fluids

KIM Chun - Sik

目 次

- | | |
|---------------|---------------|
| I. 序 論 | IV. 實驗結果 및 考察 |
| II. 實驗方法 및 原理 | V. 結 論 |
| III. 實驗裝置 | 參 考 文 獻 |

Abstract

In measuring the static pressure on a fluid-immersed surface, it is convenient to puncture on the surface a small hole leading to a larger cavity. With viscoelastic fluids exhibiting normal stress effect, however, it has been shown experimentally that a systematic error exists in measuring the static pressure by means of the small hole.

In this paper, in order to ascertain the relation between the normal stress and these errors, the experiments to measure these errors are performed by a parallel plate channel with the steady two-dimensional shear flow of viscoelastic fluids. This paper deals with these errors based on kinematic considerations.

Results of the experiment are summarized as follows;

- (1) The errors in measuring the static pressure increase with density of polymer solutions and shear rates.
- (2) The relation between the normal stress and these errors (ΔP) is expressed as follows;

$$-\Delta P = 0.15 (\tau_{22} - \tau_{rr})_w$$

I. 序 論

流體의 靜壓 測定은 流體를 取扱하는데 있어서 가장 基礎的인 것이며 또한 重要한 것이다. Newton 流體의 靜壓은 主로 靜壓孔을 通해서 測定되고 있으며, 粘彈性流體에 對해서도 그와 같

은 靜壓孔을 통해서 測定하는 것이 普通이었다. 靜壓孔에 의한 靜壓測定은 極 簡單한 方法으로서, Newton 流体에 對해서는 靜壓孔에 의한 示壓과 眞의 靜壓과의 誤差가 極小함이 實驗的으로 確認되어 있으나, 粘彈性流體의 境遇는 Newton 流体에서는 볼 수 없는 여러 特異한 現象들¹⁾ (즉 法線應力效果 또는 Weissenberg 效果, 應力緩和, Barus 效果 또는 Merrington 效果, 不安定現象, 및 Toms 效果 등)에 依해서 靜壓孔 附近의 흐름에 影響을 받기 때문에, 靜壓孔을 통한 靜壓의 測定値와 眞의 靜壓과의 測定 誤差가 Newton 流体의 境遇와 같이 無視할 수 있을 程度인가는 아직 不明하며 이것은 實驗的으로 必히 確認되지 않으면 不될 問題라 생각된다. 最近에는 粘彈性流體에 對해서 靜壓孔에 의한 示壓誤差는 無視할 수 없을 程度로 크다는 報告가 發表되었다.

즉, Kaye 등은 各種 Rheogoniometer나 流動複屈折法으로 法線應力差를 測定하여²⁾, 그것들을 比較檢討하여 봄으로써 粘彈性流體에 對해서는 壁孔에 의한 靜壓의 測定値가 眞의 靜壓보다 낮은 값을 나타낼을 發表하였다.^{3), 4)}

또 Prichard는 壁孔의 形狀이나 길이 및 速度의 相違가 示壓誤差에 미치는 影響을 次元解析的으로 考察하고, 한편으로는 實驗的으로 圓錐~平板型 Rheogoniometer로써 그의 影響을 考察한 結果 壁孔의 幾何學的 形狀의 相違는 큰 影響을 주지 않는다고 結論지었다.⁵⁾

Tanner와 Pipkin은 開水路에서 直徑 1/32in.로부터 1/4in.의 壁孔 및 1/8in.의 throat에 對하여 實驗한 結果, 示壓誤差는 壁孔의 크기나 壁孔과 throat의 相違에 따른 影響을 거의 받지 않으며, 그 값은 負(-)고, 絶對値는 第1法線應力差의 約 25%라고 報告하였다.⁶⁾ 그 위에 그들은 흐름이 壁孔의 中心軸에 對해서 對稱이라 假定해서, 流體의 model로서 2次元流體를 擇해서 理論解析을 하여 實驗値와 거의 一致하는 結果를 얻었으며, Higashitani 등은 上記의 解析方法을 擴張해서 壁孔에 의한 示壓誤差에 對한 實驗式을 發表하였다.⁷⁾ 그러나 以上の 研究에서 取扱된 것은 粘彈性流體의 速度가 낮은 流動에 關한 것이며 工學的으로 重要한, 剪斷速度가 빠른 領域에 對하여는 거의 取扱되지 않고 있다.

本 研究에서는 簡單한 平行平板型의 Channel을 使用하여서 剪斷速度가 빠른 領域을 中心으로 高分子溶液인 Separan의 溶液으로써, 壁孔에 의한 示壓誤差와 法線應力을 測定하여 靜壓孔의 影響을 考察함으로써 粘彈性流體가 靜壓孔의 示壓에 미치는 影響을 糾明코져 하는 바이다.^{8), 9)}

II. 實驗方法 및 原理

粘彈性流體가 靜壓孔에 미치는 影響을 考察하기 위해서는 靜壓孔에 依하지 않고 眞의 靜壓을 測定할 수 있는 方法이 가장 바람직하나 그와 같은 方法은 極히 困難하므로 本 實驗에서는 平行平板型의 簡單한 Channel을 使用하여서 實驗을 行하였다. 이 Channel은 中間에 薄膜을 붙여서 2種의 液이 2個의 領域으로 同時에 흐르게 되어 있다. 따라서 한쪽 領域에는 舉動이 確實한 물이 흐르게 하고 다른쪽에는 粘彈性流體가 흐르게 하여 그의 舉動을 觀察하였다.

그림 1은 Channel의 略圖이다. A 方向으로부터는 平行平板型 粘度計에 있어서와 같이 粘彈

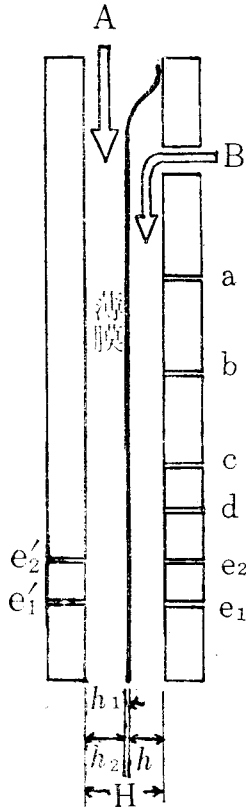


그림 1

性流體가 壓送되어, 薄膜에 依해 分離된 Channel內의 한쪽의 領域으로 흐르게 된다. 反面에 다른 쪽의 領域에는 B 方向으로 부터 水道水가 壓送되어서 흐르게 된다.

Newton 流體에 있어서의 壓力은 靜壓孔을 通하여 測定하여도 正確한 靜壓을 나타내므로, 水道水가 通하는 領域에 對한 흐름의 狀態는 靜壓孔을 通해서 Manometer에 依하여 正確히 把握할 수가 있다. 水道水測의 靜壓孔 a, b, c, d는 各各 水銀 Manometer에 接續되어서 a-b, b-c, c-d間의 各各의 差壓이 測定되므로 a-d間의 壓力勾配分布를 알 수가 있다. e_1 과 e_1' 는 0.5mm徑, e_2 와 e_2' 는 1.0mm徑의 靜壓孔으로서 各各 半導體小型壓力變換器에 接續되어서, 增幅器와 電壓計에 依하여 e 와 e' 의 差壓이 測定된다. 여기에서 徑이 다른 두 種類의 靜壓孔을 設置한 것은 靜壓孔의 徑의 크기에 依한 影響을 觀察코자 함이다.

本 實驗의 原理는 水道水側의 壓力勾配와 流量으로 물이 흐르는 狀態를 調査함으로써 粘彈性流體의 狀態를 알 수 있도록 하는 것이다. 즉 e_1 과 e_1' 및 e_2 와 e_2' 의 各各의 眞의 靜壓은 같아야 할 것이다. 故로 e_1 과 e_1' 및 e_2 와 e_2' 에 對한 靜壓의 測定值가 相違하다면, 그 各各의 差壓은 粘彈性流體側의 靜壓孔(e_1' , e_2')에 依한 影響에 起因된 結果라고 할 수가 있다. 즉 水道水側의 靜壓孔(e_1 , e_2)에 依한 測定值는

그와 對稱位置의 粘彈性流體의 眞의 靜壓을 나타내고 있다. 上記한 本 實驗의 概要를 물과 粘彈性流體의 順으로 詳細히 論하기로 한다. 물의 흐름은 그림 2와 같이 平行平板間의 흐름이라고 看做한다. 즉 한 쪽은 Channel의 側面이고, 다른 쪽은 薄膜으로서 壁面에 相當한다. 이 channel에 있어서, 高分子溶液과 水道水의 入口로 부터 壁孔 e_2 , e_2' 의 入口까지는 流路 두께의 100倍 以上이고, e 의 上流側의 水力勾配線이 直線的이며 流路 두께에 對한 流路幅 b 는 溶液側에서 約 60倍이고 물 側에서는 200倍 程度나 되므로 이 흐름은 “2次元 Poiseuille의 흐름”이라고 할 수 있다.

그림 2와 같이, 直角座標系(x, y, z)를 取해서 各各의 速度成分을 (u, v, w)라 하면

$$v=w=0 \dots\dots\dots(1)$$

따라서 Navier-stokes 方程式은 式(2)가 된다.

$$0 = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \right) + \nu \frac{d^2u}{dy^2} \dots\dots\dots(2)$$

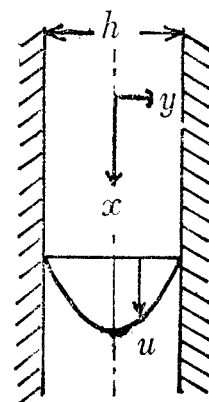


그림 2

그런데 充分히 發達된 흐름에 對하여 $\frac{dp}{dx}$ 는 一定值이므로 式(2)를 積分하면

$$u = -\frac{\alpha}{2\nu}y^2 + c_1y + c_2 \dots\dots\dots(3)$$

로 된다. 但 $\alpha = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + g$

境界條件은 $y = \pm \frac{h}{2}$ 에서 $u = 0$ 이므로, 式(3)의 積分定數는

$$c_1 = 0, c_2 = \frac{\alpha h^2}{8\nu} \dots\dots\dots(4)$$

이다. 式(3) 및 式(4)로부터

$$u = -\frac{\alpha}{2\nu}y^2 + \frac{\alpha h^2}{8\nu} = \frac{1}{2\eta} \left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \right) \left\{ -y^2 + \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(5)$$

를 얻는다. 式(5)로부터 알 수 있는 바와 같이, 速度分布는 拋物線狀이 된다. 또한 式(5)를 積分해서 單位幅當의 流量 Q_w/b 를 求하면

$$\frac{Q_w}{b} = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} u \, dy = \left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \right) \frac{h^3}{12\eta} \dots\dots\dots(6)$$

이 된다. 따라서 물의 流量 Q_w 및 壓力勾配 $\left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \right)$ 를 測定하면 式(6)으로부터 물의 流路의 두께 h 를 求할 수 있다.

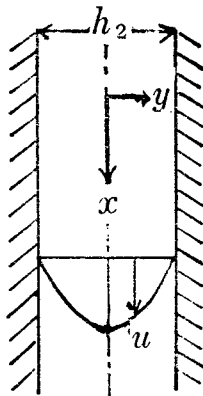


그림 3

다음으로 粘彈性流體의 흐름에 對하여 생각하면, 이 粘彈性流體의 境遇도 물의 境遇와 같이 平行平板間의 흐름이라 看做한다.

그림 3과 같이 直角座標系(x, y, z)를 取하고 對應하는 速度成分을 (u, v, w)라 하면,

$$u = u(y), v = w = 0 \dots\dots\dots(7)$$

여기서 應力 Tensor T_{ij} 를 다음과 같이 表示할 수 있다.^{2), 10)}

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} -\bar{P} & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{P} & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{P} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{zz} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

但 $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$ 는 偏差法線應力이며, τ_{xy} 는 剪斷應力이고, $-\bar{P}$ 는 法線應力の 平均値이며

$$-\bar{P} = \frac{1}{3} T_{ii} \dots\dots\dots(9)$$

이다. 또한 偏差成分에는 다음과 같은 關係가 있다.

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = 0 \dots\dots\dots(10)$$

$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$ 는 剪斷速度만의 函數이므로, y만의 函數이다. Cauchy의 運動方程式

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho K_i + \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} \dots\dots\dots(11)$$

를 $i=1$, 즉 x 方向에 對하여 考慮하면

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \dots\dots\dots (12)$$

但 P 는 等方性壓力이다. 따라서 式(8)과 式(12)로부터

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \dots\dots\dots (13)$$

을 얻는다. 또한 上式을 積分하면

$$\tau_{xy} = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \right) y \dots\dots\dots (14)$$

$$\therefore \tau_w = (\tau_{xy})_{y=\frac{h_2}{2}} = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \right) \cdot \frac{h_2}{2} = \frac{h_2}{2} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta L} \dots\dots\dots (14)'$$

로 된다. 但 τ_w 는 壁面剪斷應力이다.

여기서 粘彈性流體의 流量을 Q_v 라 하면, 單位幅當의 流量 Q_v/b 는,

$$\frac{Q_v}{b} = 2 \int_0^{\frac{h_2}{2}} u(y) dy \dots\dots\dots (15)$$

가 된다. 式(15)를, 境界條件 $y=h_2/2$ 에서 $u=0$ 임을 適用하여 部分積分해서, 式(14)를 代入하여 變數를 y 로 부터 τ_{xy} 로 變換하면

$$\frac{Q_v}{b} = -\frac{h_2^2}{2\tau_w^2} \int_0^{\tau_w} \tau_{xy} \left[\frac{du(y)}{dy} \right]_{\tau_{xy}} d\tau_{xy} \dots\dots\dots (16)$$

를 얻으며, $Q_v = b \cdot h_2 \cdot V$ (V 는 平均流速)의 關係를 代入해서 式(16)의 兩邊을 τ_w 로 微分하면

$$\frac{2\tau_w}{h_2} \cdot \frac{dV}{d\tau_w} + 4 \frac{V}{h_2} = - \left[\frac{du(y)}{dy} \right]_{\frac{h_2}{2}} \dots\dots\dots (17)$$

로 된다. 여기서 冪乘則이 成立한다고 假定하면¹¹⁾

$$\tau_{xy} = m \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \dots\dots\dots (18)$$

$$\therefore \tau_w = m \gamma_w^n \dots\dots\dots (18)'$$

가 된다. 式(18)'에 있어서, m 는 擬塑性粘度이며 n 는 冪指數이다.

또한 壁面에 있어서의 擬塑性剪斷速度 Γ_w 는 式(5)를 y 로 微分해서, $y=h_2/2$ 를 代入하면

$$\Gamma_w = \frac{6V}{h_2} \dots\dots\dots (19)$$

가 되므로, 式(18)'의 關係를 式(17)에 代入하면, 壁面에 있어서의 眞의 剪斷速度 γ_w 는

$$\gamma_w = \frac{2n+1}{3n} \cdot \frac{6V}{h_2} = \frac{2n+1}{3n} \Gamma_w \dots\dots\dots (20)$$

이 된다. 또한 2次元 흐름에 있어서의 一般 Reynold 數는

$$R_e^* = \frac{6 \cdot \rho \cdot V}{\tau_w} \dots\dots\dots (21)$$

이므로, 式(14)'로부터 R_e^* 가 求하여 진다.

本實驗에서 採用한 流路는 以上과 같이 물과 粘彈性 流体가 隣接하여 同時에 흐르기 때문에, 兩者間에는 다음과 같은 關係가 成立한다.

$$h + h_1 + h_2 = H \dots\dots\dots (22)$$

$$Q_w + Q_v = Q_T \dots\dots\dots (23)$$

但, h_1 은 薄膜의 두께로서 本實驗에서는 1/100mm이며, H 는 channel의 全 두께로서 1.0mm이다. Q_T 는 全 流量으로서 重量流量法에 依해서 測定된다.

以上과 같이 하여 式(14)'로부터 τ_w , 式(19)로부터 Γ_w 를 알 수 있으며, 式(18)'에서 알 수 있듯이 $\log \tau_w$ 對 $\log \Gamma_w$ 의 Graph를 그리면 그 勾配로부터 冪指數 n 을 求할 수 있고, 또한 式(20)으로부터 γ_w 를 알 수 있다.

以上에 依해서 水道水 및 粘彈性 流体의 흐름의 狀態가 把握될 수 있으므로, 다음은 靜壓孔의 影響에 依한 示壓의 誤差 測定에 關하여 檢討 하기로 한다.

流路內의 薄膜은 두께 1/100mm의 極히 얇은 Vinyl Film 으로서, 그의 剛性에 依한 影響은 無視할 수 있다고 看做된다. 水道水側 및 粘彈性 流体側의 channel 側面의 對稱한 位置에 設置된 靜壓孔, 즉 e_1 과 e_1' 및 e_2 와 e_2' 에 있어서, 側面에 垂直한 方向의 應力에 對해서 考慮한다. Cauchy의 運動方程式,

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \cdot K_i + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \dots\dots\dots (24)$$

에 關해서 이제는 $i=2$, 즉 y 方向에 對해서 생각하면 式(24)로부터 y 方向의 運動方程式은

$$\rho \frac{Dv_y}{Dt} = \rho K_2 + \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \dots\dots\dots (24)'$$

가 된다. 流体의 흐름은 x 方向의 發達된 2次元 定常流라고 看做할 수 있으므로,

$$v = w = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

가 되며, 또한 y 方向에 外力이 作用하지 않는다면 $K_2=0$ 이 된다. 따라서 式(24)'는

$$\frac{\partial T_{yy}}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

$$\therefore [T_{yy}]_x = \text{const.} \dots\dots\dots (27)$$

式(27)은, 2次元 定常流에 있어서 어떤 固定位置 x 를 取하면 그 곳에 있어서의 y 方向의 應力은 一定值가 됨을 나타내고 있다. 換言하면 膜을 中間에 끼우고 向해있는 壁面의 靜壓孔 e_1 과 e_1' 및 e_2 와 e_2' 에 實際로는 各各 同一한 크기의 應力이 加해지고 있다. 따라서 x 軸에 關해서 對稱한 位置에 設置된 靜壓孔 e_1 과 e_1' 그리고 e_2 와 e_2' 에 있어서의 眞의 靜壓은 各各 同一值가 된다.

이러한 靜壓孔들로부터 應答이 빠른 半導體小型壓力變換器로써 그 곳에 있어서의 各各의 壓力을 測定한다. 壁孔의 狀態는 兩方의 流路에 水道水を 通했을 때 e 側과 e' 側에서 測定한 壓力에 差가 全然 나타나지 않았던 結果로 봐서 正確한 測定을 行할 수 있는 狀態에 있음을 알 수 있다. 따라서 만약에 물側과 粘彈性 流体側에서 測定한 靜壓值에 差異가 있다면, 그것은 粘彈性

流體에 있어서의 靜壓孔의 影響에 依한 結果라고 할 수 있다.

III. 實 驗 裝 置

實驗裝置 全體의 略圖와 寫眞을 그림 4와 5에, channel의 詳細圖 및 寫眞을 그림 6과 7에 各 圖示하였다. 이 裝置는 壓力調整 Tank, Reservoir, Channel, Venturi 計, 全 流量測定容器,

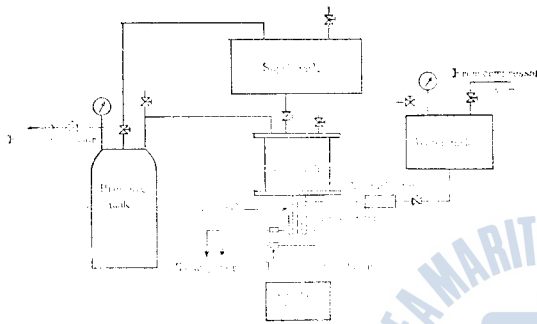


그림 4 實驗裝置略圖

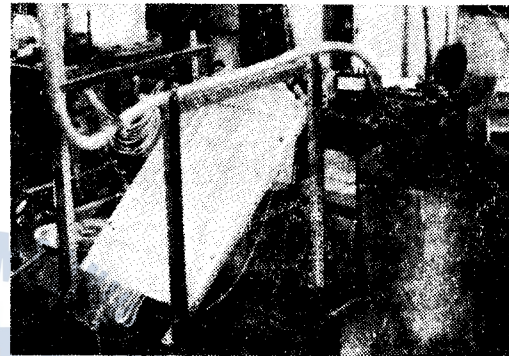


그림 5 實驗裝置 全景

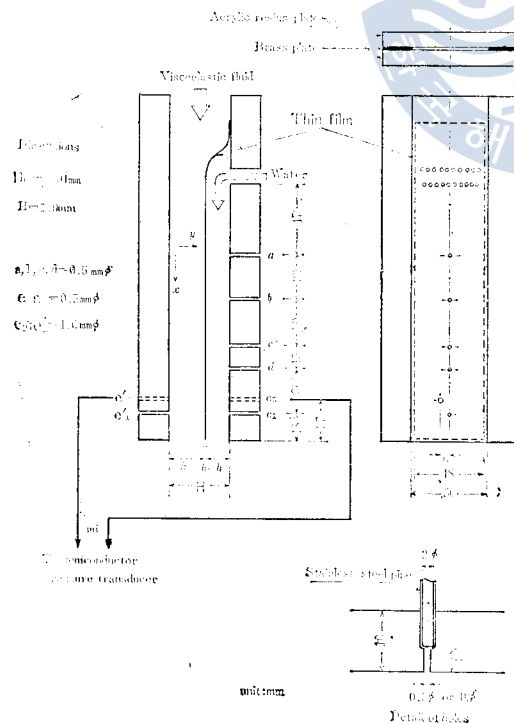


그림 6 channel 詳細圖

傾斜型水銀差壓式 Manometer, 水道水壓送 Tank, 試料供給 Tank로 構成되어 있다. Reservoir는 圓筒型으로서 그의 下面에 Channel 이 取付되어 있다. 裝置의 主要部는 Channel 部로서 이곳으로 水道水와 粘彈性流體가 供給된다. 먼저, 水道水는 一但 水道水壓送 Tank에 貯藏되어 所定의 壓力으로 加壓된 後에, Venturi計를 통해서 Channel內의 一側으로 흐른다. 이때 Venturi計에 依해서 水道水의 流量 Q_w 가 測定된다. 한편 粘彈性流體는 充分히 溶解된 後에 試料供給 Tank에 貯藏되었다가 Reservoir로 供給된 後, 그곳에서 適當히 加壓되어서 그의 下部에 取付되어 있는 Channel의 他側으로 흐르게 된다. Channel 內部에는, 薄膜이 붙어 있어서 水道水와 溶液이 分離되어 흐르도록 되어 있다. 그래서 Channel 을 흘러 나오는 水道水와 溶液은 그 밑에 位置한 流量測定用의 容器와 重量計에 依해서 全 流量 Q_T 가 測定된다. 壓力調整 Tank는 比較的 큰



그림 7(a) channel (水側)



그림 7(b) channel (溶液側)

것을 使用해서 實驗中の 壓力降下를 防止했다. Channel은 平行平板으로서 流動狀態가 觀察되도록 本体는 2枚의 透明한 Acrylite 板을 使用하고 있다. 本体인 2枚의 長方形인 Acrylite 板의 兩側端에는 두께 1mm인 黃銅板을 사이에 끼우고 bolt와 nut로 固定해서 製作한 것이다. 따라서 流路의 斷面形狀은 長方形으로서 두께(H)는 1mm, 幅(b)는 50mm이다. 또한 Channel 内部에는 그의 上端이 固定된 薄膜(두께 1/100mm인 Vinyl Film)이 있어서, Channel內에서 水道水와 溶液이 이 膜의 兩邊에 各各 區分되어서 同時에 흐르도록 되어 있다. Channel 側面에는 數個의 靜壓孔이 뚫려 있다. 즉 水道水側에는 中心線上에 4個의 靜壓孔(直徑 0.5mm)이 뚫려 있으며 各各 水銀 Manometer에 接續되어 있는데, 이것에 依해서 流動方向의 壓力勾配를 알 수가 있다. 또한 그 下方에는 直徑 0.1mm 및 0.5mm의 靜壓孔(e_1, e_2)이 있으며, 溶液側에도 그들과 對稱한 位置에 그와 同一徑의 靜壓孔(e_1', e_2')이 뚫려 있는데, 半導體小型壓力變換器에 各各 接續되어서 增幅器를 通하여 靜壓이 測定되도록 製作되어 있다.

IV. 實驗結果 및 考察

그림 8 부터 그림 14 까지가 Channel의 實驗結果를 Graph에 表示한 것이다. 그림 8은 水道水の 流動狀態를 4個의 靜壓孔 a, b, c, d 에서 測定한 것으로서 壓力勾配는 直線임을 알 수 있다. 여기에서 直線이 4個로 區分되어 있는 것은 剪斷速度를 Parameter로 하여 4個의 境遇에 對해서 나타내고 있기 때문이다. 또한 이것은 Separan 0.5%의 境遇로서 0.1%, 0.05%의 境遇에도 同一하기 때문에 省略했다. 이 Graph에 있어서 壓力勾配 $\left(-\frac{dp}{dx} + \rho g\right)$ 가 直線으로 나타나고 있음은 位置 x 에 關係없이 壓力勾配가 一定值로 되는 것을 보여주고 있는 것이다. 따라서 式(6)으로부터 水道水の 흐름의 두께 h 가 求해진다. 즉 式(6)인

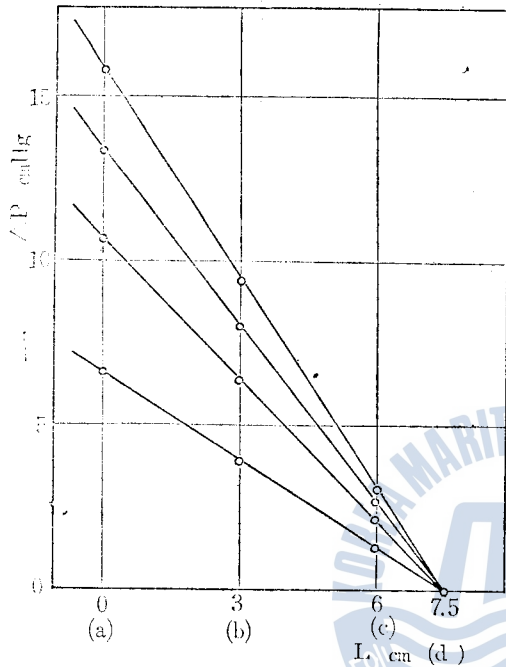


그림 8 水力分配線

$$\frac{Q_w}{b} = \left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \right) \cdot \frac{h^3}{12\eta}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{12\eta \cdot Q_w}{b} \cdot \frac{1}{\left(-\frac{dp}{dx} + \rho g \right)}} \dots\dots(28)$$

이 된다. 式(28)에 依하면 h 가 位置 x 에 關係없이 一定值가 된다는 것을 알 수 있다. 즉, 흐름이 平行平板흐름이라고 假定하였던 事實을 滿足시키고 있음을 알 수 있다.

그림 9~그림 11은 溶液의 濃度別로, $\Gamma_w - \tau_w$ 를 兩對數 Graph에 圖示한 것이다. 따라서 式(18)'의 冪乘則 및 式(20)으로부터

$$\tau_w = m\gamma_w^n = m \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \cdot \Gamma_w^n \dots\dots(29)$$

이므로, 式(29)로부터 直線의 기울기는 冪指數 n 를 表示하는 것으로 된다. 各 濃度에 對한 n 의 값은 表 1과 같다.

溶液 및 濃度	冪指數 n
Separan 0.05%	0.922
Separan 0.1%	0.919
Separan 0.5%	0.638

表 1

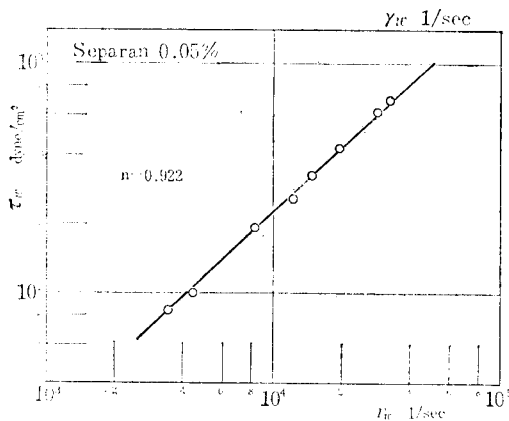


그림 9 Separan 0.05%

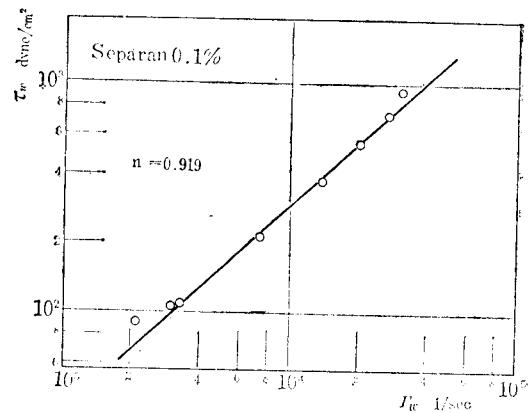


그림 10 Separan 0.1%

그림 12~그림 14는 橫軸에 眞의 壁面剪斷速度 γ_w (1/sec), 縱軸에 靜壓孔의 影響에 依한 差壓 즉, $-\Delta P$ (dyne/cm²)를 溶液의 濃度別로 兩對數 Graph에 圖示한 것이다. 但 ΔP 는 다음과 같다.

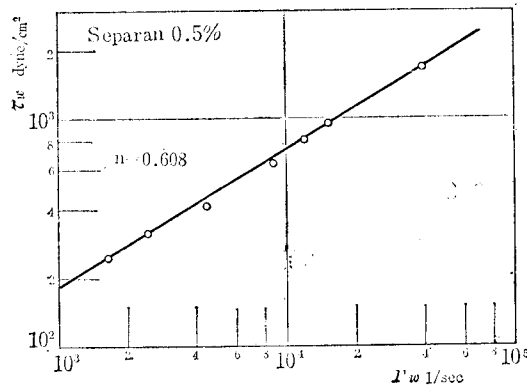


그림 11 Separan 0.5%

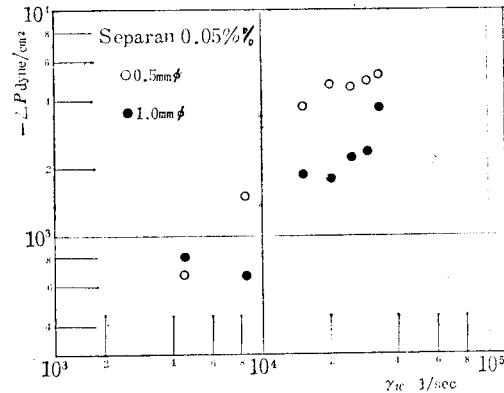


그림 12 Separan 0.05%

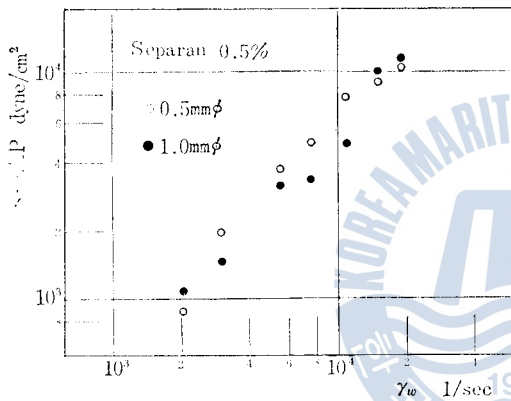


그림 13 Separan 0.1%

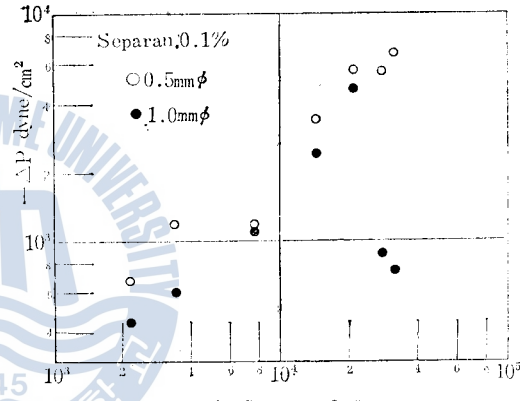


그림 14 Separan 0.5%

$\Delta P = (\text{粘彈性流体側에서 測定된 靜壓值}) - (\text{眞의 靜壓值})$

眞의 靜壓值는 水側에서 測定된 靜壓值

즉, $-\Delta P$ 는 本實驗의 目的인 靜壓孔에 依한 影響의 量이 된다.

이와 같은 實驗結果들을 分析하여 考察하여 보면, 그림 12~그림 14에서 알 수 있는 바와같이 $-\Delta P$ 는 높은 濃度の 溶液쪽이 크며 剪斷速度가 클수록 增加하고 直徑 0.5mm인 靜壓孔側이 1.0mm인 靜壓孔側보다도 약간 큰 값을 나타내고 있다.

그림 15~그림 17은 本實驗에서 求한 $-\Delta P$ 의 測定值를 直線으로 表示하였으며, “粘彈性 流体의 法線應力の 測定에 關한 研究”¹²⁾에서 求한 法線應力을 點線으로 나타내고 있다.

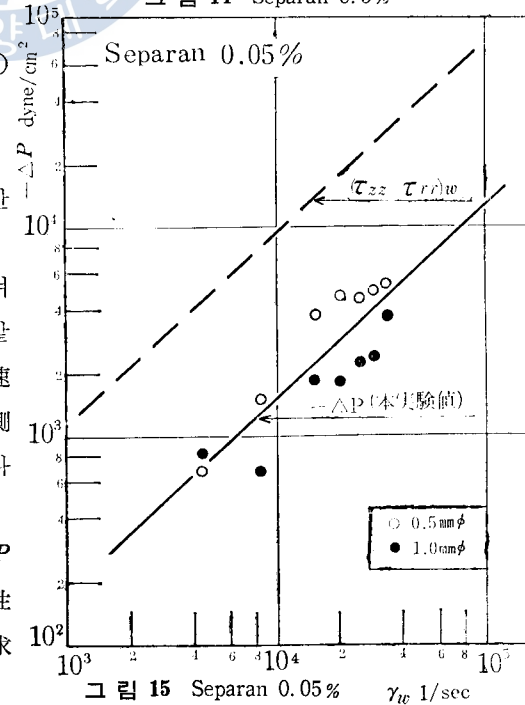


그림 15 Separan 0.05%

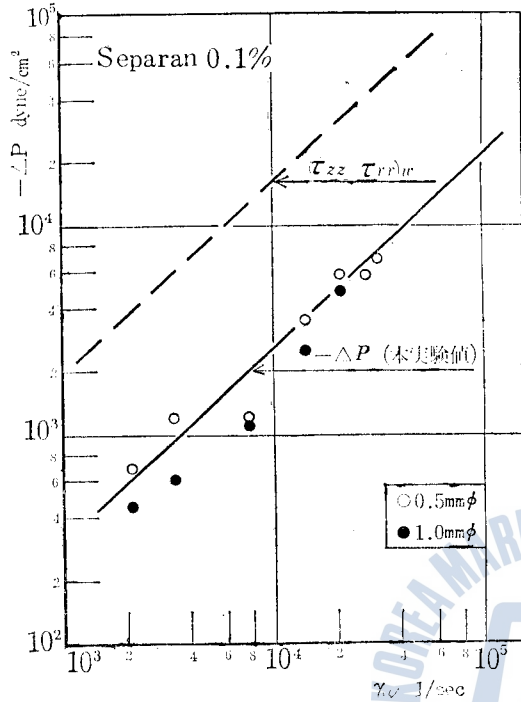


그림 16 Separan 0.1%

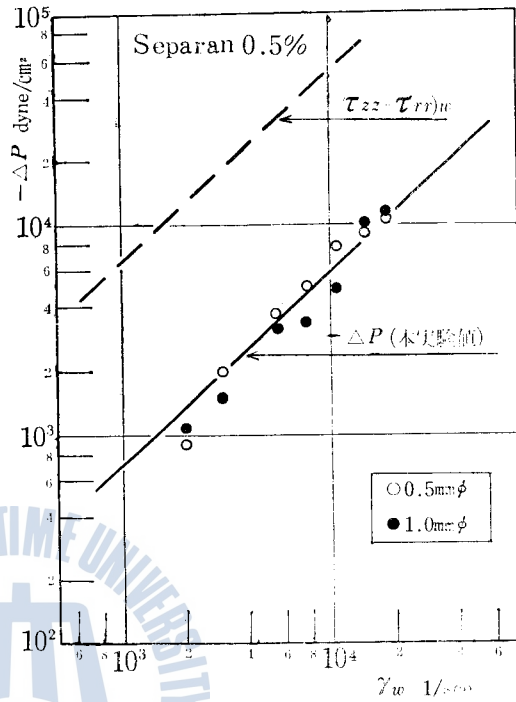


그림 17 Separan 0.5%

그림 15~그림 17에서 알 수 있는 바와 같이 ΔP 는 약간 흩어져 있긴 하나, γ_w 의 증가와 동시에 直線的으로 增加하고 있으므로, 測定點이 一直線에 있다고 看做하면,

$$-\Delta P \propto \gamma_w^q, \quad (q > 0) \dots \dots \dots (30)$$

이 된다. 또한 式(30)의 기울기 q 는 “粘彈性流體의 法線應力의 測定에 關한 研究”¹²⁾에 있어서의 式,⁸⁾

$$(T_{zz})_w = (\tau_{zz} - \tau_{rr})_w \dots \dots \dots (31)$$

$$(T_{zz})_w \propto \gamma_w^k, \quad (k > 0) \dots \dots \dots (31)'$$

의 기울기 k 에 大端히 가까운 값을 나타내고 있다. 여기서 $(T_{zz})_w$ 와 $(\tau_{zz} - \tau_{rr})_w$ 는 圓筒座標系 (r, θ, z) 로서 表示된 法線應力 및 第1 法線應力差이다. 그래서 Graph에 있어서 兩者의 기울기가 같다고 看做하여 (즉 $k=q$), 式(30)과 式(31) 및 (31)'로부터, 다음과 같은 關係가 成立한다.

$$-\Delta P = C(\tau_{zz} - \tau_{rr})_w \dots \dots \dots (32)$$

但 C 는 比例定數이다. 즉, 靜壓孔에 依한 影響量 ΔP 는 第1 法線應力差 $(\tau_{zz} - \tau_{rr})_w$ 에 比例한다.

Separan 濃度	c
0.05%	0.16
0.1%	0.15
0.5%	0.12

表 2

以上과 같이 考察하여 各 濃度에 對하여 式(32)의 比例定數 c 의 값을 算出하면 表 2와 같이 된다.

表 2에서 보는바와 같이 比例定數 c 의 값은 매우 비슷한 값으로 나타났다. Graph의 測定點은 多少 흩어져 있기 때문에 c 의 값도 多少 變할 수 있다고 考慮해서 Separan에 對해서는 다음과 같이 決定해도 좋을 것이다. 즉,

$$-\Delta P = 0.15 (\tau_{zz} - \tau_{rr})_w \dots \dots \dots (33)$$

式(33)은 Separan의 3種類의 濃度(0.05%, 0.1%, 0.5%)의 溶液에 對해서 成立하는 式이지만, 여러 溶液에 對해서 實驗을 行하면 式(33)과 같은 比例關係가 各 溶液에 關해서도 成立될 수 있다고 본다.

V. 結 論

粘彈性流體의 靜壓을 壁面의 靜壓孔에 依해서 測定할 때 나타나는 示壓誤差를 實驗적으로 檢討하였다. 즉, 靜壓孔이 示壓에 미치는 影響을 檢出하는 裝置를 製作해서, Separan의 0.05%, 0.1% 및 0.5%의 各 水溶液을 使用하여 實驗을 行한 結果, 靜壓孔에 依한 示壓은 眞의 靜壓보다 水頭 10cm 以上이나 낮다는 事實과, $-\Delta P$ 는 높은 濃度의 溶液쪽이 크고 剪斷速度가 클 수록 增加함을 알 수 있었다.

또한 法線應力差¹²⁾와 聯關시켜 實驗値를 整理해서, 粘彈性流體의 靜壓孔에 依한 示壓誤差 $-\Delta P$ 와 第1 法線應力差 $(\tau_{zz} - \tau_{rr})_w$ 間에는,

$$-\Delta P = 0.15 (\tau_{zz} - \tau_{rr})_w \text{인 關係가 成立함을 結論지었다.}$$

參 考 文 獻

- 1) 富田幸雄, “流體力學序說”, 養賢堂, (1971) pp. 12~13
- 2) B. D. Coleman, H. Markovitz and W. Noll, “Viscometric Flows of Non-Newtonian Fluids,” Springer-Verlag New York Inc., (1966) pp. 23~26, pp. 56~83.
- 3) A. Kaye, A. S. Lodge and D. G. Vale, “Determination of Normal Stress Differences in Steady Shear Flow,” Rheologica Acta, 7(1968), pp. 368~379
- 4) J. M. Broadbent, A. Kaye, A. S. Lodge and D. G. Vale, “Possible Systematic Errors in the Measurement of Normal Stress Differences in Polymer solutions in Steady Shear Flow,” Nature, Vol. 217, Jan. (1968), pp. 55~56.
- 5) W. G. Pritchard, “The measurement of normal stresses by means of liquid-filled holes in a surface,” Rheologica Acta, 9(1970), pp. 200~207
- 6) R. I. Tanner and A. C. Pipkin, “Intrinsic Errors in Pressure-Hole Measurement,” Trans. of the Society of Rheology, 13(1969), pp. 471~484
- 7) K. Higashitani and W. G. Pritchard, “A kinematic calculation of intrinsic errors in pressure measurements made with holes,” unpublished.
- 8) 富田, 長谷川, 金春植, “高分子溶液의 管内流れにおける軸方向法線應力の測定”, 日本機械學會講演論文集, 730~6 (1973), pp. 171~174
- 9) 富田, 長谷川, 金春植, “粘彈性流體의 壓力測定用壁孔의 示壓에 及ぼす影響”, 日本機械學會講演論文集 734~5 (1973) pp. 58~60
- 10) Stanly Middleman, “The Flow of High Polymers,” Interscience Publishers, (1968), pp. 95
- 11) 長谷川富市, “稀薄高分子溶液의 管内流れにおける異常現象에 關する研究”, 博士學位論文, 東京工業大學(1971). pp. 46
- 12) 金春植, “粘彈性流體의 法線應力의 測定에 關한 研究”, 韓國海洋大學論文集 第10輯 pp. 143~155