

點焰接에 있어서 温度分布의 變化推移에  
關한 研究

A study on the Transient Temperature  
Distribution for spot welds



指導教授 王之錫

韓國海洋大學 船舶機械工學科

朴鍾復 吳昌植

張秀憲 韓暎官

# 目 次

Abstract.

記 號 說 明

1. 序 論
2. 热源密度의 分布
3. 支配方程式과 그의 解
4. 實 驗
5. 結 論

## Abstract

A calculating method of transient temperature distribution due to spot welding of thin plates is studied in this paper.

Considering the contact stress between plates and temperature-dependence of specific resistance and elastic limit of base metal, the model of calorific density of heat source was decided.

Using 2 dimensional polar coordinates system, the governing equation was developed and the solution was obtained as following;

$$T = \frac{H}{\pi \gamma c s} \frac{e^{-bt}}{4hat + l} e^{-\frac{hr^2}{4hat}}$$

The thermal cycles of various points were traced through the spot welding experiments for mild steel plates of 1 mm, and were compared with the results of calculations.

## 記號說明

$Q$	: 热源强度	[cal/sec]
$I$	: 电 流	[A]
$V$	: 电 压	[V]
$q$	: 热源密度	[cal/sec/cm <sup>2</sup> ]
$R$	: 常 数	
$r, G$	: 极座标系	
$r_c$	: 板间接触半径	[cm]
$d_e$	: 电极의 直徑	[cm]
$\delta$	: 母材의 두께	[cm]
$g_m$	: 热源密度分布 모델	[cal/cm <sup>2</sup> /sec]
$g_{max}$	: 最大热源密度	[cal/cm <sup>2</sup> /sec]
$K$	: 热源集中係数	[1/cm <sup>-2</sup> ]
$T$	: 温 度	[°C]
$\gamma$	: 比重量	[gr/cm <sup>3</sup> ]
$C$	: 比 热	[cal/gr/°C]
$\lambda$	: 热傳導係數	[cal/cm/°C/sec]
$t$	: 時 間	[sec]
$H$	: 全熱量	[cal]
$\alpha$	: 热擴散係數	[cm <sup>2</sup> /sec]

# 1. 序 論.

많은 板材의 接合에 주로 使用되는 焊接接의 特性은 加压하고  
즉히 짧은 時間에 大電流을 通電시켜 焊接이 이루어 진다는 것이다.  
따라서 母材가 常溫으로부터 融夷까지 極甚한 温度變化가 일어나고  
이 温度變化中에 焊湯이나 热影響部에 焊接質을 決定하는  
여러가지 物理的, 化學的 現象이 發生하는데 相變化, 材料의 收縮膨脹,  
熱應力의 發生, 热彈塑性變形, 母材의 焊融, 再結晶, 各種電氣化學  
反應等이 그것이다. 이러한 現象들을 研究하는 데는 材料의 異異의  
溫度와 그의 變化率을 正確히 把握하는 것이 대단히 重要하다  
最近 自動車과 航空機 產業의 急速度로 發達하면서 焊接材料의  
信賴性을 增進시키기 위하여 焊接質을 向上시키려는 研究가 多數 行하여  
지고 있다. 이를 研究에서는 주로 焊接質을 決定하는 여러가지 因子들을  
변경시키면서 實驗하여 가장 適切한 焊接條件를 찾아내고 있다.  
그러나 因子의 數가 많고 한 因子는 다른 因子에 影響을 미치므로  
適正條件를 찾는 것이 매우 어렵다.

例를 들면 加压力은 焊接電流에 커다란 영향을 미친다. 만약  
焊接中 또는 焊接後에 品材의 温度分布와 그의 變化推移를  
把握할 수만 있다면 品材의 温度變化에 따라 일어나는 여러가지  
前述한 物理的, 化學的 現象들을 推定할 수 있을 것이고 焊接質을  
向上시키는데 도움이 될 것이다. 本研究에서는 이러한 점에 着眼하여  
焊接中及 焊接後의 温度分布와 그의 變化推移를 다루었다.  
板間接觸应力, 品材의 比抵抗과 電阻率, 弹性限度과 温度에 따라  
變化하는 韻動等을 考慮하여 热源密度分布의 모델을 定하였다.  
또한 板材가 얇다고 간주하여 電極의 中心線이 品材와  
만나는 点을 原點으로 잡은 極座標系를 세우고 焊接時間이 대단히  
짧다는 事實을 利用하여 이의 解를 구하므로서 温度分布計算式을  
提示하였다. 本研究에서 提示한 計算式을 檢證하기 위하여 두께 1mm의  
軟鋼板을 實際로 焊接하면서 热履歷 (Thermal Cycle)을 測定하여  
計算結果와 比較하였다. 热履歷의 測定은 C-A熱電對 温度計를  
利用하였다.

## 2. 热源密度의 分布

夾接時 單位時間當의 發熱量, 즉 热源強度  $Q$ 는  
 다음式으로 表示할 수 있다.

$$Q = 0.24 \gamma I^2 R = 0.24 \gamma IV \quad (1)$$

여기서  $\gamma$ 는 热效率이고  $I$ 는 焊接電流,  $V$ 는 焊接電壓,  
 $R$ 은 電氣抵抗이다. 이 热量의 大部分이 焊接初期에는  
板間接觸部分의 接觸電氣抵抗에 의하여 發生한다<sup>1)</sup>.  
電極의 加压力과 被焊接材의 温度上昇에 의하여 板間接觸  
電氣抵抗은 큰 소음이나 被焊接材의 比抵抗이 温度에 따라  
增加하므로 이런 것들을考慮하여 單位時間當, 單位面積當,

被焊接材가 빼아들이는 热量, 즉, 热源密度의 分布  $q$ 를  
計算하고자 하다. 固体의 두면이 接觸할 때, 침接觸面積은  
接觸应力에 <sup>7)</sup> 比例하고 接觸電氣抵抗은 침接觸面積에 反比例 하므로  
被焊接材의 板間接觸電氣抵抗은 接觸应力에 反比例하고 볼 수 있다.

한면 電氣抵抗에 一定電壓을 인가하였을 때 單位時間當의 發熱量은  
 抵抗에 反比例함을勘察할때 結局 热源密度分布는 板間接觸  
 应力에 比例한다는 것을 알수있다. 無焰接의 中心是을 原点으로 한  
 極座標系  $r, \theta$ 를 利用하여 板間接觸應力を 計算하면 第1種 0次  
 Bessel函數가 되므로 热源密度의 分布는 第1種 0次 Bessel函數  
 가 된다.

$$f = C J_0(kr) \quad (2)$$

여기서  $C$ 와  $J_0$ 는 다음에求할 常数이고  $J_0$ 는 第1種 0次  
 Bessel函數를 나타낸다.

電極의 直徑을  $d_e$ , 板의 두께를  $s$ 라 하면 板隔離 (sheet separation)  
 가 일어나는 伴徑, 즉 板間接觸伴徑  $r_0$ 는

$$r_0 = 0.5 (d_e + 1.1s) \quad (3)$$

이다. 板間接觸伴徑  $r_0$ 를 式(2)에 代入하면 이 값이 0이 된다.

$$J_0(kr_0) = 0 \quad (4)$$

이 式을 풀어 合理的인 解를 取하면  $kR_0 = 2.405$  이므로

$$R = \frac{2.405}{R_0} = \frac{4.81}{de + 1.18} \quad (5)$$

이 된다

熱源密度分布를 重積分하면 热源強度가 되므로 다음 式이 성립한다.

$$\int_0^R q 2\pi r dr = Q \quad (6)$$

式(5)의  $R$ 를 式(2)에 代入하여  $q$ 를 구하고 이를 대입 式(6)에  
代入하여 常数  $C$ 를 구하면

$$C = 1.1487 \frac{Q}{R_0^2} = \frac{4.595 Q}{(de + 1.18)^2} \quad (7)$$

이 된다. 따라서 热源密度의 分布  $q$ 는 다음과 같이 된다.

$$q = 1.1487 \frac{Q}{R_0^2} J_0 \left( \frac{2.405}{R_0} r \right), \quad r \leq R_0$$

$$q = 0 \quad , \quad r > R_0 \quad (8)$$

式(8)은 熔接初期에 板間接觸電氣 저항 (接觸電氣抵抗의  
逆數)과 板間接觸應力에 比例할 때 成立하는 式이나, 熔接이  
始作되면 被熔接材의 温度가 原來 ( $r=0$ ) 으로 부터 急上昇하므로 아직 材料가

溶融되지 않더라도 弹性体로서 더 이상応力を 지탱할 수 없게 된다.

따라서 热源密度의 分布는 材料物性值과 温度에 따라 어떻게 变化하는가에 따라 다를 뿐만 아니라 煙接中 時時刻刻 달라진다.

그러나 Fig. 1에서 보는 바와 같이 热源密度의 分布가 大略 다음과 같은 모델  $q_m$ 으로서 나타내어도 별 무리가 없고 다음節의 支配方程式을 푸는데 容易하다.

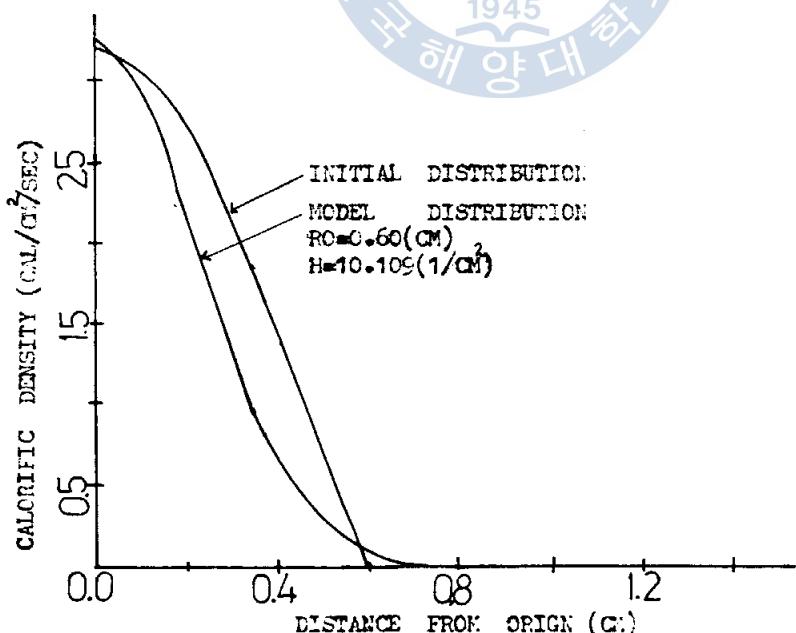


FIG. 1 DISTRIBUTION OF CALORIFIC DENSITY

$$q_m = q_{\max} e^{-hr^2} \quad (9)$$

여기서  $q_{\max}$ 는 热源密度分布의 最大值를 나타내고  $h$ 는 常数로써 热源의 集中係數이다.

式(9)의  $q_m$ 을 重積分하면 热源強度  $Q$ 가 된다.

$$Q = \int_0^\infty q_m 2\pi r dr = \int_0^\infty q_{\max} e^{-hr^2} 2\pi r dr \quad (10)$$

이 式으로부터  $q_{\max}$ 를 구하면

$$q_{\max} = \frac{hQ}{\pi} \quad (11)$$

가 된다. 그러므로 热源密度分布의 모델은 다음과 같다

$$q_m = \frac{hQ}{\pi} e^{-hr^2} \quad (12)$$

式(9)로 표시된 热源密度分布의 모델은 다음 節에서 나오는 热傳導에 관한 偏微分方程式 (支配方程式)의 解를 구하는데  
쉽도록 정한 것이지만 Fig. 1에서 보는 바와 같이 실제에 어느 정도  
適合되므로 實用的 價値가 있다고 생각된다.

그러나 어디까지나 모델이기 때문에 式(8)의 正確한 分布와 되도록 誤差가 적어야 할 것이다. 따라서 最小自乘法에 의하여 다음 값이 最小가 되도록  $\lambda$ 를 정하면 合理的일 것이다.

$$\phi = \int_0^\infty (g - f_m)^2 2\pi r dr \quad (13)$$

式(8)과 式(12)를 式(13)에 代入하고  $\frac{d\phi}{d\lambda} = 0$  이 되도록 하면 다음과 같은 超越方程式을 얻게된다.

$$\int_0^r \left\{ \frac{14487}{r_0^2} J_0 \left( \frac{2.405}{r_0} r \right) - \frac{\lambda}{\pi} e^{-\lambda r^2} \right\} (\lambda r^2 - 1) e^{-\lambda r^2} r dr + \frac{1-2\lambda k_0^2}{8\pi} e^{-2\lambda k_0^2} = 0 \quad (14)$$

이것을 試行誤差法 (Trial and error method)에 의하여 풀면

Table 1 과 같고 式으로 表示하면 다음과 같은 近似式이 된다.

$$\lambda = \frac{3.638}{r_0^2} \quad (15)$$

Table 1에 式(15)의 絶對誤差와 相對誤差를 같이 나타내었다.

그리고 Fig. 1은 板間接觸半徑  $r_0 = 0.6 \text{ cm}$  热源의 集中係數

$\lambda = 10.109 \text{ } 1/\text{cm}^2$ 에 대하여 热源密度分布를 나타낸다.

$R_o$ (cm)	$H$ ( $1/cm^3$ )	Approx. Value $H$	Absolute Error	Realtive Error
0.1	363.821	363.8	0.021	5.772E-5
0.2	90.955	90.95	0.005	5.497E-5
0.3	40.425	40.422	0.003	7.421E-5
0.4	22.739	22.738	0.001	4.398E-5
0.5	14.553	14.552	0.001	6.871E-5
0.6	10.106	10.106	0	0
0.7	7.425	7.424	0.001	1.347E-4
0.8	5.685	5.684	0.001	1.759E-4
0.9	4.492	4.491	0.001	2.226E-4
1.0	3.638	3.638	0	0
1.1	3.007	3.007	0	0
1.2	2.527	2.526	0.0001	3.957E-4
1.3	2.153	2.153	0	0
1.4	1.856	1.856	0	0
1.5	1.617	1.617	0	0
1.6	1.421	1.421	0	0
1.7	1.259	1.259	0	0
1.8	1.123	1.123	0	0
1.9	1.008	1.008	0	0
2.0	0.910	0.910	0	0

Table 1. Contact Radius and Concentration Coefficient of  
Heat Source

### 3. 支配方程式과 그의 解

熔接部에 큰電流가 通電하므로서 接觸部에 생기는 주울熱 (Joule heat)은 接觸部를 熔着시키고 板에 傳導되어 퍼져 나간다. 여기서는 傳熱에 관한 基本方程式을 세우고 이의 解를 하면서 熔接中及 熔接後에 있어서 板의 温度分布가 어떻게 변화하여 가는지 알고자 한다. 吳熔接에 의하여 接触할수 있는 板은 一般的으로 얕은 板이다. 따라서 被熔接材自體에 傳導되는 热量에 비하여 板의 兩側에서 対流와 輻射에 의하여 損失되는 热量이 無視할수 없을 程度이다. 그러므로 이 热量을 Newton의 热傳導係數  $\alpha$ 로써 考慮한다. 板이 얕으므로 板의 全두께에 걸쳐서 温度가 같다고 볼수 있고 吳熔接의 中心을 原吳으로 하는 極座標系  $r, \theta$ 를 利用하여 2次元 非定常 热傳導方程式을 다음과 같다

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{b}{a} T = \frac{1}{q} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (16)$$

여기서  $T$ 는 熔接始作後 大約가 지난 時吳에서 吳( $r, \theta$ )의 温度이고

材料의 比重量을  $\gamma$ , 比熱을  $C$ , 두께를  $S$ , 热傳導係數를  $\lambda$ 라 할 때  $b = 2\alpha / (\gamma c S)$ ,  $a = \lambda / (\gamma C)$  이다.

式(16)의 解를 구하기 위하여 다음과 같이 变数変換 한다.

$$T = \phi e^{-bt} \quad (17)$$

이 式을 式(16)에 代入하여 定理하면

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (18)$$

와 같아 된다. 一般的으로 燈接板이 表面積 (Nugget area)에 比하여 매우 높으므로 燈接板을 무한히 넓다고 간주하면

式(18)의 境界條件은 欠고 初期條件를 滿足하는 解를 구할 수 있다.

一般的으로 通電時間  $t_0$  가 400 秒 내지 1 秒로 대단히 짧기 때문에 燈接終了時를 時間原矣 ( $t = 0$ ) 으로 취하고 全入熱量

이 瞬間的으로 주어졌다고 보고 初期條件를 구하면

$$T_0 = \frac{g_{max} t_0}{\gamma c S} e^{-\lambda r^2} = \frac{\lambda Q t_0}{\pi \gamma c S} e^{-\lambda r^2} = \frac{\lambda H}{\pi \gamma c S} e^{-\lambda r^2} \quad (19)$$

와 같아 된다.

이 初期條件을 만족하는 式(18)의 解를 구하면 다음과 같다.

$$\phi = \frac{AH}{\pi r c \delta} \cdot \frac{1}{4hat+1} e^{-\frac{4r^2}{4hat+1}} \quad (20)$$

式(20)을 式(17)에 代入하면 温度分布式은

$$T = \frac{AH}{\pi r c \delta} \cdot \frac{e^{-bt}}{4hat+1} e^{-\frac{4r^2}{4hat+1}} \quad (21)$$

과 같아 된다. 여기서  $H=Qt$ 로써 全入熱量 (Total heat input)

이다. 式(19) (20) (21)의 全入熱量  $H$ 는 烟烙接板 1 장에  
주어지는 热量이다. 그러므로 그장을 겹치어 烟烙接할 때는  
烟烙接機의 計器에서 檢出한 電流와 電压으로부터 换算된  
热量을 2로 나누어야 한다. 만약 3장을 겹치어 烟烙接할 때는  
이 热量을 3으로 나누어야 한다. Fig.2, Fig.3, Fig.4는 두께  
2mm짜리 軟鋼板을 入熱量 200 cal로 烟烙接할 때  
原處에서부터 各々 2mm, 6mm, 10mm 떨어진 夷의 热履歴曲線을  
計算에 의하여 그린 것이다. 烟烙時間은 各々 1秒, 1/2秒,  
 $\frac{1}{4}$ 秒로 하여 計算結果들을 나타내었다.

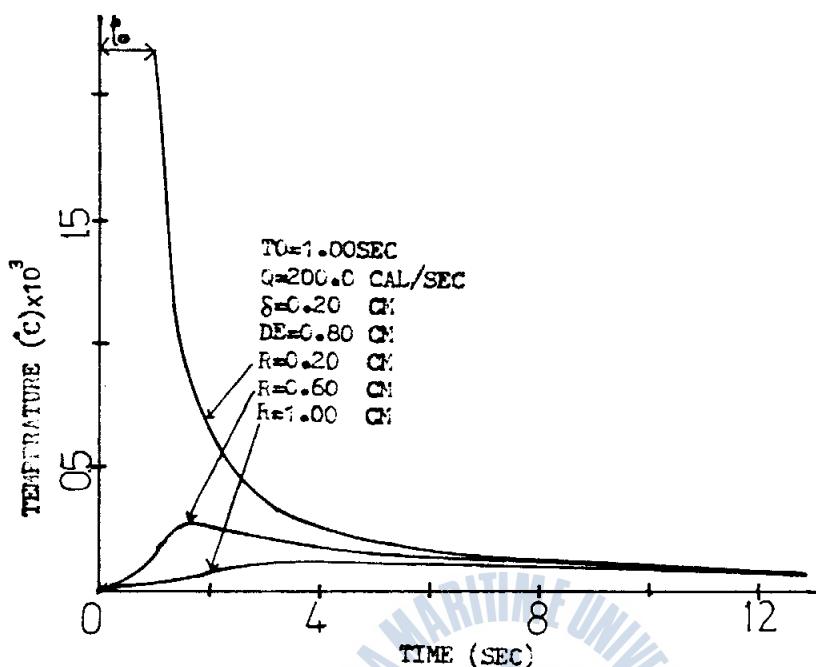


FIG.2 COMPARISON OF THERMAL CYCLES FOR 1 SEC  
OF WELDING TIME

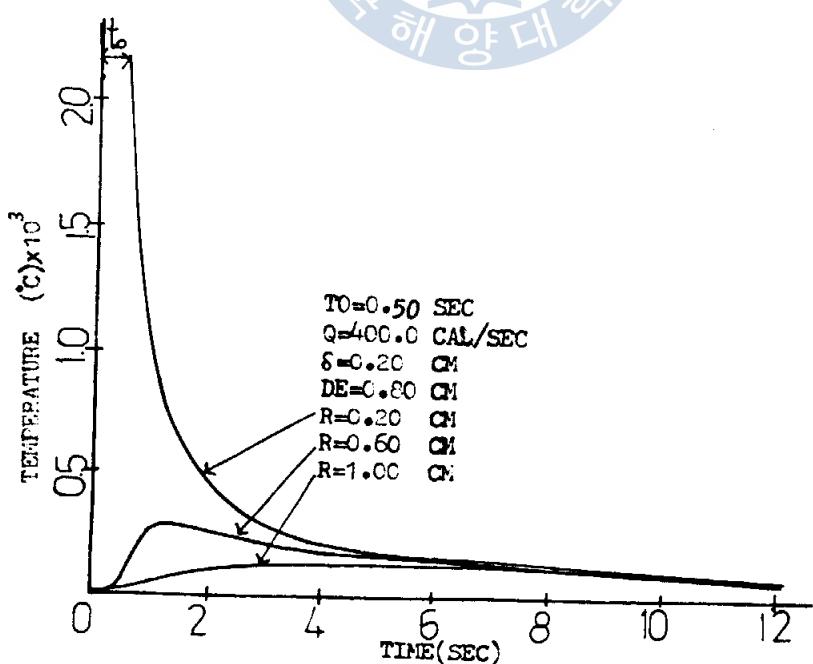


FIG.3 COMPARISON OF THERMAL CYCLES FOR 1/2 SEC  
OF WELDING TIME

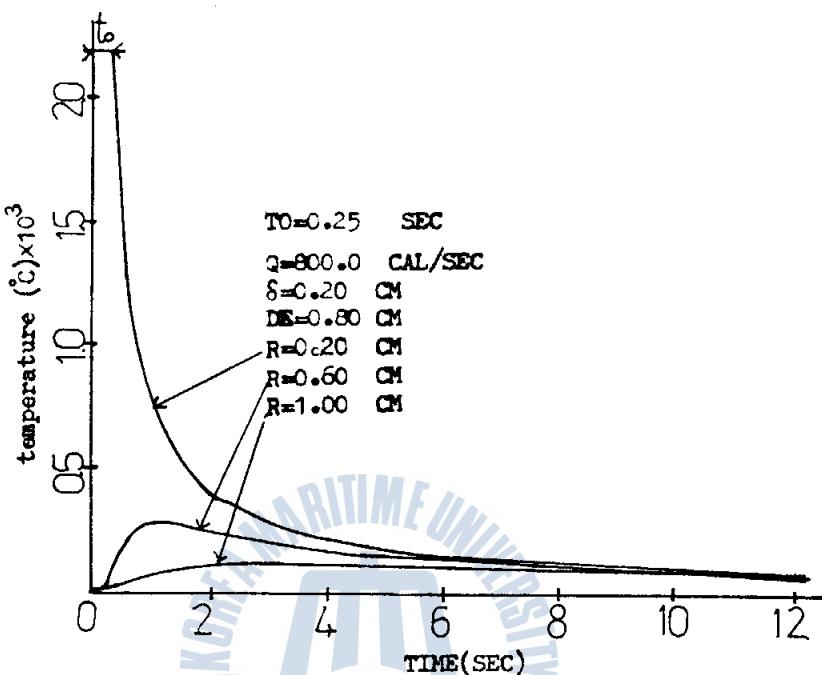


FIG.4 COMPARISON OF THERMAL CYCLES FOR 1/4 SEC  
OF WELDING TIME

## 4. 實驗

本研究에서 提示한 温度分布計算式을 檢證하기 위하여  
軟鋼板을 實際로 焊接하고 温度記錄裝置로 热履歷曲線  
(Thermal cycle curve)을 記錄하여 計算에 의한 热履歷曲線과  
비교하여 보았다. 本實驗에서 使用된 焊接機는 Matsushita  
Industrial Co. LTD에서 生產된 모델 YR-120 SPO, 定格容量  
35.1 kVA, 油壓式, 球形(DOME)形頭을 가진 焊接機이다.  
試片은 두께 1mm SS-41의 軟鋼板을 30cm × 30cm로  
切斷하여 깨끗이 닦아 Fig. 5와 같이 각試片마다 焊接部의  
中心이 되는곳을 原始로 하고 原始으로부터 0.5cm, 1.0cm, 1.5cm,  
2.0cm의 거리에 直徑 2mm의 드릴로 뚫었고, C-A熱電對를  
Percussion Welding해서 서로의 끝을 短絡시킨후 뚫어 놓은 구멍을  
通過하여 Fig. 6에 보인바와 같이 亦是 Percussion Welding으로 아래 試片에  
附着시켰다. Table 2는 試片의 化學的成分과 物性值들을 나타낸다.

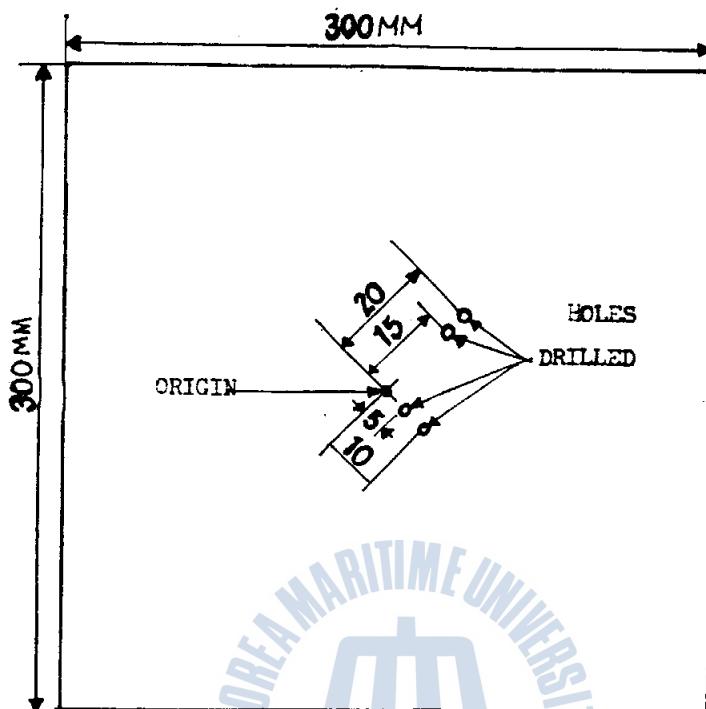


FIG. 5 ARRANGEMENT OF HOLES

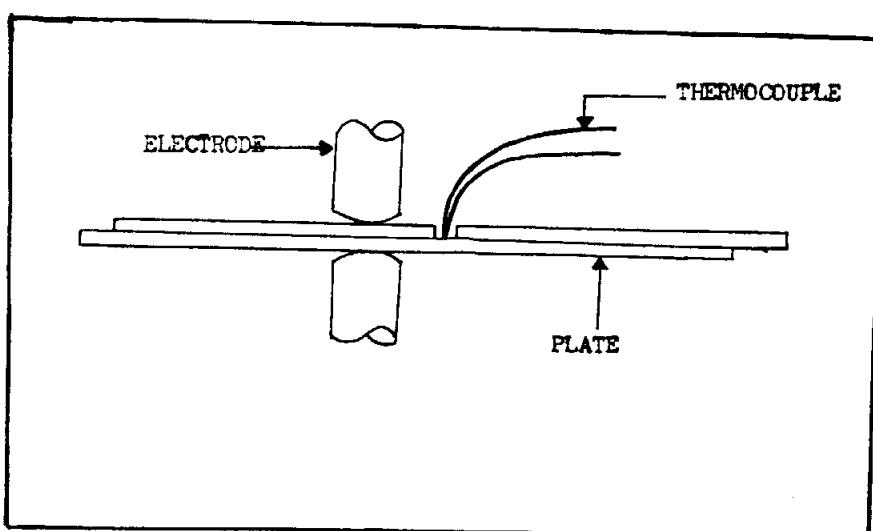


FIG.6 ATTACHMENT OF THERMOCOUPLE

Chemical Composition (wt %)						Material Properties			
Mn	Si	C	P	S	Fe	Thermal Conductivity Cal/Cm°C/Sec	Density gr/cm <sup>3</sup>	Spec. Calorie Cal/gr°C	Coefficient of Heattransfer Cal/cm°C/SEC
0.54	0.22	0.19	0.02	0.015	Res.	0.1	7.8	0.15	0.0014

Table2 Chemical Composition and Material Properties

熔接條件으로는 熔接前維持時間 (squeeze time) 은 60 cycle,  
 加壓力은 400 kg, 工業通電時間 25 cycle로 하였다. 熔着部內에서  
 생기는 void를 제거해 주기 위하여서는 熔接後維持時間 (Hold time)을  
 길게 할수록 좋다는 것을考慮하여<sup>5)</sup> 熔接後維持時間은 約 30 cycle로  
 하고 冷却流速은 3l/min로 하였다. 熔接電流는 9600A로 하였고  
 热履歷曲線을 記錄裝置 (GRAPHTEC MULTICORDER MC6715)로  
 記錄하였다. 本實驗에서 使用한 記錄裝置는 增幅機에서  
 C-A 热電帶에 의한 유기전압을 바로 温度로 换算한 後

Galvuna meter로 記錄하도록 되어 있는 測溫記錄專用 記錄裝置이다. 實驗을 3번 실시하였고 3번 다 비슷한 結果를 얻었다. FIG.7은 實驗裝置를 나타낸다. 冷却水 펌프를 가동시켜 煙接中 및 煙接後 계속 電極을 冷却시켰다.

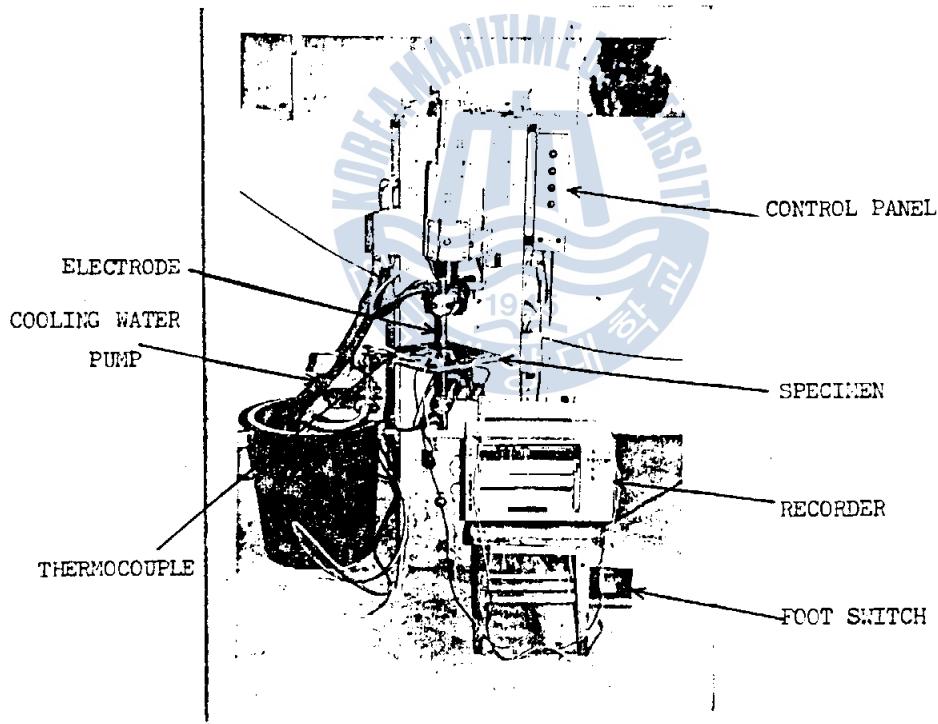


FIG.7 VIEW OF EXPERIMENTAL APPARATUS

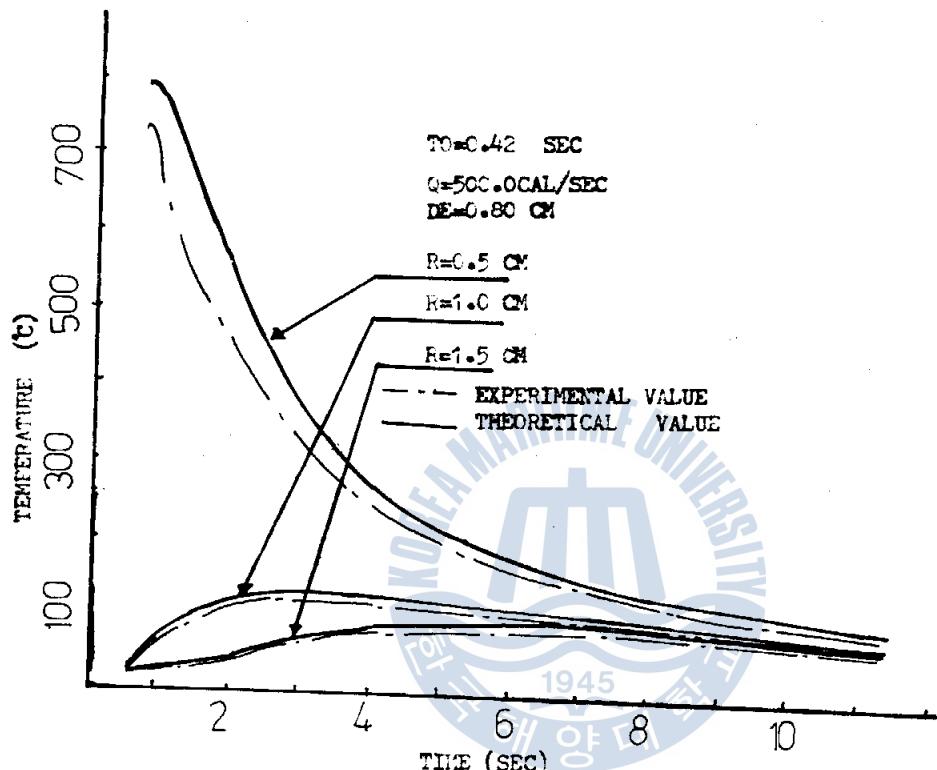


FIG. 8 THERMAL CYCLE

Fig. 8 은 實驗結果와 計算結果를 나타낸다. 一般的으로 計算에  
 의한 热履歴曲線이 實驗에 의한 그것보다 약간 높게 나타나고  
 있으나 全般的으로 잘 맞아감을 알수 있다.

原<sup>本</sup>에 가까울수록 温度變化가 크고 最高溫度가 높다는 것은 예상한 바와 같고 Nugget의 가장자리에서 약  $700^{\circ}\text{C}$  程度 된다는 Greenwood 等의 研究結果<sup>6)</sup>에 상당히 가깝게 나타났다. 0.5cm 되는 焦의 温度에 있어서 實驗에 의한 曲線이 計算에 의한 曲線보다 약간 빨리 增加함을 볼수 있는데 이는 煙接中의 热源密度分布 모델이 實際와 약간 差異가 나는 것에 甚因한다고 생각된다. 이로써 初期热源密度分布가 Bessel函數의 形態를 하고 煙接中의 热源密度分布 모델이 무리 없이 정하여 졌다는 것을 짐작할 수 있다.

또한 極座標를 利用한 2次元 热傳導方程式과 그의 解가 어느 程度 實際를 잘 나타낸다고 보아진다.

## 5. 結論

臭焰接에 의한 母材의 温度分布計算式을 구하기 위하여  
研究한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

- 1) 焊接初期 热源密度分布는 다음과 같이 Bessel函數의  
形態로 나타내진다.

$$q = 1.1487 \frac{Q}{r_0^2} J_0\left(\frac{2405}{h} r\right), \quad \text{for } r < r_0.$$

- 2) 焊接中の 热源密度分布는 材料物性值의 温度依存性에  
좌우되나 大體 다음과 같은 모델로써 나타낼 수 있다.

$$q_m = \frac{hQ}{\pi} e^{-hr^2}$$

- 3) 焊接中の 热源密度分布 모델에 있어서 热源의 集中係數는  
板間接觸半徑에 反比例하여 다음과 같이 되다.

$$k = \frac{3.638}{r_0^2}$$

- 4) 臭焰接에 의한 温度分布計算式은 다음과 같이 된다.

$$T = \frac{hH}{\pi r c \delta} \cdot \frac{e^{-bt}}{4hat + 1} e^{-\frac{hr^2}{4hat + 1}}$$

## 參考文獻

- 1) 鈴木春義, "改訂最新溶接工學" (1978) 工叶社 PP.341~343,
- 2) 宋森弘·金富東, "點熔接의 빙자율과 板間接觸 치음의 關聯性",  
大韓機械學會論文集 第7卷第3號 (1983) PP.314~315.
- 3) 中村孝·小林德夫·森本一, "溶接全書 Vol.8 抵抗溶接"  
產報出版 (1979), PP.41
- 4) 安藤弘平·西口公之·中村孝·浜崎正信, "溶誌" 35 (1966) No.11,  
PP.1103 ~1120.
- 5) 柳炳吉·姜春植, "Galvannealed Steel 의 절용접성에 미치는  
작용의 영향" 大韓熔接學會誌 第5卷第3號 (1987) P.16
- 6) J.A. Greenwood·K.P. Bently, et. al., Brit. Weld. J., vol. 10-12, (1963)  
P. 613
- 7) F.P. Bowden·D. Tabor, "The friction and lubrication of solids",  
Oxford (1950) P. 20