

# 傳熱管內에서 發生하는 2相流의 不安定性에 관한 研究

河 注 植 · 朴 進 吉

## A Study on the Instabilities of Two-Phase Flow Induced in a Parallel Heated Channel

Ha, Joo-Shik · Park, Jin-Gil

### 目 次

要 約	第 3 章 數值計算과 시뮬레이션 (Simulation)
第 1 章 序 論	3.1 一般傳熱管內의 2相流에 대한 數值 計算
第 2 章 理 論	3.2 原子爐內의 2相流에 대한 舉動解析
2.1 一般傳熱管內에서의 2相流의 運動方 程式	第 4 章 結果 및 考察
2.2 原子爐의 傳熱管內에서의 2相流의 運 動方程式	4.1 安定化對策
2.3 一般傳熱管內에서의 2相流의 安定性 과 振動樣相	4.2 B係數에 대한 考察
2.4 原子爐內에서의 2相流의 安定條件과 過渡特性	第 5 章 結 論
	附 錄
	記號說明
	參考文獻

### Abstract

The instability problems of the two-phase flow in a steam generator, an evaporator and a nuclear reactor are very important to the engineers concerned, since the unstable flows in a heated channel are related with the limited value of normal operation and the vibrations of the fuel rod assemblies and their support structures. We try to approach these problems again because the two-phase flow can not be perfectly explained in spite of various experiments and many investigations.

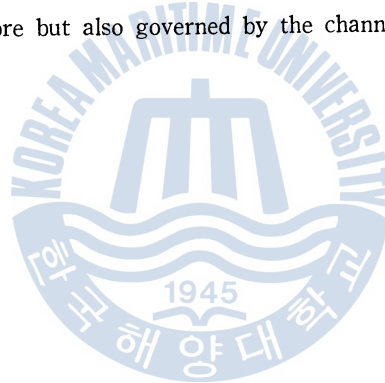
The dynamics of two-phase flow in a heated channel is provided with the partial differential equation derived from momentum, thermal energy, continuity, and state equations, but it can be represented as an ordinary differential equation linearized by Lagrangian form under assumptions that the two-phase flow is homogeneous and of thermal equilibrium. The transfer function for the two-phase flow in a heated channel of a nuclear reactor can be obtained by combining

the transfer functions of the two-phase flow in a heated channel and of a nuclear reactor dynamics with the one-delayed neutron group which is affected with the variations of both fuel temperature and moderator density.

The system stability and transient behaviors are analysed by utilizing the control theories such as Hurwitz stability criterion, Nyquist stability criterion, and time domain technique, and then some useful results yielded by the numerical calculations and the digital simulations are confirmed through the other experimental results. The measures to prevent the two-phase flow instabilities are investigated by examining the effects of parameter adjustments.

The analysis results are summed up as follows.

1. The two-phase flow instability in the heated channel can be predicted as well as prevented by examining the theoretical equations and adjusting the system parameters.
2. The dynamics of a nuclear reactor decreases the relative stability of the two-phase flow. The two-phase flow instability in a region of the reactor core may be occurred due to the concentration variation of Xe-135 and Sm-149.
3. The stability of the two-phase flow in a nuclear reactor is not only affected by the neutron dynamics in the reactor core but also governed by the channel load and damping factor.



## 第 1 章 序 論

傳熱管內의 冷却流體에 液相과 氣相의 流體가 共存한다면 各 相間의 干涉과 미끄러짐(Slip), 熱力學的인 不平衡, 密度波나 壓力波의 傳達 등으로 惹起되는 熱流體力學的인 여러 現象들은 매우 複雜多岐하여, 이를 모델링(Modeling)하여 數式으로 表現하는 일은 매우 까다롭고 어려운 일이다.<sup>1), 13</sup> Zuber<sup>8)</sup>, Lahey<sup>13)</sup>, Ishii<sup>17)</sup> 등에 의하여 모멘텀(Momentum), 에너지(Energy), 連續 및 狀態方程式과 流體力學과 關係있는 파라메터(Parameter)의 無次元化로 實用性 있는 여러가지 數式들이 만들어져, 이 分野의 研究에 相當한 進展이 있었고, 앞으로 좀더 2相流에 接近하는 有益한 數式들이 誘導될 것으로 생각된다. 2相流의 不安定現象은 1938年 獨逸의 Die Wärme誌에 發表된 것이 이 分野에 대한 첫 研究報告로 보아진다.<sup>8)</sup> 흔히 Ledinegg 不安定現象 혹은 靜的인 不安定現象이라 불리지는 2相流의 不安定現象은 系統과 直結된 單管에서  $\frac{\partial \Delta P_{ext}}{\partial j_i} < \frac{\partial \Delta P_{int}}{\partial j_i}$ 의 條件이 滿足될 때 發生하고 振動하지 않고 流量이 減少 혹은 增加하는 現象이다.

그후 로켓트(Rocket)의 蒸發器, 産業用 大型 보일러(Boiler), 輕水型 原子爐 내의 傳熱管에서도 이와 다른 振動形態의 不安定現象이 發見되었다. 이러한 不安定한 2相流는 限界熱流束(Critical Heat Flux) 以下の 熱負荷에서도 管을 局部的으로 過熱시켜 이를 破裂케 할 뿐 아니라 管自體는 勿論 이의 支持物에 振動을 誘發하는 原因도 되므로 이 分野에 종사하는 技術者들에겐 매우 重要한 問題點이 되어 왔다. 이의 原因을 규명하고 또한 이로 誘因되는 被害를 줄이기 위한 對策을 세우기 위하여 1950~1970年 사이에 수많은 實驗과 研究가 이러한 2相流에 對하여 이루어졌고, 이에 대한 많은 研究結果들은 參照文獻(1)~(10)에 마무리지어 說明되어 있다. Stenning<sup>15)</sup>에 依하면 傳熱管內에서 일어나는 流體의 不安定現象에는 長周期의 壓力降下形振動(Pressure-Drop oscillation)과 短周期의 密度波振動(Density-Wave Oscillation) 외에 傳熱管의 熱容量에 依한 熱振動(Thermal Oscillation)으로 대별했으나 여러가지 다른 形態의 不安定現象도 있음이 밝혀졌다.<sup>1), 9)</sup> 그러나 工學上으로 重要하고 被害가 큰 것은 Ledinegg의 不安定現象과 Stenning의 위 3가지 流體振動現象이다. 電熱器로 加熱되는 實驗裝置의 傳熱管內에서의 2相流의 運動은 Jones<sup>5)</sup>, Kjaer-Pedersen<sup>10)</sup>, Quandt<sup>3)</sup> 등에 의하여 偏微分方程式으로 表現되었고 有限要素法<sup>5), 10)</sup> 등을 利用하여 電子計算機로 近似解를 얻을 수 있었으나, 系統의 定性分析에는 어려움이 따른다. Wallis<sup>6)</sup>, Zuber<sup>18)</sup>, Lahey<sup>13)</sup> 등은 2相流運動을 常微分方程式으로 表現하였으나 이 方法에 의하면 密度波나 壓力波의 傳播에 의한 時間遲延(Time Delay)要素 등의 非線形要素 때문에 定性分析의 一部만 가능하고 각 파라메터의 메커니즘의 解析에도 어려움이 수반된다. Stenning<sup>7)</sup>, Bouré<sup>16)</sup>, Ishii<sup>17)</sup>, Achard<sup>12)</sup> 등에 의하여 流體力學에 關係되는 파라메터의 無次元에 의한 解析이 시도되었으며, 이들의 結果에 相似法을 適用하면 實際 機器의 設計나 運用에도 상당한 도움이 될 것으로 생각된다. 그러나 各 係數들의 物理的인 意味의 解析이나 이의 調整에 의한 效果分析에는 어려움이 따르고, 또한 이들의 값은 理論式이 아닌 實驗에 의하여 求해진다. 2相流의 不安定性에 대한 메커니즘을 位相面에 의하여 解析한 葉山<sup>19)</sup>의 研究論文이 有名하나 理論式으

로부터 係數들을 計算할 수 없고, 따라서 係數들의 調整效果를 評價하기 힘든 缺點을 가지고 있다. 輕水型原子爐내의 傳熱管 내에서의 2相流는 核燃料나 被覆材 등의 熱容量과 中性子の 動特性에 큰 影響을 받는다. 또한 2相流와 原子爐의 動特性的 研究는 서로 異質인 分野여서 Lahey<sup>13)</sup>, Carmichael<sup>13)</sup>, Zivi 및 Jones<sup>39)</sup>의 것을 除外하면 原子爐內의 2相流에 對한 研究는 별로 發見할 수 없다. Lahey와 Carmichael은 原子爐의 動特性을 너무 간단히 表現하였고, Zivi 및 Jones는 電子計算機에 依하여서만 實驗結果를 評價하였다. 또한 Lahey는 核燃料와 被覆材의 熱容量만을 評價하고 重要的 熱負荷나 減衰係數 등의 影響은 檢討하지 않았다.

여러개의 併列傳熱管내에서의 2相流의 運動은 傳熱管의 入出口의 外部差壓이 一定하다는 條件아래서는 傳熱條件 등이 같다면 모두 同一하게 된다는 것이 Crowley의 實驗結果<sup>38)</sup>에 依하여 밝혀졌다.

앞에서 言及한 바와 같이 傳熱過程에 있는 2相流는 偏微分方程式의 分布定數系(Distributed Parameter System)로 表現되어<sup>25)</sup> 系統의 定性分析 및 파라메터의 解析이 어렵고, Lagrangian 觀點에서 이를 變換시키면 常微分方程式의 集中定數系(Lumped Parameter System)로 되나<sup>13,14)</sup> 密度波나 壓力波의 傳播와 液相과 氣相間의 미끄러짐(Slip) 등을 考慮할 경우에는 非線形方程式이 되어 解를 求하거나 運動의 메커니즘 등을 說明하기가 매우 힘들게 된다.<sup>18)</sup> 그러나 筆者는 한 併列傳熱管의 流速變化에도 不拘하고 外部差壓( $\Delta P_{ext}$ )은 一定하다는 境界條件에서, 2相流는 相間 미끄러짐이 없는 均質流(Homogeneous flow) 보고, 또한 密度波나 壓力波가 流速 또는 音速으로 傳播되어 일어나는 傳熱管 내에서의 周期的인 外亂의 影響은 流體의 振動周期에 比하여 아주 적으므로 無視할 수 있다고 보아, 2相流의 運動方程式을 比較的 간단한 線形方程式으로 表現하였다. 線形화된 集中定數系에 制御理論을 適用하면 分布定數系에 比하여 精度가 多少 낮아지긴 하나 定性分析은 勿論 定量分析도 할 수 있고, 各 係數는 理論式으로 부터 直接計算할 수도 있게 된다. 또한 運轉條件이나 設計데이터(Data) 등에 依한 影響을 評價할 수 있으므로 2相流의 安定度를 미리 把握하여 不安定한 流體運動이 誘起되는 것을 豫防할 수도 있을 것이다. 輕水型 原子爐의 傳熱管에서의 2相流는 原子爐의 中性子の 動特性과 一般傳熱管의 2相流의 動特性을 連結하여 그 動特性을 나타내는 方程式을 求하고, 이로 부터 系統의 安定성과 過渡特性은 勿論 파라메터의 調整效果 등을 分析하였다. 便宜上 本論文에서는 混亂을 避하기 위하여 電氣加熱式 直立 併列傳熱管을 一般傳熱管이라 하고 原子爐 내의 直立 併列傳熱管을 原子爐의 傳熱管이라 칭하기로 한다.

## 第 2 章 理 論

### 2. 1 一般傳熱管내에서의 2相流의 運動方程式

2相流를 均質流로 보고, 壓力波 및 密度波의 影響을 無視한다면 傳熱管에서의 壓力降下式은 아래와 같으며, 詳細한 誘導過程은 Appendix A에 收錄되어 있다.

$$\Delta P_{ext}(t) = \int_0^{\lambda(t)} \frac{\rho_f}{g_c} \cdot \left( \frac{dj_i(t)}{dt} \right) dz + \frac{1}{g_c} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H \rangle \cdot \frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} dz$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{f}{2D_H} \int_0^{\lambda(t)} \frac{\rho_f}{g_c} j_i(t)^2 dz + \frac{f}{2D_H} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \frac{\langle \rho_H \rangle}{g_c} \langle j(t) \rangle^2 dz \\
 & - \frac{g}{g_c} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \rho_f (1 - e^{-\alpha t_b}) dz + K_I \frac{\rho_f}{g_c} j_i(t)^2 \\
 & + K_E \frac{\langle \rho_H(L_H, t) \rangle}{g_c} \cdot \langle j(L_H, t) \rangle^2 + \int_{L_H}^{L_R} \frac{\langle \rho_{H(R)} \rangle}{g_c} \cdot \frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} dz \\
 & + \int_{L_H}^{L_R} \frac{f \cdot \langle \rho_{H(R)} \rangle \cdot \langle j_R \rangle^2}{2g_c \cdot D_{HR}} dz - \int_{L_H}^{L_R} \frac{g}{L_H g_c} \rho_f (1 - e^{-\alpha T_B}) dz
 \end{aligned} \tag{1}$$

(1)式을 Leibniz's Rule<sup>23)</sup>에 따라 全微分한 후 Laplace變換하면 (2)式을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 \delta \Delta P_{ext}(s) &= \int_0^{\lambda_0} \frac{\rho_f}{g_c} \cdot s \cdot \delta j_i(s) dz + \int_{\lambda_0}^{L_H} \left[ \frac{\langle \rho_{Ho}(z) \rangle}{g_c} \cdot \delta \left( \frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} \right) \right. \\
 & + \left. \left( \frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} \right)_0 \cdot \frac{\langle \delta \rho_H(s) \rangle}{g_c} \right] dz - \frac{\langle \rho_{Ho}(z) \rangle}{g_c} \cdot \left( \frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} \right)_0 \delta \lambda(s) \\
 & + \int_{\lambda_0}^{L_H} \left[ \frac{f \cdot G_0}{g_c \cdot D_H} \langle \delta j(z, s) \rangle + \frac{f \cdot \langle j_0(z, s) \rangle^2}{2g_c \cdot D_H} \langle \delta \rho_H(s) \rangle \right] dz \\
 & + \int_0^{\lambda_0} \left[ \frac{f \cdot \rho_f \cdot j_{i0}}{g_c \cdot D_H} \cdot \delta j_i(s) \right] dz + \frac{f \cdot \rho_f \cdot j_{i0}^2}{2g_c \cdot D_H} \delta \lambda(s) \\
 & - \frac{f \cdot \langle \rho_{Ho} \rangle \cdot \langle j_0 \rangle^2}{2g_c \cdot D_H} \delta \lambda(s) + \frac{g}{g_c} \cdot \rho_f \{ \delta \lambda(s) + j_{i0} \delta T_B(s) + T_B \delta j_i(s) \} \\
 & + K_I \cdot \frac{\rho_f}{g_c} \cdot j_{i0} \cdot \delta j_i(s) + \frac{K_E}{g_c} \langle \rho_{Ho}(L_H, s) \rangle \cdot \langle j_0(L_H, s) \rangle \cdot \langle \delta j(L_H, s) \rangle \\
 & + \frac{K_E}{2g_c} \langle j_0(L_H, s) \rangle^2 \cdot \langle \delta \rho_H(L_H, s) \rangle + \int_{L_H}^{L_R} \frac{\rho_{HR}(z, s)}{g_c} \cdot \delta \left( \frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} \right) dz \\
 & + \int_{L_H}^{L_R} \left( \frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} \right)_0 \cdot \frac{\langle \delta \rho_{HR}(z, s) \rangle}{g_c} dz + \int_{L_H}^{L_R} \frac{f \cdot \langle \rho_{HR} \rangle}{g_c \cdot D_{HR}} \langle j_{R0} \rangle \cdot \langle \delta j_R \rangle dz \\
 & + \int_{L_H}^{L_R} \frac{f \cdot \langle j_{R0} \rangle^2}{2g_c \cdot D_{HR}} \langle \delta \rho_{HR}(z, s) \rangle dz + \frac{g}{g_c} \rho_f (L_R - L_H) \cdot e^{-\alpha T_B} \\
 & \cdot [\Omega \delta T_B(s) + T_B \delta \Omega(s)]
 \end{aligned} \tag{2}$$

위 式에서 규명되지 않은 여러 항을 계산하여 이 式에 代入하면 얻고져 하는 傳達函數를 얻을 수 있다. Appendix A 의 (A-13)式을 積分하면 傳熱管의 任意의 點에서의 流速을 얻을 수 있으며<sup>23)</sup> 正常 狀態에서의 流速은 (4)式과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 j(z, t) &= \frac{dz}{dt} = j_i(t) + \int_{\lambda(t)}^z \Omega dz \\
 &= j_i(t) + \Omega \{ z - \lambda(t) \} \quad \text{但 } \lambda(t) \langle z \rangle_{L_H}
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\langle j_0(z, s) \rangle = j_{i0} + \Omega(z - \lambda_0) = j_{i0} \cdot e^{\alpha t_b} \tag{4}$$

上昇管(Riser)部에서의 流速은 Appendix A 의 셋째항의 가정 아래서는 傳熱管의 出口에서의 流速

과 同一하다.

$$\langle j_R(z, t) \rangle = \mu \cdot \langle j(L_H, t) \rangle = \mu [\Omega(L_H - \lambda(t)) + j_i(t)] \quad (5)$$

但,  $L_H < z < L_R$

(3)式的 兩邊을 全微分하면 2相流의 加速度에 관한 數式을 얻을 수 있고 正常狀態에서는 (7)式과 같이 된다.

$$\frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} = \frac{dj_i(t)}{dt} + \Omega [\Omega(z - \lambda(t) + j_i(t))] \quad (6)$$

$$\left( \frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} \right)_0 = \Omega [\Omega(z - \lambda_0) + j_{i0}] = \Omega \cdot \langle j_0(z) \rangle = \Omega \cdot j_{i0} \cdot e^{2t_b} \quad (7)$$

但,  $\lambda(t) < z < L_H$

유사한 方法으로 上昇管部에서의 2相流의 加速度는 出口의 加速度에 斷面積比를 고려하면 아래식과 같이 주어진다.

$$\frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} = \mu \left[ \frac{dj_i(t)}{dt} + \Omega \{ \Omega(L_H - \lambda(t)) + j_i(t) \} \right] \quad (8)$$

正常狀態에서 이 方程式은 (9)式과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \left( \frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} \right)_0 &= \mu [\Omega \{ \Omega(L_H - \lambda_0) + j_{i0} \}] \\ &= \mu \cdot \Omega \cdot j_{i0} \cdot e^{2T_B} = \mu \cdot \Omega \cdot \langle j_0(L_H) \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

전열부의 임의의 점에서의 2相流의 密度는 Appendix A의 (A-8)式과 (A-14)式으로 부터 求할 수 있고, 上昇管部에 있어서는 熱力學平衡條件으로 부터 (11)式과 같이 주어진다.

$$\langle \rho_H(z, t_b) \rangle = \langle \rho_H(t_b) \rangle = \rho_f e^{-2t_b} \quad (10)$$

$$\langle \rho_{HR}(z, t) \rangle = \langle \rho_H(L_H, t) \rangle = \rho_f e^{-2T_B} \quad (11)$$

液相의 流速을 積分하면 傳熱管 入口로 부터 沸騰境界까지의 液相의 길이를 求할 수 있다.

$$\lambda(t) = \int_0^{T_0} j_i(t) dt \quad (12)$$

여기에서  $T_0$ 는 流體의 分子가 管의 入口로 부터 沸騰境界까지 이동하는 데 所要되는 時間으로 다음式과 같이 주어진다.

$$T_0 = \frac{\rho_f \cdot A_c}{q'' \cdot P_H} (h_f - h_i) = \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg}}{\Omega \cdot h_{fg}} (h_f - h_i) \quad (13)$$

2相流가 正常狀態에 있다면 Bernoulli型의 微分方程式 (3)을 積分하므로써 沸騰境界로 부터 管의 任意의 點까지의 길이를 求할 수 있다.

$$z - \lambda(t) = e^{2t} \int_0^{t_b} e^{-2t'} \cdot j_i(t') dt' = \frac{j_i(t)}{\Omega} [e^{-2t_b} - 1] \quad (14)$$

流體가 沸騰境界로 부터 沸騰領域의 任意의 點까지 流體分子가 移動하는 데 所要되는 時間은 (14)式으로 부터 다음式과 같이 주어진다.

$$t_b = \frac{1}{\Omega} \log \left[ \frac{\Omega}{j_i} (z - \lambda(t)) + 1 \right] \quad (15)$$



비슷한 方法으로 流體分子가 全沸騰領域을 通過하는 데 所要되는 時間과 上昇管部를 通過하는 데 걸리는 時間은 각각 아래 式들로 주어진다.

$$T_B = \frac{1}{\Omega} \log \left[ \frac{\Omega}{j_i} \{L_H - \lambda(t)\} + 1 \right] \quad (16)$$

$$T_R = \frac{(L_R - L_H)}{\mu} \cdot \frac{e^{-\Omega T_B}}{j_i(t)} \quad (17)$$

(A-13), (3), (5), (6), (8), (10), (11), (12), (13), (15) 및 (16)式들을 全微分한 후 Laplace 變換하면 (18)–(28)式들을 얻을 수 있다.

$$\delta\Omega(s) = \frac{\nu_{fg} \cdot \dot{p}_H}{A_c \cdot h_{fg}} \delta q''(s) + \frac{q'' \cdot \dot{p}_H}{A_c \cdot h_{fg}} \left\{ \frac{\partial \nu_{fg}}{\partial p_s} - \frac{1}{h_{fg}} \left( \frac{\partial h_{fg}}{\partial p_s} \right) \right\} \delta p_s(s) \quad (18)$$

$$\langle \delta j(z, s) \rangle = -\Omega \delta \lambda(s) + \delta j_i(s) + (z - \lambda_o) \delta \Omega(s) \quad (19)$$

$$\langle \delta j_R(z, s) \rangle = \mu [-\Omega \delta \lambda(s) + \delta j_i(s) + (L_H - \lambda_o) \delta \Omega(s)] = \mu \delta j(L_H, s) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \delta \left( \frac{D_j \langle j \rangle}{Dt} \right) &= -\Omega^2 \delta \lambda(s) + \Omega \delta j_i(s) + s \delta j_i(s) \\ &\quad + [2\Omega(z - \lambda_o) + j_{i_o}] \delta \Omega(s) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \delta \left( \frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} \right) &= \mu [-\Omega^2 \delta \lambda(s) + \Omega \delta j_i(s) + s \delta j_i(s) \\ &\quad + \{2\Omega(L_H - \lambda_o) + j_{i_o}\} \delta \Omega(s)] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\langle \delta \rho_H(z, s) \rangle = -\rho_f \cdot \Omega \cdot e^{-\Omega t_b} \delta t_b(s) \quad (23)$$

$$\langle \delta \rho_{HR}(z, s) \rangle = -\rho_f \cdot \Omega \cdot e^{-\Omega T_B} \delta T_B(s) = \langle \delta \rho_H(L_H, s) \rangle \quad (24)$$

$$\delta \lambda(s) = \frac{\delta j_i(s)}{s} + j_{i_o} \cdot \delta T_q(s) = T_q \delta j_i(s) + j_{i_o} \delta T_q \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \delta T_q &= -\frac{\rho_f \cdot \nu_{fg}}{\Omega_o \cdot h_{fg}} \delta h_i(s) - \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg} (h_f - h_i)}{\Omega_o^2 \cdot h_{fg}} \delta \Omega(s) \\ &\quad + \frac{\rho_f \cdot A_c \cdot j_{i_o}}{q'' \cdot P_H} \left( \frac{\partial h_f}{\partial P_s} \right) \delta P_s(s) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \delta t_b(s) &= -\frac{e^{-\Omega t_b}}{j_{i_o}} \delta \lambda(s) - \frac{(z - \lambda_o)}{j_{i_o}} e^{-\Omega t_b} \delta j_i(s) \\ &\quad - \left[ \frac{t_b}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_o^2} (1 - e^{-\Omega t_b}) \right] \delta \Omega(s) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \delta T_B(s) &= -\frac{e^{-\Omega T_B}}{j_{i_o}} \delta \lambda(s) - \frac{(L_H - \lambda_o)}{j_{i_o}} e^{-\Omega T_B} \delta j_i(s) \\ &\quad - \left[ \frac{T_B}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_o^2} (1 - e^{-\Omega T_B}) \right] \delta \Omega(s) \end{aligned} \quad (28)$$

入口 및 出口流量制限裝置와 上昇管部를 가진 傳熱管內에서의 流體의 運動方程式을 나타내는 傳函數는 (18)–(28)式을 (2)式에 代入한 후 이를 整理하면 (29)式을 얻을 수 있다.<sup>22)</sup>

$$\delta j_i(s) = \frac{S}{(AS^2 + BS + C)} [\delta \Delta p_{ext}(s) + D \delta h_i(s) + E \delta q''(s) + F \delta p_s(s)] \quad (29)$$

$$\text{但, } A = \frac{\rho_f}{g_c} [\lambda_o + j_{io} \cdot T_B + \mu \cdot j_{io} \cdot T_R] = \frac{\partial \Delta p}{\partial s \cdot j_i(s)} \quad (30A)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\rho_f}{g_c} \left[ \Omega \{ (L_H - \lambda_o) + \mu(L_R - L_H) - j_{io} \cdot T_Q \} \right. \\ &\quad + f \cdot j_{io} \cdot \left\{ \frac{\lambda_o}{D_H} + \frac{(L_H - \lambda_o)}{2D_H} \left( \frac{e^{2T_B}}{2} + 1.5 - \Omega \cdot T_Q \right) \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\mu^2(L_R - L_H)}{2D_{HR}} (e^{2T_B} + 1 - \Omega \cdot T_Q) \right\} + K_I \cdot j_{io} \right. \\ &\quad \left. + 0.5K_E \{ \Omega(L_H - \lambda_o) + 2j_{io} - j_{io} \cdot \Omega \cdot T_Q \} \right] = \frac{\partial \Delta p(s)}{\partial j_i(s)} \quad (30B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{g}{g_c} \rho_f \left[ (L_H - \lambda_o) \left( \frac{\Omega_o}{j_{io}} \right) e^{-2T_B} + (L_R - L_H) \left( \frac{\Omega_o}{j_{io}} \right) e^{-2\Omega T_B} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ 1 - \frac{(L_H - \lambda_o)}{j_{io} \cdot T_B} e^{-2T_B} + (L_R - L_H) \left( \frac{\Omega}{j_{io}} \right) \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left( \frac{(L_H - \lambda_o)}{j_{io} \cdot T_B} \right) e^{-2\Omega T_B} \right\} \cdot \left\{ \frac{T_B}{T_Q} \right\} \right] = \frac{\partial \Delta p(s)}{\partial \lambda(s)} \quad (30C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{\rho_f^2}{g_c} \left[ j_{io}^2 \frac{\nu_{fg}}{h_{fg}} \left\{ 1 - \frac{f}{2} \left[ \frac{(L_H - \lambda_o)}{D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)}{D_{HR}} \right] \right\} \right. \\ &\quad \left. - g \{ (L_H - \lambda_o) \Omega \cdot e^{-2T_B} + (L_R - L_H) \Omega \cdot e^{-2\Omega T_B} \} \left\{ \frac{A_c}{q'' \cdot p_H} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{j_{io}^2}{2} \left\{ \frac{K_E \cdot \nu_{fg}}{h_{fg}} \right\} \right] = \frac{\partial \Delta p_h(s)}{\partial h_i(s)} \quad (30D) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{\rho_f}{g_c} \left[ j_{io} \{ (L_H - \lambda_o) + \mu(L_R - L_H) + \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg} \cdot j_{io} (h_f - h_i)}{\Omega_o \cdot h_{fg}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{f}{2} \left[ \frac{(L_H - \lambda_o)}{D_H} \left\{ \frac{(L_H - \lambda_o)}{2} + \frac{\rho_f \nu_{fg} (h_f - h_i) j_{io}}{\Omega_o \cdot h_{fg}} \right\} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\mu^2(L_R - L_H)}{D_{HR}} \left\{ (L_H - \lambda_o) + \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg} (h_f - h_i) j_{io}}{\Omega_o \cdot h_{fg}} \right\} \right] \right. \\ &\quad \left. - g \left\{ \frac{j_{io} \cdot T_B}{\Omega} - \frac{(L_H - \lambda_o)}{\Omega_o} e^{-2T_B} + \left[ (L_R - L_H) \left( \frac{\Omega}{j_{io}} \right) e^{-2\Omega T_B} \right] \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left[ \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg} (h_f - h_i)}{\Omega^2 \cdot h_{fg}} \right] \right\} + \frac{K_E}{2} j_{io} \{ (L_H - \lambda_o) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg} (h_f - h_i) j_{io}}{\Omega \cdot h_{fg}} \right\} \right] = \frac{\partial \Delta p_q(s)}{\partial q''(s)} \quad (30E) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{\rho_f}{g_c} \left[ \left[ -\rho_f \cdot j_{io}^2 \left[ 1 - \frac{f(L_H - \lambda_o)}{2D_H} + \frac{K_E}{2} \right] \right. \right. \\ &\quad \left. + \rho_f \cdot g(L_H - \lambda_o) e^{-2T_B} \right] \left\{ \frac{\nu_{fg}}{h_{fg}} \right\} \left\{ \frac{\partial h_f}{\partial p_s} \right\} + \left\{ j_{io} (L_H - \lambda_o) \right. \\ &\quad \left. + \frac{f \cdot j_{io}}{4D_H} (L_H - \lambda_o) + g \cdot \left[ \frac{(L_H - \lambda_o)}{\Omega_o} e^{-2T_B} - \frac{j_{io} \cdot T_B}{\Omega_o} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{K_E \cdot j_{io} (L_H - \lambda_o)}{2} \right\} \left\{ \frac{q'' \cdot p_H}{A_c \cdot h_{fg}} \right\} \left\{ \frac{\partial \nu_{fg}}{\partial p_s} - \frac{1}{h_{fg}} \left( \frac{\partial h_{fg}}{\partial p_s} \right) \right\} \\ &= \frac{\partial \Delta p_s(s)}{\partial p_s(s)} \quad (30F) \end{aligned}$$



2.2 原子爐의 傳熱管內에서의 2相流의 運動方程式

傳熱管의 熱傳達動特性을 包含한 原子爐의 傳達函數는 다음과 같이 주어지며, 詳細한 誘導過程은 Appendix B에 收錄되어 있다.

$$\begin{aligned}
 G_R(s) &= \frac{\delta q''(s)}{\delta k_{ext}(s) - \alpha_{rv} [G \delta j_i(s) + H \delta h_i(s) + J \delta p_s(s)]} \\
 &= \frac{K_q}{(T_q S + 1)} \left\{ \frac{\frac{Q_o \cdot K_r (T_p S + 1)}{S(T_r S + 1)}}{1 + \left\{ \frac{Q_o \cdot K_r (T_p S + 1)}{S(T_r S + 1)} \right\} \left\{ \frac{\alpha_{rf} \cdot T_f \cdot K_f}{(T_f S + 1)} + \frac{\alpha_{rv} \cdot T_v \cdot K_v}{(T_v S + 1)} \right\}} \right\} \\
 &= \frac{\sum_{i=0}^3 b_i S^{(3-i)}}{\sum_{i=0}^5 C_i S^{(5-i)}} \tag{31}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 b_0 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r \cdot T_p \cdot T_f \cdot T_v \\
 b_1 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r (T_f \cdot T_v + T_p \cdot T_v + T_p \cdot T_f) \\
 b_2 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r (T_v + T_f + T_p) \\
 b_3 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r \\
 C_0 &= T_r \cdot T_q \cdot T_f \cdot T_v \\
 C_1 &= T_r \cdot T_f \cdot T_v + T_q \cdot T_f \cdot T_v + T_q \cdot T_r \cdot T_v + T_q \cdot T_r \cdot T_f \\
 C_2 &= T_f \cdot T_v + T_r \cdot T_v + T_r \cdot T_f + T_q \cdot T_v + T_q \cdot T_r + T_q \cdot T_f \\
 &\quad + Q_o \cdot K_r \cdot T_p \cdot T_q \cdot T_f \cdot T_v (\alpha_{rf} \cdot K_f + \alpha_{rv} \cdot K_v) \\
 C_3 &= T_v + T_r + T_f + T_q + Q_o \cdot K_r \cdot T_p (\alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_f \cdot T_v + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v \cdot T_f + \alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_q \cdot T_f \\
 &\quad + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v \cdot T_q) + Q_o \cdot K_r \cdot T_q \cdot T_f \cdot T_v (\alpha_{rf} \cdot K_f + \alpha_{rv} \cdot K_v) \\
 C_4 &= 1 + Q_o \cdot K_r \{ \alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_f (T_q + T_v + T_p) + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v (T_q + T_f + T_p) \} \\
 C_5 &= Q_o \cdot K_r (\alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_f + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v)
 \end{aligned}$$

(31)式을 (29)式에 代入하면 原子爐 內에서의 2相流에 대한 全傳達函數를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \delta j_i(s) &= \frac{1}{1 + \alpha_{rv} \cdot E \cdot G \cdot G_{2\phi}(s) \cdot G_R(s)} [\delta \Delta P_{ext}(s) \\
 &\quad + E \cdot G_{2\phi}(s) \cdot G_R(s) \delta k_{ext}(s) + \{ \alpha_{rv} \cdot E \cdot H \cdot G_{2\phi}(s) \cdot G_R(s) \\
 &\quad - D \cdot G_{2\phi}(s) \} \delta h_i(s) + \{ \alpha_{rv} \cdot E \cdot J \cdot G_{2\phi} G_R(s) - F \cdot G_{2\phi}(s) \} \delta p_s(s)] \\
 &= \frac{1}{F_7(s)} [F_6(s) \Delta P_{ext}(s) + F_4(s) \delta k_{ext}(s) + F_5(s) \delta h_i(s) + F_6(s) \delta p_s(s)] \tag{32}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 G_{2\phi}(s) &= \frac{S}{AS^2 + BS + C} \\
 F_7(s) &= A \cdot C_o S^7 + (A \cdot C_1 + B \cdot C_o) S^6 + (A \cdot C_2 + B \cdot C_1 + C \cdot C_o) S^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (A \cdot C_3 + B \cdot C_2 + C \cdot C_1 + \alpha_{rv} \cdot E \cdot G \cdot b_0) S^4 + (A \cdot C_4 + B \cdot C_3 \\
 & + C \cdot C_2 + \alpha_{rv} \cdot E \cdot G \cdot b_1) S^3 + (A \cdot C_5 + B \cdot C_4 + C \cdot C_3 \\
 & + \alpha_{rv} \cdot E \cdot G \cdot b_2) S^2 + (B \cdot C_5 + C \cdot C_4 + \alpha_{rv} \cdot E \cdot G \cdot b_3) S + C \cdot C_5 \\
 & = K_0 S^7 + K_1 S^6 + K_2 S^5 + K_3 S^4 + K_4 S^3 + K_5 S^2 + K_6 S + K_7 \\
 & = \sum_{i=0}^7 K_i S^{(7-i)}
 \end{aligned}$$

$$F_{o_6}(s) = C_0 S^6 + C_1 S^5 + C_2 S^4 + C_3 S^3 + C_4 S^2 + C_5 S$$

$$F_4(s) = -E(b_0 S^4 + b_1 S^3 + b_2 S^2 + b_3 S)$$

$$\begin{aligned}
 F_{h_6}(s) &= -D \cdot C_0 S^6 - D \cdot C_1 S^5 + (\alpha_{rv} \cdot E \cdot H \cdot b_0 - D \cdot C_2) S^4 \\
 &+ (\alpha_{rv} \cdot E \cdot H \cdot b_1 - D \cdot C_3) S^3 + (\alpha_{rv} \cdot E \cdot H \cdot b_2 - D \cdot C_4) S^2 \\
 &+ (\alpha_{rv} \cdot E \cdot H \cdot b_3 - D \cdot C_5) S
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{r_6}(s) &= -F \cdot C_0 \cdot S^6 - F \cdot C_1 \cdot S^5 + (\alpha_{rv} \cdot E \cdot J \cdot b_0 - F \cdot C_2) S^4 \\
 &+ (\alpha_{rv} \cdot E \cdot J \cdot b_1 - F \cdot C_3) S^3 + (\alpha_{rv} \cdot E \cdot J \cdot b_2 - F \cdot C_4) S^2 \\
 &+ (\alpha_{rv} \cdot E \cdot J \cdot b_3 - F \cdot C_5) S
 \end{aligned}$$

윗 식은 4개의 外亂, 즉 冷却材循環펌프의 始動 혹은 停止 등에 의한 傳熱管入出口의 差壓變動 이나 制御棒(Control Rod)을 움직여 原子爐의 負荷를 變化시킬 때, 運轉壓력과 入口冷却材의 엔탈피(Enthalpy)가 變動하는 경우 傳熱管 내의 2相流가 어떻게 變動하는가를 나타내는 方程式이다.

(29)式, (B-14)式, (B-17)式으로 부터 原子爐의 動特性和 2相流와 4個의 入力와의 關係를 나타내는 그림을 그리면 아래 그림과 같다.

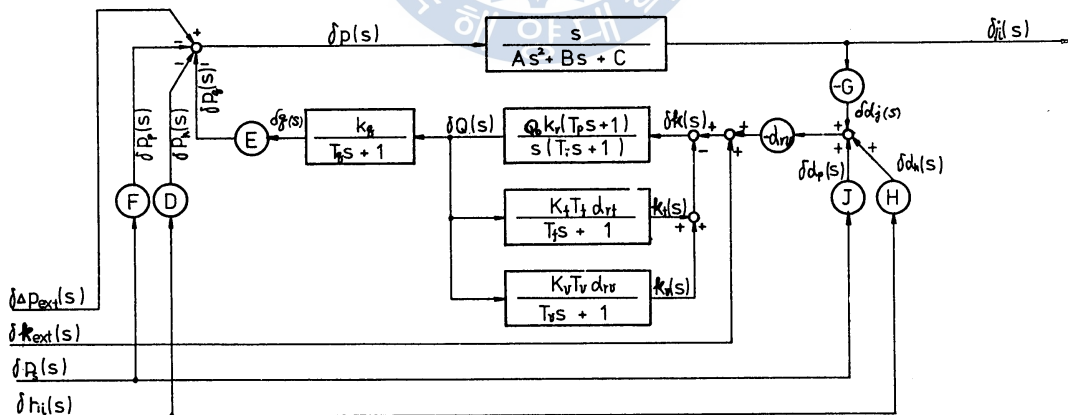


Fig. 1 The overall block diagram of the two phase flow system in a BWR having four(4) inputs.

原子爐의 傳熱管 내에서 2相流의 安定性和 過渡特性에 관한 情報등을 (32)式과 그림·1로부터 얻을 수 있을 것이다.

複素變數(s)를 利用하면 安定性이나 過渡特性의 定性分析은 容易하나 定量分析에는 相當한 어려움이 따른다. 그러나 狀態方程式(Space state Equation)을 求할 수 있다면 安定性和 過渡特性은 勿



$$1. A > 0, B > 0, C > 0 \quad 2. \begin{vmatrix} B & 0 \\ A & C \end{vmatrix} = B \times C > 0$$

만약 첫 조건이 滿足된다면 둘째번 條件도 滿足된다. (35)式的 係數들은 (30)式들로 부터 計算되며 流體의 動特性을 說明하려면 우선 係數들에 대한 物理的인 性質에 대한 규명이 있어야 할 것이다. 係數 A는 流體의 加速度的 變動에 대한 壓力降下率을, 係數 B는 入口流速變動에 대한 管磨擦抵抗에 의한 壓力降下率로 傳熱管의 減衰係數를 表示하며, 係數 C는 沸騰境界의 變動에 대한 壓力變動率을 나타낸다. (30A)式, (30B)式, (30C)式에서 보는 바와 같이 流體의 入口流速이 增加하면 A 및 C는 항상 正의 값을 가지나 B는 여러가지 條件에 따라서 正 또는 負의 값을 가지게 된다. 만약 B가 負의 값을 가지면 앞의 Hurwitz條件을 滿足시키지 못하므로 系統은 不安定해지며 이러한 不安定한 現象은 自動振動으로 우리들이 日常生活에서 자주 보게되는 自然現象의 一種이다.<sup>36)</sup> B값의 概形은 (30B)式을 流速에 대하여 積分하면 그림·2와 같으며<sup>37)</sup>  $\Delta P - \langle j \rangle$ 의 曲線들로 부터 이들의 값을 쉽게 알 수 있다.

$$\Delta P = \int_0^{j_i} B(j_i) dj_i \quad (36)$$

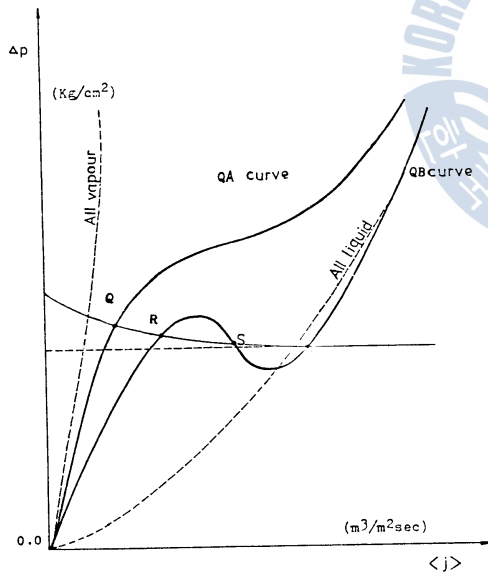


Fig. 2 Pressure drop vs. volumetric flux curve at steady state.

그러나 實驗에 의하여 이들 曲線들을 求하는 것은 流體의 振動 때문에 容易치 않으며, 冷却材가 Freon의 경우에는 물의 경우보다 쉬운 편이다.<sup>37)</sup> 그림·2의 QA曲線은 B의 값이 언제나 正의 값을 가지나 QB曲線에서는 負의 값을 가지는 部分이 存在하고 만약 流速이 이 領域에 들어가면 2相流는 不安定해진다. 併列管의 경우 運轉點은 外部壓력과 磨擦 및 浮力에 의한 壓力降下의 平衡點이 되고 加速度分은 存在하지 않으며  $dj_i(t)/dt=0$  이므로 이點은 (37)式과 같이 주어진다. QA 曲線에서는 Q點이 QB曲線에서는 R, S, T點이 되나 S點은 不安定한 平衡點으로 正常狀態(Steady state)에 도달할 수 없으며 따라서 運轉點이 될 수 없다.

$$\Delta P(t) = \int_0^{j_i(t)} B(j_i) dj_i(t) = \int_0^{\lambda(t)} C(\lambda) d\lambda(t) + \Delta P_{ext}(t)$$

$$= \int_0^{j_i(t)} C \cdot T_0 dj_i(t) + \Delta P_{ext}(t) \quad (37)$$

만약 運轉狀態가 負의 曲線領域에 들어오면 2次系의 判別條件에 따라 2가지의 不安定現象이 發生한다. 그 한 例로 그림 3A와 같이  $B < 0, B^2 - 4AC > 0$ 의 條件의 滿足되면 Ledinegg 不安定現象과

다른 條件에서도 逸走現象이 併列傳熱管 內에서 誘起되며, 그림·3B과 같이  $B < 0$ ,  $B^2 - 4AC < 0$ 의 條件이 滿足되면 (38)式으로 주어지는 周波數로 液柱가 振動하게 된다.

$$f_{\omega} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2A \cdot 2\pi} (4A \cdot C - B^2)^{1/2} \quad (38)$$

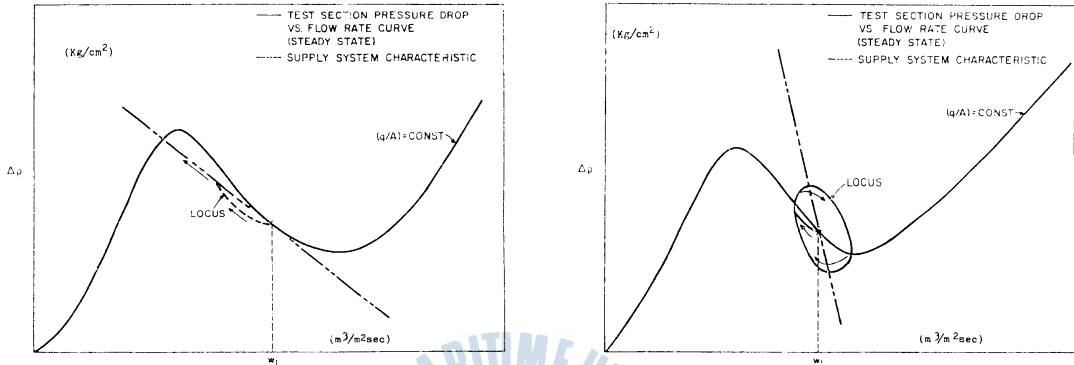


Fig. 3A Locus of excursion with compressible volume

Fig. 3B Locus of operating points in oscillatory mode

또 流速이 曲線의 極大點이나 極小點에 到達하게 되면 無減衰振動으로 周波數는 (39)式으로 주어지며 冷却流體가 Freon-11인 경우에는 그림·4에서와 같이 曲線의 極大點에서  $A \ll C$ 의 條件이 滿足되므로 高周波數의 密度波振動이 되고, 曲線의 極小點에서는  $A \gg C$ 의 條件이 滿足되므로 長周期의 壓力降下形振動(Pressure-Drop Oscillation)이 나타나며, 振動의 振幅이 커져서 兩極點이 運轉狀態에 들어 갈때는 密度波振動(Density-wave Oscillation)과 壓力降下形振動이 重疊해서 發生하게 된다. 그림·4와 그림·5는 Freon-11을 利用한 實驗<sup>7)</sup>에서 壓力降下曲線과 流體振動을 記錄한 것으로 이들에 대한 代表的인 例이다.

$$f_{\omega n} = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} (C/A)^{1/2} \quad (39)$$

#### 2.4 原子爐 內에서의 2相流의 安定條件과 過渡特性

原子爐內의 2相流의 安定性은 (32)式은 풀지 않고도 얻을 수 있다. 制御工學에서 利用하는 方法中 가장 간편한 것이 Hurwitz安定條件이다. 2相流가 安定하기 위한 必要充分條件은 (32)式의 特性方程式의 係數들로 만들어지는 (41)式을 滿足시키는 것이다.

(32)式의 特性方程式은 (40)式과 같다.

$$\begin{aligned} F_7(s) &= K_0 S^7 + K_1 S^6 + K_2 S^5 + K_3 S^4 + K_4 S^3 + K_5 S^2 + K_6 S + K_7 \\ &= \sum_{i=0}^7 K_i S^{(7-i)} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

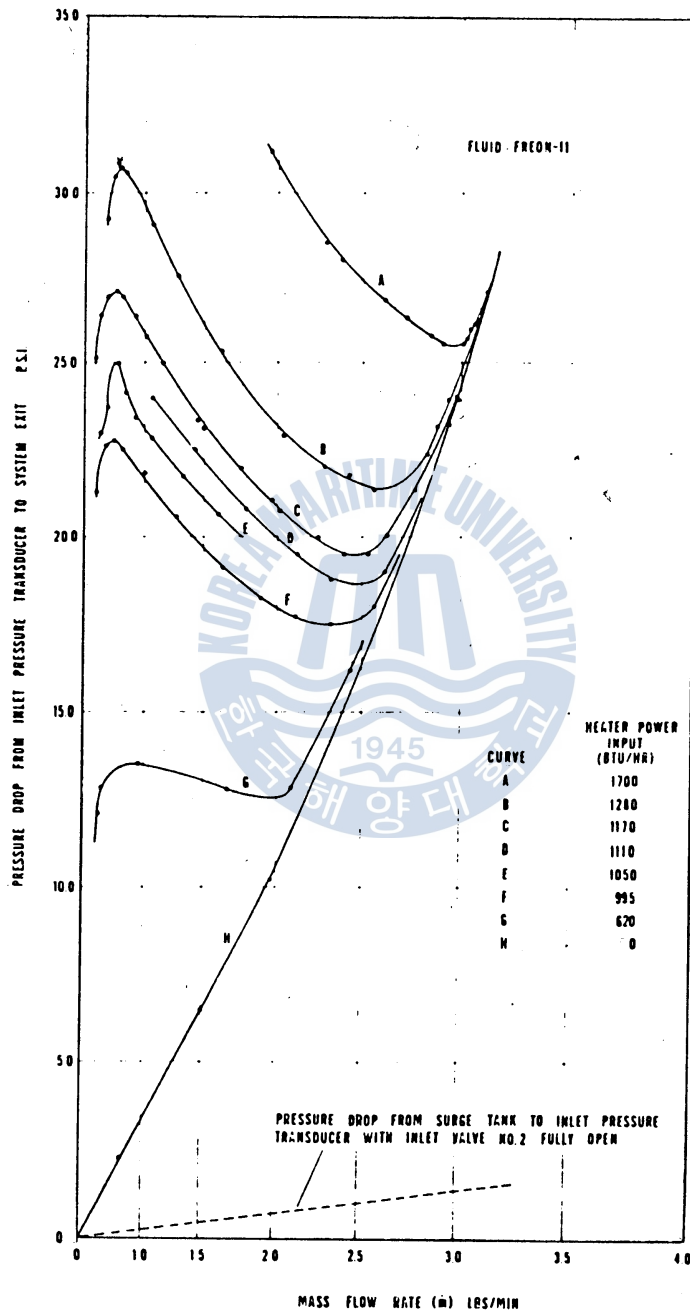


Fig. 4  $\Delta P - \dot{m}$  curves when freon-11 is used as coolant. 7)



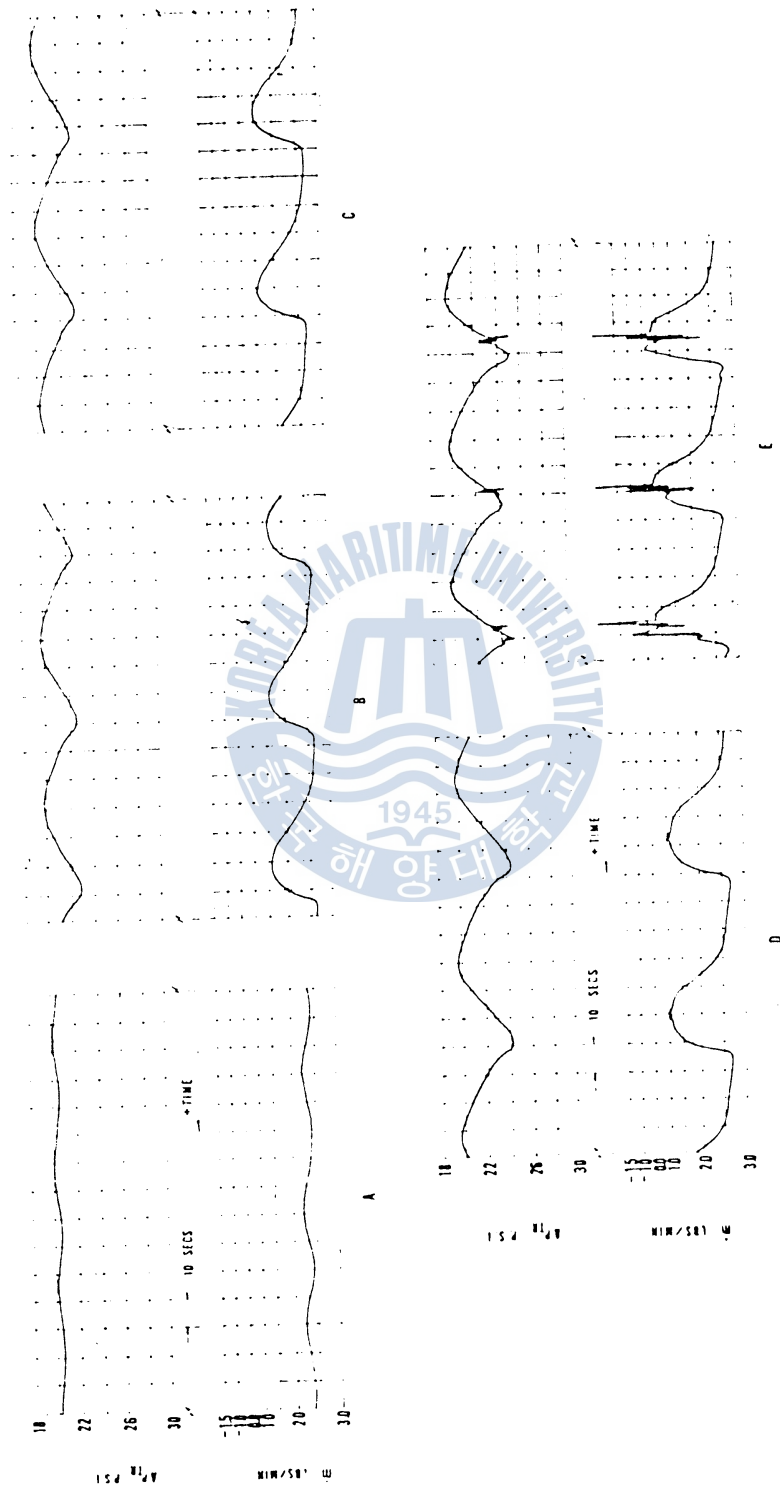


Fig. 5 Pressure drop and density wave oscillations at channel load of 1170 BTU/hr corresponding to limit cycles.

(1)  $K_0 > 0, K_i > 0$

$$(2) \quad H_i = \begin{vmatrix} K_1 & K_3 & K_5 & K_7 & 0 & 0 & 0 \\ K_0 & K_2 & K_4 & K_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & K_3 & K_5 & K_7 & 0 & 0 \\ 0 & K_0 & K_2 & K_4 & K_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 & K_3 & K_5 & K_7 & 0 \\ 0 & 0 & K_0 & K_2 & K_4 & K_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_1 & K_3 & K_5 & K_7 \end{vmatrix} > 0 \quad (41)$$

但  $i=1, 2, \dots, 7$ .

Nyquist 安定條件은 Nyquist線圖를 그리는 것이 容易하고 判別條件도 간단하며 同時에 安定度도 알 수 있어서 많이 利用되고 있다. 이 線圖를 利用한 2相流의 安定性 判別은 다음 節에서 자세히 說明될 것이다. 또 狀態方程式을 活用하면 보다 간편하게 電子計算機에 依하여 動特性을 分析하고 또한 近似解도 얻을 수 있다.

狀態方程式 (33)의 解는 다음과 같이 된다.<sup>30, 31)</sup>

$$\delta j_i(t) = \phi(t) \delta j_i(0) + \int_0^t \phi(t-\tau) B \delta x_i(\tau) d\tau \quad (42)$$

이때의 出力은 다음과 같이 주어진다.

$$\delta j_i(t) = D \phi(t) \delta j_i(0) + \int_0^t D \phi(t-\tau) B \delta x_i(\tau) d\tau \quad (43)$$

위 式에서 狀態遷移매트릭스(State Transition Matrix),  $\phi(t)$ 만 求할 수 있다면 系統의 安定性과 解를 쉽게 얻을 수 있다. Series方法이나 Resolvent Matrix法에 依하여<sup>34)</sup> 이 매트릭스를 求해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi(t) &= L^{-1} \{ [SI - A]^{-1} \} = \frac{\text{adjoint} [SI - A]}{\det [SI - A]} \\ &= \frac{\text{adjoint} [SI - A]}{\sum_{i=0}^7 K_i S^{(7-i)}} = \frac{\text{adjoint} [SI - A]}{F_7(s)} \\ &= e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(At)^k}{k!} \\ &= \begin{pmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) & \dots & \phi_{17}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) & \dots & \phi_{27}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{71}(t) & \phi_{72}(t) & \dots & \phi_{77}(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

위 式에서 알 수 있는 바와 같이 狀態遷移매트릭스는 傳達函數의 特性方程式에 따라 一意的으로 決定되므로, 系統이 安定할려면 이 매트릭스는 安定한 매트릭스(Stable Matrix)가 되어야하며<sup>35)</sup>, 만약 이 매트릭스의 한 要素라도 發散項을 가지고 있다면 不安定하게 된다. 또한  $\phi_{ii}(t)$ 에  $\sin \omega t$  혹은

cos ωt의 項을 包含하면 2相流의 運動은 振動모우드(Oscillatory Mode)가 되고 正의 指數項만 있다면 逸走모우드(Excursive Mode)가 되는 것을 알 수 있다.

### 第 3 章 數值計算과 시뮬레이션

#### 3.1 一般傳熱管에 대한 2相流의 數值計算

電氣로 加熱되는 傳熱管 內의 2相流에 대하여서는 많은 實驗들이 시행되었으나 直立併列管에 물을 冷却材로 사용한 實驗은 많지 않고, 특히 運轉壓력과 傳熱管當 負荷와 流量 등을 變化시켜 多樣的 實驗을 행한 것으로는 Quandt의 實驗<sup>3)</sup>이 有名하다. 0.097"×1.0"×27" 크기의 傳熱管을 使用하였고 거의 併列傳熱管에 가까운 境界條件 아래 傳熱管當 熱負荷 32kw-128kw, 過冷却度 5°~155°F, 壓力 600psia~1600psia 사이에서 實驗이 시행되었다. 表·1은 위 實驗裝置와 實驗條件의 데이터를 (30 B)式과 (33)式에 代入하여 計算한 結果를 實驗結果와 比較한 것이다. 數值計算結果는 대체로 實驗結果와 一致하나 相當한 誤差가 存在하는 것은 實際의 2相流는 熱力學上的 不平衡으로 過冷却狀態에서 一部 沸騰現象이 일어나고, 2相流 中에는 一部 過熱液體가 混在하여 過渡狀態에서의 氣體의 壓縮性은 2相流의 振動에 相當한 影響을 미치기<sup>2), 7)</sup> 때문인 것으로 생각된다. 그러나 아직 이에 대한 正確한 데이터나 메커니즘이 밝혀지지 않았고 理論式도 開發되어 있지 않다.

Table 1. Experimental and Calculated Flow Oscillation Data

Pressure(P) lb/in <sup>2</sup> a	Inlet sub-cooling °F	Experimental Values <sup>3)</sup>				Result	Calculated Values		
		Initial flow lb/hr/ft <sup>2</sup> ·10 <sup>-6</sup>	Heat flux btu/hr·ft <sup>2</sup> ·10 <sup>-6</sup>	Frequency c. p. s.	(Author)		(Quandt)		
					Damping factor kg/cm <sup>2</sup> /m/sec		Frequency c. p. s.	Frequency c. p. s.	
600	36	2.7	0.514	2.9	DO	0.0320	4.7	3.1	
800	55	0.81	0.27— 0.341	1.2	O	0.01766	3.3	1.6	
800	55	1.00	0.307— 0.355	1.3	O	0.0144	3.3	1.7	
800	55	1.95	0.481— 0.502	2.0	O	-0.00198	3.25	2.4	
800	55	2.91	0.670	2.9	DO	-0.0138	3.2	3.2	
800	68	3.62	0.962	1.4	DO	-0.0541	2.27	3.7	
1200	61	1.00	0.390	1.6	DO	0.0256	1.61	1.8	
1200	61	1.40	0.470	2.0	DO	0.0211	1.55	2.1	
1200	61	1.96	0.620	—	DO	0.0226	1.87	2.5	

Note : O : Oscillation occurred first.

DO : Oscillation and burnout occurred simultaneously.

위 Quandt의 計算結果는 偏微分方程式으로 부터 求하였기 때문에 筆者의 것보다 精度가 높은 것으로 생각된다.

### 3.2 輕水型原子爐 내에서의 2相流의 舉動解析

原子爐의 中性子の 動特性을 考慮한 2相流의 安定性에 對하여서는 研究分野가 서로 상이한 關係로 Lahey 및 Zivi의 研究結果를 除外하면 參考할 다른 資料를 찾기 힘들다. 따라서 여기에서는 理論式에 對한 數值解析結果나 시뮬레이션 結果를 分析해 보는 것으로, 他 研究나 實驗結果와 比較檢討할 수 있는 機會가 적어서 아쉬운 감이 있다. 그러나 本 分析結果는 物理的인 메커니즘이 解析結果와 잘 一致하므로 實驗이나 製作 및 運轉에 相當한 도움을 줄 것으로 생각된다. 數值計算과 시뮬레이션에 使用된 電子計算機의 仕様은 아래와 같다.

Maker and Type	FACOM	U-300
Main Memory	64 K Bytes	
Auxilliary Memory	2.5M Bytes	

前節에 論한 2피이드백 效果를 가진 原子爐의 安定性에 對하여서는 많은 研究結果가 發表되었고 輕水型原子爐는 特殊한 경우를 除外하면 負荷制御面에 보아 대체로 安定한 原子爐로 볼 수 있다.

그림·4에서 알 수 있는 바와 같이 原子爐側의 動特性이 不安定하면 2相流는 이의 影響을 받는다 같이 不安定해 지므로 여기서는 이러한 경우에 對하여서는 더 論하지 않기도 한다. 다만 安定한 負荷制御特性을 가진 原子爐의 動特性이 2相流의 舉動에 어떠한 影響을 미치는가를 前節에서 論한 制御理論을 應用한 數值計算을 통해서 檢討해 보고져 한다. 또한 B係數는 原子爐내의 2相流에 크다면 影響을 미치므로 便宜上 이의 安定性을 分析함에 다음 3가지 경우를 例로 들고 이의 分析結果를 基礎로 系統全體를 解析하기로 한다. Case A는 原子爐와 連關되지 않은 2相流가 安定한 狀態로  $B > 0$  일 경우이고, Case B는 不安定한 狀態로  $B < 0$  일 경우이며, Case C는 安定과 不安定의 境界 즉  $B = 0$  일 경우이다. 表·2는 沸騰輕水型 原子爐(BWR)에 對한 데이터<sup>22), 23)</sup>이며, 表·3은 Quandt의 實驗 데이터를 理論式에 代入하여 計算한 데이터이다.

이들 데이터들은 標本 데이터로써 數值計算과 시뮬레이션에 適用되었다.

Table 2 Parameters of a BWR, <sup>22), 23)</sup>

$T_r = 0.014$ (sec)	$K_r = 9.5 - 13.5$ (sec) <sup>-1</sup>	$T_p = 12.2$ (sec)
$T_q = 150 - 3.0$ (sec)	$K_q = 10.55$ (m <sup>2</sup> )	$T_f = 100 - 5.0$ (sec)
$T_s = 2.0 - 0.1$ (sec)	$K_b = 4.16$ (kw·sec) <sup>-1</sup>	$K_f = 0.0143$ (°C/kw·sec)
$\lambda = 0.083$ (sec <sup>-1</sup> )	$\beta = 0.00855$	$l = 1.2 \times 10^{-4}$ (sec)
$\alpha_{r,s} = -7 \times 10^{-6}$	$\alpha_{r,f} = -2.6 \times 10^{-4}$ (°C <sup>-1</sup> )	

Table 3 Parameters of the heated channel

$A = 0.0059 - 0.00635$ ( $\frac{\text{kg} \cdot \text{sec}^2}{\text{cm}^2 \cdot \text{m}}$ )	$B = 0.018 - 0.03$ ( $\frac{\text{kg} \cdot \text{sec}}{\text{cm}^2 \cdot \text{m}}$ )	$C = 0.076 - 0.0665$ ( $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{m}}$ )
$D = 0.009 - 0.032$ (kg/cm <sup>2</sup> ·°C)	$E = 226.67 - 492.9$ ( $\frac{\text{kg} \cdot \text{sec}}{\text{k cal}}$ )	$F = 0.0079 - 0.0087$
$G = 0.3975 - 0.19$ (sec/m)	$H = 0.0135 - 0.0116$ (°C <sup>-1</sup> )	$J = 0.0145 - 0.0146$ (m <sup>2</sup> /kg)

(1) Hurwitz條件 및 Nyquist線圖에 依한 安定性 및 安定度分析

前節의 (41)式의 Hurwitz 行列式에 表·2, 表·3의 값들을 代入한 후 그 값을 求해보면 아래와 같이 Case A에서는 低負荷에서만 2相流는 安定하며 高負荷에서는 不安定해진다. Case B 및 Case C에서는 低負荷에서도 不安定하다.

Hi	Case A	Case B	Case C
H <sub>1</sub>	0.1126572 E 02	0.1126572 E 02	0.1081212 E 02
H <sub>2</sub>	0.2318535 E 03	-0.5010371 E 02	0.3521393 E 00
H <sub>3</sub>	0.1450961 E 06	-0.9657678 E 06	-0.1929907 E 06
H <sub>4</sub>	0.4434604 E 09	-0.5681328 E 10	-0.3193149 E 09
H <sub>5</sub>	0.1262352 E 12	-0.3155374 E 13	-0.4766818 E 11
H <sub>6</sub>	0.6153597 E 12	-0.3016371 E 14	-0.1206667 E 12
H <sub>7</sub>	0.5415178 E 10 (41KW)	-0.5244090 E 12 (81KW)	-0.5438848 E 09 (21KW)

Hurwitz條件은 어떤 狀態나 條件 아래서의 安定與否만을 判別할 수 있을 뿐 어떤 다른 情報는 가지고 있지 않은 缺点이 있다. 그러나 Nyquist線圖로 부터는 安定性和 安定度を 同時に 알 수 있어서 便利하다.<sup>29), 30)</sup> 一巡傳達函數에서 S를 變數로 하여 그리는 Nyquist線圖는 그리는 데 어려움이 따르지 않고 Nyquist 安定條件도 다음과 같이 간단하다.

$$Z = R + P \tag{45}$$

但 Z : 閉루프(Loop) 傳達函數에서 不安定한 極(pole)數

R : Nyquist 軌跡의 (-1, 0.0j)點을 時計方向으로 回轉하는 數

P : 一巡傳達函數에서 不安定한 極(Pole)數

만약 2相流가 安定하려면 언제나 Z=0 이어야 한다. 또 Nyquist線圖에서 安定도는 負의 實軸上에서 軌跡의 交點과 (-1, 0.0j)點 사이의 距離는 不安定도를 나타내므로 이 線圖로 부터 安定性和 安定도를 함께 알 수 있다.

原子爐內의 2相流系統의 一巡傳達函數는 그림·1로부터 다음式과 같이 주어진다.

$$G_{OL}(s) = \alpha_{rv} \cdot E \cdot G \cdot G_{2\phi}(s) \cdot G_R(s) \\ = \frac{(E \cdot G \cdot \alpha_{rv} \cdot S) \cdot \left\{ \sum_{i=0}^2 b_i S^{(3-i)} \right\}}{(AS^2 + BS + C) \cdot \left\{ \sum_{i=0}^5 C_i S^{(5-i)} \right\}} \tag{46}$$

(46)式에 表·2 및 表·3의 데이터를 代入한 후 Nyquist 線圖를 그리면 그림·6A 및 그림·6B와 같다.

그림·6A의 Case A에서 2相流는 低負荷에서는 R=0, P=0, Z=0 이어서 安定하나 高負荷에서는 R=2, P=0, Z=2+0=2 즉 S平面的 右半面에 2개의 不安定한 根들이 存在하므로 不安定해진다. 또한 負荷가 增大할수록 (-1, 0.0j)點으로 부터 멀어지므로 安定도는 減少함을 알 수 있다. 이러한 2相流의 不安定은 피이드 백 利得의 增大로 인한 것임을 쉽게 理解할 수 있다.

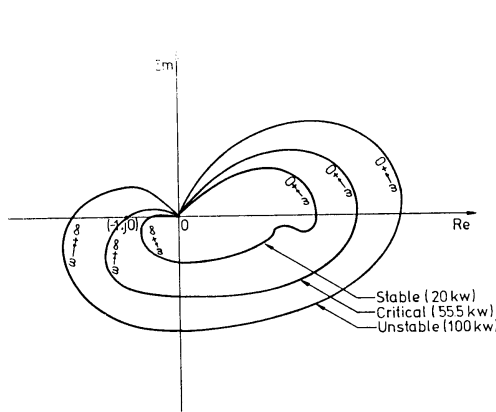


Fig. 6A Nyquist plot of the two-phase flow system in the case of  $B > 0.0$ .

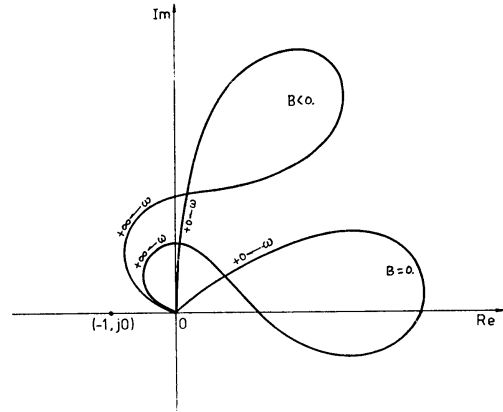


Fig. 6B Nyquist plot of the two-phase flow system in the case of  $B = 0$  and  $B < 0.0$ .

그림 6B의 Case B 및 Case C에서는 負荷에 關係없이 Nyquist 安定條件을 滿足시킬 수 없으므로 언제나 不安定하다. 이는 原子爐의 中性子の 動特性에 의하여 2相流의 安定도가 줄어들 뿐 改善될 수 없음을 意味한다.

(2) 電子計算機에 依한 시뮬레이션

Nyquist線圖에 의하여서는 2相流의 過渡狀態에 대하여서는 전혀 알 수가 없다. 그러나 電子計算機를 利用하면 狀態方程式으로 부터 比較的 쉽게 近似解를 얻을 수 있어 2相流의 過渡狀態에서의 舉動을 자세히 把握할 수 있다.

그림·7A과 그림·7B는 4가지의 階段狀의 外亂이 2相流系統에 주어졌을 때 각각의 過渡應答을 電子計算機에 의하여 시뮬레이션 해 본 것으로 外亂의 種類에 關係없이 모우드(Mode)는 같으나 振幅만이 相異한 것을 바로 알 수 있다. 이는 外亂이 서로 틀리더라도 同一한 狀態遷移매트릭스를 共有하고 있기 때문이다.

앞에서 分析한 바와 같이 Case A에서는 負荷가 적으면 安定하나 Case B에서는 2相流는 모두 發散하므로 不安定하다.

그림·8은 Case A에서 傳熱管當 熱負荷를 變更시켰을 때 過渡應答을 그린 것으로 負荷가 커지면 2相流는 不安定해지고 振動周波數는 높게 된다. 이는 運轉中인 原子爐에서 Xe-135 또는 Sm-149의 濃도가 變動하여 全體爐의 出力은 一定하더라도 一部 領域의 爐心에서는 過負荷가 걸려서 2相流가 不安定해질 수도 있음을 意味하여, 負荷를 줄이면 이러한 不安定한 現象은 사라지게 됨도 알 수 있다.



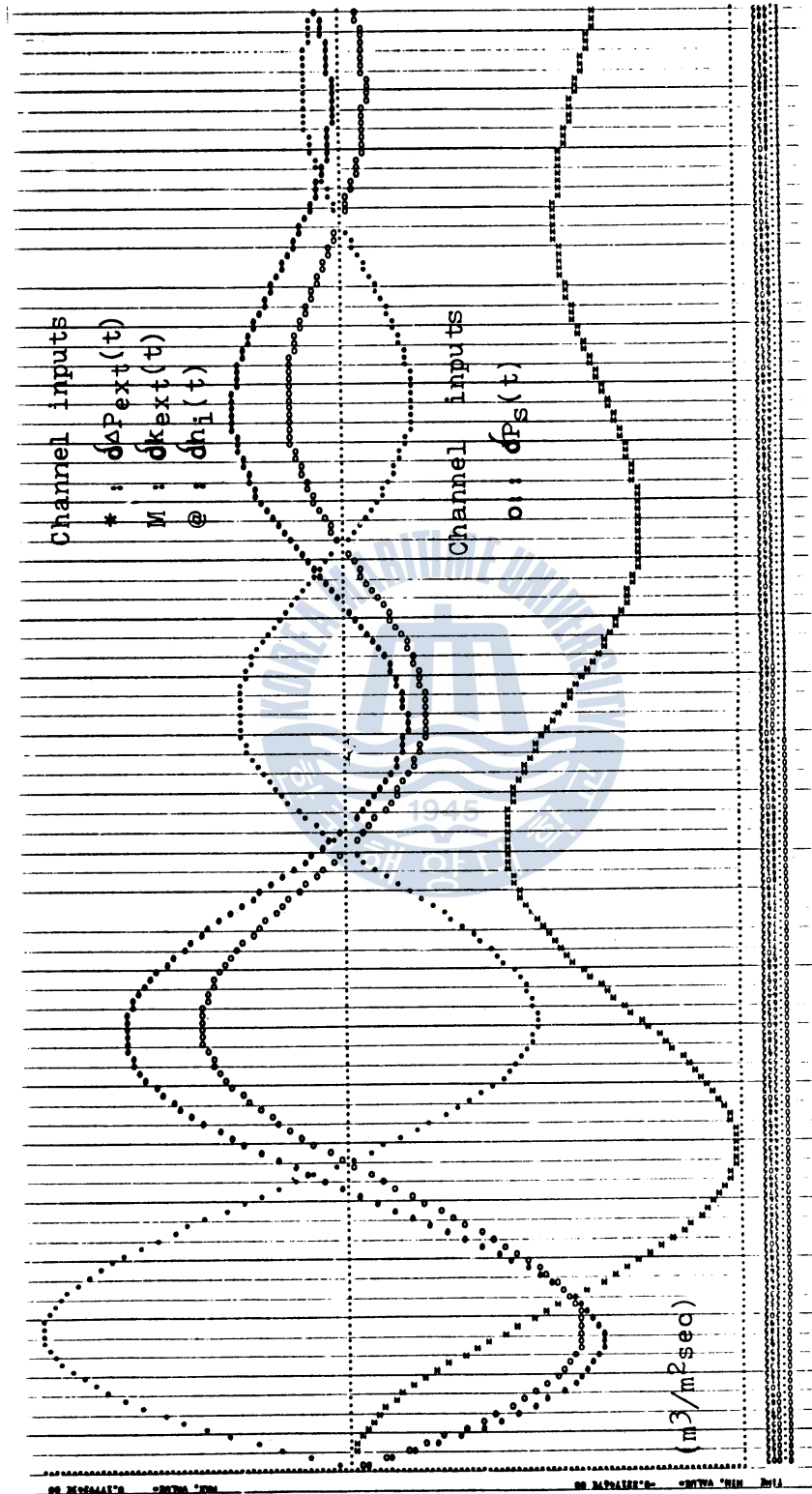


Fig. 7A The transient behaviors of the coolant flow to each step disturbance at low load in the Case A.

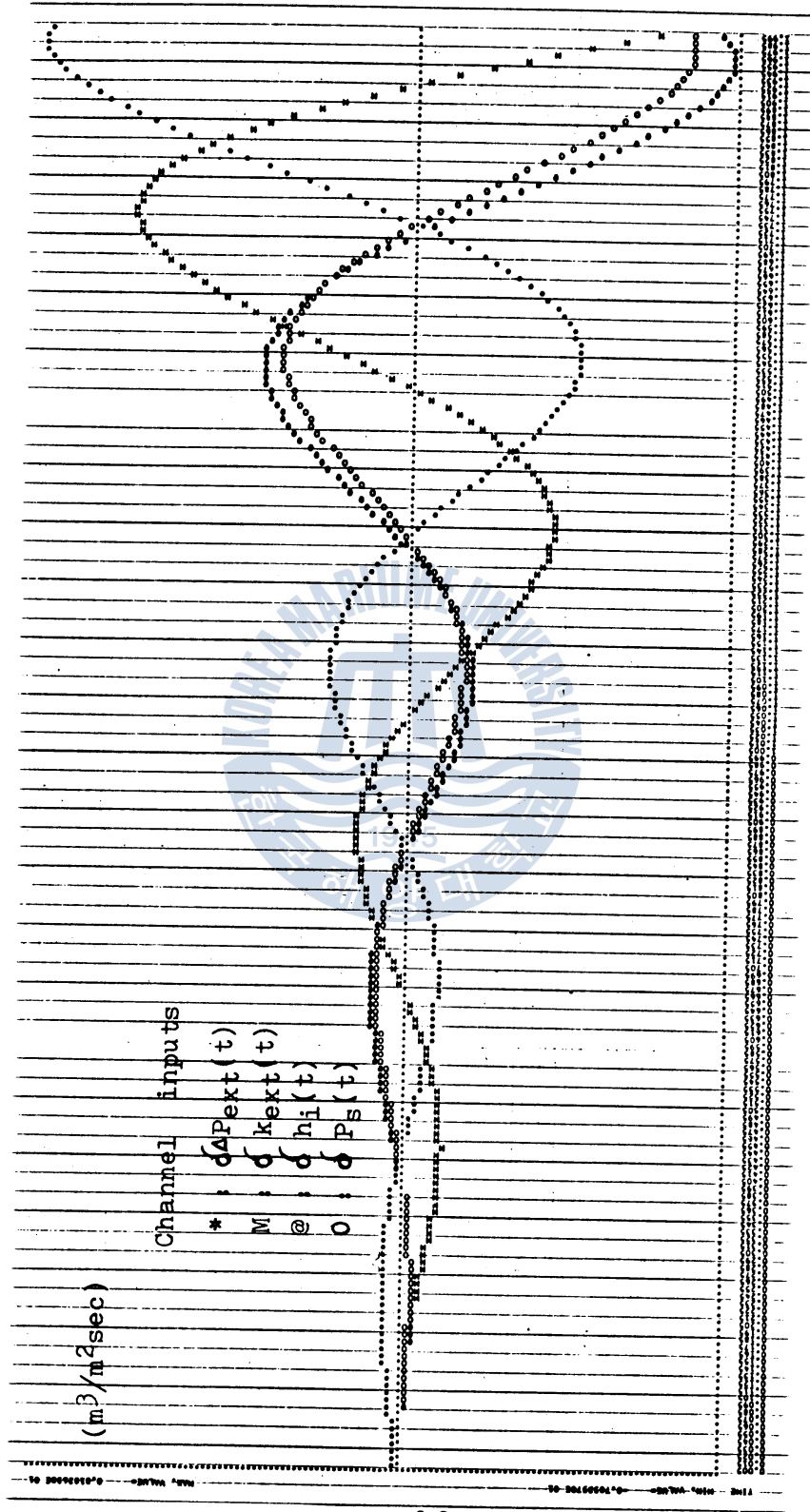


Fig. 7B The transient behaviors of the coolant flow to each step disturbance in the Case B



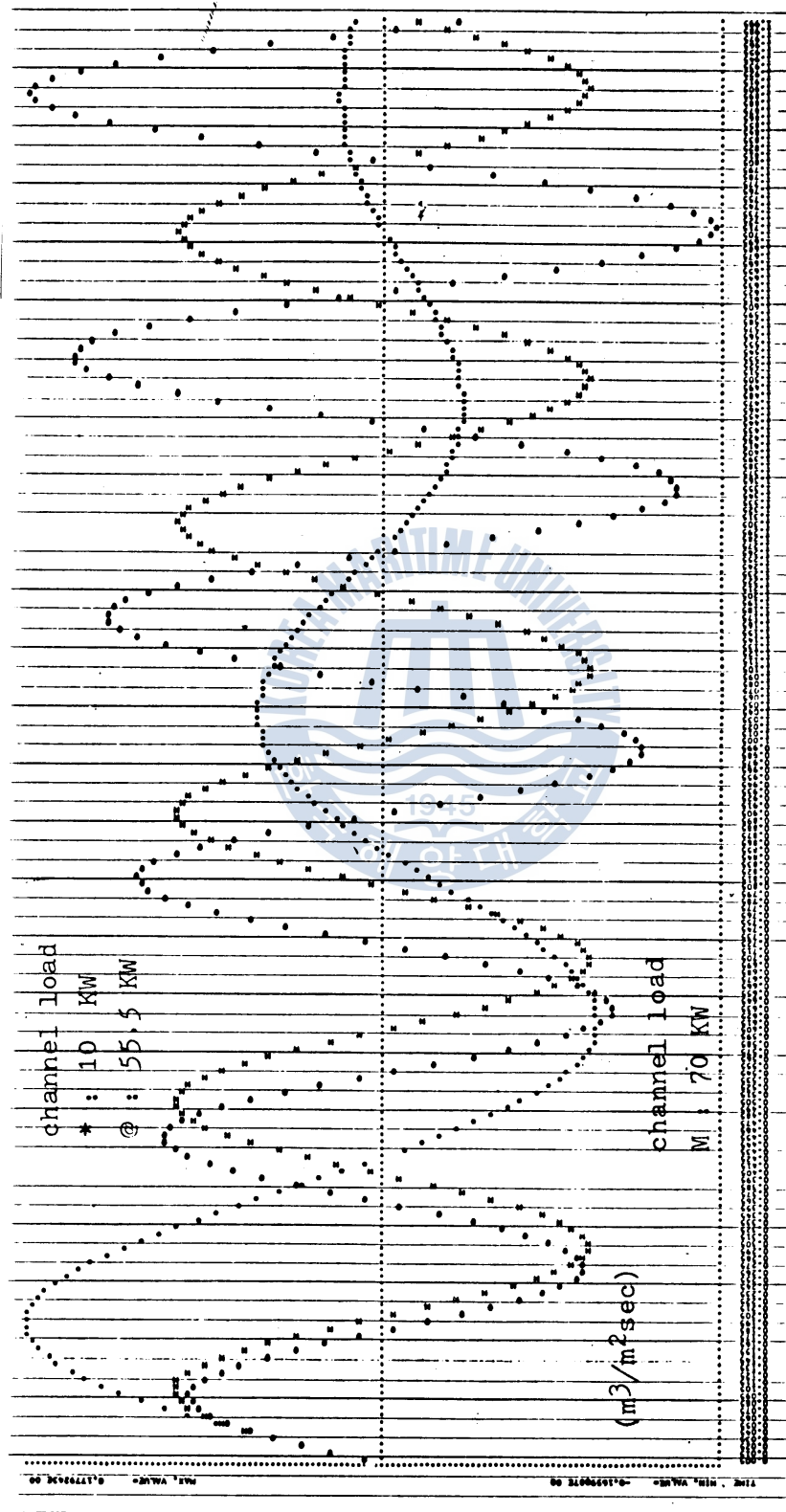


Fig. 8 The transient behaviors of the coolant flow to step  $\delta A/P_{ext}(t)$  at various channel loads in the Case A.

## 第 4 章 結果 및 考察

### 4.1 2相流의 安定化對策

傳熱管內의 2相流를 安定化하는 方法은 制御工學上 여러가지가 있으나 이를 위하여 別途의 PID 制御器를 設置한다든지 最適制御理論에 따라 入力을 調節하는 등의 方法들은 事實上 實現性이 없으므로 別 意味가 없다. 따라서 本節에서는 安定性에 關與하는 여러 係數中 調整가능한 係數들에 대하여 그 調整效果를 理論式과 數值計算을 通하여 考察해 보고져 한다. 工學上 調整可能한 파라메터로서 2相流側에는  $B$ 係數를 原子爐側에는 時定數  $T_f$  및  $T_g$ 를 選定하여 Nyquist線圖에 의하여 調整效果를 규명해 보았다.

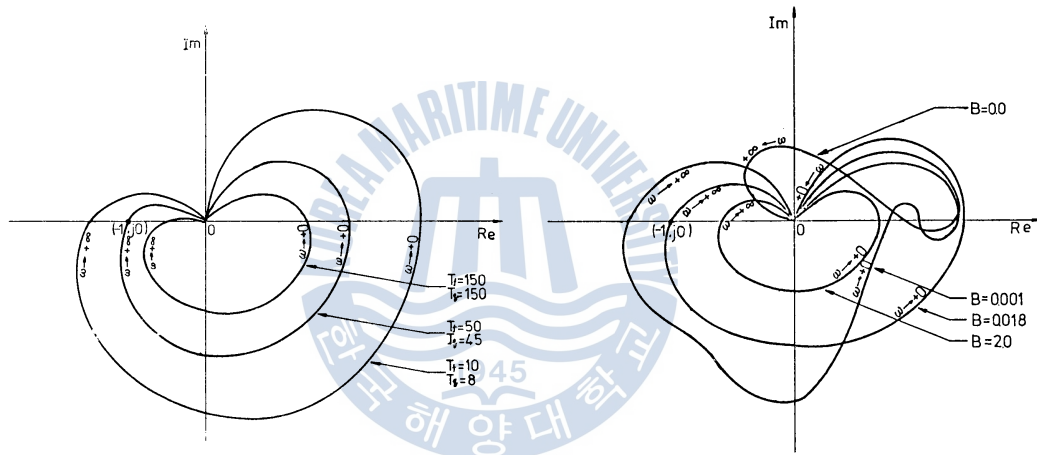


Fig. 9A Nyquist plot of the two-phase flow system showing the effects of time constant adjustment of a BWR.

Fig. 9B Nyquist plot of the two-phase flow system showing the effects of B parameter adjustment in a BWR.

그림·9A는  $T_f$  및  $T_g$  파라메터들을 變化시켰을 때 安定度의 變化를 나타낸것으로, 原子爐의 傳熱管과 核燃料의 時定數가 크면 2相流에 대한 影響力이 減少하여 安定하고, 이것이 적어지면 피이드백 效果가 增大하여 2相流는 不安定하게 되는 것으로 解析할 수 있고, 또한 2相流의 振動數에 原子爐에서의 피이드백 周波數가 接近하여 일어나는 現象이라고도 解析할 수 있을 것이다. 이는 Lahey의 研究結果<sup>13)</sup>와 一部 一致한다. 그림·9B는  $B$ 係數가 클수록, 즉 流速變化에 대한 管磨擦力에 依한 壓力降下率이 增大할수록 2相流가 安定해 積은 一般 2次系의 理論과 잘 一致한다. 따라서 原子爐 設計時 可能하면 核燃料 및 被覆材의 時定數가 커지도록 하여야 할 것이며 傳熱管의 減衰係數도 가능한 크게하여 2相流의 安定度를 增大시켜야 할 것이다.

또 運轉中에 惹起되는 不安定한 2相流는 負荷를 줄임으로써 安定化할 수 있음을 그림·6A에서 쉽게 알 수 있다. 係數  $B$ 는 管의 幾何學的인 形象이나 運轉條件들에 많은 影響을 받으므로 다음節에

서 자세히 이를 說明하고자 한다.

#### 4.2 傳熱管의 減衰係數에 對한 考察

原子爐와 連結되지 않은 2相流의 安定性은  $\Delta P - \langle j \rangle$  曲線에서 負의 값을 가지는 部分이 있는가의 與否에 依하여 決定되므로 運轉時나 爐設計時 負의 값을 가지지 않도록 한다면 不安定한 2相流의 發生을 防止할 수 있을 것이다.

$B$ 係數의 크기에 影響을 미치는 因子로서 管의 크기와 길이, 上昇管部의 設置與否, 入口 및 出口 流量制限裝置의 設置 등과 같이 管의 幾何學的 要素와 運轉壓力, 冷却材의 入口 엔탈피와 流量, 傳熱量 등과 같은 運轉狀態에 關係되는 것과 境界條件들이 있으나 앞절의 假定에 의하여 境界條件들을 간단화하여 解析하였다. (30B)式을 變形시켜 다시 쓰면 (47)式과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\rho_f \cdot \Omega_o}{g_c} \left[ L_H \left\{ 1 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{4D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \right. \\
 &\quad + \mu(L_R - L_H) + \frac{j_{io}}{\Omega_o} \left\{ \frac{L_H \cdot f}{D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{D_{HR}} + K_E + K_I \right\} \\
 &\quad \left. - T_Q \cdot j_{io} \left\{ 2 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{2D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \right] \\
 &= \frac{\rho_f \cdot \Omega_o}{g_c} \left[ L_H \left\{ 1 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{4D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} + \mu(L_R - L_H) \right. \\
 &\quad \left. L_Q \left\{ \frac{L_H \cdot f}{D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{D_{HR}} + K_E + K_I \right\} - \lambda_o \left\{ 2 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{2D_H} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \right] \tag{47}
 \end{aligned}$$

(47)式을 다시 整理하면 (48)式을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\rho_f \cdot \Omega_o \cdot j_{io}}{g_c} \left[ \frac{L_H}{j_{io}} \left\{ 1 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{4D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} + \frac{\mu(L_R - L_H)}{j_{io}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\Omega_o} \left\{ \frac{L_H \cdot f}{D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{D_{HR}} + K_E + K_I \right\} \right. \\
 &\quad \left. - T_Q \left\{ 2 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{2D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \right] \\
 &= \frac{\rho_f \cdot \Omega_o \cdot j_{io}}{g_c} \left[ T_I \left\{ 1 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{4D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\mu(L_R - L_H)}{j_{io}} + T_Q \left\{ \frac{L_H \cdot f}{D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{D_{HR}} + K_E + K_I \right\} \right. \\
 &\quad \left. - T_Q \left\{ 2 + \frac{(L_H - \lambda_o)f}{2D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \right] \tag{48}
 \end{aligned}$$

위 (47)式과 (48)式에서 [ ]내의 값이 負의 값을 가질 때는  $B$ 는 負의 값을 갖게 되며, 管의 傳熱部의 길이 ( $L_H$ )는 設計時에 決定되나 管入口流速 ( $j_i$ ), 特性相變化周波數 ( $\Omega$ ), 液相의 길이 ( $\lambda$ ), 過冷却 流體가 飽和狀態에 이르기 까지 所要되는 時間 ( $T_Q$ ) 등은 모두 運轉條件들에 의하여 決定된다. 따라

서 單位相變化에 所要되는 길이( $L_a = j_i/\Omega$ )에 比하여 液相의 길이( $\lambda$ )가 길어질 경우에는 負의 값을 가지기 쉽게된다. 만약 入口流速( $j_i$ )가 一定하다면 傳熱管內에서 相變化的 周期( $T_a = 1/\Omega$ )와 流體가 過冷却을 잃는데 要하는 時間( $T_c$ )의 값에 의하여  $B$ 의 값이 決定될 것이다.

$B$ 가 正의 값을 가져 2相流가 安定하려면 다음 (49)式을 언제나 滿足하여야 할 것은 勿論 原子爐內의 傳熱管은 中性子の 動特性的 影響을 받아 그 安定도가 減少하므로 相當한 크기의 正의 값을 가져야만 2相流가 安定하게 됨을 그림·9B에서 알 수 있다.

$$L_H \left\{ 1 + \frac{(L_H - \lambda_0)f}{4D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} + \mu(L_R - L_H) \\ + L_a \left\{ \frac{L_H \cdot f}{D_H} + \frac{\mu^2(L_R - L_H)f}{D_{HR}} + K_E + K_I \right\} > \lambda_0 \left\{ 2 + \frac{(L_H - \lambda_0)f}{2D_H} \right. \\ \left. + \frac{\mu^2(L_R - L_H)}{2D_{HR}} + \frac{K_E}{2} \right\} \quad (49)$$

$\Omega$ 와  $T_c$ 는 (A-13)式과 (13)式에서 알 수 있는 바와 같이 流體의 物理的 性質, 管의 크기, 運轉 壓力, 過冷却度, 傳熱量 등의 값에 의하여 定해지는 物理量으로 이들에 대한 効果는 간단하지 않으므로 다음에 이를 개별적으로 分析해 보고져 한다.

#### (1) 運轉條件에 依한 影響

Quandt 實驗데이터를 (36)式에 代入한 후 運轉壓力, 傳熱量, 過冷却度 등이 變動할 경우 計算한 結果를 그림으로 그린것이 그림·10A, 그림·10B, 그림·10C이다.

그림들에서 流量이 너무 커지면 液相에, 너무 적어지면 氣相에 가까우므로  $B$ 의 값은 供給의 法則에 따라 언제나 正의 값을 가지나 그 중간영역은 液相과 氣相이 發達하는 2相領域으로, 流量이 增加하면 沸騰境界가 移動하고 液相에서의 壓力降下의 增加보다 2相流에서의 壓力降下의 減少量이 더 커지게 되어  $B$ 는 負의 값을 가지게 된다. 따라서 이 領域에서는 流量이 增加할수록 管全體의 壓力降下는 줄어들게 되고, 每振動 싸이클(Cycle)마다 管內에서 蓄積되는 에너지는 增加하여 振動의 振幅이 增大하여 2相流는 不安定해 진다. 대개의 경우 蒸汽發生器나 原子爐 등은 이 領域에서 運轉되므로 이에 대한 各별한 注意가 必要하게 됨을 알 수 있다. 그림·10A에서 運轉壓力가 增加하면  $\Omega$  및  $T_c$ 는 減少하므로  $L_a$ 는 增大하고  $\lambda$ 는 減少하여 減衰係數  $B$ 의 값은 負에서 正의 값을 갖는다. 그림·10B에서 傳熱量이 增加하면  $\Omega$ 는 增大하고  $T_c$ 는 적어지나 過冷却도가 큰 境遇에는  $L_a$ 의 減少率이  $\lambda$ 의 減少率보다 크게되어 傳熱管의 減衰係數  $B$ 의 값은 正에서 負의 값을 갖게 된다. 그림·10C에서 流體의 過冷却도가 增大하면  $\Omega$ 는 變動없으나  $T_c$ 는 增大하여 負기울기의 曲線部分을 가지게 된다. 過冷却도가 적어지면 沸騰의 길이( $L_B$ )가 增大하여 2相流는 氣相에 가깝고, 너무 크면 液相의 길이( $\lambda$ )가 增大하여 液相에 가까우므로 負의 曲線部分이 나타나지 않는다. 즉 2相流가 發達하는 中間過冷却狀態에서만 負의 曲線部分이 出現하게 된다. 위의 解析結果들은 Mathisen<sup>37)</sup>, Crowley<sup>38)</sup>, Yadigaroglu<sup>39)</sup>의 實驗結果의 分析과 一致한다.

#### (2) 傳熱管의 幾何學的인 形象에 依한 影響

그림·11A 및 그림·11B는 傳熱管의 入口나 出口에 流體振動을 防止하기 위하여 流量制限裝置를 設



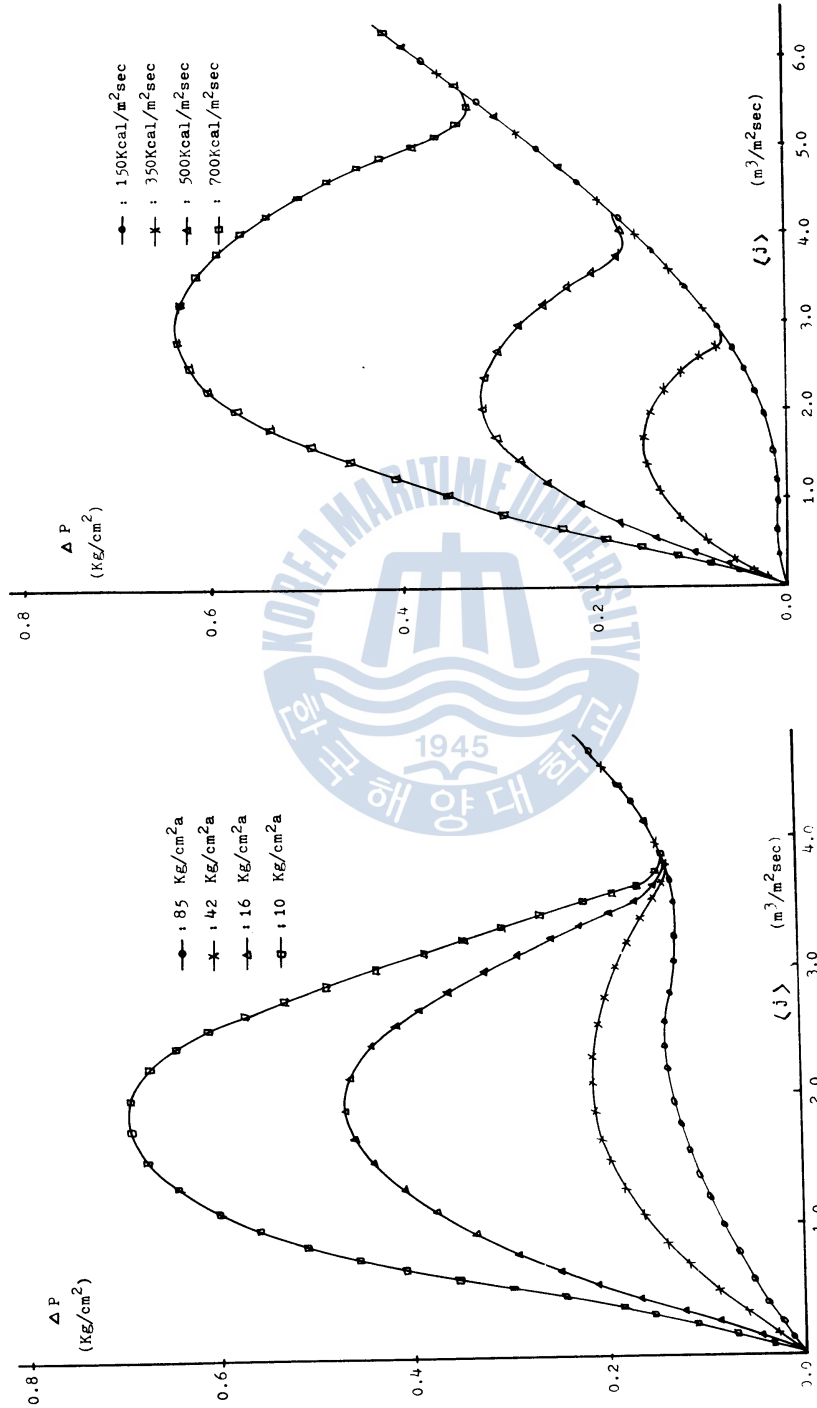


Fig. 10B  $\Delta P-\langle j \rangle$  curves showing the variation effects of heat transfer quantity

Fig. 10A  $\Delta P-\langle j \rangle$  curves showing the variation effects of operating pressure.

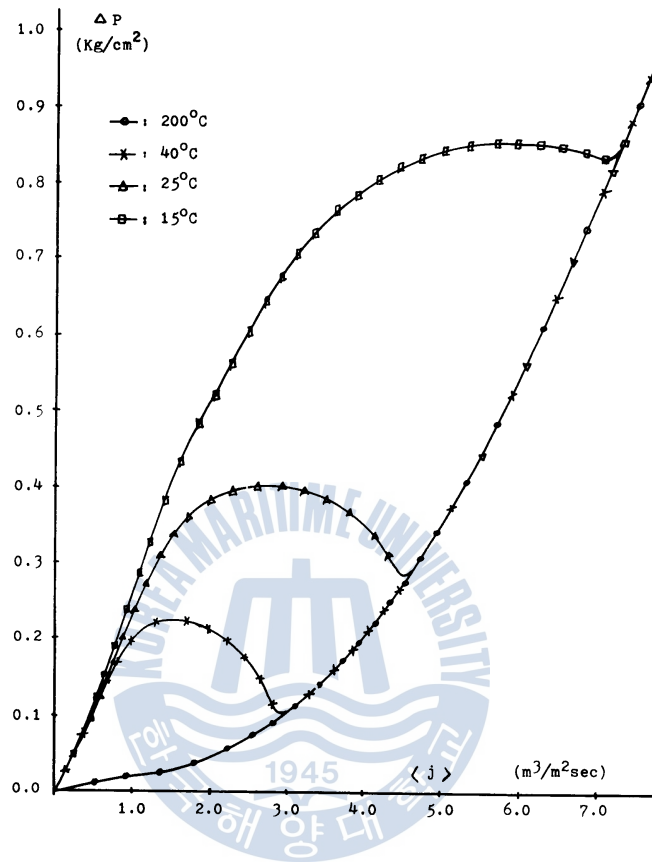


Fig. 10C  $\Delta P$ - $\langle j \rangle$  curves showing the variation effect of subcooling degree.

置하였을때, 그 效果를 나타내는 그림들이다. 入口流量制限裝置는 流量이 增加하면 液相에서의 磨擦力에 依한 壓力降下가 계속 增大함을 (47)式에서 알 수 있고, 따라서 負의 曲線이 생기는 것을 防止한다. 그러나 그림·11B에서 出口流量制限裝置는 高負荷의 경우 相變化의 길이( $L_D$ )는 짧고 高過冷却의 경우 液相의 길이( $\lambda$ )가 커져서 B의 값은 減少하여 負의 값을 갖게 되므로 出口에 流量制限裝置를 設置하거나 氣水分離裝置가 附着되어 있을 경우에는 2相流가 不安定해지기 쉬움을 알 수 있다.

傳熱管의 길이가 길면 길수록 高負荷, 高過冷却의 경우 流量이 增加하면 沸騰의 길이( $L_B = L_H - \lambda$ )가 줄어들어 氣泡發生이 더 減少하고 이에 수반하여 2相流測의 磨擦力에 依한 壓力降下가 크게 減少하여 流量이 계속 增加하게 되며, 反對로 流量이 減少하는 경우에는 2相流測의 氣泡發生이 더욱 增加하고 磨擦力에 依한 壓力降下가 더 增大하여 流量이 계속 줄어들게 되는 것으로 解析된다. 그림·12A에서 보는 바와 같이 管의 길이가 길수록 B의 값은 더 큰 負의 값을 가지게 됨을 알 수 있다. 위의 解析結果는 Crowley<sup>38)</sup>, Wallis<sup>6)</sup>, Jain<sup>40)</sup>의 實驗結果와 一致한다.

斷面積  $A_c$ 가 크게되면 (A-13)式에서  $\Omega$ 가 減少하여 相變化의 周期( $T_D$ )가 增大하고 (13)式에서  $T_D$ 도 增大하나  $L_H$  및  $T_D$ 側이 斷面積이 커질수록 더 빨리 커져서 B의 값은 負에서 正의 값을 가지게 됨을 그림·12B에서 알 수 있다.

그림·13A와 그림·13B는 上昇管部의 影響을 나타내는 그림들이다.

상변화의 길이 ( $L_D$ )가 液相의 길이( $\lambda$ )보다 클 경우에는 B는 더 큰 값을 가지게 되나, 液相의 길이가 더 길 경우에는 위 그림들에서 볼 수 있는 바와 같이 上昇管部의 길이( $L_R - L_H$ )가 길수록, 또 斷面積比( $\mu$ )가 클수록 B의 값은 減少하여 더 큰 負의 값을 갖게 됨을 알 수 있다. 이는 上昇管部는 傳熱管部의 影響을 받아 B의 값을 增幅하는 效果만을 가지고 있음을 意味한다. 이상의 分析結果를 綜合해 보면 B의 값은 入口流量制限裝置를 除外하고는 주로 運轉條件에 따라 變하는 相變化의 길이( $L_D$ )와 液相의 길이( $\lambda$ ), 또는 相變化의 周期( $T_D$ )와 過冷却消失時間( $T_D$ )의 크기에 따라 流量 增加時 液相에서의 壓力降下の 增加분에 對하여 2相에서의 壓力降下減少분이 決定 되고, 管의 幾何學的인 形狀은 그 效果의 增減에만 影響을 미치게 됨을 (47)式과 (48)式으로 부터 쉽게 理解할 수 있을 것이다. 그러나 2相流의 安定만을 考慮하여 負荷를 줄인다던가 管의 길이를 짧게 하는 일은 工學上 쉽지 않은 일이다.

原子爐를 設計할 경우 中性子の 舉動을 먼저 고려해야 되므로 위의 係數 모두를 考慮하여 設計하는 것은 매우 어려운 것으로 생각된다. 그러나 管出入口의 流量制限裝置와 上昇管部는 爐心の 中性子와는 關係가 적으므로 이들을 調整하여 2相流의 安定度を 增加시키는 것이 좋을 것이나, 出口流量制限裝置나 上昇管部 및 出口氣水分離器 등은 경우에 따라 B의 값을 減少시켜 安定도가 줄어들게 되므로 이의 設置에는 慎重을 기해야 할 것이다. 이와 反對로 入口流量制限裝置는 언제나 B의 값을 增大시켜 주므로 가장 간편하게, 또한 가장 效果的으로 2相流의 安定성을 確保하는 方法이다, 그러나 冷却材가 強制循環方式이 아니고 自然循環方式의 경우나 LOCA事故時에는 傳熱管의 過熱을 防止할 流量確保에 어려움이 있으므로 이의 設置에는 注意를 要한다.

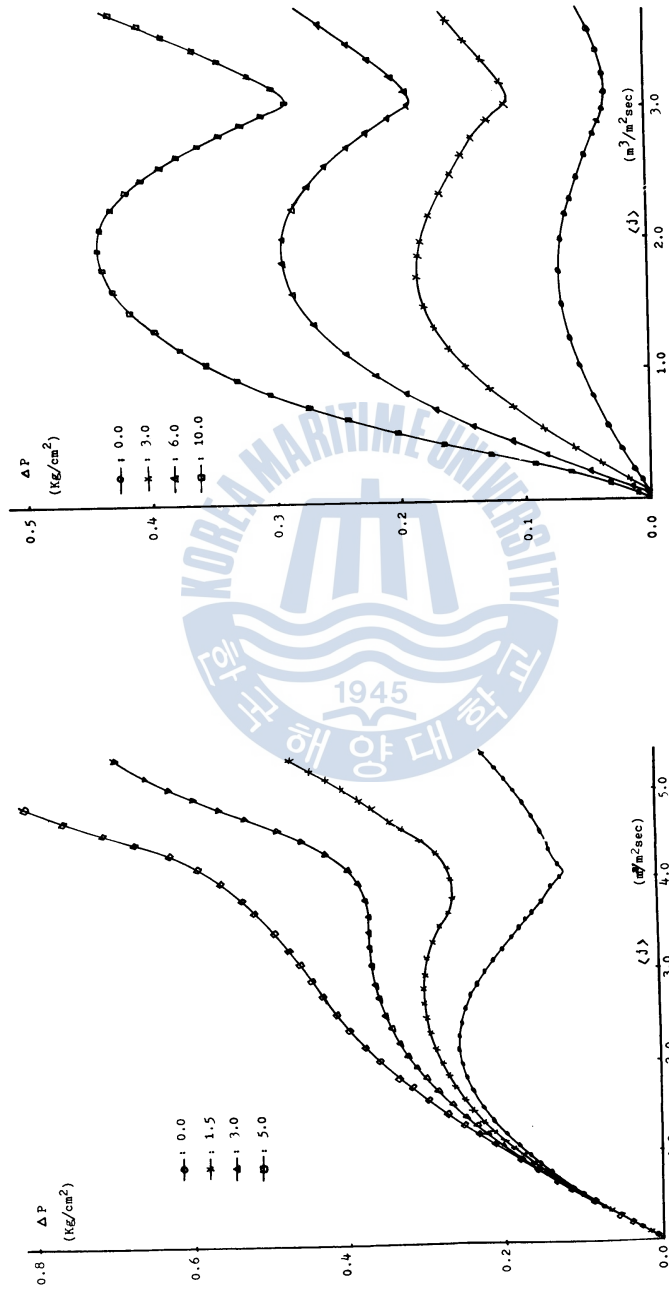


Fig. 11B  $\Delta P$ - $\langle V \rangle$  curves showing the effect of exit orifice.

Fig. 11A  $\Delta P$   $\langle V \rangle$  curves showing the effect of inlet orifice.



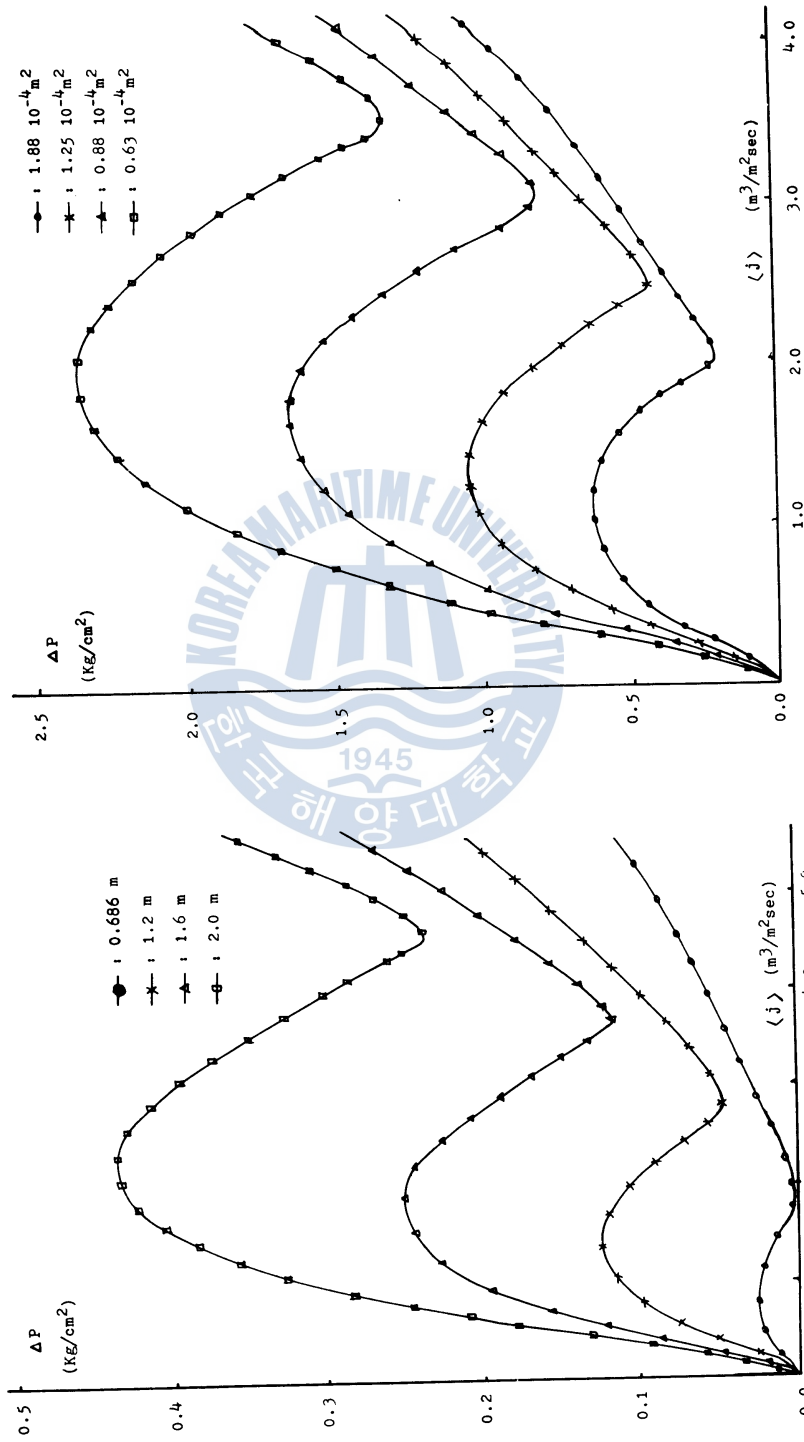


Fig. 12B  $\Delta P$ - $G$  curves showing the variation effect of channel cross-section area.

Fig. 12A  $\Delta P$ - $G$  curves showing the variation effect of heated length.

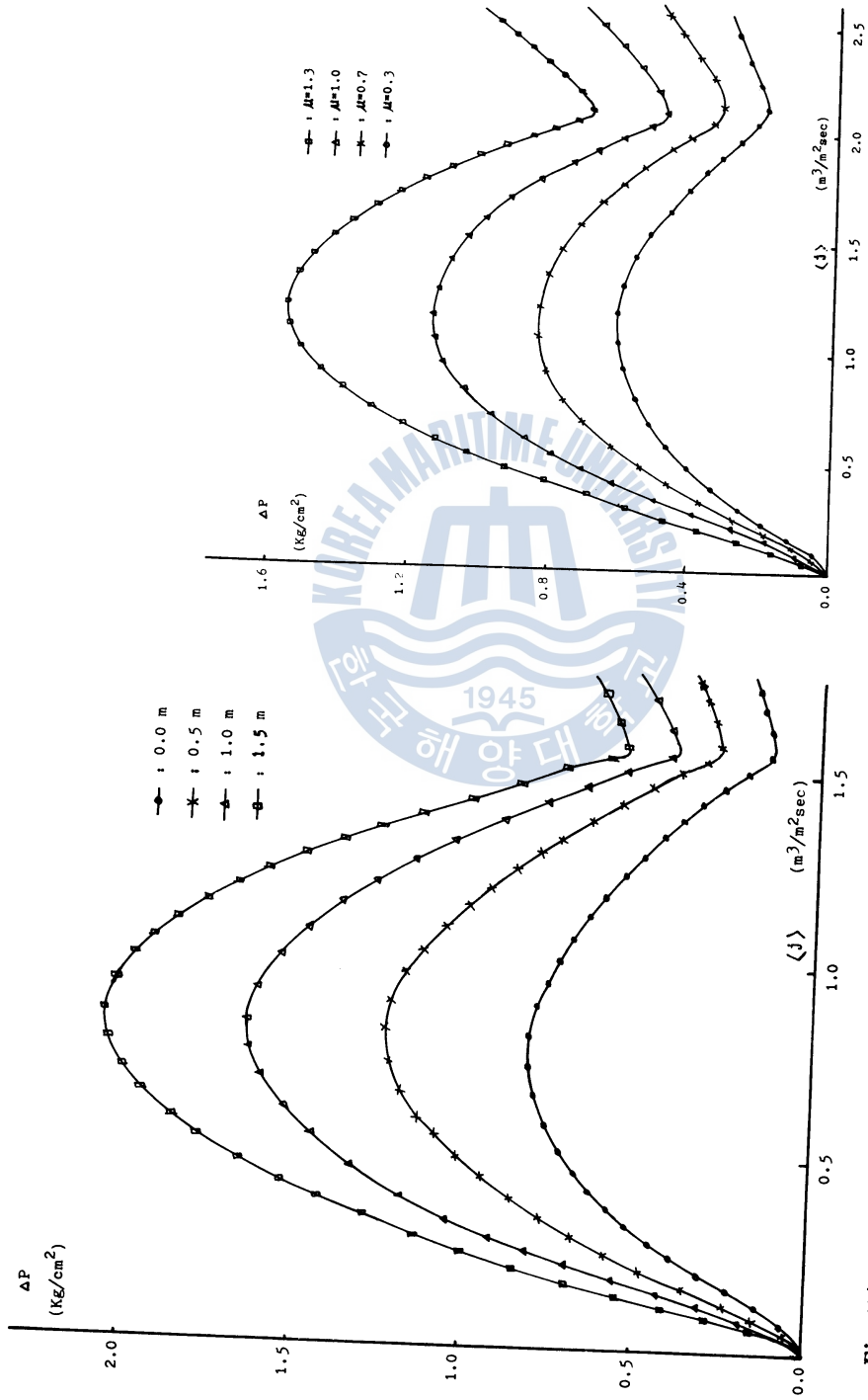


Fig. 13A  $\Delta P$ - $l$  curves showing the variation effect of riser length.

Fig. 13B  $\Delta P$ - $A$  curves showing the variation effect of riser cross-section area.



## 第 5 章 結 論

以上과 같이 本 論文에서는 原子爐內에서의 冷却材의 흐름은 몇가지 假定아래서 Lagrangian Model을 利用하여 그 運動方程式을 傳達函數로 表現함으로써 不安定性에 對한 量的 및 質的인 分析을 容易하게 行하였다. 또한 分析結果는 Quandt 및 Lahey 등의 實驗結果와 比較的 잘 一致하므로 運轉條件이나 設計項目의 調整으로 不安定한 2相流가 誘起되는 것을 미리 防止할 수 있을 것으로 생각되며, 本 研究 結果를 綜合해서 要約하면 아래와 같다.

1. 傳熱管內의 2相流는 몇가지 假定下에 Lagrangian形으로 表示하면 線形化된 集中定數系로 되고 각 파라메터에 대한 調整效果를 分析할 수 있다. 또한 不安定한 2相流의 發生을 豫測할 수 있어서 機器의 設計段階에서 이에 대한 防止對策을 강구할 수도 있을 것이다.
2. 出力變動時 여러가지 外亂에 의하여 不安定한 2相流가 誘起되기 쉽고, 이때의 振動모우드는 外亂의 種類에 關係없이 同一하다.
3. 原子爐의 中性子動特性은 2相流의 安定度를 減少시키므로 運轉中 Xe-135, Sm-149의 濃度가 줄어들면 爐 全體의 負荷는 별로 變動하지 않고 一部領域의 爐心에서는 過負荷가 걸려 2相流가 不安定해 지는 경우가 있으며 負荷를 줄임으로서 安定시킬 수 있을 것이다.
4. 原子爐의 核燃料 및 被覆材의 時定數와 傳熱管의 減衰係數, B를 더 크게 增大시키면 2相流가 不安定해 지는 것을 防止할 수 있다.
5. 傳熱管의 減衰係數, B의 값은 運轉條件에 依하여 正 또는 負의 값이 決定되고, 入口流量制限裝置를 除外하면 傳熱管 및 上昇管部의 幾何學的인 形象은 이 값을 增幅시키는 役割을 하게 된다

그러나 앞의 理論式과 解析結果는 Appendix A의 세가지 假定아래 誘導되었기 때문에 一般 傳熱管의 경우 數值計算結果는 實驗値와 상당한 誤差가 있었고, 이는 특히 傳熱管 內에서 熱力學的인 不平衡으로 因한 에너지의 蓄積과 發散過程에 수반하는 氣體의 壓縮性을 考慮하지 않은 것이 主要原因으로 생각되며, 이에 대한 正確한 實驗式이나 理論式이 開發된다면 좀더 精度높은 結果를 얻을 수 있을 것으로 생각된다.

## APPENDIX A

### 電熱管 내에서의 壓力降下

傳熱管 내에서의 2相流는 그림·A1과 같이 그 흐름의 樣相이 複雜多樣하고 이의 起轉메커니즘(Mechanism)은 아직 밝혀지지 않은 것이 많다. 이 複雜多岐한 여러 現象을 數式으로 간단히 表現하는 것은 매우 어려운 일이나 아래와 같은 假定아래 理論式을 誘導하면 傳熱管 내의 流體運動을 概括的으로 分析할 수 있다.

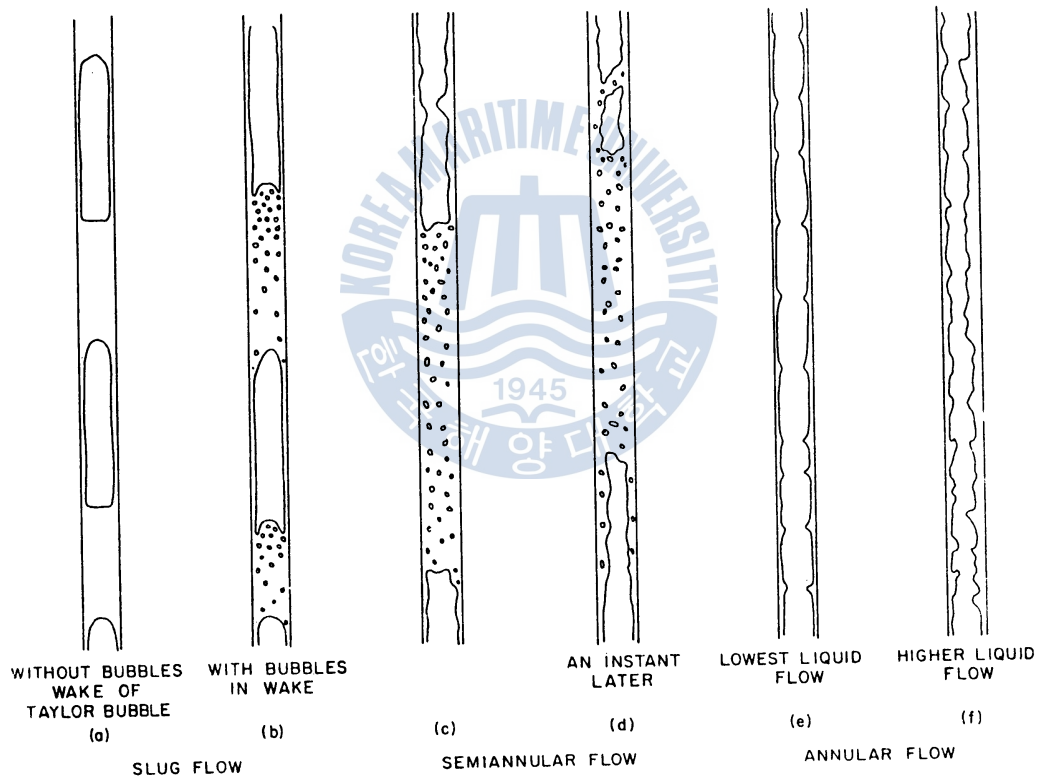


Fig. A1 Sketches of various flow regime geometries.

1. 2相流는 미끄러짐이 없는 霧相의 均質流이다.
2. 2相流는 熱力學上 平衡狀態에 있으며 非壓縮性이다.
3. 熱流束은 軸方向으로 均一하게 分布한다.

위의 假定 아래서는 傳熱管내의 流體는 그림·A2 및 그림·A3 같이 간단히 表現할 수 있다.

또한 傳熱管내의 2相流의 모멘텀(Momentum)方程式은 Lagrangian形으로 表示하면 다음式과 같다.<sup>13)</sup>

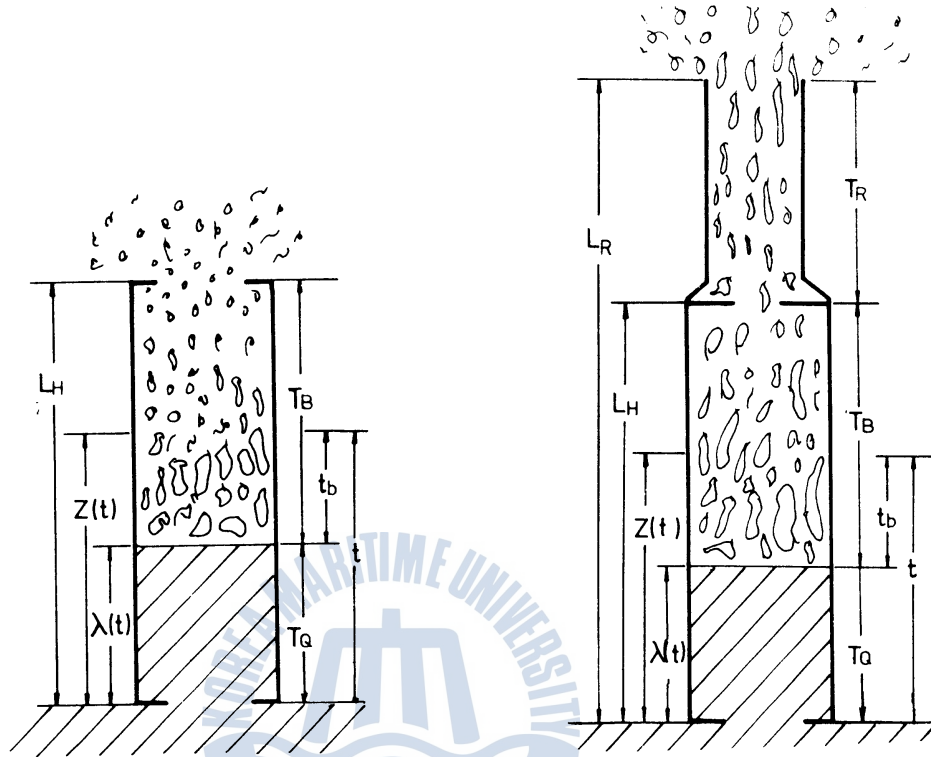


Fig. A2 Schematic of a parallel heated channel.

Fig. A3 Schematic of a parallel heated channel with riser part.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{g_c} \left[ \rho_f \frac{dj_i(t)}{dt} + \langle \rho_H \rangle \frac{D_i \langle j \rangle}{Dt} + \langle \rho_R \rangle \frac{D_i \langle j_R \rangle}{Dt} \right] + \frac{f}{2g_c} \left[ \frac{\rho_f}{D_H} j_i(t)^2 + \frac{\langle \rho_H \rangle}{D_H} \langle j \rangle^2 + \frac{\langle \rho_R \rangle}{D_{HR}} \langle j_R \rangle^2 \right] + \frac{g}{g_c} [\rho_f + \langle \rho_H \rangle + \langle \rho_R \rangle] \quad (A-1)$$

傳熱管의 壓力降下는 (A-1)式을 積分하면 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta p(t) = & \frac{1}{g_c} \left[ \rho_f \int_0^{\lambda(t)} \frac{dj_i(t)}{dt} dz + \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H \rangle \frac{d \langle j(z,t) \rangle}{dt} dz \right. \\ & \left. + \int_{L_H}^{L_R} \langle \rho_{HR} \rangle \frac{d \langle j_R(z,t) \rangle}{dt} dz \right] + \frac{f}{2g_c} \left[ \frac{\rho_f}{D_H} \int_0^{\lambda(t)} j_i(t)^2 dz \right. \\ & \left. + \frac{1}{D_H} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H(z,t) \rangle \cdot \langle j(z,t) \rangle^2 dz + \frac{1}{D_{HR}} \int_{L_H}^{L_R} \langle \rho_{HR}(z,t) \rangle \cdot \langle j_R(z,t) \rangle^2 dz \right] \\ & + \frac{g}{g_c} \left[ \int_0^{\lambda(t)} \rho_f dz + \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H(z,t) \rangle dz + \int_{L_H}^{L_R} \langle \rho_{HR}(z,t) \rangle dz \right] \quad (A-2) \end{aligned}$$

여기에서  $\frac{D_i(\ )}{Dt} = \frac{d(\ )}{dt} + \langle j \rangle \frac{\partial(\ )}{\partial z}$  이다.

만약 傳熱管의 入口 및 出口에 流量制限裝置가 設置되어 있을 경우의 2相流의 磨擦力에 의한 壓

力降下를 正確하게 求하는 것은 쉽지 않으며 여러가지 實驗式이 發表된 바 있으나<sup>20, 21)</sup> 單相과 같이 自乘의 法則이 適用하면 局部降下는 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta p_{local}(t) = \frac{1}{2g_c} [K_I \cdot j_i(t)^2 + K_E \cdot \langle j(L_H, t) \rangle^2] \quad (A-3)$$

(A-2)式과 (A-3)式을 합하면 傳熱管內部에서의 全壓力降下式을 얻는다.

$$\Delta p_{int}(t) = \Delta p(t) + \Delta p_{local}(t) \quad (A-4)$$

만약 傳熱管내의 流體의 흐름이 定常狀態에 있다면 循環펌프에 의하여 傳熱管에 걸리는 外部差壓 ( $\Delta p_{ext}(t)$ )과 入口에 걸리는 靜壓( $g \cdot \rho_f \cdot L_R / g_c$ )이 全內部壓力降下와 平衡狀態를 이룬다.

$$\Delta p_{ext}(t) + \frac{g}{g_c} \cdot \rho_f \cdot L_R = \Delta p(t) + \Delta p_{local}(t) = \Delta p_{int}(t) \quad (A-5)$$

윗 式을 다시 整理하면

$$\begin{aligned} \Delta p_{ext}(t) &= \frac{1}{g_c} \left[ \rho_f \int_0^{\lambda(t)} \frac{dj_i(t)}{dt} dz + \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H \rangle \frac{d\langle j(z, t) \rangle}{dt} dz \right. \\ &\quad + \int_{L_H}^{L_R} \langle \rho_{HR} \rangle \frac{d\langle j_R(z, t) \rangle}{dt} dz \left. \right] + \frac{f}{2g_c} \left[ \frac{\rho_f}{D_H} \int_0^{\lambda(t)} j_i(t)^2 dz \right. \\ &\quad + \frac{1}{D_H} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H(z, t) \rangle \cdot \langle j(z, t) \rangle^2 dz + \frac{1}{D_{HR}} \int_{L_H}^{L_R} \langle \rho_{HR}(z, t) \rangle \cdot \langle j_R(z, t) \rangle dz \left. \right] \\ &\quad + \frac{g}{g_c} \left[ \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H(z, t) \rangle dz + \int_{L_H}^{L_R} \langle \rho_{HR}(z, t) \rangle dz - \rho_f \{L_R - \lambda(t)\} \right] \\ &\quad + \frac{1}{2g_c} [K_I \cdot j_i(t)^2 + K_E \cdot \langle j(L_H, t) \rangle^2] \\ &= \Delta p_{ac}(t) + \Delta p_{fr}(t) - \Delta p_{bcv}(t) + \Delta p_{local}(t) \end{aligned} \quad (A-6)$$

만약 傳熱管 및 上昇管部에 存在하는 全가스量을 각각  $V_g(t)$  및  $V_{gR}(t)$ 라 하면 이들 가스의 浮力에 의한 壓力降下는 다음 式으로 주어진다.

$$\Delta p_{bcv}(t) = \frac{g}{g_c} \cdot \rho_{fg} \left[ \frac{V_g(t)}{A_c} + \frac{V_{gR}(t)}{A_R} \right] \quad (A-7)$$

管內의 全가스量은 2相流의 連續 및 熱에너지方程式으로 부터 誘導한 氣泡率(void fraction)의 狀態方程式으로 부터 求할 수 있다.

2相流에 대한 密度方程式에는 여러가지 있으나<sup>13)</sup> 여기에서는 單位體積當 平均質量으로 (A-8)式과 같이 定義한다. 均質인 2相流의 連續方程式은 (A-9)式과 같다.

$$\langle \rho_H \rangle \triangleq (1 - \langle \alpha \rangle) \rho_f + \langle \alpha \rangle \cdot \rho_g \quad (A-8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_H \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \rho_H \rangle \cdot \langle j \rangle) = 0 \quad (A-9)$$

(A-8)式과 (A-9)式으로 부터 氣泡率을 包含하는 2相流의 連續方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_H \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \rho_H \rangle \cdot \langle j \rangle) &= \frac{\partial}{\partial t} [\langle \alpha \rangle \cdot \rho_g + (1 - \langle \alpha \rangle) \rho_f] \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z} [\langle j \rangle \{ \rho_g \cdot \langle \alpha \rangle + \rho_f (1 - \langle \alpha \rangle) \}] \end{aligned} \quad (A-10)$$

2相流의 열에너지方程式은 熱力學에너지方程式으로 부터 機械에너지方程式을 뽑으면 얻을 수 있다<sup>13)</sup>.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [\rho_g \langle \alpha \rangle \cdot h_g + \rho_f (1 - \langle \alpha \rangle) h_f] + \frac{\partial}{\partial z} [\langle \alpha \rangle \cdot \rho_g \cdot h_g \\ & + (1 - \langle \alpha \rangle) \rho_f \cdot h_f \langle j \rangle] = \frac{q'' \cdot P_H}{A_c} + \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + q''' \end{aligned} \quad (A-11)$$

流體의 粘性磨擦에 의한 發熱은 外部 傳熱量에 比하여 근소하므로 이를 無視한다면 (A-10)式에  $h_f$ 를 곱한 후 (A-11)式을 빼면 (A-12)式과 같은 간단한 형태의 熱에너지方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \langle \alpha \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (\langle \alpha \rangle \cdot \langle j \rangle) = \frac{\partial}{\partial t} \langle \alpha \rangle + \langle j \rangle \cdot \frac{\partial}{\partial z} \langle \alpha \rangle \\ & + \langle \alpha \rangle \frac{\partial}{\partial z} \langle j \rangle = \frac{D_j \langle \alpha \rangle}{Dt} + \langle \alpha \rangle \cdot \Omega = \frac{q'' \cdot P_H}{\rho_g \cdot A_c \cdot h_{fg}} \\ & = \frac{\nu_g}{\nu_{fg}} \cdot \Omega \end{aligned} \quad (A-12)$$

여기에서<sup>13, 61, 14)</sup>

$$\Omega = \frac{\partial}{\partial z} \langle j \rangle = \frac{q'' \cdot P_H \cdot \nu_{fg}}{A_c \cdot h_{fg}} \quad (A-13)$$

$\Omega$ 는 特性相變化周波數로 單位體積當 單位時間에 發生하는 蒸汽의 量을 나타낸다. Lagrangian 觀點에서 (A-12)式은 常微分方程式으로 볼 수 있고<sup>13, 14)</sup>, 앞의 세째번의 가정 아래에서는 初期값이 零이므로 그 解는 다음식과 같다.

$$\langle \alpha(z, t_b) \rangle = \langle \alpha(t_b) \rangle = \frac{\nu_g}{\nu_{fg}} (1 - e^{-\Omega t_b}) \quad (A-14)$$

(A-14)式을 傳熱管의 2相部分 및 上昇管部의 長이에 걸쳐 積分하면 管內에 存在하는 全가스量을 얻을 수 있다.

$$V_g(t) + V_{gR}(t) = \frac{\nu_g}{\nu_{fg}} \left[ A_c \int_{\lambda(t)}^{L_H} (1 - e^{-\Omega t_b}) dz + A_R \int_{L_H}^{L_R} (1 - e^{-\Omega t_b}) dz \right] \quad (A-15)$$

(A-15)式을 (A-7)式에 代入한 후 整理하면

$$\Delta P_{bcy}(t) = \frac{g}{g_c} \rho_f \left[ \int_{\lambda(t)}^{L_H} (1 - e^{-\Omega t_b}) dz + \int_{L_H}^{L_R} (1 - e^{-\Omega t_b}) dz \right] \quad (A-16)$$

(A-16)式을 (A-6)式에 代入하면 2相流의 모우멘텀, 熱에너지, 連續 및 狀態方程式으로 부터 誘導된 壓力降下式을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Delta P_{ext}(t) = & \int_0^{\lambda(t)} \frac{\rho_f}{g_c} \cdot \left( -\frac{dj_i(t)}{dt} \right) dz + \frac{1}{g_c} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \langle \rho_H \rangle \cdot \frac{D_i \langle j \rangle}{Dt} dz \\ & + \frac{f}{2D_H} \int_0^{\lambda(t)} \frac{\rho_f}{g_c} j_i(t)^2 dz + \frac{f}{2D_H} \int_{\lambda(t)}^{L_H} \frac{\langle \rho_H \rangle}{g_c} \langle j \rangle^2 dz \\ & - \frac{g}{g_c} \Big|_{\lambda(t)}^{L_H} \rho_f (1 - e^{-\Omega t_b}) dz + K_I \frac{\rho_f}{2g_c} j_i(t)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ K_E \frac{\langle \rho_H(L_H, t) \rangle}{2g_c} \cdot \langle j(L_H, t) \rangle^2 + \int_{L_H}^{L_R} \frac{\langle \rho_{HR} \rangle}{g_c} \cdot \frac{D_j \langle j_R \rangle}{Dt} dz \\
 &+ \int_{L_H}^{L_R} \frac{f \cdot \langle \rho_{HR} \rangle}{2g_c} \cdot \frac{\langle j_R \rangle^2}{D_{HR}} dz - \int_{L_H}^{L_R} \frac{g}{g_c} \rho_f (1 - e^{-\alpha x_B}) dz \quad (A-17)
 \end{aligned}$$

## APPENDIX B

### 輕水型原子爐의 傳達函數

輕水減速型原子爐의 傳熱管內에서의 2相流의 動特性을 알려면 우선 原子爐의 動特性을 求해야 할 것이다. 6群의 遲發中성子를 包含한 原子爐의 傳達函數는 아래 式과 같다.<sup>23-25)</sup>

$$G_z(s) = \frac{\delta Q/Q_0}{\delta k(s)} = \frac{1}{ls + \beta - \sum_{i=0}^6 \frac{\lambda_i \beta_i}{s + \lambda_i}} \quad (B-1)$$

위 6群의 遲發中성子를 1群으로 近似시켜도 工學上 큰 誤差를 誘發하지 않으므로<sup>25, 26)</sup> 이를 近似시키면 (B-1)式은 아래式과 같아진다.

$$G_z(s) = \frac{Q_0(s + \lambda)}{ls(s + \lambda + \beta/e)} = \frac{Q_0 \cdot K_r (T_r S + 1)}{S(T_r S + 1)} = \frac{\delta Q(s)}{\delta k(s)} \quad (B-2)$$

$$\text{但 } T_r = \frac{1}{\lambda + \beta/l}, \quad T_r = \frac{1}{\lambda}, \quad K_r = \frac{\lambda}{l(\lambda + \beta/l)}$$

實際 運轉中인 原子爐는 여러가지 피이드백 要素가 內包되어 있으나, 2相流에는 溫度와 氣泡率의 피이드백 效果가 크게 作用하므로 여기에서는 이들만을 고려하여 比較的 간략한 原子爐의 傳達函數를 求하고자 한다. 正常狀態의 原子爐가  $\delta Q$ 만큼 負荷가 變動했을 때 傳熱 및 蒸汽發生方程式은 다음 式들로 주어진다.<sup>23), 27)</sup>

$$\frac{d\delta T_f}{dt} + \gamma \delta T_f = K_f \cdot \delta Q \quad (B-3)$$

$$\frac{d\delta v}{dt} + \sigma \delta v = K_v' \cdot \delta Q \quad (B-4)$$

(B-4)식의 兩邊을 傳熱管의 全內容積으로 나누면 氣泡率에 대한 方程式을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\langle \alpha_{ave}(t) \rangle}{dt} + \sigma \langle \delta \alpha_{ave}(t) \rangle = k_v \cdot \delta Q \quad (B-5)$$

(B-3)式과 (B-5)式에 反應度係數(Reactivity Coefficient)  $\alpha$ 를 곱한 후 Laplace變換하면 原子爐의 피이드백 傳達函數를 얻을 수 있다.

$$\frac{\delta k_f(s)}{\delta Q(s)} = \alpha_{rf} \frac{\delta T_f(s)}{\delta Q(s)} = \frac{\alpha_{rf} \cdot T_f \cdot K_f}{T_f S + 1} = G_f(s) \quad (B-6)$$

$$\frac{\delta k_v(s)}{\delta Q(s)} = \alpha_{rv} \frac{\langle \delta \alpha_{ave}(s) \rangle}{\delta Q(s)} = \frac{\alpha_{rv} \cdot T_v \cdot K_v}{T_v S + 1} = G_v(s) \quad (B-7)$$



$$\text{但 } T_f = \frac{1}{\gamma}, \quad T_v = \frac{1}{\sigma}$$

原子爐內의 氣泡率은 負荷變動時와 같이 運轉壓力, 傳熱管入口流速과 入口엔탈피가 變化할 때 變動하게 된다. 이 때 전열관 내에서의 平均氣泡率은 (A-14)式으로 부터 求할 수 있다. 이 式을 Leibniz's Rule에 따라 全微分한 후 Laplace變換하면 (B-8)式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \langle \delta \alpha_{ave}(s) \rangle &= \frac{\nu_g}{L_H \cdot \nu_{fg}} \left[ \frac{1}{\Omega_o} (e^{2T_B} - 1) - T_B \right] \delta j_i(s) \\ &+ \frac{\nu_g \cdot j_{io}}{L_H \cdot \nu_{fg}} \left[ \left\{ \frac{T_B}{\Omega_o} e^{2T_B} + \frac{1}{\Omega_o^2} (1 - e^{2T_B}) \right\} \delta \Omega(s) + (e^{2T_B} - 1) \delta T_B(s) \right] \end{aligned} \quad (B-8)$$

(B-8)式에 (18)式과 (28)式을 代入한 후 整理하면 위 3가지 外亂에 대한 氣泡率方程式을 얻을 수 있다.

$$\langle \delta \alpha_{ave}(s) \rangle = G \delta j_i(s) + H \delta h_i(s) + J \delta p_s(s) \quad (B-9)$$

여기에서

$$G = \frac{\nu_g}{L_H \cdot \nu_{fg}} \left[ \frac{1}{\Omega_o} (e^{2T_B} - 1) - T_B + \left\{ T_Q + \frac{(L_H - \lambda_o)}{j_{io}} \right\} (e^{-2T_B} - 1) \right] \quad (B-10)$$

$$H = \frac{\nu_g \cdot j_{io} \cdot \rho_f}{L_H \cdot \Omega_o \cdot h_{fg}} (1 - e^{-2T_B}) \quad (B-11)$$

$$\begin{aligned} J = & \frac{\nu_g \cdot j_{io}}{L_H \cdot \nu_{fg}} \left[ (e^{-2T_B} - 1) \left( \frac{\rho_f \cdot A_c \cdot j_{io}}{q'' \cdot P_H} \right) \left( \frac{\partial h_f}{\partial p_s} \right) + \left\{ \frac{T_B}{\Omega_o} + \frac{1}{\Omega_o^2} (e^{-2T_B} - 1) \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 - e^{-2T_B}) \left( \frac{\rho_f \cdot \nu_{fg} (h_f - h_i)}{\Omega_o^2 \cdot h_{fg}} \right) \right\} \left\{ \frac{q''_o \cdot P_H}{A_c \cdot h_{fg}} - \frac{1}{h_{fg}} \left( \frac{\partial h_{fg}}{\partial p_s} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (B-12)$$

(B-9)式에 氣泡率反應度係數  $\alpha_{rv}$ 를 곱한 후 外部反應度を 합하면 原子爐의 純入力反應도를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta k(s) = & \delta k_{ext}(s) - \alpha_{rv} [G \delta j_i(s) + H \delta h_i(s) + J \delta p_s(s)] \\ & - \{ \delta k_f(s) + \delta k_v(s) \} \end{aligned} \quad (B-13)$$

(B-6), (B-7), (B-13)式들을 (B-2)式에 代入하면

$$\begin{aligned} \delta Q(s) = & G_Z(s) \cdot \delta k(s) = G_Z(s) [ \delta k_{ext}(s) - \alpha_{rv} \{ G \delta j_i(s) + H \delta h_i(s) \\ & + J \delta p_s(s) \} - ( \delta k_f(s) + \delta k_v(s) ) ] \end{aligned}$$

위 式을 다시 整理하면 運轉中인 原子爐의 傳達函數인 (B-14)式을 얻는다.

$$\begin{aligned} G_{RZ}(s) &= \frac{\delta Q(s)}{\delta k_{ext}(s) - \alpha_{rv} \{ G \delta j_i(s) + H \delta h_i(s) + J \delta p_s(s) \}} \\ &= \frac{G_Z(s)}{1 + G_Z(s) [G_f(s) + G_v(s)]} \\ &= \frac{Q_o \cdot K_r (T_r S + 1)}{S (T_r S + 1)} \\ &= \frac{1}{1 + \left\{ \frac{Q_o \cdot K_r (T_r S + 1)}{S (T_r S + 1)} \right\} \left\{ \frac{\alpha_{rf} \cdot T_r \cdot K_f}{(T_r S + 1)} + \frac{\alpha_{rv} \cdot T_v \cdot K_v}{(T_v S + 1)} \right\}} \end{aligned} \quad (B-14)$$

만약 傳熱管內의 冷却材가 入口 및 出口에서의 溫度差가 變함이 없다면 傳熱管의 熱傳達方程式은

다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>23)</sup>

$$C_f \frac{d\delta T_f(t)}{dt} = \delta Q(t) - A_f \delta q''(t) \quad (B-15)$$

또 熱傳達의 微少變化는 다음 식과 같이 表現할 수 있다.<sup>23)</sup>

$$\delta q''(t) = h_a \delta T_f(t) \quad (B-16)$$

(B-16)式을 (B-15)式에 代入한 후 이를 整理하면 傳熱管의 熱傳達에 관한 傳達函數를 얻게 된다.

$$G_q(s) = \frac{\delta q''(s)}{\delta Q(s)} = \frac{K_q}{T_q S + 1} \quad (B-17)$$

여기

$$T_q = \frac{C_f}{A_f \cdot h_a}, \quad K_q = \frac{1}{A_f}$$

(B-17)式을 (B-14)式에 代入한 후 整理하면 傳熱管의 熱傳達動特性을 包含한 原子爐의 傳達函數를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} G_R(s) &= \frac{\delta q''(s)}{\delta k_{ext}(s) - \alpha_{rv} [G \delta j_i(s) + H \delta h_i(s) + J \delta p_s(s)]} \\ &= \frac{K_q}{(T_q S + 1)} \left( \frac{Q_o \cdot K_r (T_p S + 1)}{S(T_r S + 1)} \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{1 + \left\{ \frac{Q_o \cdot K_r (T_p S + 1)}{S(T_r S + 1)} \right\} \left\{ \frac{\alpha_{rf} \cdot T_f \cdot K_f}{(T_f S + 1)} + \frac{\alpha_{rv} \cdot T_v \cdot K_v}{(T_v S + 1)} \right\}} \right) \\ &= \frac{\sum_{i=0}^3 b_i S^{(3-i)}}{\sum_{i=0}^5 C_i S^{(5-i)}} \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned} b_0 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r \cdot T_p \cdot T_f \cdot T_v \\ b_1 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r (T_f \cdot T_v + T_p \cdot T_v + T_p \cdot T_f) \\ b_2 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r (T_v + T_f + T_p) \\ b_3 &= Q_o \cdot K_q \cdot K_r \\ C_0 &= T_r \cdot T_q \cdot T_f \cdot T_v \\ C_1 &= T_r \cdot T_f \cdot T_v + T_q \cdot T_f \cdot T_v + T_q \cdot T_r \cdot T_v + T_q \cdot T_r \cdot T_f \\ C_2 &= T_f \cdot T_v + T_r \cdot T_v + T_r \cdot T_f + T_q \cdot T_v + T_q \cdot T_r + T_q \cdot T_f \\ &\quad + Q_o \cdot K_r \cdot T_p \cdot T_q \cdot T_f \cdot T_v (\alpha_{rf} \cdot K_f + \alpha_{rv} \cdot K_v) \\ C_3 &= T_v + T_r + T_f + T_q + Q_o \cdot K_r \cdot T_p (\alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_f \cdot T_v \\ &\quad + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v \cdot T_f + \alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_q \cdot T_f + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v \cdot T_q) \\ &\quad + Q_o \cdot K_r \cdot T_q \cdot T_f \cdot T_v (\alpha_{rf} \cdot K_f + \alpha_{rv} \cdot K_v) \\ C_4 &= 1 + Q_o \cdot K_r \{ \alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_f (T_q + T_v + T_p) \\ &\quad + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v (T_q + T_f + T_p) \} \\ C_5 &= Q_o \cdot K_r (\alpha_{rf} \cdot K_f \cdot T_f + \alpha_{rv} \cdot K_v \cdot T_v) \end{aligned}$$

## Nomenclature

$A, B, \dots, J$	: coefficients	
$A_c$	: cross-sectional flow area of a heated channel	( $m^2$ )
$A_R$	: cross-sectional flow area of a riser part	( $m^2$ )
$A$	: $7 \times 7$ state matrix	
$B$	: $7 \times 7$ input matrix	
$C$	: heat capacity	( $kcal/kg \cdot ^\circ C$ )
$D_w$	: hydraulic diameter	( $m$ )
$D$	: $7 \times 7$ output matrix	
$f$	: Darcy-Weisbach friction factor	
$f_w$	: frequency	( $sec^{-1}$ )
$g$	: gravity acceleration	( $m/sec^2$ )
$g_c$	: 9.8	
$G$	: mass flux	( $kg/m^2 \cdot sec$ )
$h$	: enthalpy	( $kcal/kg$ )
$h_d$	: dynamic heat transfer coefficient	( $kcal/m^2 \cdot sec \cdot ^\circ C$ )
$h_{fg}$	: $h_g - h_f$	( $kcal/kg$ )
$j$	: volumetric flux	( $m^3/m^2 \cdot sec$ )
$j_i$	: $7 \times 1$ output vector	
$K$	: gain	
$k$	: reactivity	
$K_I$	: local friction factor of the inlet restriction	
$K_E$	: local friction factor of the exit restriction	
$L_H$	: heated length	( $m$ )
$L_B$	: $(L_H - \lambda)$ boiling length	( $m$ )
$L_Q$	: $(j_i / \Omega)$ phase change length	( $m$ )
$L_R - L_H$	: riser length	( $m$ )
$\dot{m}$	: mass flow rate	( $lbs/min$ )
$l$	: neutron life time	( $sec$ )
$P, p$	: pressure	( $kg/cm^2$ )
$P_H$	: heated perimeter	( $m$ )
$Q$	: channel load	( $kw$ )
$q''$	: heat flux	( $kcal/m^2 \cdot sec$ )
$q'''$	: volumetric heat generation rate	( $kcal/m^3$ )
$S$	: Laplacian operator	
$t, T$	: time or time constant	( $sec$ )
$t_b$	: $t - T_Q$	( $sec$ )
$T_Q$	: period of phase change	( $sec$ )
$V$	: volume	( $m^3$ )
$\nu$	: specific volume	( $m^3/kg$ )
$\nu_{fg}$	: $\nu_g - \nu_f$	( $m^3/kg$ )
$x_i$	: $7 \times 1$ input vector	

$z$	: arbitrary position of a fluid particle in a heated channel	(m)
$\alpha$	: void fraction	
$\alpha_r$	: reactivity coefficient	
$\beta$	: fraction of delayed neutrons	
$\gamma$	: reciprocal of time constant for loss of radiolytic gases from the core	(sec <sup>-1</sup> )
$\lambda$	: liquid length	(m)
$\mu$	: $A_C/A_R$ ratio	
$\rho$	: density	(kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_{fg}$	: $\rho_f - \rho_g$	(kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	: reciprocal of heat transfer function time constant	(sec <sup>-1</sup> )
$\omega$	: angular velocity	(rad/sec)
$\Omega$	: characteristic frequency of phase change	(sec <sup>-1</sup> )

### Subscripts

$ac$	: acceleration	$int$	: internal
$ave$	: average	$o$	: initial or steady state
$bcy$	: bouyancy	$Q, q$	: liquid or heat transfer
$B, b$	: boiling	$R, r$	: reactor or riser
$E, e$	: exit	$1\phi$	: single-phase
$f$	: saturated liquid or fuel	$2\phi$	: two-phase
$fr$	: friction	$\langle \cdot \rangle$	: cross-sectional average
$g$	: saturated gas	$\Delta, \delta$	: variation
$H$	: homogeneous or heater	$s$	: system
$I, i$	: inlet		

## References

1. J.A. Bouré, et al, "Review of Two-phase Flow Instability," ASME Preprint, 71-HT-42, ASME, 1971.
2. Maulbetsch, J.S. and Griffith, P., "A Study of System-Induced Instabilities in Forced Convection Flows with Subcooling Boiling," MIT Report, 5382-35, 1965.
3. E.R. Quandt, "Analysis and Measurement of Flow Oscillation," Che. Eng. Progress Symposium, Ser. 57, No. 32, 1961.
4. J.E. Meyer and R.P. Rose, "Application of a Momentum Integral Model to the Study of Parallel Channel Boiling Flow Oscillations," Journal of H. T. Feb. 1963.
5. Jones, A.B., and A.G. Dight, "Hydrodynamic Stability of a Boiling Channel." USAEC Reports, KAPL-2170(1961), KAPL-2208(1962).
6. Wallis, G.B., and J.H. Heasley, "Oscillations in Two Phase Flow Systems," J. of Heat Transfer, 83C, 1961.
7. Stenning, A.H. et.al, "Pressure-Drop Oscillations in Forced convection Flow with Boiling," EURATOM Report, Eindhoven, 1967.
8. Ledinegg, M., "Unstabilität der Strömung bei natürlichen und Zwangumlauf," Die Wärme, 61, 8, 1938.
9. Yadigaroglu, G., and Bergles, A.E., "An Experimental and Theoretical Study of Density-Wave Oscillation in Two-Phase Flow," MIT Report, No. DSR-74629-3, 1969.
10. N. Kjaer-Pedersen, "An Integrated Analytical Model for the Evaluation of Two-Phase Flow Stability," Nuc. Sci. & Eng., 35, 1969.
11. Ishii, M., "Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-phase Flow," Eyrolles, Paris, 1975.
12. Achard, J.L., et al, "The Analysis of Linear and Nonlinear Instability Phenomena in heated channels," RPI Report, 1980.
13. R.T. Lahey, Jr. and Moody, F. J., "The Thermal Hydraulic of a Boiling Water Nuclear Reactor," ANS, 1977.
14. Gonzalez-Santalo, J.M., and R.T. Lahey, Jr., "An Exact Solution for Flow Transients in Two Phase Systems by the Method of Characteristics," J. of Heat Transfer, 95, 1973.
15. A.H. Stenning and T.N. Veziroglu, "Flow Oscillation Modes in Forced Convection Boiling," Proc. 1965 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University Press, 1965.
16. J.A. Bouré and A. Mihaila, "The Oscillatory Behavior of Heated Channels," EURATOM Report, Proceedings of Symposium on Two-Phase Flow Dynamics at Eindhoven, 1967.
17. Ishii, M., and Zuber, N., "Thermally Induced Flow Instabilities in Two-Phase Mixtures," 4th Int. Heat Transfer Conf., Paris, 1970.
18. N. Zuber, "Flow Excursions and Oscillations in Boiling Two-Phase Flow Systems with Heat Addition," EURATOM Report, Proceedings of Symposium on Two-Phase Flow Dynamics at Eindhoven, 1967.
19. 葉山眞治, "沸騰チャンネル内の水力學的不安定," 日本機論集, 28, 195, 1607-1614, 1966.
20. Martinelli, R. C., and Nelson, D. B., "Prediction of Pressure Drop during Forced-Circulation Boiling of Water," Transaction of The ASME, Aug., 695-702. 1948,
21. Isbin, H.S. et al, "Two-Phase Steam Water Pressure Drop," Nuclear Engineering, Che. Eng. Prog. Symp. Series, No. 23, Vol. 55.
22. J.G. Park, and J.S. Ha, "The Pressure-Drop and Density-Wave Oscillations of Two-Phase Flow in a

- Parallel Heating Channel," 第8次 國內外韓國科學技術者學術大會, 論文集(Ⅱ), 1981.
23. Weaver, L., "System Analysis of Nuclear Reactor Dynamics," ANS, 1963.
24. J. Miida, and N. Suda, "General Stability Criteria for Nuclear Reactor with Two-Feed Back Paths of Single Time Constants," Nuclear Sci. & Eng., 11, 55—60, 1961.
25. 須田信英, "原子爐の動物性と制御," 同文書院, 1976.
26. Kirchenmayer, A., "Delayed Neutron Groups Number Reduction," Nucl. Sci. & Eng., 8, 720—721, 1960.
27. R. E. Skinner and D.L. Hetrick, "The Transfer Function of a Water Boiling Reactor," Nucl. Sci. & Eng., 3, 573—594, 1958.
28. J. Macphee, "The Relative Stability of Boiling and Pressurized Light Water Moderated Reactors," IRE, Trans., NC, March, 1957.
29. S.M. Shinnars, "Modern Control System Theory and Application," Addison-Wesley, 1972.
30. R.C. Dorf, "Modern Control Systems," Addison-Wesley, 1974.
31. K. Ogata, "State Space Analysis of Control Systems," P-H, 1967.
32. M.L. Boas, "Mathematical Methods in the Physical Science," Wiley, 1966.
33. R. Bellman, "Introduction to Matrix Analysis," McGraw-Hill, 1960.
34. D.M. Wiberg, "State Space and Linear Systems," McGraw-Hill, 1971.
35. 金井務, 川合敏雄他, "沸騰水型原子爐におけるボイド反応度の應答." 日本原子力學會誌, 3, 168—178, 1961.
36. Den Hartog, "Mechanical Vibration," MacGraw-Hill, 1956.
37. Mathisen, R.P., "Out of Pile Channel Instability in the Loop Skalvan," Symposium on Two-phase Flow Dynamics, Eindhoven, 1967.
38. J.D. Crowley, et al., "Two-Phase Flow Oscillations in Vertical Parallel Heated Channels," Symposium on Two-Phase Flow Dynamics, Eindhoven, 1967.
39. Zivi, S.M. and Jones, A.B., "An Analysis of EBWR Instability by FABLE Program," ANS Annual Meeting, June, 1966.
40. K.C. Jain, et al, "Self-Sustained Hydrodynamics Oscillations in a Natural-Circulation Boiling Water Loop," Nuclear Eng. and Design, 4, 1966.