

自動製圖를 위한 基礎研究

指導教授: 鄭 在 鉉



선박기계공학과 4년

김 광 일	김 종 훈
박 종 복	이 건 략
이 목 규	이 지 응

目 次

1. 序 論

2. 도형의 시각화

2.1 3차원 공간 좌표계와 视点 좌표계

2.2 투시 변환

2.3 도형에서의 알고리즘

2.4 투시 도형의 작성

3. 투시 도형의 작성

3.1 도형 생성 알고리즘

3.2 컴퓨터로 출력된 도면 해석

4. 결 론

참고 문헌

1. 序論

최근 공장, 사무실 등에 있어서 생산 및 사무 자동화 추세에 맞추어 정보 기기의 사용이 한층 증대되고 있는 실정이다.

이것은 소형 컴퓨터의 보급과 마이크로 칩의 저절화에 의한 것이라고도 볼수 있다. 그러나, 이러한 요구에 비하여 실제로는 제도 등의 분야에 일부 자동화가 도입되고 있으나 아직 비좁은 실정이며, 특히 소형 컴퓨터에 의한 도면 작성 시스템의 개발이 시급하다고 볼수 있다.

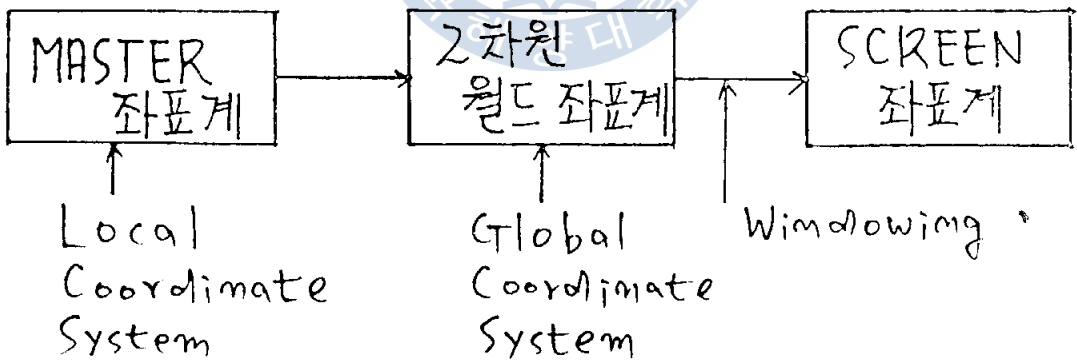
본 연구에서는 소형 컴퓨터를 대상으로 후지도형의 기본 이론을 확립함과 동시에 이를 바탕으로한 기초적인 컴퓨터 자동 제도 시스템의 개발을 목적으로 연구 하였기에 보고 한다.

이러한 기초적인 연구는 장차 소형 컴퓨터를 이용한 CAD 및 CG 등에의 응용이 기대되며, 학습용의 제도 시스템의 개발에도 도움이 되리라 생각된다.

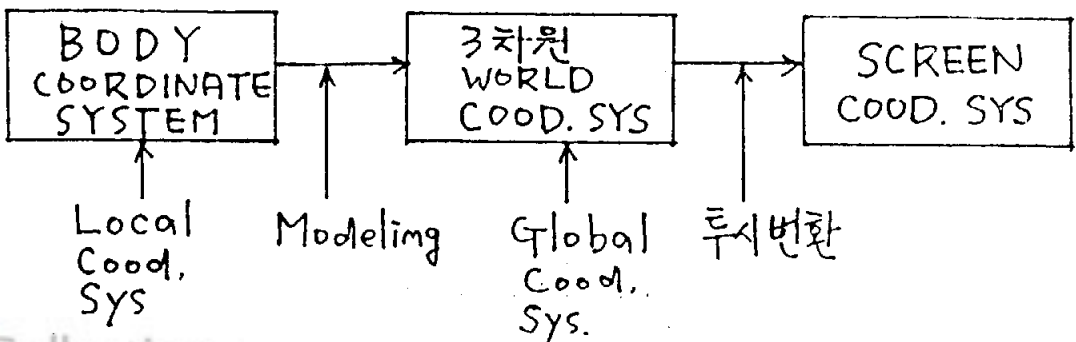
2. 도형의 시각화

2.1 3次元 공간 좌표계와 視点 좌표계

2차원 도형은 보통 2차원 월드 좌표계에 도형을 직접 정의하여 표현한다. 단지 여러 번 같은 도형을 사용할 때는 고유의 국부적인 마스터(MASTER) 좌표계를 정의하여 이것을 그때 그때 변환하여 월드 좌표계로 표현하면 된다. 이것에 비하여 3차원의 경우, 직접 월드 좌표계로 정의하는 것은 대단히 복잡하게 된다. 따라서 2차원의 마스터 좌표계에 상당하는 各 物體에 고유한 바디(BODY) 좌표계로 각각의 물체를 정의하여 놓고, 이것에 대하여 모델링(MODELING)을 위한 변환을 행하여 3차원 월드 좌표계로 기술된 모델, 즉 3차원 도형을 정의하게 된다.



< 2차원의 경우 >



< 3차원의 경우 >

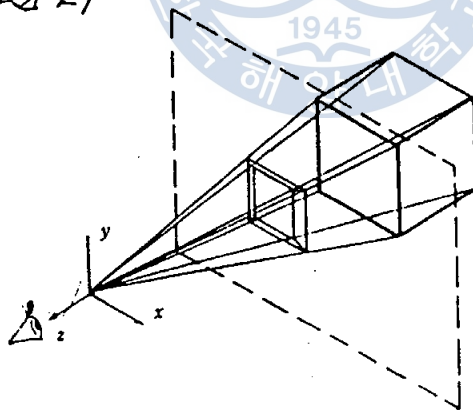
3차원 도형을 계산기 디스플레이의 2차원 스크린에 표현하기 위해서는 3차원 공간의 적당한 위치에 투영하기 위한 투영면을 지정하고, 투영의 방향 및 투영의 종류를 정할 필요가 있다.

투영의 종류에는 **中心 투영**과 **平行 투영**이 있다. (그림 1.)

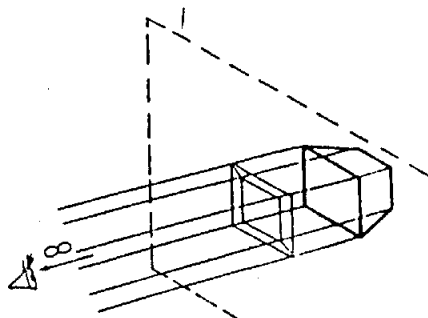
中心 투영은 투사선이 1점 또는 2이상의 점을 향해 모이는 것이고, **平行 투영**은 투영면에 평행하게 투사선이 향하는 것을 말한다.

中心 투영에 의해 작성된 도형은 투영 중심에 **视点**를 두고 투사선과 반대방향에서 보았을 때의 투시도형이며, **平行 투영**에 의한 도형은 **無限遠点**에서 투사선과 반대방향으로 보았을 때의 투시도형이다.

3차원 월드 좌표계에 있어서 **점 P**에서 **점 Q**를 보았다고 가정하자. (그림 2)

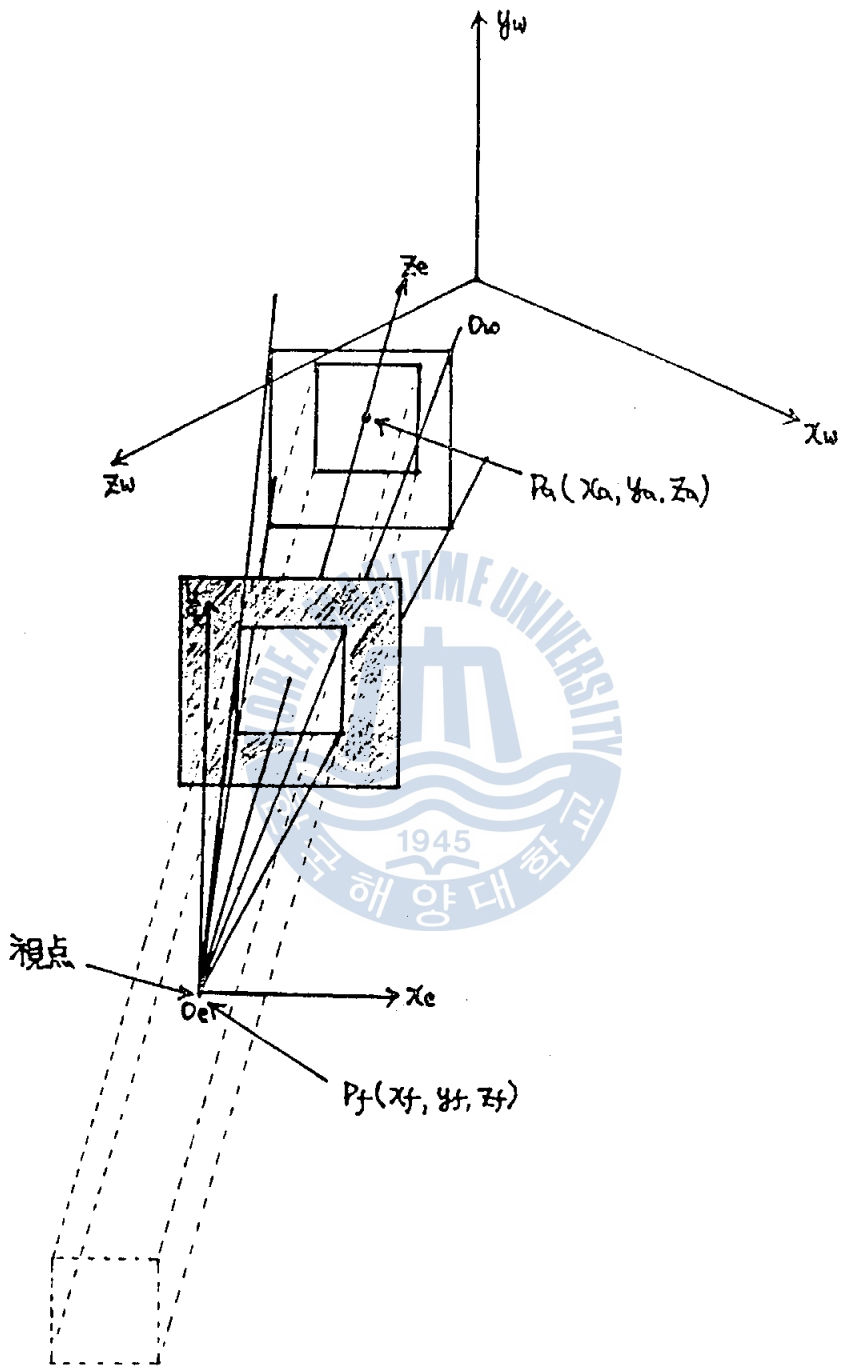


中心 투영

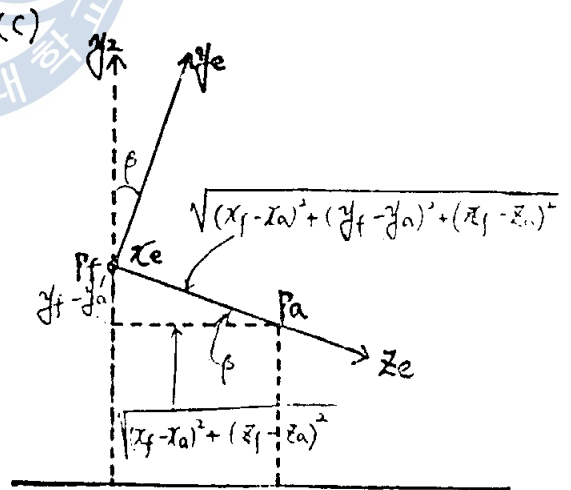
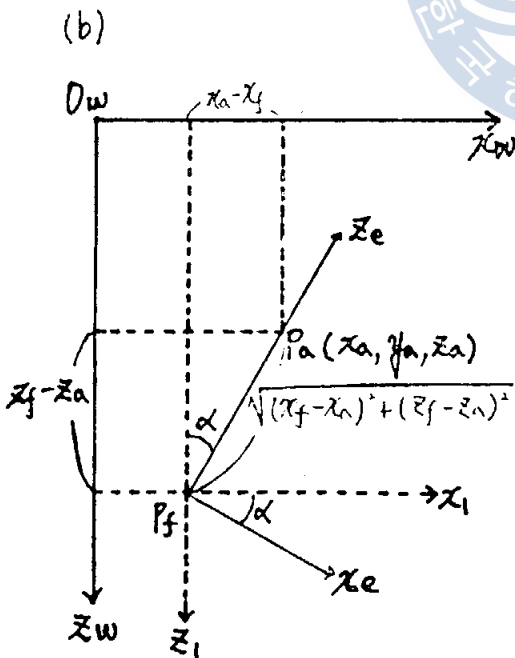
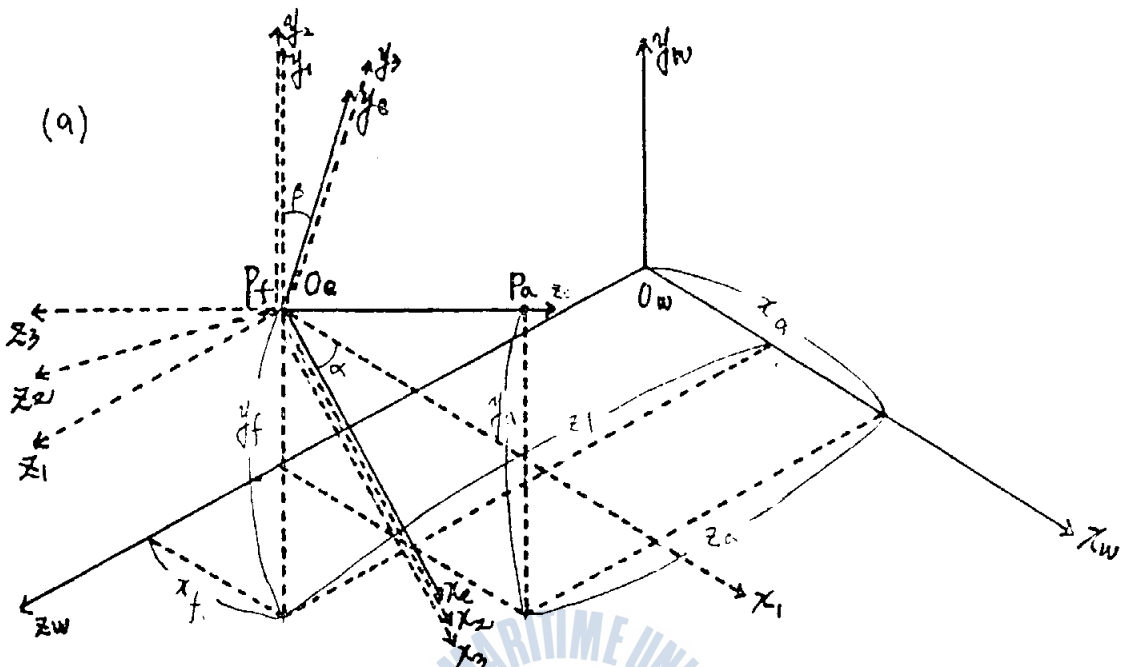


平行 투영

(그림 1.)



(그림 2) 视点 좌표계



(그림 3) 월드 좌표계

여기에서 점 P_f 와 P_a 의 좌표는 $(x_f, y_f, z_f), (x_a, y_a, z_a)$ 로 한다.
 점 O_e 를 원점으로 하여 직선 $F_f P_a$ 를 Z 軸으로 하는 $O-x_e y_e z_e$ 를
 視点 좌표계라 한다.

한편, 월드 좌표계는 $O_w-x_w y_w z_w$ 로 구성된 좌표계이다.

여기에서 월드 좌표계로 기동된 좌표를 視点 좌표계에 의한 좌표로
 변환하는 매트릭스 T_v 를 구해보자 (그림 3. (a)(b)(c))

$$[x_w y_w z_w] T_v = [x_e y_e z_e 1]$$

먼저 좌표계 $O_w-x_w y_w z_w$ 를 x_w, y_w, z_w 軸 방향으로 각각 x_f, y_f, z_f 만큼
 평행이동하여 된 좌표계를 $O_1-x_1 y_1 z_1$ 로 하면

$$[x_w y_w z_w 1] T_1 = [x_1 y_1 z_1 1]$$

$$\text{단, } T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_f & -y_f & -z_f & 1 \end{bmatrix} \text{로 된다.}$$

x_1 軸과 z_e 軸은 xz 면에 평행한 면상에 있다.

그 사이각을 α 로 하여 좌표계 $O_1-x_1 y_1 z_1$ 를 y 軸 주위로
 $-\alpha$ 만큼 회전시켜 생긴 좌표계를 $O_2-x_2 y_2 z_2$ 로 하면

$$[x_1 y_1 z_1 1] T_2 = [x_2 y_2 z_2 1]$$

$$\text{단, } T_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{로 된다.}$$

또한 그림에서

$$\cos \alpha = \frac{z_f - z_a}{\sqrt{(x_f - x_a)^2 + (z_f - z_a)^2}} \quad \sin \alpha = \frac{x_f - x_a}{\sqrt{(x_f - x_a)^2 + (z_f - z_a)^2}}$$

y_2 軸은 $y_e z_e$ 面上에 있고 y_e 軸과 각도 β 를 이룬다.

좌표계 $O_2 - x_2 y_2 z_2$ 를 x_2 軸의 주위에 $-\beta$ 만큼 회전시켜 생긴 좌표계를

$O_3 - x_3 y_3 z_3$ 로 하면

$$[x_2 \ y_2 \ z_2] T_3 = [x_3 \ y_3 \ z_3 \ 1]$$

$$\text{단, } T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ 로 된다.}$$

같은 방식으로 $\cos \beta$, $\sin \beta$ 를 구하면

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{(x_f - x_a)^2 + (z_f - z_a)^2}}{\sqrt{(x_f - x_a)^2 + (y_f - y_a)^2 + (z_f - z_a)^2}}$$

$$\sin \beta = \frac{y_f - y_a}{\sqrt{(x_f - x_a)^2 + (y_f - y_a)^2 + (z_f - z_a)^2}} \text{ 로 된다.}$$

좌표계 $O_3 - x_3 y_3 z_3$ 에서 $O_e - x_e y_e z_e$ 에로 변환은 右手系로부터

左手系로 변환으로

$$[x_3 \ y_3 \ z_3 \ 1] T_h = [x_e \ y_e \ z_e \ 1]$$

$$\text{단, } T_h = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ 로 된다.}$$

윗식들을 결합하면

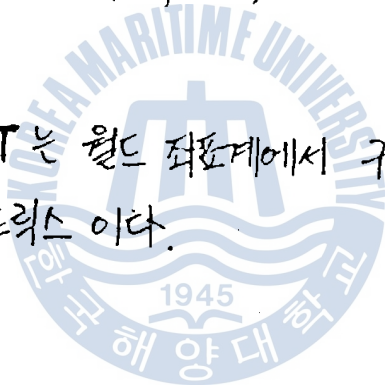
$$[x_w \ y_w \ z_w \ 1] T_1 T_2 T_3 T_h = [x_e \ y_e \ z_e \ 1]$$

따라서, $T_v = T_1 T_2 T_3 T_h$

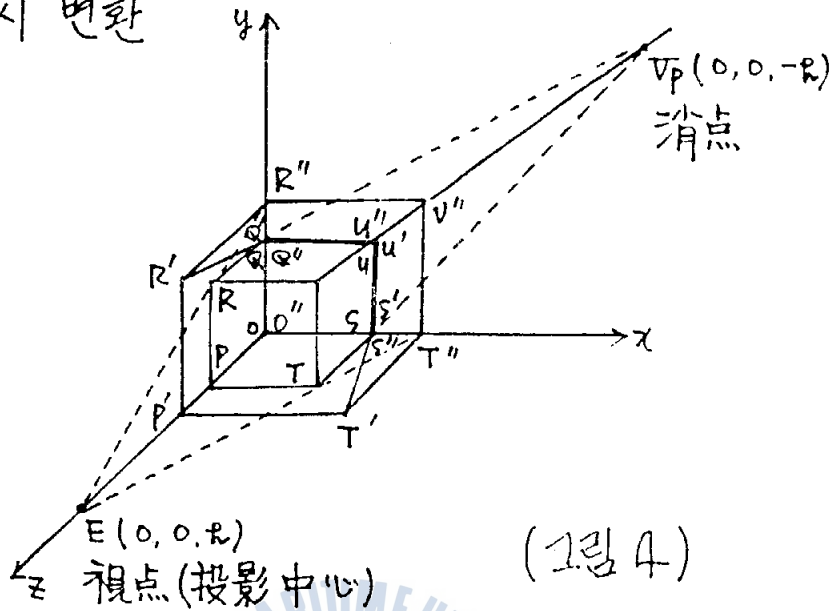
$$= \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \cos \beta & 0 \\ -x_f \cos \alpha - z_f \sin \alpha & -x_f \sin \alpha \sin \beta - y_f \cos \beta + z_f \cos \alpha \sin \beta & -x_f \sin \alpha \cos \beta + y_f \sin \beta + z_f \cos \alpha \cos \beta & 1 \end{pmatrix}$$

로 된다.

여기서 구한 매트릭스 T는 월드 좌표계에서 구한 테이터를视点 좌표계의 표현에 의한 변환 매트릭스이다.



2.2 투시 변환



前節에서 구한 바와 같이 3차원 좌표로부터 2차원 평면에 투시했을 때 결과를 보인 것이다. (그림 4)

단위 입방체 $OPQRSTUV$ 는 변형되어 $O'P'Q'R'S'T'U'V'$ 로 되어 있다. 여기에서 x, y 軸 방향의 無限遠點은 물론 x, y 軸에 변환 됨을 알수 있으며 z 軸 方向의 無限遠點은 有限한 點 $(0, 0, -R)$ 에 변환 됨을 알수 있다.

이것은 z 軸에 평행한 선분은 點 $(0, 0, -R)$ 을 통과하는 직선에 변환됨을 의미한다.

실제적으로 선분 QR, UV, ST, OP 는 z 軸에 평행이며, 변환 후의 선분 $QR', U'V', S'T', O'P'$ 의 연장은 點 $(0, 0, -R)$ 을 통과하고 있다.

x, y, z 軸 方向의 無限遠點의 像을 消點 (Vanishing Point) 이라 부른다.

또한 z 方向의 모든 점은 $-\infty \leq z \leq 0$ 의 영역으로 압축되게 된다.
 이와 같은 변환에 의해 얻어진 결과가 투시도형으로 나타나게 된다.
 그림에서 알수 있는 바와 같이 투영면 보다 前方에 있을 때는
 물체가 확대되며, 투영면 보다 後方に 있을 때는 反대로
 물체가 축소되어 투시도 상에 나타나게 된다.

2.3 도형에서의 일그러짐 (Distortion)

공간의 3차원 물체를 변형시켜서 그 直交 투영도가 대상 물체의
 투시 투영도와 동일하게 보아게 하는 것이 중요하다.

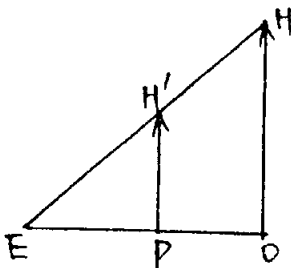
그러나, 실제로 有限遠点에서 물체를 보았을 때는 약간의 일그러짐이
 발생하게 된다.

투영면에 있어서의 像의 크기는 관측자와 투영면까지의 거리(i)와
 관측자와 물체까지의 거리(e)와의 비(i/e)로 결정된다. (그림 5)

즉 像의 확대율 r 은

$$r = \frac{d'}{d} = \frac{i}{e}$$

여기서 d, d' 는 物체와 像의 크기이다.



(9) 확대율

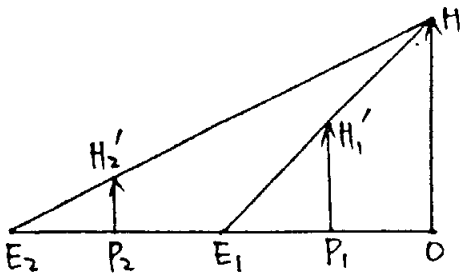
$$EO = e$$

$$EP = i$$

$$OP = p$$

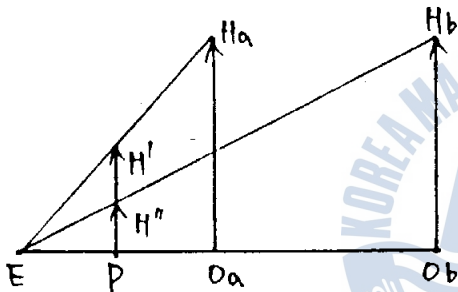
$$HO = d$$

$$H'P = d'$$



(b) 확대율 비

$$\begin{aligned}
 E_1O &= e_1 \\
 E_2O &= e_2 \\
 E_1P_1 &= d_1 \\
 E_2P_2 &= d_2 \\
 HO &= l \\
 H_1'P_1 &= d_1' \\
 H_2'P_2 &= d_2'
 \end{aligned}$$



(c) 일그러짐

$$\begin{aligned}
 EO_a &= e \\
 O_aO_b &= m \\
 E_p &= d \\
 H_aO_a, H_bO_b &= l \\
 H'P &= d' \\
 H''P &= d''
 \end{aligned}$$

그림 5.

물체에서 투영면까지의 거리를 P 라 하면 $e = l - P$ 가 된다.

거리 e, P, l 중에 2개를 변환시켜 상의 크기를 바꿀 수 있게 된다.

2개의 확대율 r_1 과 r_2 의 비 r_2/r_1 을 확대율비(m)라고

정의 하면

$$m = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2'/l}{d_1'/l} = \frac{d_2'}{d_1'} = \frac{e_1}{e_2} \cdot \frac{e_2}{e_1} \text{ 이 된다.}$$

또, 일그러짐(Distortion : d_s)이라 하는 또 하나의 비를

정의 하면 이것은 일정한 거리를 둔 2개의 물체의 상의 크기의

비로 정의되며 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$d_s = \frac{d'}{d''} = \frac{e \cdot l / e}{e \cdot l / (e+m)} = \frac{e+m}{e} = 1 + \frac{m}{e}$$

즉, 일그러짐 d_s 는 視點으로 부터의 거리의 差에 의해 생기는 像의 크기의 변화 정도를 나타내는 파라미터임을 알수 있다.

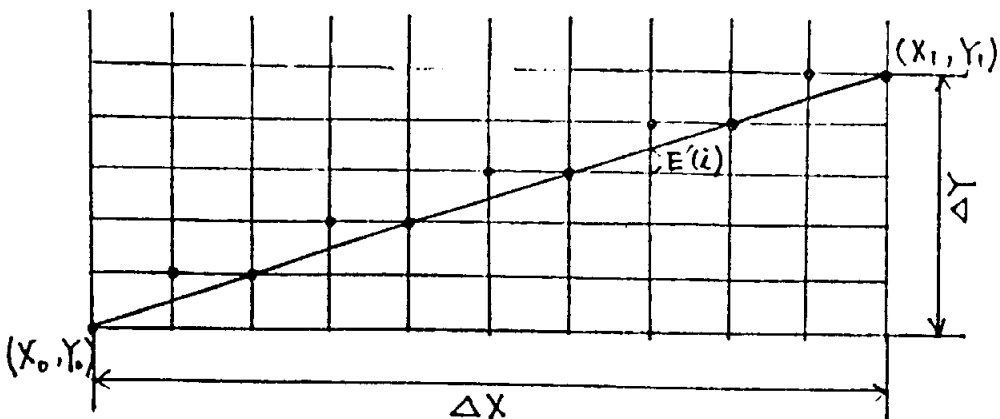
2.4 루시 도형의 創成

2.4.1 직선 및 원호의 創成 概念

(1) 직선의 創成

직선의 창성에는 DDA에 의한 디지털 선분의 발생²⁾, BRM에 의한 디지털 선분의 발생³⁾ 및 Bresenham의 방법⁴⁾에 의한 것이 있는데 여기서는 3번째 방법을 이용하였다.

이 방법은 ΔX 와 ΔY 중에 큰쪽의 좌표를 하나씩 변화시키며, 다른 좌표 값은 眞值에 가장 접근한 디지털 값을 선택하는 方法이다. (그림 6)



$\Delta X > \Delta Y$ 경우의 例

(그림 6)

예를 들면 $0 < \Delta Y < \Delta X$ 라 하자.

이 경우 i 번째의 X 값 $X(i)$ 는

$X(i) = X(i-1) + 1$ 로 정해진다. 또 $X(i-1)$ 에 있어서 Y 의眞値와 $Y(i-1)$ 差를 $E'(i-1)$ 라 하면 $X(i)$ 에 있어서 $E'(i)$ 는

$E'(i) = E'(i-1) + \Delta Y / \Delta X$ 로 되어

$E'(i) \leq 0.5$ 이면 $Y(i) = Y(i-1)$

$E'(i) > 0.5$ 이면 $Y(i) = Y(i-1) + 1$ 로 되어

$Y(i)$ 가 결정된다.

여기에서 알고리즘을 간단히 하기 위하여 $E'(i)$ 대신

$E(i) = E'(i) - 0.5$ 로 놓으면

$E(i) = E(i-1) + \Delta Y / \Delta X$

$E(i) \leq 0$ 이면 $Y(i) = Y(i-1)$

$E(i) > 0$ 이면 $Y(i) = Y(i-1) + 1$ 로 되며

이것의 流動圖가 그림 7 이다.

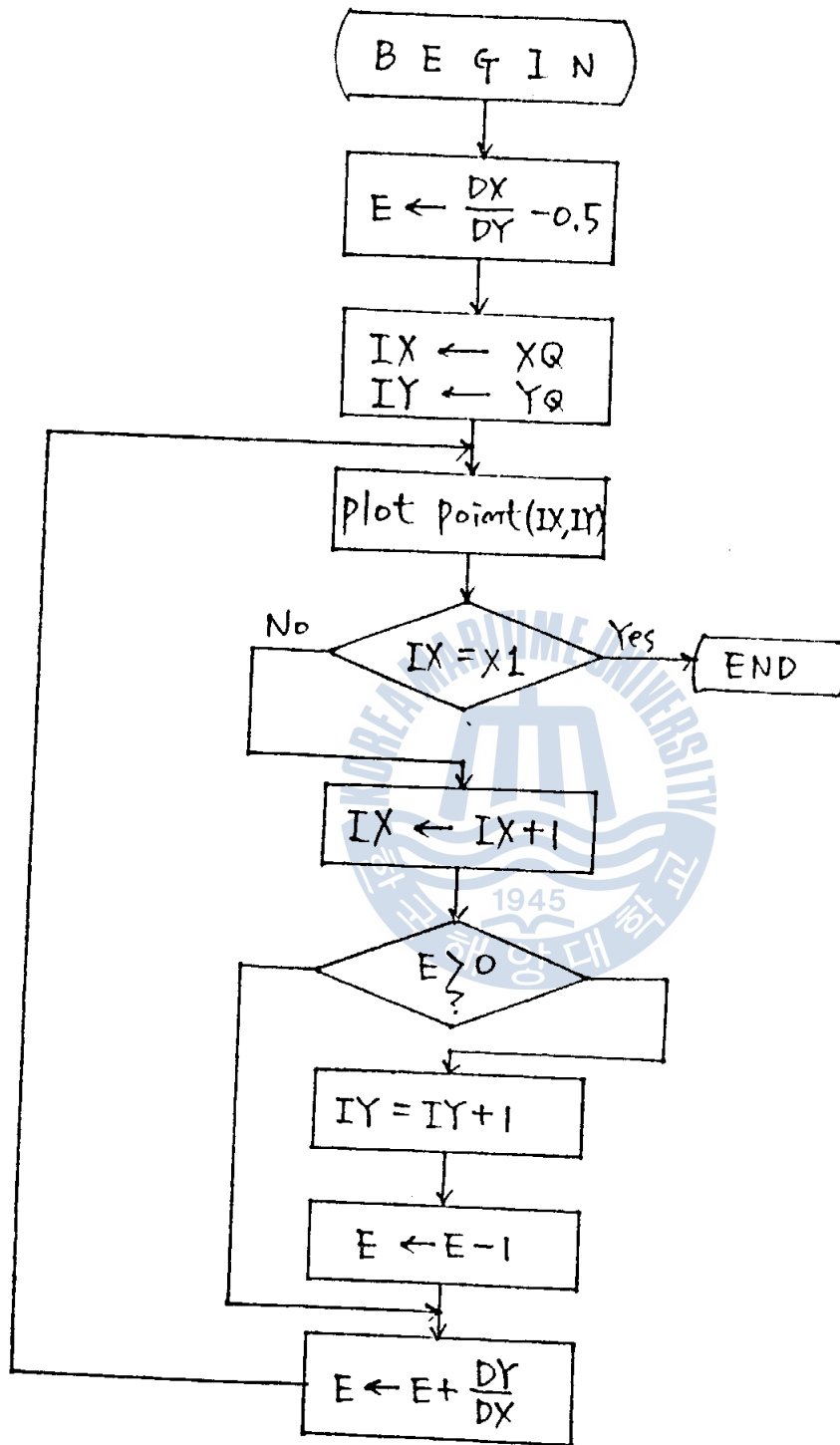
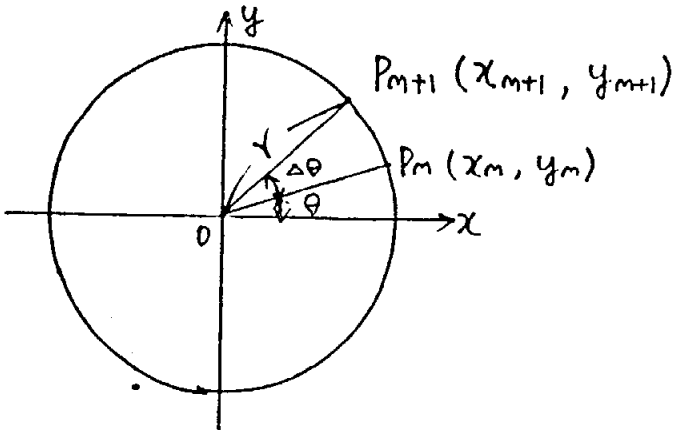


그림 7.

(2) 원호의 발생



반경 r 의 원호상의 한점 $P_m(x_m, y_m)$ 을 구하고 $\Delta\theta$ 만큼 반시계 방향으로
 변했을 때의 원호상의 점 $P_{m+1}(x_{m+1}, y_{m+1})$ 은

$$\begin{aligned} x_{m+1} &= r \cos(\theta + \Delta\theta) \\ &= x_m \cos \Delta\theta - y_m \sin \Delta\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{m+1} &= r \sin(\theta + \Delta\theta) \\ &= y_m \cos \Delta\theta + x_m \sin \Delta\theta \end{aligned} \text{로 표시할 수 있다.}$$

이것을 Matrix로 표현하면

$$\begin{bmatrix} x_{m+1} & y_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m & y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta & \sin \Delta\theta \\ -\sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta \end{bmatrix} \text{로 된다.}$$

여기에서 일정한 $\Delta\theta$ 를 정하여 순차 원호상의 점을 구하여
 직선 보간에 의한 방법으로 연결하여 가면 각종 기본 도형 및 원호를
 생성할 수 있다.

$$\Delta\theta = \frac{2}{3}\pi \text{ 일때} \quad 3\text{점} \rightarrow 3\text{각형}$$

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{3} \text{ 일때} \quad 6\text{점} \rightarrow 6\text{각형}$$

$$\Delta\theta \rightarrow \text{소 일때} \quad \text{無數한點} \rightarrow \text{원}$$

3. 투시 도형의 작성

3.1 도형생성 알고리즘

본 도형생성 시스템을 위한 하드웨어 구성은 퍼스널 컴퓨터로 되어 있으며, 출력 스크린의 분해 능력은 640×400 도트(도안)이다. (그림 8)이 본 시스템의 주요 알고리즘을 나타내는 유동도이다.

그림에서 알수 있는 바와 같이 본 시스템에서는 입방체와 기어의 두가지 도면 작성용으로 되어 있다.

본 알고리즘은 4개의 주요 부분으로 구성되어 있다.

즉, 기본 도형 작성을 위한 데이터 입력부, 도형의 공간에서의 변환을 위한 도형 변환부, 이러한 데이터를 배경으로 한 도형작성부, 마지막으로 작성된 도형을 기록하기 위한 도형기록부가 그것이다.

첫째로, 데이터 입력부에서는 투시도형인가 중심투영도인가를 구분하고, 배율을 결정하며, 원점의 위치를 선택한 후에, 원, 사각형 등의 기본 도형에 대한 데이터를 입력하게 된다.

두번째로, 도형 변환부에서는 데이터 입력부에서 입력된 데이터에 의거하여 도형의 공간내에서의 각종 변환을 수행한다. 즉 도형의 평행이동, 축소 및 확대, 도형의 회전등의 변환을 하게 된다.

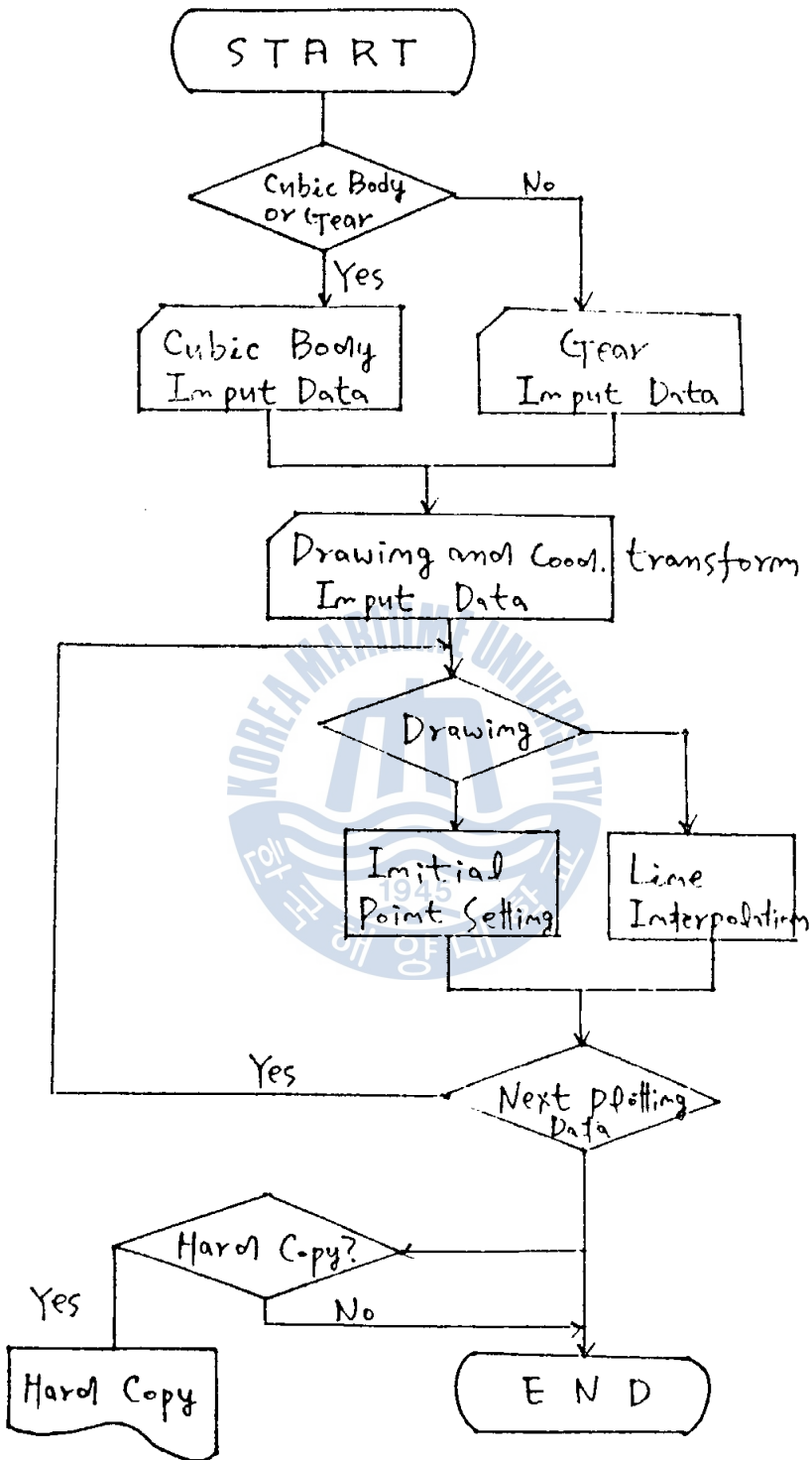
세번째로, 도형 작성부는 지금까지 컴퓨터 내부의 모델로 도형의 변환을 이룩한 결과를 가지고 컴퓨터 화면에 도형을 작성하여 실제화시킴으로써 지금까지 행한 작업의 진위를 확인하게 된다.

이때 출 도면을 작성하는 방법은 직선 보간법을 이용하였다.

마지막으로 도형 기록부에서는 완성된 도형을 기록하여 남기게 된다. 따라서, 컴퓨터에서는 얼마든지 수정과 작성을 반복할 수 있어 일반 제도에서의 도면 작성시 보다 시간을 절약 할수 있으며, 동일한 도면을 몇번이고 작성가능하게 된다.

다만, 본 도면 작성시스템에서는 곡선의 처리, 陰線(Hidden line)처리 등의 작업이 불가능하므로 보다 고차원적이며 복잡한 물체의 도면 작성을 위해서는 앞으로 꼭 해결 해야 할 과제라 하겠다.





1월 8

3.2 컴퓨터로 출력된 도면 해석

그림 9, 10, 11 이 본 시스템에 의해 출력된 도형들이다.

그림 9는 물체의 정면도를 나타낸다.

그림 9(a)는视点($SP=200$)이 물체에 가까이 있을때의 도형으로 2장에서 언급한 도형의 일그러짐을 보이고 있다. 특히 도형에서 흔히 물체에 접근하고 있을때 나타나기 쉬운 예를 볼수 있다.

즉, 정면도의 경우 입체의 전면과 후면이 일치하여 나타나야 되나 사선이 가까울 때는 후면이 축소 되어 보이게 되는 것이다.

이에 반하여 그림 9(b)는视点($SP=7000$)이 물체에서 멀리 떨어져 있을 때의 도형이다.

视点이 물체에서 충분히 멀어지면 平行투영의 경우에 접근하므로 도형에서의 일그러짐이 발생하지 않게 된다.

따라서 치자의 정확성을 기하기 위해서는 평행 투영이 有利하며,

특히 형체의 모양을 쉽게 파악하기 위해서는 1 视点 특수 도형이 편리하게 됨을 알수 있다.

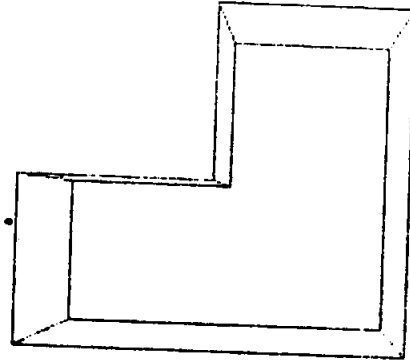
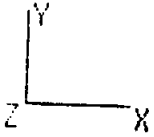
그림 10은 출력 도형의 축소·확대 기능을 확인하기 위한 것이다.

그림 10(a)는 비율 $RT=0.3$ 이며 그림 10(b)는 $RT=0.7$ 의 예를 보인 것이다. 이와 같이 완성된 도형의 비율을 임의로 지정함으로써 자유롭게 축소·확대 할수 있다.

그림 11은 또 하나의 다른 출력으로 치자의 예를 보인 것이다.

그림 11(a)는 치자의 정면도이며, (b)는 평면도, (c)는 치자의 후시도를 나타낸 것이다.

(a)

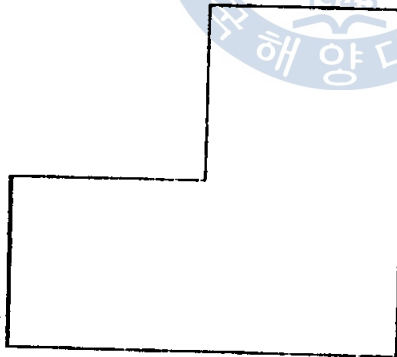
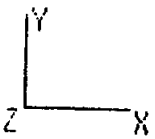


```

A
XO, YO 0 0
RT .7
XM-70
YM-40
ZM 0
SP 200
YR, XR, ZR 0 0 0

```

(b)



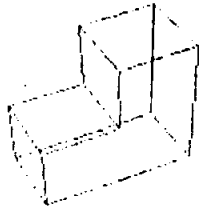
```

A
XO, YO 0 0
RT .7
XM-70
YM-40
ZM 0
SP 7000
YR, XR, ZR 0 0 0

```

(그림 9) 도형의 알고리즘

(a)

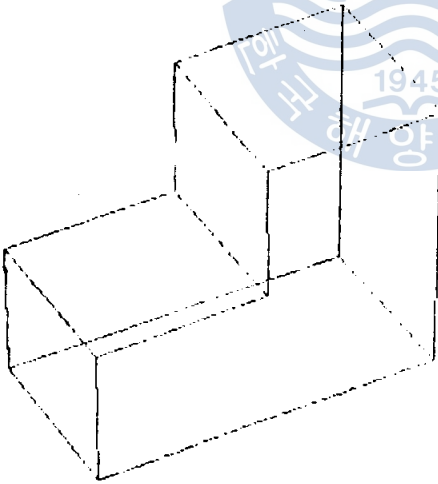
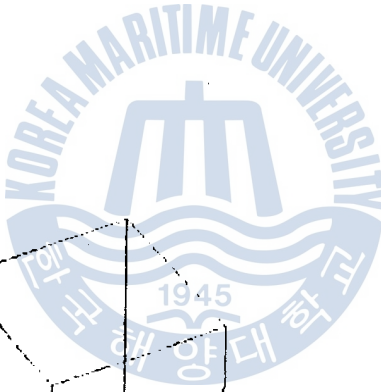


```

>
X0, Y0 0 0
RT .3
XM-70
YM-40
ZM 0
SP 500
YR, XR, ZR 30 45 0

```

(b)



```

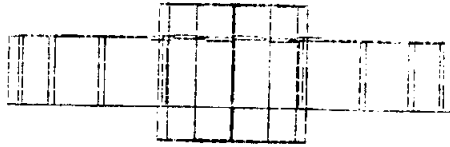
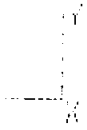
<
X0, Y0 0 0
RT .7
XM-70
YM-40
ZM 0
SP 2000
YR, XR, ZR 30 45 0

```

(그림 10)

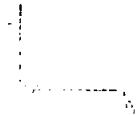
(a)

XO, YO 0 0
RT .7
XM 0
YM 0
ZM 0
SP 2000
YR, XR, ZR 90 0 0



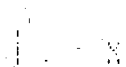
(b)

XO, YO 0 0
RT .7
XM 0
YM 0
ZM 0
SP 2000
YR, XR, ZR 0 90 0



(c)

XO, YO 0 0
RT .7
XM 0
YM 0
ZM 0
SP 2000
YR, XR, ZR 30 45 0



(그림 11)

4. 결론

이상과 같이 소형 컴퓨터를 이용하여 루시 도형의 창형 이론을 확립함과 동시에 이를 응용한 기본 도형의 작성이 가능함을 확인하였다. 이를 이용하여 제도를 하게 되면 종래의 제도에 비하여 시간과 노력이 절감 될 뿐만 아니라, 동일 도형의 수치 작성이 가능함을 알수 있었다. 또한, 이러한 개념을 이용하여 장차 보다 더 고차원적인 물체에의 제도에도 응용이 가능하리라 기대된다. 다만, 곡선의 처리, 陰線 처리 등의 기능을 추가해야만 보다 복합적인 제도용 시스템이 되리라 생각된다.

참고 문헌

- 1) 김 호 용, "원을 포함한 설계 도면의 입체도형으로의 자동 변환" 대한가계학회지 1987년도 춘계대회 논문집, P136-139
- 2) Sutherland, I.E. : "Arithmetic and Graphics", Chapter 2, CS 200, Univ Utah, Fall, 1968.
- 3) 山口 富士夫 : "図形 處理工学", P52, 日刊工業新聞社.

교육용 진동 시뮬레이션의
개발에 관한 연구

A Study on the Developing of the Vibration Simulation
for Educational Purposes



1988년 12월 20일

한국해양대학 선박기계공학과

김 종호, 김 유종, 민 정기, 안 은우, 백 승환, 부 장화