

# 자기부상계의 위치제어기 설계에 관한 연구

전 창 석\*

## A study on the design of position controller for magnetic levitation system

Chang-seok Jeon

### Abstract

Magnetic levitation systems, utilized in high speed magnetic bearing and magnetic levitation trains, are noiseless with no mechanical support, allowing high speeds with very little wear.

Both attractive suspension and repulsive suspension methods are used to obtain the levitation force in the industrial field. Attractive suspension has big loss of magnetic force because of a relatively wide gap between the latter is more widespread in use owing to high efficiency of the electromagnetic energy with a narrow air gap. In this paper, two different controllers are used to solve this problem. The characteristic equations are derived to describe the given system with many nonlinear elements. Then, these equations are linearized around the operational point of a steady state by the perturbation method. The performances of two controllers with different characteristics are compared through computer simulation. The simulation results show that the conventional *PID* controller has good transient response with small overshoot, while the  $H_{\infty}$  controller, which is robust in the case of parameter variation, depicts big waves at the step and impulse inputs. A hybrid controller was designed that combines positive characteristics both controllers. It displays relatively good performance, when compared to the other two controllers as stand alone units when run through a computer simulation.

---

\* 한국해양대학교 기관공학과 석사과정 전기전자제어전공

## 1. 서론

전자기력을 이용한 자기부상계(magnetic levitation system)에 관한 연구는 1970년 독일에서 자기부상열차를 설계 제작하고, 이것이 학계에 보고되면서 활발하게 연구되기 시작하였다. 또한 이 시스템은 물체를 비접촉으로 부상시키기 때문에 소음, 열 및 기계적 마찰이 없다는 장점으로 인해 고속 회전체의 자기 베어링, 자기부상열차등 많은 분야에 점진적으로 이용되고 있다<sup>1)2)</sup>. 자기부상시스템은 부상력을 얻는 방식에 따라 반발식 부상(repulsive suspension)과 흡인식 부상(attractive suspension)방식으로 나눌 수 있다<sup>1)</sup>.

반발식 부상 방식은 비교적 부상 간극을 크게 할 수 있지만 자기력 손실이 크다는 단점을 가지고 있다. 이에 대해 흡인식 부상 방식은 전자기력이 강하고 부상 간극이 적어 에너지 이용 효율이 크다는 장점으로 인해 많이 채용되고 있다<sup>3)</sup>. 본 논문에서는 흡인식 부상 방식을 채용하였다.

그러나 자기부상계는 본질적으로 불안정한 시스템이기 때문에 부상체를 안정하게 유지시키기 위해서는 안정화 제어가 필요하다. 따라서 본 논문에서는 이러한 불안정한 자기부상계에 대한 안정한 위치제어를 설계하기로 하고 먼저, 자기부상계의 운동방정식을 구한다<sup>1)3)4)</sup>. 이때 상태변수는 간극(air gap)변위, 강철구(steel ball)의 속도 그리고 전류이다. 둘째, 산업현장에서 주로 쓰이고 있는 고전적 주파수응답법에 기초한 PID 제어를 구성하여 모의실험 및 결과를 고찰한다. 셋째, 자기부상시스템의 공칭 모델은 파라미터 변동이나 선형화 오차로 인하여 실제 플랜트와는 차이가 있다고 보고 이에 대한 강인성을 향상시키기 위해서  $H_{\infty}$ 제어를 설계하고 모의실험 및 결과를 고찰한다. 넷째, 위 두 제어기들의 장점을 살린 새로운 방법의 혼성( $H_{\infty}$ -PID)제어기를 구성하고 모의실험 및 결과를 고찰한 다음, 마지막으로 설계된 제어기들이 모델의 불확실성 및 외란에 대해서 강인하게 대처할 수 있는가를 알아보고자 한다.

## 2. 자기부상계의 모델링

Fig. 2.1은 전자석의 흡인력(attractive force)을 이용하여 강철구를 지정된 위치에 부상시키는 자기부상계를 나타내고 있다.

강철구가 수직방향으로만 운동한다고 가정하였을 때 강철구의 운동방정식은 다음과 같다<sup>1)</sup>.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - f_{mag} \quad (2.1)$$

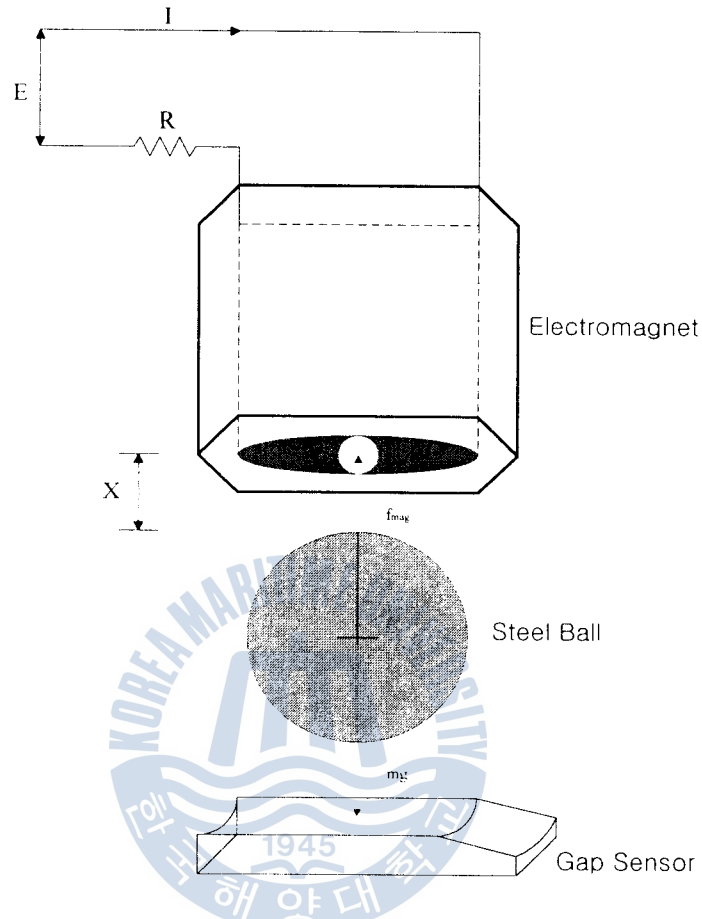


Fig. 2.1 Magnetic levitation system

그리고 직류 전자석에 대해서는 다음과 같은 가정을 둔다.

- 1) 자기포화, 히스테리시스손은 없다.(투자율 무한대)
- 2) 전자석의 누설자속은 없다.
- 3) 전기회로상의 이상적인 조건들을 만족한다.

식(2.1)의 전자기력  $f_{mag}$  는 전자석의 흡인력계수  $k$  와 전류  $I$  및 간극  $X$  의 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$f_{mag} = k \left( \frac{I+i}{X+x+x_0} \right) \tag{2.2}$$

단,  $i$  : 미소변화 전류,  $x$  : 평형점에서의 미소변위  $x_0$  : 철심에 있어서 자기저항의 계수

여기서,  $k = \frac{\mu_0 N^2 S}{4}$  단,  $\mu_0$  : 공기의 투자율 ( $4\pi \times 10^{-7} H/m$ )

$N$  : 권수,  $S$  : 철심의 단면적

평형점 부근에서 코일의 인덕턴스  $L$  이 일정하다고 가정했을 때 전자석의 회로방정식은 다음과 같다.

$$L \frac{di}{dt} + R(I+i) = E + e \quad (2.3)$$

단,  $e$  : 미소변화 전압

식(2.2)를 평형점 부근에서 Taylor급수 1차항까지 고려하여 선형화하고<sup>6)</sup>, 선형화된 식을 식(2.1)에 대입하면 다음과 같다.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2kI^2}{(X+x_0)^3} x - \frac{2kI}{(X+x_0)^2} i \quad (2.4)$$

식(2.3)은 평형점 부근에서

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e \quad (2.5)$$

이 된다.

제어입력  $e$  를  $u$ , 출력  $x$  를  $y$  로 했을 때, 이들의 입출력 관계를 선형상태방정식과 출력방정식<sup>5)</sup>으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.6)$$

$$y = Cx + Du$$

여기서,  $x = [x \ \dot{x} \ i]^T$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2kI^2}{m(X+x_0)^3} & 0 & -\frac{2kI}{m(X+x_0)^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0],$$

$$D = [0]$$

### 3. 자기부상계의 위치제어 시스템

Fig. 3.1은 자기부상계의 위치제어 시스템에 대한 블록선도를 나타내고 있다. 전자석과 부상체간의 간극 계측을 위해서 센서를 부착하여 강인하고 안정한 제어를 구성한다. 이렇게 설계된 제어기의 목표치(reference value)는 센서를 통해서 피드백(feedback)된 전자석과 부상체간의 간극과 비교되어 부상체를 원하는 위치에 유지시키게 된다.

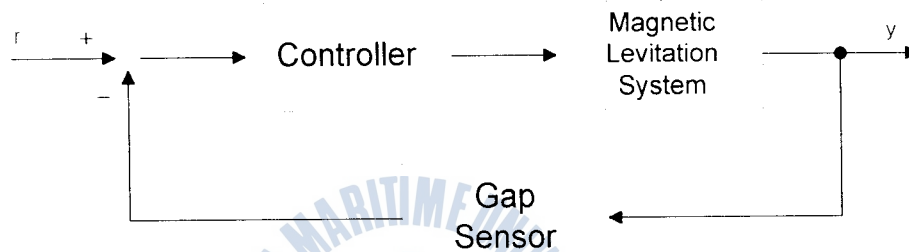


Fig. 3.1 Block diagram of levitation control system with gap sensor

### 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

Table 1은 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 파라미터 값을 나타내고 있다.

Table 1 Nominal parameter values

| 파라미터               | 공칭값                    |
|--------------------|------------------------|
| $m$ [kg]           | 1.75                   |
| $X$ [m]            | $5.0 \times 10^{-3}$   |
| $I$ [A]            | 1.06                   |
| $L$ [H]            | 0.508                  |
| $R$ [ $\Omega$ ]   | 23.2                   |
| $k$ [ $Nm^2/A^2$ ] | $2.9 \times 10^{-4}$   |
| $x_0$ [m]          | $-6.41 \times 10^{-4}$ |

아래는 Table 1에 따른 상태방정식의 계수행렬을 보이고 있다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4496.2 & 0 & -18.5 \\ 0 & 0 & -45.7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.9685 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

상기의 값에 대하여 앞장에서 서술한 각각의 제어를 부착하여 다음의 3가지 경우로 나누어 시뮬레이션을 한다.

(case A) : 추종성능을 조사하기 위해 계단(step)상으로 부상위치(5→6[mm])를 변경한 경우

(case B) : 외란제거성능을 알아보기 위해 강철구가 평형점에 있을 때 외란을 가한 경우

(case C) : 강인한 안정성을 알아보기 위해 강철구의 질량을 변경한 경우

시뮬레이션 결과를 나타내는 그림에서 종축은 시간을, 횡축은 전자석과 부상체간의 간극을 나타낸다.

#### 4.1 PID제어기

Fig. 4.1은 (case A)에 해당하는 응답실험으로서 평형상태의 부상위치에서 변경시킨 경우의 모의실험 결과이다. 결과로부터 알 수 있지만 응답 초기상태에 오버슈트와 진동 및 언더슈트(undershoot)가 발생하였으나 0.55초 후에는 정상상태오차없이 입력신호에 추종하고있음을 보이고 있다.

Fig. 4.2는 (case B)에 해당하는 응답실험으로서 강철구가 평형상태에 있을 때 플랜트의 입력측으로 서로 다른 크기의 외란을 0.2초 동안 연직하방으로 가했을 경우의 모의실험결과이다. 외란의 크기가 커짐에 따라 오버슈트 및 언더슈트가 발생하고 있지만 0.4초후에는 평형상태로 유지되고 있음을 보이고 있다.

Fig. 4.3은 (case C)에 해당하는 응답실험으로서 강철구의 질량을 공칭치의 10% (0.175kg), 20% (0.35kg)에 해당하는 값을 각각 더 부가했을 경우의 모의실험결과이다. 질량이 증가함에 따라 각각 0.0286, 0.0486씩 오버슈트가 증가되고 있지만 목표치에 잘 추종하고 있음을 보이고 있다.

#### 4.2 H $\infty$ 제어기

Fig. 4.4는 (case A)에 해당하는 응답실험으로서 응답 초기상태에 오버슈트가 발생하였으나 0.1초후에 정상상태로 추종하고 있으며 0.03의 정상상태오차를 보이고 있음을 결과로부터 알 수 있다.

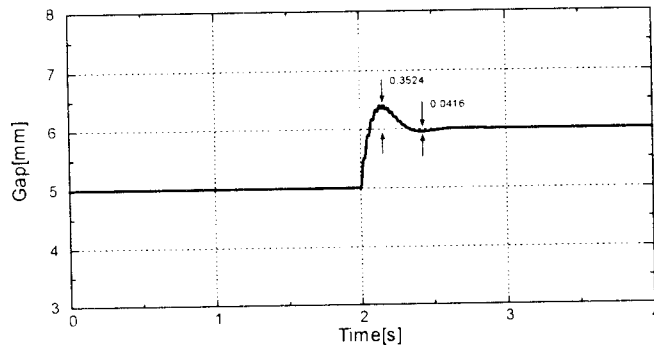
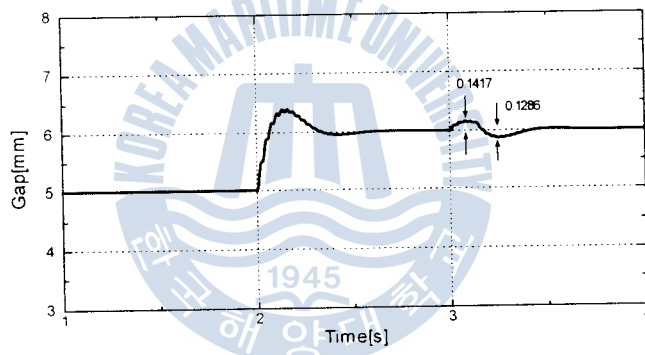
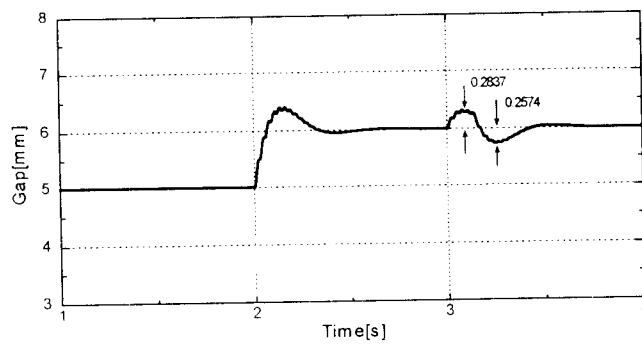


Fig. 4.1 Step response of nominal plant (case A)( Reference value : 5→6(mm))



(A) Disturbance (-12.45N)



(B) Disturbance (-18N)

Fig. 4.2 Transient response with disturbance for 0.2 second (case B)

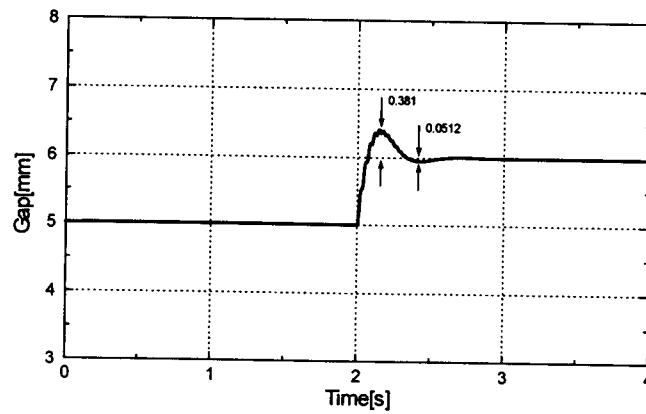
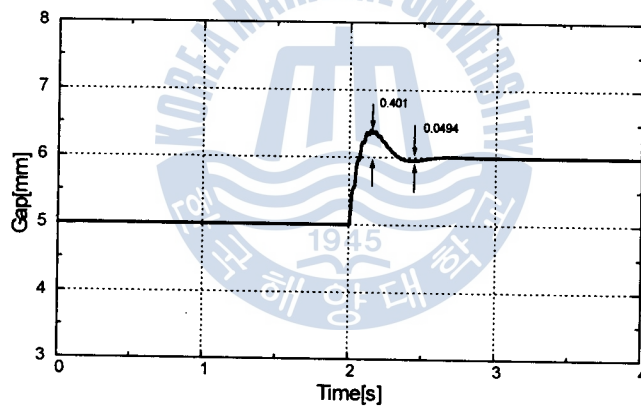
(A) Mass ( $m$ ) added 10% of nominal ball(B) Mass ( $m$ ) added 20% of nominal ballFig. 4.3 Step response with variation of mass ( $m$ ) (case C)

Fig. 4.5는 (case B)에 해당하는 응답실험이다. 외란의 크기가 커짐에 따라 오버슈트 및 언더슈트의 크기가 커지고 있지만 0.25초후에는 평형상태로 복귀되고 있음을 보이고 있다.

Fig. 4.6은 (case C)에 해당하는 응답실험으로서 강철구의 질량이 증가함에 따라 오버슈트가 증가하고 있으나 정상상태에 도달하는 시간(settling time)은 공칭치(0.1초)와 같음을 보이고 있다.



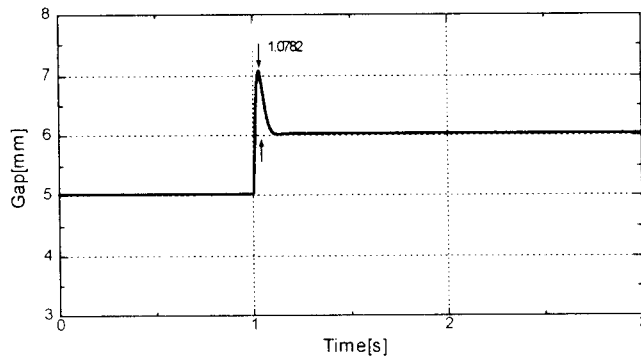
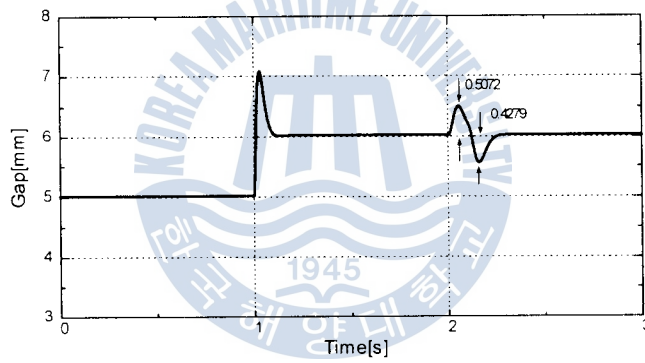
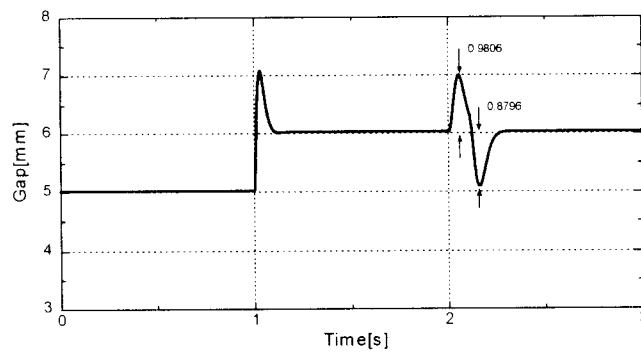


Fig. 4.4 Step response of nominal plant (case A)( reference value : 5 →6(mm))

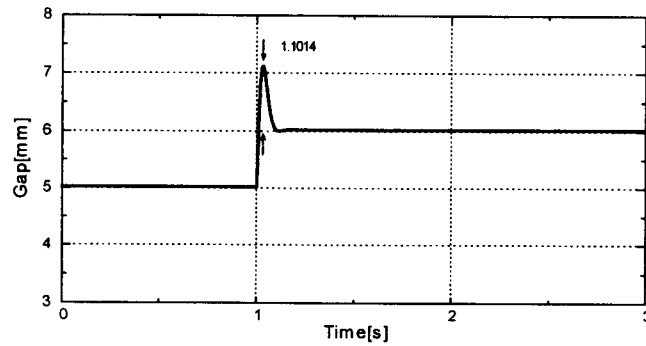
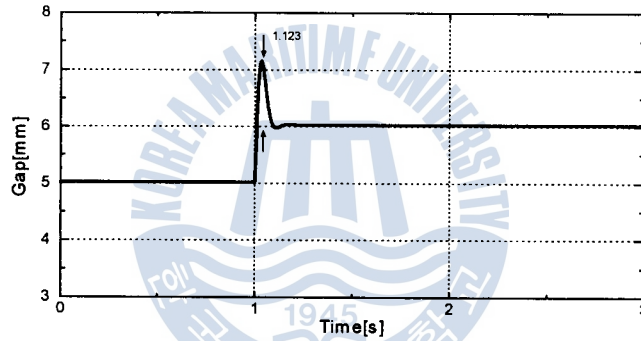


(A) Disturbance (-12.45N)



(B) Disturbance (-18N)

Fig. 4.5 Transient response with disturbance for 0.2 second(case B)

(A) Mass(  $m$  ) added 10% of nominal ball(B) Mass(  $m$  ) added 20% of nominal ballFig. 4.6 Step response with variation of mass(  $m$  ) (case C)

### 4.3 혼성( $H_{\infty}$ - PID )제어기

Fig. 4.7은 (case A)에 해당하는 응답실험으로서 초기상태에 약간의 헛팅이 있지만 오버슈트없이 0.12초만에 목표위치로 도달하고 있음을 보여주고 있다.

Fig. 4.8은 (case B)에 해당하는 응답실험으로서 외란에 대한 반응은 앞의 두 제어기와 비슷한 모습을 보이고 있으며, 평형상태로 복귀하는데 걸리는 시간은  $H_{\infty}$ 제어기에 비해 0.05초 더 지연되고 있다.

Fig. 4.9는 (case C)에 해당하는 응답실험으로서 강철구의 질량을 공칭치의 10%, 20%로 증가시켰을 때나 공칭치의 질량일 때나 거의 응답은 같았다. 따라서 혼성제어기는 강인한 안정성에 적당한 것으로 나타났다.

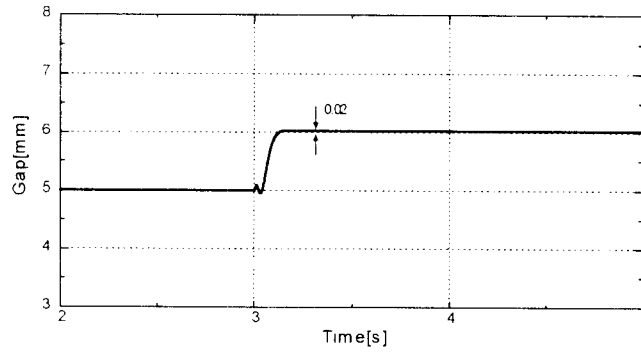
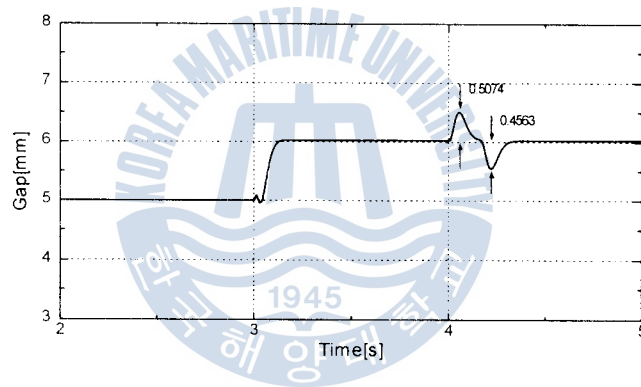
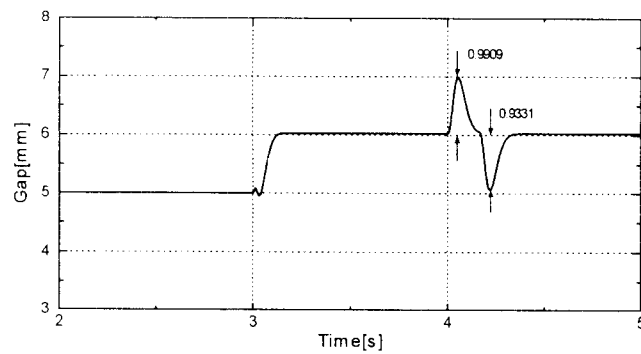


Fig. 4.7 Step response of nominal plant (case A) (Reference value : 5 → 6[mm])

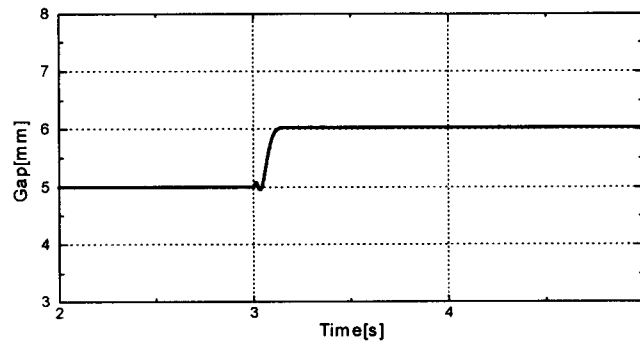
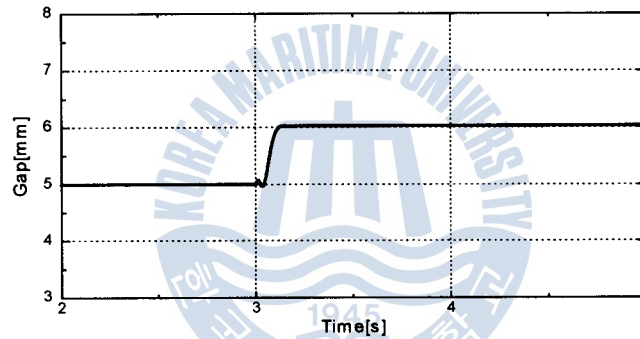


(A) Disturbance (-12.45N)



(B) Disturbance (-18N)

Fig. 4.8 Transient response with disturbance for 0.2 second (case B)

(A) Mass(  $m$  ) added 10% of nominal ball(B) Mass(  $m$  ) added 20% of nominal ballFig. 4.9 Step response with variation of mass(  $m$  ) (case C)

## 5. 결 론

본 논문에서는 자기부상계의 안정화 제어기 설계문제에 대해서 먼저 시스템을 수학적 모델링을 한 후, 단일입출력(SISO)에 강인한  $PID$  제어기와 단일입출력 및 다입출력(MIMO)에 강인한  $H_{\infty}$ 제어기 및 두 제어기를 혼합한 혼성(hybrid)제어기를 설계하고 플랜트에 적용하여 서로를 비교·검토해 본 결과 다음과 같은 결론을 확인할 수 있었다.

- [1] 고도의 비선형적인 특성을 가진 자기부상계를 동작점 부근에서 선형화하고, 여기에 본 연구에서 제안한 제어기를 부착시켜 본 결과 외란에 대한 제거능력이 우수

함을 알 수 있었다.

- [2] 컴퓨터 시뮬레이션 결과,  $PID$  제어기는 정상상태에서,  $H_{\infty}$  제어기는 초기상태에서 뚜렷한 장점을 보이고 있지만 서로 보완해야 할 점을 지니고 있었다.
- [3]  $PID$  제어기와  $H_{\infty}$  제어기의 단점을 보완하고자 하는 취지에서 제안한 혼성제어를 통해 본 모의실험결과, 질량의 변화에 대해서 강인함을 알 수 있었다. 이렇게 제안된 제어기(혼성제어기)는 모드전환 제어값에 의해 간단하게 구현할 수 있는 잇점이 있다.

## 참 고 문 헌

- 1) 電氣學會, 1993, “磁氣浮上と磁氣軸受”, コロナ社
- 2) 韓國機械研究院, 1997, 제9권 제2호, “機械와 材料”
- 3) 김창화, 1997, “센서리스 자기부상계의 강인한 위치 제어기 설계 관한 연구”, 부경대학교 대학원 기관학과 공학박사학위 논문
- 4) Benjamin C. Kuo, “Automatic control systems”, Prentice-hall
- 5) Karl J. Åström, Björn Wittenmark, “Computer-controlled systems theory and design”, Prentice-hall
- 6) MurrayR. Spiegel, “Advanced mathematics for engineers and scientists”, McGraw-hill, pp.182~256

