

船用디이젤機關 過給機의 안정성에 관한 理論的 考察

朴 進 吉

A Theoretical Study on the Stability of Marine Diesel Engine Supercharger

Jin-Gil, Park

目 次	
1. 序 論	5) $-\sqrt{4m/C} < R_v < 0$ 일 경우
2. 서어징 現象과 理論式	6) $R_v = -\sqrt{4m/C}$ 일 경우
3. 安定성에 對한 理論的 考察	7) $R < -\sqrt{4m/C}$ 일 경우
1) $R_v > \sqrt{4m/C}$ 일 경우	4. 서어징의 強度
2) $R_v = \sqrt{4m/C}$ 일 경우	5. 서어징에 對한 對策
3) $0 < R_v < \sqrt{4m/C}$ 일 경우	6. 結 論
4) $R_v = 0$ 일 경우	7. 參考文獻

Abstract

Marine Diesel engines have most equipped with the supercharger driven by the exhaust gas of engine to generate more power per volume.

Especially, when they is highly supercharged, we have frequently experienced the surging of supercharger causing the large trouble.

In this paper, the stability of supercharger due to the flow variation is investigated on the base of the theoretical formulae and it becomes clear that the intensity and magnitude of surging can be more or less reduced by the partial improvement of the air charging system.

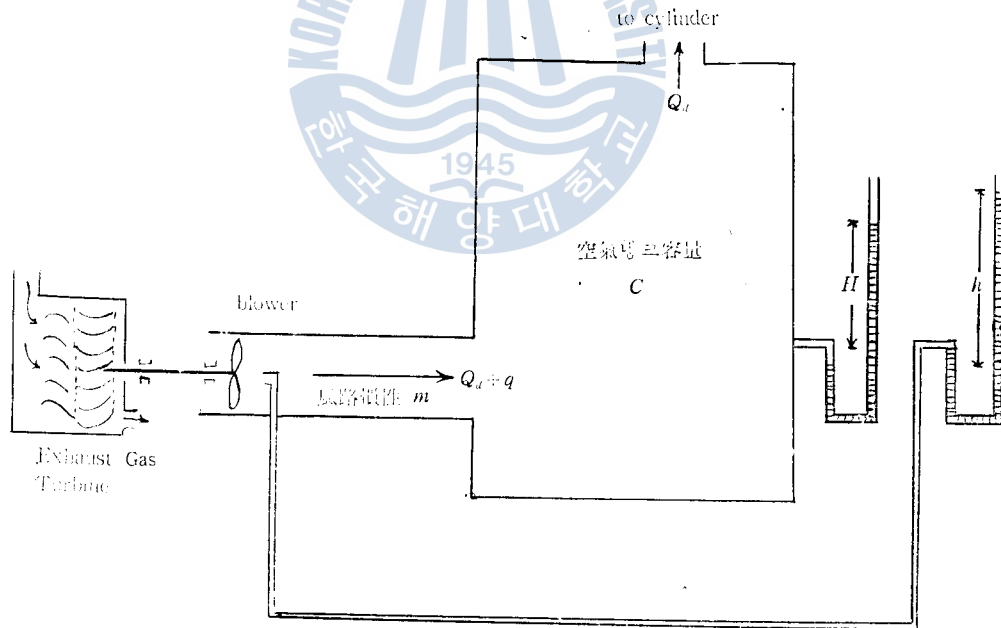
1. 序 論

船用 디이젤機關은 單位重量當 大馬力을 얻기 위하여 過給機를 使用하여 過給을 시행한다. 現在の 디이젤機關은 여러가지 利点 때문에 점점 高過給의 傾向이 있으며, 따라서 低過給에서는

볼 수 없었던 過給機의 서어징(surging)現象을 자주 經驗하게 된다. 심한 서어징은 過給機의 故障을 誘發하고, 이로 因하여 過給機가 故障나면 燃料 및 吸排氣 벨브의 開閉時期를 調節하지 않는 限 正常運轉은 不可能하다. 水力流体機械의 서어징은 日本의 藤井^{1),2)}, 草間³⁾ 등에, 空氣流体機械의 서어징은 Emmons⁴⁾, 下山⁵⁾, 伊藤⁶⁾, 甲藤⁷⁾ 등에 依하여 1940年代 末에서 1950年代에 그 原因 등이 밝혀졌고, 多段壓縮機의 서어징도 Routh나 Hurwitz의 判別法으로 解決을 보았다. 그러나, 近年에 많이 使用되고 있는 디젤機關의 廢氣用 터어보過給機(turbo-supercharger)의 서어징에 관해서는 여러가지 實驗에 依한 防止策이 利用되고는 있으나 그 理論的인 根據가 대체로 稀薄하다. 本論文에서는 디젤機關用 터어보-블로워(turbo-blower)의 서어징 發生原因, 安定性, 서어징에 對한 對策 등에 對하여 理論式을 根據로 이들을 考察해 보고자 한다.

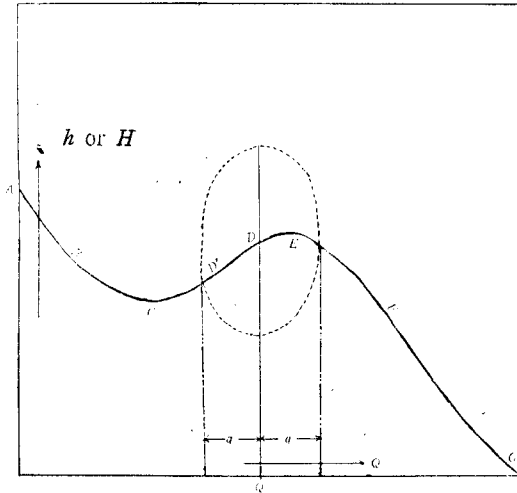
2. 서어징現象과 理論式

그림·1은 送風機의 系統圖를 表示한다.



그림·1 送風機의 系統圖

送風機의 回轉數가 一定할 경우 出口의 벨브를 全閉狀態에서 아주 徐徐히 열면서 流量과 送風機의 出口壓力을 記錄하면 그림·2와 같은 送風機의 特性曲線을 얻게 된다. 그림·2에서 ABC , EFG 流量領域에서는 陰(-)의 기울기를 가져 復原力이 作用하여 安定한 運轉이 되나, $CD'DE$ 流量에서는 陽(+)의 기울기가 되어 摩擦抵抗이 運動方向과 同一하게 作用하며 系統으로부터



그림·2 送風機의 特性曲線

에너지를 吸收하여 空氣탱크의 壓力과 送風機 出口의 壓力의 差가 있게 되고, 이 때문에 流量이 週期的으로 急變하여 서어징이 發生하므로 安定된 運轉을 泐치게 된다. 서어징이 일어난다면 過給機에서 망치로 두드리는 것 같은 소리가 나며 심한 流体振動으로 실린더內에서 不完全 燃燒가 일어나고 더 심한 境遇에는 過給機가 破損되는 일도 있다.

送風機가 一定한 流量으로 定常運轉中 dt 時間에 dq 의 流量變動이 系統에 주어졌다면 (1)式과 같은 運動方程式을 얻게 된다.

$$h = m \frac{dq}{dt} + H \dots\dots\dots (1)$$

여기에서

h ; 送風機의 出口壓力

m ; 風路慣性

H ; 空氣탱크의 壓力

(1)式을 時間 t 에 對하여 微分하면

$$\frac{dh}{dt} = m \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{dH}{dt} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{dh}{dq} = -R_v \frac{dq}{dt} \dots\dots\dots (3)$$

여기에서

$\frac{dh}{dq} = -R_v$; 特性曲線의 기울기로 粘性摩擦抵抗係數에 相當한다.

$$\frac{dH}{dt} = \frac{q}{C} \dots\dots\dots (4)$$

여기에서,

q ; 定常狀態에서 流量의 變化量

C ; 空氣탱크의 容量

(3)式과 (4)式을 (2)式에 代入하여 整理하면 (5)式을 얻게 된다.

$$m \frac{d^2q}{dt^2} + R_v \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

위 (5)式은 自由度가 1 인 自由振動에서 抵抗을 포함하는 경우의 運動方程式과 同一하다³⁾. 送風機의 特性曲線에서 ABC , EFG 流量에서는 R_v 는 陰(-)의 값을 가지나 $CD'DE$ 의 流量에서는 陽(+)의 값을 가진다.

다음 (1)式과 (4)式에서 dt 를 消去하면 (6)式과 같은 空氣탱크의 壓力과 送風機 出口壓力과

의 關係式을 얻게 된다.

$$\frac{dH}{dq} = -\frac{m}{C} \cdot \frac{q}{h-H} \dots\dots\dots(6)$$

(6)式에서 H 의 軌跡을 그리면 그림·2에서 點線과 같이 된다. $dq < 0$ 에서는 系統에 에너지가 貯蓄되어 逆流이 일어나고, $dq > 0$ 에서는 貯蓄된 에너지가 放出되어 $h > H$ 가 되어 流量增加率이 增大한다. 따라서, 流量이 Q_s 를 中心으로 q 만큼 振動할 경우 H 의 軌跡은 反時計方向으로 回轉한다. 또 $q=0$ 일 때 $dH/dq=0$ 로 H 의 軌跡은 水平으로 dH/dq 는 零이다. H 의 軌跡이 特性曲線을 切斷할 境遇, 즉 $H=h$ 일 때에는 H 의 軌跡은 垂直으로 dH/dq 는 ∞ 가 된다.

그림·2에서 特性曲線의 기울기 R_v 가 陽(+)⁹⁾의 流量領域에서는 抵抗이 運動과 同一方向으로 作用하므로 外部에서 어떤 強制力이 없어도 系統에서 勵振에너지를 吸收하여 振動이 增大하여 自動振動이 發生하고, 이로 因한 流体振動과 流量急變으로 送風機에 서어징現象이 誘起된다.

3. 安定性에 對한 理論的 考察

送風機의 安定性에는 振動의 有無에 依한 動的安定性和 復原性의 有無에 依한 靜的安定性이 있다⁹⁾. 送風機의 安定性은 모두 特性曲線의 기울기 R_v 의 값에 따라 決定되므로, 이 章에서는 各 R_v 值에 對한 安定性問題를 檢討해 보고져 한다.

(5)式을 $t=0$ 에서 $q_{(0)}=q_0$ $\dot{q}_{(0)}=\alpha_0$ 일 때 라플라스變換하면 (7)式을 얻게 된다.

$$Q_{(s)} = \frac{mq_0s + m\alpha_0 + R_v q_0}{ms^2 + R_v s + \frac{1}{C}} \dots\dots\dots(7)$$

(5)式의 微分方程式의 一般解는 (7)式의 R_v 의 값에 따라 다음과 같이 서로 다르게 된다.

1) $R_v > \sqrt{4m/C}$ 일 境遇

特性曲線의 기울기 R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 값보다 클 경우 (7)式을 라플라스 逆變換하면 (8)式을 얻을 수 있다.

$$q_{(t)} = C_1 e^{-\sigma_1 t} + C_2 e^{-\sigma_2 t} \dots\dots\dots(8)$$

여기에서,

$$C_1 = \frac{m(q_0 \sqrt{R_v^2 - 4m/C} - 2m\alpha_0 - R_v q_0)}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$C_2 = \frac{m(q_0 \sqrt{R_v^2 - 4m/C} + 2m\alpha_0 + R_v q_0)}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$\sigma_1 = \frac{R_v + \sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} > 0$$

$$\sigma_2 = \frac{R_v - \sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} > 0$$

(8)式의 첫째項과 둘째項은 모두 $t \rightarrow \infty$ 에서 零에 收斂하므로 $q_{(\infty)}=0$ 가 된다.

따라서, R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 보다 클 경우에는 靜的 및 動的으로 모두 安定한 狀態가 된다.

2) $R_v = \sqrt{4m/C}$ 일 境遇

R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 와 同一한 경우 (7)式을 라플라스 逆變換하면 (9)式을 얻을 수 있다.

$$q_{(t)} = e^{-\frac{R_v}{2m}t} \left[m q_0 + i \left(m \alpha_0 + \frac{R_v q_0}{2} \right) \right] \dots\dots\dots(9)$$

(9)式의 둘째 항은 時間이 經過하면 增加하나 全体的으로는 指數的으로 減衰하여 $q_{(\infty)} = 0$ 이 된다. 따라서, R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 와 같은 값이 되면 靜的으로나 動的으로나 安定하나 振動과 非振動의 境界點이 된다.

3) $0 < R_v < \sqrt{4m/C}$ 일 境遇

R_v 가 陽(+)의 값을 가지나 $\sqrt{4m/C}$ 보다 적을 경우 (7)式을 라플라스 逆變換하면 (10), (11) 式을 얻게 된다.

$$q_{(t)} = C_1' e^{-\sigma_1 t} + C_2' e^{-\sigma_2 t} \dots\dots\dots(10)$$

$$= 2|C_1'| e^{-\frac{R_v}{2m}t} \cos \left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} t - \phi \right) \dots\dots\dots(11)$$

여기에서

$$C_1' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 + j(R_v q_0 + 2m\alpha_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$C_2' = C_1'$ 의 共軛

$\phi = \angle C_1'$

(11)式은 減衰振動으로 靜的安定狀態이나 $q_{(\infty)} = 0$ 이므로 動的으로는 準(漸近)安定狀態이다.

4) $R_v = 0$ 일 境遇

$R_v = 0$ 일 경우 (5)式은 다음 (12)式과 같이 된다.

$$m \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \dots\dots\dots(12)$$

$t=0$ 에서 $q_{(0)} = q_0$ $\dot{q}_{(0)} = \alpha_0$ 일 때 (12)式의 一般解는 (13)式과 같다.

$$q_{(t)} = 2|C_1''| \cos \left(\frac{t}{\sqrt{Cm}} - \phi_1 \right) \dots\dots\dots(13)$$

여기에서

$$C_1'' = \frac{q_0 + j\sqrt{Cm}}{2}$$

$\phi_1 = \angle C_1''$

(13)式은 時間이 經過해도 振幅이 減衰하지 않은 無減衰自由振動이며 靜的으로는 安定하나 動的으로는 安定限界狀態이다.

5) $-\sqrt{4m/C} < R_v < 0$ 일 境遇

R_v 가 零보다 적거나 $-\sqrt{4m/C}$ 보다는 클 境遇 (5)式의 一般解는 (14)式과 같이 된다.

$$q_{(t)} = 2|C_1'''| e^{\frac{R_v t}{2m}} \cos\left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m} t + \phi_2\right) \dots\dots\dots(14)$$

여기에서

$$C_1''' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 + j(R_v q_0 - 2m\alpha_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$\phi_2 = \angle C_1'''$$

(14)式은 靜的으로는 安定限界狀態이며 $t = \infty$ 에서 $q_{(t)}$ 는 一定한 값으로 收斂하지 않고 振動하면서 發散하므로 動的으로는 不安定하다.

6) $R_v = -\sqrt{4m/C}$ 일 境遇

R_v 가 $-\sqrt{4m/C}$ 와 同一할 경우 (5)式의 一般解는 (15)式과 같이 된다.

$$q_{(t)} = e^{\frac{R_v t}{2m}} [mq_0 + t(m\alpha_0 - R_v q_0/2)] \dots\dots\dots(15)$$

(15)式은 $t = \infty$ 에서 振動하지 않고 發散하므로 動的으로는 安定하나 復原力이 없으므로 靜的으로는 不安定하다.

7) $R_v < -\sqrt{4m/C}$ 일 境遇

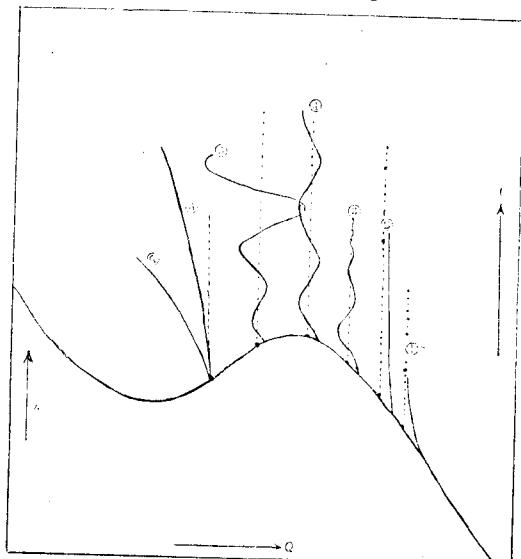
R_v 가 $-\sqrt{4m/C}$ 보다 적을 경우 (5)式의 一般解는 (16)과 같이 된다.

$$q_{(t)} = C_1'''' e^{\alpha_1 t} + C_2'''' e^{\alpha_2 t} \dots\dots\dots(16)$$

여기에서

$$C_1'''' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 + (2m\alpha_0 - R_v q_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$

$$C_2'''' = \frac{m[\sqrt{R_v^2 - 4m/C} q_0 - (2m\alpha_0 - R_v q_0)]}{2\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}$$



그림·3 各 R_v 값에 對한 流量變動의 波形

(16)式도 $t = \infty$ 에서 어떤 값에 收斂하지 않고 發散하므로 靜的 不安定狀態이며 振動하지 않으므로 動的으로는 安定하다.

以上 各 R_v 값에 對한 $q_{(t)}$ 의 波形을 그리면 그림·3과 같다.

그림·3을 觀察해 보면 送風機의 特性曲線의 기울기 R_v 의 크기에 따라 系統의 安定性이 決定되며 R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 보다 클 경우에는 靜的으로나 動的으로나 모두 安定狀態이며 R_v 가 $\sqrt{4m/C}$ 보다 적을 경우에는 靜的 혹은 動的으로 不安定함을 알수 있고 空氣振動도 R_v 의 값에 따라 그 樣狀이 相異함을 알수 있다.

4. 서어징의 強度

(6)式을 다시 整理하면 (17)式과 같은 서어징이 일어날 때의 送風機 出口壓과 탱크壓과의 差壓에 對한 關係式을 얻을 수 있다.

$$h-H=H_d=\frac{m}{C} \cdot \frac{dq}{dH} \cdot q=\frac{m}{CR_q} q_{(t)} \dots\dots\dots(17)$$

여기에서

$$R_q=\frac{dH}{dq} ; \text{流量變化에 對한 탱크壓力的 變化率로 乾性摩擦抵抗係數에 相當한다.}$$

서어징의 크기를 送風機 出口空氣壓과 탱크壓과의 差壓 (H_d)으로 表示한다면, (17)式에서 서어징의 크기는 系統의 風路慣性 m 와 流量變化量 $q_{(t)}$ 에 比例하고, 탱크容量 C 와 流量變化에 對한 탱크壓의 變化率 R_q 에 反比例한다.

動的인 不安定狀態에서의 流量變化量에 關한 關係式 (11), (13), (14)式을 (17)式에 代入하면, 이때 서어징의 크기에 對한 關係式 (18), (19), (20)式을 求할 수 있다.

$$H_d=\frac{m^2}{CR_q} \cdot \frac{\sqrt{(R_v^2-4m/C)q_0^2+(R_vq_0+2m\alpha_0)^2}}{\sqrt{R_v^2-4m/C}} \cdot e^{-\frac{R_v}{2m}t} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{R_v^2-4m/C}t-\phi}{2m}\right) \dots(18)$$

$$\text{但} \quad 0 < R_v < \sqrt{4m/C}$$

$$H_d=\frac{m}{CR_q} \cdot \sqrt{q_0^2+Cm} \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{Cm}}-\phi_1\right) \dots\dots\dots(19)$$

$$\text{但} \quad R_v=0$$

$$H_d=\frac{m^2}{CR_q} \cdot \frac{\sqrt{(R_v^2-4m/C)q_0^2+(R_vq_0-2m\alpha_0)^2}}{\sqrt{R_v^2-4m/C}} \cdot e^{\frac{R_v}{2m}t} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{R_v^2-4m/C}t+\phi_2}{2m}\right) \dots\dots(20)$$

$$\text{但} \quad -\sqrt{\frac{4m}{C}} < R_v < 0$$

위의 여러 關係式에서 알 수 있는 바와 같이 $R_v > 0$ 에서는 $q_{(\infty)}=0$ 이므로 $H_d=0$ 가 되어 서어징이 發生하지 않으며, $R_v < 0$ 에서는 $q_{(\infty)}=\infty$ 에서 理論上 서어징은 無限히 增大하나 實際로는 그림·2에서 알 수 있는 바와 같이 $q_{(t)}$ 가 C 點과 E 點을 超過하여 흔들리던 이 以上の 流量에서는 R_v 가 陰(-)으로 作用하여 振動이 減衰되므로 流量變化量은 $q_{(t)}$ 는 이 以上 增大하지 않는다. 따라서, 同一特性의 같은 送風機라도 送風系統의 構造에 따라 變하는 m, C, R_q 의 크기에 依하여 서어징의 크기는 서로 相異하며 週期는 流量 變動量 $q_{(t)}$ 와 同一하다. $-\sqrt{4m/C} < R_v < 0$ 일 경우에는 動的으로는 不安定하여 振動하나 靜的으로는 安定하기 때문에 復原力이 存在하여 그 流量振動幅은 平均流量에 따라 크기가 一定히 지므로 同一 風路에서는 平均 流量이 E 點과 C 點의 中間에 왔을 때 $q_{(t)}$ 가 가장크고 따라서 H_d 도 最大값을 가진다. $R_v \leq -\sqrt{4m/C}$ 에서는 動的으로는 安定하나 靜的으로는 不安定하여 復原力이 喪失하여 流量變動은 不安定하며 m 와 C 의 크기에 따라 特異한 弛緩振動에 유사한 振動을 引어킨다.

서어징의 強度는 單位時間에 對한 서어징의 크기 (H_d)의 變化率 (γ)로 表示한다면 (17)式을 時間 t 에 對하여 微分하면 (21)式과 같은 서어징의 強度에 對한 關係式을 얻을 수 있다.

$$\gamma = \frac{dH_d}{dt} = \frac{m}{CR_q} \cdot \frac{dq}{dt} \dots\dots\dots(21)$$

따라서, 서어징의 強度는 風路慣性 m , 時間에 對한 流量變動率(dq/dt)에 比例하고 탱크容量 (C), 流量變化에 對한 탱크壓의 變化率 (R_q)에 反比例한다. (18), (19), (20)式을 時間 t 에 對하여 微分하면 서어징의 強度에 對한 關係式 (22), (23), (24)式을 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma = & \frac{m}{2CR_q} \cdot \sqrt{(R_v^2 - 4m/C)q_0^2 + (R_v q_0 + 2m\alpha_0)^2} \cdot \sqrt{R_v^2 + R_v - 4m/C} \\ & \cdot e^{-\frac{R_v}{2m}t} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m}t - \phi''\right) \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

여기에서,

$$\begin{aligned} -\phi'' &= -\phi + \phi' \\ \phi' &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{R_v} \end{aligned}$$

$$\gamma = -\frac{m}{CR_q} \cdot \frac{\sqrt{q_0^2 + Cm}}{\sqrt{Cm}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{Cm}} - \phi_1\right) \dots\dots\dots(23)$$

$$\begin{aligned} \gamma = & \frac{m}{2 \cdot C \cdot R_q} \cdot \sqrt{(R_v^2 - 4m/C)q_0^2 + (R_v q_0 - 2m\alpha_0)^2} \cdot \sqrt{R_v^2 + R_v - 4m/C} \\ & \cdot e^{\frac{R_v}{2m}t} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{R_v^2 - 4m/C}}{2m}t + \phi_2'\right) \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

여기에서, $\phi_2' = \phi_2 + \phi'$

위의 서어징의 強度와 크기에 關한 關係式들을 살펴보면 γ 와 H_d 는 그 振動의 週期는 同一하나 그 振動幅과 位相은 差異가 있음을 알 수 있다.

5. 서어징에 對한 對策

그림·2에서 서어징의 安定限界點은 E 點이며 여러가지 回轉數에서 E 點을 連結한 線을 서어징線이라 한다. 보통 디젤機關이 運轉中 서어징이 일어나는 것은 送風機系統의 風路의 汚損, 船底汚損으로 因한 所要馬力增大, 減筒運轉, 高速航走中 急回轉으로 因한 主機의 回轉數低下 등으로 流量이 減少하여 서어징線 이하로 되면 서어징이 發生한다. 이 경우에 原因除去가 困難하면 應急措處로 바이패스 밸브(by-pass valve)를 設置하여 全体流量이 서어징線 以上이 되게 해야 한다. 여름철보다 겨울철에 서어징이 잘 일어나는데 이는 風路慣性 m 가 겨울철에는 크지기 때문에 發生하므로 空氣冷却器 等은 運休하는 것이 좋다.

디젤機關의 給氣는 실린더의 運動에 따라 間歇的으로 供給되고, 또 動壓方式의 廢氣터빈의 경우에는 送風機의 回轉數가 脈動하고, 吸排氣 벨브가 漏洩하면 週期的으로 逆流가 發生한다. 이런 경우 서어징의 크기와 強度는 (18), (19), (22), (23)의 關係式에서 알 수 있는 바와 같이 $0 < R_0 < \sqrt{4m/C}$ 의 경우에는 初期流量變化量 q_0 , 初期流量變化率 α_0 가 커져서 서어징의 크기와 強度가 增大하고, 따라서, 實際의 서어징線은 安定狀態의 서어징線 보다 大流量側으로 移動한다. 大型低速機關은 小型高速機關 보다 q_0 및 α_0 가 크므로 서어징이 잘 일어난다.

可能하면 서어징線은 小流量側에 있는 것이 좋으며 大流量領域에서는 R_0 가 적을수록 送風機의 最高效率點이 서어징線으로부터 멀리 떨어지게 된다. 後向날개의 送風機는 直線날개의 送風機보다 最高效率點이 서어징線으로부터 멀리 떨어져 있어서 좋으나 給氣壓이 낮으므로 高過給의 境遇에는 直線날개의 送風機가 많이 使用되므로 서어징이 자주 일어난다. 서어징에 對한 對策으로 서어징線이 小流量側에 있게 하는 것이 가장 좋으나, 高過給의 경우에는 最高效率點이 서어징線에 接近하여 있으므로 實際로 이것을 實現하기는 困難하다.

同一한 送風機라도 送風系統의 構造에 따라 서어징의 크기와 強度는 相異하므로 不得已하여 流量이 小流量側으로 移動하여 서어징이 發生하더라도 그 크기와 強度를 減少시켜 서어징으로 인한 被害를 줄이는 것도 하나의 對策이 될 것이다. 實際 디젤機關의 境遇 이에 對한 對策을 列舉하면 다음과 같다.

- 1) 吸入共通管의 크기를 크게 하여 容量 C 를 增大시킨다.
- 2) 流量變化에 對한 給氣壓의 變化率 R_0 를 크게 한다. R_0 를 크게 할려면 風路에 オリ피스(orifice)를 設置해야 하는 데, 이로 因해서 風壓損失이 增大하므로 適當한 크기의 オリ피스를 使用해야 한다.

또, 이를 設置하면 脈動이 크게 減少하고 吸入共通管의 風路慣性 m 와 特性曲線의 기울기 R_0 가 적어지므로 서어징을 弱화시키는 效果는 더 커지게 된다.

- 3) 送風機의 出口風路는 될수록 크게 한다. 送風機의 出口를 크게 하면 吸入共通管의 風壓과 送風機의 出口壓이 거의 同一하게 變動하므로 R_0 가 적어지며, 風路의 길이도 짧아져서 風路慣性 m 도 작아 지므로 서어징이 弱해 진다. 또 R_0 가 적어지면 서어징強度의 關係式들에서 알 수 있는 바와 같이 空氣振動의 週期가 增大하며 高效率點도 서어징線으로부터 멀리 떨어지게 되어 安全運轉의 範圍가 넓어 진다.

6. 結 論

디젤機關用 過給機의 서어징은 自勵振動의 一種이며 送風機의 特性曲線의 기울기가 陽(+)의 경우에 發生한다. 따라서, 過給機의 安定性은 特性曲線의 기울기에 依하여 決定되며 이것이 零보다 크면 安定하나 零보다 적으면 靜的 혹은 動的으로 不安定하여 서어징의 原因이 된다. 送風機의 最高效率點은 서어징線으로부터 떨어져 있을 수록 安全한 運轉範圍가 크진다. 그러나, 서어징現象은 같은 送風機라도 風路의 構造, 出口側容量 등에 依하여 서어징의 形態,

크기 및 強度가 相異하므로 給氣系統의 構造를 一部 改造하면 서어징이 發生하더라도 어느 程度 이것을 弱화시킬 수 있다.

參 考 文 獻

- 1) 藤井, 日本機械學會論文集, 13, 1947, p.185~192
- 2) 藤井, 日本機械學會論文集, 14. 1948, p.3~17
- 3) 草間, 日本機械學會論文集, 19. 1953, p.43
- 4) H. W. Emmons, C. E. Person & H. P. Grant, ASME, 77, 1955, p.455
- 5) 下山, 伊藤, 日本機械學會論文集, 23. 1957, p.25~38
- 6) 伊藤, 日本機械學會論文集, 26, 1960, p.274~289
- 7) 甲藤, 日本機械學會論文集, 26, 1960, p.256~265
- 8) 全孝重, 振動工學, 海大 海事圖書出版部, 1973, p.39~40.
- 9) J, P, Den Hartog 原著, 全孝重 譯, 機械振動論, 文教部, 1973, p.339~340.



磁氣compass의 信賴度에 關한 考察

李 相 鎧

A Study on the Confidence Level of Magnetic Compass

Lee Sang-Jib

目 次	
Abstract	V. 最小自乘法에 의한 自差分析
I. 序 言	VI. 標準偏差와 信賴度
II. 磁氣compass의 誤差와 偶然 誤差	VII. 平均自差의 信賴度
III. 自差測定 및 平均自差	VIII. 結 論
IV. Fourier 級數로 나타낸 自差	參考文獻

Abstract

Accuracy is the most important of the various properties of the compass, but it is necessary to reaffirm what is meant by accuracy and how it is determined. Most definitions of accuracy of the magnetic compass, unless they are suitably qualified, are meaningless.

Therefore, in this paper, the random errors occurred in using magnetic compasses are classified into two groups through the statistical method; one is the difference between the observed figure and the mean calibration curve, and other the difference between the mean curve and the true mean. And from the above mentioned groups of errors two kinds of over all standard deviations are derived and defined.

The errors of standard compass of S/S "Bando", training ship of Korea Merchant Marine College, were examined by taking the bearings of a distant terrestrial object and its 95 percent confidence level was determined by using the quantity of the total over all standard deviations multiplied by 2 and thus an example was given to confirm the standard deviation of each group of errors is regarded as a coefficient from which various confidence levels of errors can be deduced, rather than as an accuracy figure.

A conclusion to be drawn from this experiment is that the double of the total over all

standard deviation indicates that a single observation of a bearing line may be incorrect to the extent of ± 38 minutes of arc about the true mean.

This method of determining the extent of errors may be applied to all manners of observations with ship's magnetic compass and the accuracy may vary in accordance with such specific conditions as dynamic or static conditions and so forth.

It is, therefore, always advisable to consider the accuracy figures on a statistical basis, when the users are to make a decision on the safety margin of a bearing line taken from the magnetic compass.

I. 序 言

航海者が 磁氣compass를 使用하여 物標의 方位나 船舶의 針路를 決定할 必要가 있을 때에는 觀測한 方位나 針路에 地磁氣偏差(variation)와 自差(deviation)를 加減하여주면 求하고자 하는 方位나 針路가 바로 決定된다고 생각하는 것이 普通이다. 그러나 이렇게 하여 決定된 方位나 針路를 使用함에 있어서, 이것은 果然 어느정도 精確하며 또 어떠한 範圍內에서 이것을 信賴하는 것이 合理的인 가를 생각해 볼 必要가 있다.

이에 關하여 陸上의 地磁氣偏差 測定用인 Admiralty compass, Pattern 1 및 2의 誤差와 航海用 磁氣compass 誤差에 關한 單純한 實測結果만 있을 뿐 그 具體的이고 理論的인 解析은 없다¹⁾.

本 論文에서는 方位나 針路의 改正時에 加減하여 주어야 하는 改正值인 地磁氣偏差 및 自差 以外에 磁氣compass의 使用時에 隨伴되는 誤差를 可能한 範圍內에서 分類하고 또 그 크기의 限界를 實測으로 求한 自差를 바탕으로 하여 決定하였다.

즉 遠標方位法을 擇하여 船首를 2點 間隔으로 定針하면서 物標의 方位를 測定하였으며, 그 測定回數가 10回 되게 하였다. 이렇게 하여 求한 方位로부터 觀測自差(observed deviation)를 求하고 이 값의 平均值(平均自差 또는 計算自差<computed deviation>)를 基準으로 하여 이것과 各 觀測自差와의 差異인 誤差(統計的 意味의 偏差)를 구하고 또 統計的 標本理論(sample theory)을 適用하여 平均自差 自体에 包含되어 있는 誤差를 구하였다^{2), 3)}

이 두 誤差를 各各 分析하고 또주어진 信賴度(confidence level)^{4), 5)}에 該當하는 偶然誤差의 限界를 決定하였다.

이렇게 하여 航海者에게 磁氣compass 使用時에 發生되는 誤差를 分析하고 그 限界를 決定하는 方法을 提示함으로써 磁氣compass의 精確度에 對한 바른 認識을 갖도록 하고, 보다 安全한 航海를 기하는데 參考가 되게 하는 것이 本論文의 目的이다.

II. 磁氣Compass의 誤差 및 偶然誤差

磁氣compass를 使用하여 物標의 方位를 觀測하였을 때 그 測定值에 包含되어 있는 誤差를

分析하고 또 주어진 信賴度에서 觀測值에 包含되어 있는 誤差의 限界를 定하기 爲해서 磁氣 compass의 誤差와 그 誤差에 包含되어 있는 偶然誤差와의 關係를 먼저 밝혀 두고자 한다.

1. 磁氣compass의 全誤差(total error)를 그 原因別로 分類하여 보면

- ① 地球磁氣(geo-magnetism)에 依하여 決定 되는 地磁氣偏差와
- ② 自差가 있다. 自差는 다시
 - ④ 船內磁場(ship's magnetism)에 依하여 決定되는 誤差(狹義的 意味의 自差)
 - ⑤ 磁氣compass 自体의 構造上의 缺陷으로 因하여 일어나는 誤差(directional error)⁹⁾
 - ⑥ 方位測定에 使用되는 方位器具의 缺陷 및 그 使用過程에서 發生되는 方位誤差(bearing error)⁷⁾ 등으로 細分할 수 있다.

2. 다음 自差를 構成하고 있는 誤差를 그 特性別로 分類하면

- ① 不變差(constant error)가 있다.

이는 船首方位에 關係없이 크거나 符號가 一定한 誤差이며, 自差式에서는 係數 A 로서 表示된다. 또 不變差의 原因은

- ④ compass의 位置를 基準으로 하여 어느 쪽으로도 對稱이 아닌 船內 平水軟鐵의 誘導磁氣의 影響으로 因한 境遇
- ⑤ 地磁氣偏差의 不正確
- ⑥ 指北裝置(directional system)에 있는 磁針의 合成軸이 card의 南北線과 一致하지 않으므로 일어나는 器差(index error)
- ⑦ 觀測線(line of sight)이 card의 中心을 通過하지 않으므로 일어나는 誤差와 같이 測定過程에서 發生되는 誤差 등으로 나눌 수 있다.

- ② 系統誤差(systematic error) 또는 規則誤差(regular error)가 있다.

이는 船首方位의 變化에 따라 誤差의 크거나 符號가 週期的으로 一定한 規則에 따라 變化하는 誤差이며 係數 B, C, D, E, \dots 등으로 表示된다. 系統誤差의 原因은

- ④ 不變差 A 를 構成하는 船內磁氣의 結合狀態를 除外한 船內水平軟鐵의 여러가지 結合에 依한 誘導磁氣의 影響으로 因한 境遇
- ⑤ directional error 中에서 card error (graduation error) 및 離心差(eccentricity error)
- ⑥ bearing error 中에서 pivot의 位置가 正確하게 bowl의 中心과 一致하지 않으므로 일어나는 誤差
- ⑦ 自差修正用 磁石이 compass에 너무 가까울 때 일어나는 六分圓差(sextantal error)
- ⑧ 象限差修正用 軟鐵球가 compass에 가까울 때 磁針으로 因한 磁氣誘導作用에 依하여 일어나는 誘導誤差(induction error)인 八分圓差(octantal error) 등을 들 수 있다.

- ③ 偶然誤差(random error) 또는 不規則誤差(irregular error, casual error, accidental error)가 있다. 이는 確實한 原因을 할 수 없거나 原因을 알더라도 그 크기를 正確히 決定할 수 없기 때문에 消去하기 困難한 誤差를 말하며^{9), 10), 11)} 方位觀測時에 일어나는 偶然誤

差의 原因을 살펴 보면

- ㉑ 目標物을 잘못 照準하였을 境遇(ill-aiming)에 일어나는 誤差*
- ㉒ 方位測定 器具의 프리즘의 不良(skew of prism)으로 인한 誤差*
- ㉓ pivot의 摩擦로 인한 誤差
- ㉔ shadow pin의 傾斜로 因하여 일어나는 誤差
- ㉕ compass液의 隨伴運動으로 因한 旋回誤差(swirl error)¹²⁾ 등을 들 수 있다.

本 論文에서는 測定回數를 無限히 하여 因한 平均自差 즉 모든 不變差와 系統誤差가 精確하게 包含되어 있는 母平均自差를 基準으로 하여 任意 觀測으로 求한 自差를 全量 偶然誤差로 取扱하였다.

Ⅲ. 自差測定 및 平均自差

實測한 값을 基礎資料로 하여 compass의 信賴度를 決定할 目的으로 韓國海洋大學의 練習船을 利用하여 自差測定을 하였다.

1. 實驗에 使用한 磁氣compass

- ① compass의 種類 : 半島號의 standard compass
- ② 製作處 : Tokyo Keiki Seizo Sho Ltd.
- ③ 磁針形式 : two needle system
- ④ compass의 位置 : 船首에서 42m. flying bridge.
- ⑤ 摩擦角 : 5° 偏角에서 20'
- ⑥ 振動週期 : 25 sec.
- ⑦ 制動率(damping factor) : $\frac{90^\circ - 40^\circ}{90^\circ} = 0.56$

2. 實驗에 使用한 船舶

- ① 船名 : 반도호

*a와 b로 因한 誤差의 最大許容範圍

British Standard 1966: Part 1: 1966의 "Specification for Magnetic Compass and Binnacles"에 依하면

Azimuth reading error (方位測定誤差)

目標物의 高度	目標物을 正確하게 觀測했을 경우 일어난 誤差의 最大許容 限界	目標物을 잘못 觀測했을 때 일어난 誤差의 最大許容 限界
水平線下 5°에서 水平線上 45° 사이 일 때	0.°3	1°
水平線上 45° 以上 일 때	0.°5	1.°5
水平線上 27° 일 때	0.°3	0.°5

② 船型 : 三島型船(three islander)

③ 總噸數 : 3,304.09噸

④ 全長 : 101.41 m

⑤ 船幅 : 14 m

⑥ 吃水 : 2.10 m

3. 測定日 및 方法

① 測定日 : 1974. 1. 15.

② 測定地点 : 35°02'N, 129°10'E

③ 測定方法 : 遠標方位法

④ 目標物 및 測定地点으로부터의 距離 : 加德島 龍大山, 16mile

⑤ 旋回圈의 直徑 : 320 m

⑥ 測定地点의 地磁氣偏差 : (6°12'W. 1965. annual increase 1')

本 實驗에서는 遠標方位法을 擇하였으며 船首를 2點 間隔으로 定針하여 測定하였다. 1旋回時 마다 16번의 觀測을 하였으며 이것을 10回 反復하여 總觀測回數가 160回되게 하였다.

주어진 船首方位에서 測定한 各 自差와 이들의 平均自差를 計算하면 表 1과 같다.

表 1. 自差와 平均自差

船首方位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均自差
N	-0.6	-1.2	-1.3	-1.0	-1.3	-1.2	-0.9	-1.3	-0.8	-1.0	-1
NNE	-1.3	-1.7	-1.3	-1.9	-1.7	-1.4	-1.1	-1.6	-1.3	-1.7	-1.5
NE	-2.5	-2.3	-2.1	-2.7	-2.5	-2.9	-2.8	-2.3	-2.5	-2.4	-2.5
ENE	-1.3	-1.8	-1.6	-1.4	-1.6	-1.4	-1.3	-1.7	-1.1	-1.8	-1.5
E	-0.9	-0.9	-0.6	-1.4	-1.2	-0.8	-0.8	-1.6	-0.9	-0.9	-1
ESE	-0.7	-0.4	-0.6	-0.9	-0.3	-0.2	-0.6	-0.7	-0.2	-0.4	-0.5
SE	+0.3	+0.2	0.0	-0.3	-0.2	+0.2	+0.2	-0.4	+0.1	-0.1	-0.0
SSE	+0.9	+0.4	+0.2	+0.6	+0.6	+0.6	+0.3	0.0	+0.6	+0.8	+0.5
S	+1.0	+1.0	+0.7	+1.1	+1.3	+0.8	+1.2	+0.7	+1.4	+0.8	+1
SSW	+1.7	+1.3	+1.2	+1.7	+1.6	+1.8	+1.3	+1.1	+1.6	+1.7	+1.5
SW	+2.3	+2.8	+2.1	+2.7	+2.2	+2.8	+2.3	+2.6	+2.8	+2.4	+2.5
WSW	+1.8	+1.7	+1.2	+1.2	+1.7	+1.6	+1.3	+1.3	+1.5	+1.7	+1.5
W	+0.8	+1.2	+0.7	+1.1	+0.8	+0.8	+1.3	+0.9	+1.2	+1.2	+1
WNW	+0.7	+0.8	+0.1	+0.4	+0.3	+0.7	+0.3	+0.6	+0.8	+0.3	+0.5
NW	+0.3	+0.3	-0.3	-0.2	-0.2	+0.2	+0.1	-0.2	+0.2	-0.2	0
NNW	-0.7	-0.2	-0.8	-0.3	-0.8	-0.2	-0.2	-0.8	-0.6	-0.4	-0.5

IV. Fourier 級數로 나타낸 自差式

觀測自差로부터 不變差 및 系統誤差를 가려내고 나머지 誤差 즉 偶然誤差에 對한 統計的인 分析을 하기 위하여 不變差와 系統誤差를 表示하는 式으로는 Fourier 級數로 나타낸 自差式을 擇하였으며 이 式의 導出過程을 살펴봄으로써 平均自差에 대한 뜻을 明白히 하고자 하였다.

船內磁場을 表示하는 Poisson의 基本式으로부터

$$\sin\delta = A_0\cos\delta + B_0\sin\varphi + C_0\cos\varphi + D_0\sin(2\varphi + \delta) + E_0\cos(2\varphi + \delta) \dots\dots\dots ①$$

를 구한다.

但 δ : 自差

φ : 船首의 羅針方位

$$A_0 = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{d-b}{2} \right)$$

$$B_0 = \frac{1}{\lambda} \left(c \cdot \tan\theta + \frac{P}{H} \right)$$

$$C_0 = \frac{1}{\lambda} \left(f \cdot \tan\theta + \frac{Q}{H} \right)$$

$$D_0 = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{a-e}{2} \right)$$

$$E_0 = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{a+b}{2} \right)$$

여기에서 이들에 對하여는 다음과 같은 規約을 適用하기로 한다.

規約 1) 모든 係數는 radian으로 表示한다.

2) 一般的으로 δ, B_0, C_0, D_0 는 微小하고 A_0, E_0 는 그보다도 더 微小하므로 앞의 것을 各各 1次量으로 뒤의 것을 各各 2次量으로 보기로 한다.

즉 δ, B_0, C_0, D_0 는 各各 1次量

A_0, E_0 는 各各 2次量

따라서

$\delta \times B_0, B_0 \times C_0, C_0 \times D_0, \dots\dots$ 등은 各各 2次量

$A_0 \times B_0, B_0 \times E_0, \dots\dots$ 등은 各各 3次量

$A_0 \times E_0, E_0^2, \dots\dots$ 등은 各各 4次量으로 된다.

① 式을 展開하면

$$\sin\delta = A_0\cos\delta + B_0\sin\varphi + C_0\cos\varphi + D_0\sin 2\varphi \cos\delta + D_0\cos 2\varphi \sin\delta + E_0\cos 2\varphi \cos\delta - E_0\sin 2\varphi \sin\delta \dots\dots\dots ②$$

가 된다.

한편 $\sin\delta$ 와 $\cos\delta$ 의 Maclaurin 級數에 의하면

$$\sin\delta = \delta - \frac{\delta^3}{2 \cdot 3} + \frac{\delta^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{\delta^7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots\dots \approx \delta - \frac{\delta^3}{6} \dots\dots\dots ③$$

$$\cos\delta = 1 - \frac{\delta^2}{2} + \frac{\delta^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{\delta^6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots\dots \approx 1 - \frac{\delta^2}{2} \dots\dots\dots ④$$



③과 ④를 ②에 代入하여 4次量 以上の 係數가 舍包된 項을 無視하면 아래와 같다.

$$\delta(1 - D_o \cos 2\varphi + E_o \sin 2\varphi) = A_o + B_o \sin \varphi + C_o \cos \varphi + D_o \sin 2\varphi + E_o \cos 2\varphi - \frac{1}{2} D_o \delta^2 \sin 2\varphi + \frac{1}{6} \delta^3 \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

⑤式에서 3次量 以上の 係數가 舍包된 項을 無視하여 다음式을 取한다.

$$\delta = B_o \sin \varphi + C_o \cos \varphi + D_o \sin 2\varphi \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

⑥을 ⑤에 代入하고 4次量 以上の 係數가 舍包된 項을 無視하면 다음과 같이 된다.

$$\delta(1 - D_o \cos 2\varphi + E_o \sin 2\varphi) = A_o + B_o \sin \varphi + C_o \cos \varphi + D_o \sin 2\varphi + E_o \cos 2\varphi + \frac{1}{6} B_o^3 \sin^3 \varphi + \frac{1}{2} B_o^2 C_o \sin^2 \varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} B_o C_o^2 \sin \varphi \cos^2 \varphi - \frac{1}{2} B_o D_o^2 \sin^2 2\varphi \sin \varphi + \frac{1}{6} C_o^3 \cos^3 \varphi - \frac{1}{2} C_o D_o^2 \cos \varphi \sin^2 2\varphi - \frac{1}{3} D_o^3 \sin^3 2\varphi \dots \dots \dots \textcircled{7}$$

⑦에서 $\frac{I + (D_o \cos 2\varphi + E_o \sin 2\varphi)}{I - (D_o \cos 2\varphi - E_o \sin 2\varphi)^2}$ 를 兩邊에 곱하고 $1 - (D_o \cos 2\varphi - E_o \sin 2\varphi)^2 \approx 1$ 로 두어 4次量 以上の 係數가 舍包된 項을 無視하면

$$\delta = A_o + A_o D_o \cos 2\varphi + B_o \sin \varphi + B_o D_o \sin \varphi \cos 2\varphi + B_o D_o^2 \sin \varphi \cos^2 2\varphi - B_o E_o \sin \varphi \sin 2\varphi + \frac{1}{6} B_o^3 \sin^3 \varphi + \frac{1}{2} B_o^2 C_o \sin^2 \varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} B_o C_o^2 \sin \varphi \cos^2 \varphi - \frac{1}{2} B_o D_o^2 \sin \varphi \sin^2 2\varphi + C_o \cos \varphi + C_o D_o \cos 2\varphi \cos \varphi + C_o D_o^2 \cos \varphi \cos^2 2\varphi - C_o E_o \cos \varphi \sin 2\varphi + \frac{1}{6} C_o^3 \cos^3 \varphi - \frac{1}{2} C_o D_o^2 \cos \varphi \sin^2 2\varphi + D_o \sin 2\varphi + D_o^2 \sin 2\varphi \cos 2\varphi + D_o^3 \sin 2\varphi \cos^2 2\varphi - D_o E_o \sin 2\varphi - \frac{1}{3} D_o^3 \sin^3 2\varphi + E_o \cos 2\varphi + D_o E_o \cos^2 2\varphi \dots \dots \dots \textcircled{8}$$

을 얻는다. 이것을 다시 整理하면 다음과 같다.

$$\delta = A_o + \left[B_o + \frac{1}{8} B_o C_o^2 + \frac{1}{8} B_o^3 + \frac{1}{4} B_o D_o^2 - \frac{1}{2} B_o D_o - \frac{1}{2} C_o E_o \right] \sin \varphi + \left[C_o^2 - \frac{1}{2} B_o E_o + \frac{1}{8} B_o^2 C_o + \frac{1}{2} C_o D_o + \frac{1}{4} C_o D_o^2 + \frac{1}{8} C_o^3 \right] \cos \varphi + [D_o] \sin 2\varphi + [A_o D_o + E_o] \cos 2\varphi + \left[\frac{1}{2} B_o D_o - \frac{3}{8} B_o D_o^2 - \frac{1}{24} B_o^3 + \frac{1}{8} B_o C_o^2 - \frac{1}{2} C_o E_o \right] \sin 3\varphi + \left[\frac{1}{2} B_o E_o - \frac{1}{8} B_o^2 C_o + \frac{1}{2} C_o D_o + \frac{3}{8} C_o D_o^2 + \frac{1}{24} C_o^3 \right] \cos 3\varphi + \left[\frac{1}{2} D_o^2 \right] \sin 4\varphi + [B_o D_o] \cos 4\varphi + \left[\frac{3}{8} B_o D_o^2 \right] \sin 5\varphi + \left[\frac{3}{8} C_o D_o \right] \cos 5\varphi + \left[\frac{1}{3} D_o^3 \right] \sin 6\varphi \dots \dots \dots \textcircled{9}$$

⑨式에서 變數는 δ , φ 이고 [] 안의 部分은 一定하다. 여기에 radian으로 表示되어 있는 δ , A_o 및 [] 안의 것을 角度의 60分法의 單位로 바꾸어 δ , A , B , C , ...로 交替하면

$$\delta = A + B \sin \varphi + C \cos \varphi + D \sin 2\varphi + E \cos 2\varphi + F \sin 3\varphi + G \cos 3\varphi + H \sin 4\varphi + K \cos 4\varphi + L \sin 5\varphi + M \cos 5\varphi + N \sin 6\varphi \dots \dots \dots \textcircled{10}^{139, 149, 153}$$



表 2. 最 小 自 乘 法 例

	1	2	3	4	5	6	7	8
船首方位	平均自差	$\sin \varphi$	1×2	$\cos \varphi$	1×4	$\sin 2\varphi$	1×6	$\cos 2\varphi$
N	-1°	0° (S ₀)	0°	+1° (S ₂)	-1°	0° (S ₀)	0°	+1° (S ₂)
NNE	-1.5	+0.383 (S ₂)	-0.575	+0.924 (S ₆)	-1.386	+0.707 (S ₄)	-1.060	+0.707 (S ₂)
NE	-2.5	+0.707 (S ₄)	-1.767	+0.707 (S ₂)	-1.767	+1 (S ₆)	-2.5	0 (S ₀)
ENE	-1.5	+0.924 (S ₆)	-1.386	+0.383 (S ₂)	-0.574	+0.707 (S ₄)	-1.767	-0.707 (-S ₄)
E	-1.0	+1 (S ₆)	-1	0 (S ₀)	0	0 (S ₀)	0	-1 (-S ₂)
ESE	-0.5	+0.924 (S ₆)	-0.462	-0.383 (-S ₂)	+0.191	-0.707 (-S ₄)	+0.353	-0.707 (-S ₄)
SE	0.0	+0.707 (S ₄)	0	-0.707 (-S ₄)	0	-1 (-S ₆)	0	0 (-S ₀)
SSE	+0.5	+0.383 (S ₂)	+0.191	-0.924 (-S ₆)	-0.191	-0.707 (-S ₄)	-0.353	+0.707 (S ₄)
S	+1.0	0 (S ₀)	0	-1 (-S ₂)	-1	0 (S ₀)	0	-1 (S ₂)
SSW	+1.5	-0.383 (-S ₂)	-0.589	-0.924 (-S ₆)	-1.386	+0.707 (S ₄)	+1.060	+0.707 (S ₂)
SW	+2.5	-0.707 (-S ₄)	-1.767	-0.707 (-S ₂)	-1.767	+1 (S ₆)	+2.5	0 (S ₀)
WSW	-1.5	-0.924 (-S ₆)	-1.386	-0.383 (-S ₂)	-0.574	+0.707 (S ₄)	+1.767	-0.707 (-S ₄)
W	+1.0	-1 (-S ₆)	-1	0 (S ₀)	0	0 (S ₀)	0	-1.0 (-S ₂)
WNW	+0.5	-0.924 (-S ₆)	-0.462	+0.383 (S ₂)	+0.191	-0.707 (-S ₄)	-0.353	-0.707 (-S ₄)
NW	+0.0	-0.707 (-S ₄)	0	+0.707 (S ₄)	0	-1 (-S ₆)	0	0 (S ₀)
NNW	-0.5	-0.838 (-S ₂)	+0.419	+0.924 (S ₆)	-0.464	-0.707 (-S ₄)	+0.353	+0.704 (S ₄)
	+8.5		+0.610		+0.382		+6.033	+4.826
	-8.5		-10.394		-10.109		-6.033	-4.826
Total 16A=0		8B=-9.784		8C=-9.727		8D=0		8E=0
A=0		B=-1.°223		C=-1°216		D=0		E=0

$$\therefore \delta_m = -1.223 \sin \varphi - 1.216 \cos \varphi - 0.423 \sin 3\varphi + 0.279 \cos 3\varphi + 0.375 \sin 4\varphi$$

依 然 自 差 分 析

9	10	11	12	13	14	15	16	17
1×8	sin 3φ	1×10	cos 3φ	1×12	sin 4φ	1×14	cos 4φ	1×16
-1°	0° (S ₀)	0°	+1° (S ₀)	-1°	0°	0°	+1°	-1°
-1.060	+0.924 (S ₆)	-1.386	+0.383 (S ₂)	-0.574	+1	-1.5	0	0
0	+0.707 (S ₄)	-1.767	-0.707 (-S ₄)	+1.767	0	0	-1	+2.5
+1.060	-0.383 (-S ₂)	+0.574	-0.924 (-S ₆)	+1.386	-1	+1.5	0	0
+1	-1 (-S ₈)	+1	0 (S ₀)	0	0	0	+1	-1
+0.353	-0.353 (-S ₂)	+0.192	+0.924 (S ₆)	-0.462	+1	-0.5	0	0
0	+0.707 (S ₄)	0	+0.707 (S ₄)	0	0	0	-1	0
+0.353	+0.924 (S ₆)	+0.462	-0.384 (-S ₂)	+0.191	-1	-0.5	0	0
+1	0 (S ₀)	0	-1 (-S ₈)	-1	0	0	+1	+1
+1.060	-0.924 (-S ₆)	-1.386	-0.383 (-S ₂)	-0.574	+1	+1.5	0	0
0	-0.707 (-S ₄)	-1.767	+0.707 (S ₄)	+1.767	0	0	-1	-2.5
-1.060	-0.383 (S ₂)	-0.574	+0.924 (S ₆)	+1.386	-1	+1.5	0	0
-1	+1 (S ₈)	+1	0 (S ₀)	0	0	0	+1	+1
-0.353	-0.383 (S ₂)	-0.192	-0.924 (-S ₆)	-0.461	+1	+0.5	0	0
0	-0.707 (-S ₄)	0	-0.707 (S ₄)	0	0	0	-1	0
-0.353	-0.924 (-S ₆)	+0.462	+0.383 (S ₂)	-0.191	-1	+0.5	0	0
		+3.690		+6.497		+5.5		+4.5
		-7.072		-4.262		-2.5		-4.5
		8F=3.382		8G=+2.235		8H=+3		8K=0
		F=-0.°423		G=+0.°279		H=+0.°375		K=0

으로 되며 ⑩式은 3次 以下の 項만을 取하였을 時의 Fourier級 數로 나타낸 自差式이다.

勿論 ③과 ④에서 項數를 더 많이 取할수록, 또 各 段階의 計算過程에서 次數의 選擇限界를 높일수록 위의 式은 項數가 길어질 것이다.

普通 自差의 精密分析에서도 A, \dots, K 까지의 項만을 取한 式을 利用한다.

以上の 公式 導出過程을 通하여 보면 ⑩式에 包含되어 있는 係數 A, \dots, N 는 船內磁場을 表示하는 係數 A_0, \dots, E_0 의 多様な 結合에 依하여 定하여지므로, 이 式은 自差修正을 爲한 實用公式과는 그 使用目的이 區分되어야 한다는 것을 알수 있다. 普通 自差修正 後에 殘存 自差의 精密分析時에 이 式을 使用한다. 本 論文에서는 各船首方向에 對한 自差의 크기가 2.°8 以內인 것을 分析하고 不變差와 系統誤差로 構成되는 平均自差式을 求하는 데 이 式을 使用하기로 한다.

V. 最小自乘法에 依한 自差計算

위의 같은 方法에 依하여 求한 自差公式을 利用하여 觀測自差로부터 不變差와 系統誤差의 크기를 表示하는 自差係數를 決定하기 爲해서 最小自乘法을 適用한다.

本章에서는 그 自差計算法의 導出過程을 살펴봄으로써 平均自差式에서 各 係數가 갖는 뜻을 分明히 하고 이 公式에 依據하여 各 係數를 決定하였으며 不變差와 系統誤差를 把握하여 表 2를 作成하였다.

어떤 觀測對象의 참값(true value)을 求하기 爲하여 數회에 걸쳐서 觀測을 했을 時에 그 各觀測 值를 m_1, m_2, \dots, m_n 이라 하고, 이 時의 各 誤差를 x_1, x_2, \dots, x_n 이라고 하면 이들 誤差가 同時에 發生할 確率 P 는

$$P \propto e^{-h^2(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)} \dots\dots\dots ⑪$$

P 의 값이 크게 될수록 참값에 가까운 最確值(the most probable value)가 되며 ⑪式에서 $(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$ 을 最小로 하는 값이 곧 最確值이다. 또 一般적으로 觀測回數가 많고 注意 깊게 測定했을 경우에는 참값과 觀測值(observed value)와의 差異인 誤差 대신 最確值과 觀測值 와의 差異인 殘差(residual)를 代用하여 最確值를 求할 수 있다. 즉

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 \dots\dots\dots ⑫$$

但 : v_1, v_2, \dots, v_n 은 殘差

지금 $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ 을 求하고자 하는 未知數(구하고자 하는 最確值), $a_i, b_i, c_i, \dots, n_i$ 를 이들 未知數인 最確值의 常數라 하면 그 觀測方程式(observation equation)은

$$\left. \begin{aligned} a_1 z_1 + b_1 z_2 + c_1 z_3 + \dots + n_1 z_n &= m_1 \\ a_2 z_1 + b_2 z_2 + c_2 z_3 + \dots + n_2 z_n &= m_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_n z_1 + b_n z_2 + c_n z_3 + \dots + n_n z_n &= m_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑬$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 3\varphi_0 = \sin(3 \times 11^\circ 15' \times 0) = S_0 \\ \sin 3\varphi_2 = \sin(3 \times 11^\circ 15' \times 2) = S_2 \\ \dots\dots\dots \\ \sin 3\varphi_{30} = \sin(3 \times 11^\circ 15' \times 30) = -S_6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos 3\varphi_0 = \cos(3 \times 11^\circ 15' \times 0) = S_8 \\ \cos 3\varphi_2 = \cos(3 \times 11^\circ 15' \times 2) = S_2 \\ \dots\dots\dots \\ \cos 3\varphi_{30} = \cos(3 \times 11^\circ 15' \times 30) = S_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 4\varphi_0 = \sin(4 \times 11^\circ 15' \times 0) = S_0 \\ \sin 4\varphi_2 = \sin(4 \times 11^\circ 15' \times 2) = S_8 \\ \dots\dots\dots \\ \sin 4\varphi_{30} = \sin(4 \times 11^\circ 15' \times 30) = -S_8 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos 4\varphi_0 = \cos(4 \times 11^\circ 15' \times 0) = S_8 \\ \cos 4\varphi_2 = \cos(4 \times 11^\circ 15' \times 2) = S_0 \\ \dots\dots\dots \\ \cos 4\varphi_{30} = \cos(4 \times 11^\circ 15' \times 30) = S_6 \end{array} \right.$$

等과 같은 形式으로 바꾸어 놓으면 ⑩式은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \delta_0 &= A + B(+S_0) + C(+S_8) + D(+S_0) + E(+S_8) + F(-S_0) + G(+S_8) + H(+S_0) + K(+S_8) \\ \delta_2 &= A + B(+S_2) + C(+S_6) + D(+S_4) + E(+S_4) + F(+S_6) + G(+S_2) + H(+S_8) + K(+S_0) \\ \delta_4 &= A + B(+S_4) + C(+S_4) + D(+S_8) + E(+S_0) + F(+S_4) + G(-S_4) + H(-S_0) + K(-S_8) \\ \delta_6 &= A + B(+S_2) + C(+S_2) + D(+S_4) + E(-S_4) + F(-S_2) + G(-S_6) + H(-S_8) + K(-S_0) \\ \delta_8 &= A + B(+S_8) + C(+S_0) + D(-S_0) + E(-S_8) + F(-S_8) + G(+S_0) + H(+S_0) + K(+S_8) \\ \delta_{10} &= A + B(+S_6) + C(-S_2) + D(-S_4) + E(-S_4) + F(-S_2) + G(+S_6) + H(+S_8) + K(+S_0) \\ \delta_{14} &= A + B(+S_4) + C(-S_4) + D(-S_8) + E(-S_0) + F(+S_4) + G(+S_4) + H(-S_0) + K(-S_8) \\ \delta_{12} &= A + B(+S_2) + C(-S_6) + D(-S_4) + E(+S_4) + F(+S_6) + G(-S_2) + H(-S_8) + K(-S_0) \\ \delta_{16} &= A + B(-S_0) + C(-S_8) + D(+S_0) + E(+S_8) + F(+S_0) + G(-S_8) + H(+S_0) + K(+S_8) \\ \delta_{18} &= A + B(-S_2) + C(-S_6) + D(+S_4) + E(+S_4) + F(-S_6) + G(-S_2) + H(+S_8) + K(+S_0) \\ \delta_{20} &= A + B(-S_4) + C(-S_4) + D(+S_8) + E(+S_0) + F(-S_4) + G(+S_4) + H(-S_0) + K(-S_8) \\ \delta_{22} &= A + B(-S_6) + C(-S_2) + D(+S_4) + E(-S_4) + F(+S_2) + G(+S_6) + H(-S_8) + K(-S_0) \\ \delta_{24} &= A + B(-S_8) + C(-S_0) + D(-S_0) + E(-S_8) + F(+S_8) + G(-S_0) + H(+S_0) + K(+S_8) \\ \delta_{26} &= A + B(-S_6) + C(+S_2) + D(-S_4) + E(-S_4) + F(+S_2) + G(-S_6) + H(+S_8) + K(+S_0) \\ \delta_{28} &= A + B(-S_4) + C(+S_4) + D(-S_8) + E(-S_0) + F(-S_4) + G(-S_4) + H(-S_0) + K(-S_8) \\ \delta_{30} &= A + B(-S_2) + C(+S_6) + D(-S_4) + E(+S_4) + F(-S_6) + G(+S_2) + H(-S_8) + K(-S_0) \end{aligned} \tag{17}$$

左右邊을 邊邊 더하면

$$16A = \delta_0 + \delta_2 + \delta_4 + \dots + \delta_{30} \tag{18}$$

式으로 된다.

다음에 係數 B를 求하기 위하여 ⑰의 各 式에서 B의 乘數를 兩邊에 곱한 다음 邊邊 더 하면

$$\begin{aligned} 8B &= \delta_0(S_0) + \delta_2(S_2) + \delta_4(S_4) + \delta_6(S_6) + \delta_8(S_8) + \delta_{10}(S_6) + \delta_{12}(S_4) + \delta_{14}(S_2) + \delta_{16}(-S_0) \\ &\quad + \delta_{18}(-S_2) + \delta_{20}(-S_4) + \delta_{22}(-S_6) + \delta_{24}(-S_8) + \delta_{26}(-S_6) + \delta_{28}(-S_4) + \delta_{30}(-S_2) \\ &\quad \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{19}$$

를 얻는다. 같은 方法으로 다음 式을 얻는다.

$$\begin{aligned} 8C &= \delta_0(S_8) + \delta_2(S_6) + \delta_4(S_4) + \delta_6(S_2) + \delta_8(S_0) + \delta_{10}(-S_2) + \delta_{12}(-S_4) + \delta_{14}(-S_6) \\ &\quad + \delta_{16}(-S_8) + \delta_{18}(-S_6) + \delta_{20}(-S_4) + \delta_{22}(-S_2) + \delta_{24}(+\delta_0) + \delta_{26}(S_2) + \delta_{28}(S_4) \\ &\quad + \delta_{30}(S_6) \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{20}$$

$$8D = \delta_0(S_0) + \delta_2(S_4) + \delta_4(S_8) + \delta_6(S_4) + \delta_8(S_0) + \delta_{10}(-S_4) + \delta_{12}(-S_8) + \delta_{14}(-S_4) + \delta_{16}(S_0) + \delta_{18}(S_4) + \delta_{20}(S_8) + \delta_{22}(S_4) + \delta_{24}(S_0) + \delta_{26}(-S_4) + \delta_{28}(-S_8) + \delta_{30}(-S_4) \dots\dots\dots 21$$

$$8E = \delta_0(S_8) + \delta_2(S_4) + \delta_4(S_0) + \delta_6(-S_4) + \delta_8(-S_8) + \delta_{10}(-S_4) + \delta_{12}(S_0) + \delta_{14}(S_4) + \delta_{16}(S_8) + \delta_{18}(S_4) + \delta_{20}(S_0) + \delta_{22}(-S_4) + \delta_{24}(-S_8) + \delta_{26}(-S_4) + \delta_{28}(S_0) + \delta_{30}(S_4) \dots\dots\dots 22$$

$$8F = \delta_0(S_0) + \delta_2(S_6) + \delta_4(S_4) + \delta_6(-S_2) + \delta_8(-S_8) + \delta_{10}(-S_2) + \delta_{12}(S_4) + \delta_{14}(S_6) + \delta_{16}(S_0) + \delta_{18}(-S_6) + \delta_{20}(-S_4) + \delta_{22}(S_2) + \delta_{24}(S_8) + \delta_{26}(S_2) + \delta_{28}(-S_4) + \delta_{30}(-S_6) \dots\dots\dots 23$$

$$8G = \delta_0(S_8) + \delta_2(S_2) + \delta_4(-S_4) + \delta_6(-S_6) + \delta_8(S_0) + \delta_{10}(S_6) + \delta_{12}(S_4) + \delta_{14}(-S_2) + \delta_{16}(-S_8) + \delta_{18}(-S_2) + \delta_{20}(S_4) + \delta_{22}(S_6) + \delta_{24}(S_0) + \delta_{26}(-S_6) + \delta_{28}(-S_4) + \delta_{30}(S_2) \dots\dots\dots 24$$

$$8H = \delta_2 - \delta_6 + \delta_{10} - \delta_{14} + \delta_{18} - \delta_{22} + \delta_{26} - \delta_{30} \dots\dots\dots 25$$

$$8K = \delta_0 - \delta_4 + \delta_8 - \delta_{12} + \delta_{16} - \delta_{20} + \delta_{24} - \delta_{28} \dots\dots\dots 26$$

이들 式을 바꾸어 쓰면

$$nA = \sum \delta_i$$

$$\frac{1}{2} nB = \sum \delta_i \sin \varphi_i$$

$$\frac{1}{2} nC = \sum \delta_i \cos \varphi_i$$

$$\frac{1}{2} nD = \sum \delta_i \sin 2\varphi_i$$

$$\frac{1}{2} nE = \sum \delta_i \cos 2\varphi_i \dots\dots\dots 27$$

$$\frac{1}{2} nF = \sum \delta_i \sin 3\varphi_i$$

$$\frac{1}{2} nG = \sum \delta_i \cos 3\varphi_i$$

$$\frac{1}{2} nH = \sum \delta_i \sin 4\varphi_i$$

$$\frac{1}{2} nK = \sum \delta_i \cos 4\varphi_i$$

로 表示되며^{19). 20). 21)} 이들을 自差 係數 A, B, ..., K를 決定하는 正規方程式이다.

위의 正規方程式에 依하여 自差分析한 것이 表 2이다. 즉 本實驗에서 磁氣compass의 使用時에 介在되는 II의 1과 2에 定義된 自差로부터 不變差와 系統誤差를 決定한 것이다. 따라서 表 2의 計算을 通하여 求한 各係數는 一般的인 意味에서 自差修正을 위한 係數와는 그 目的이 다르다. 여기서는 다만 compass의 不變差 및 系統誤差를 決定하여 두고, 使用途中에 일어나는

偶然誤差의 크기를 알아내는 基準으로서 使用하고자 함에 그 目的이 있다.

故로 表 2에 나타난 係數 B 및 C 의 값에는 船內磁場으로 因한 誤差 以外에 compass의 card error, card의 離心差, bowl 中心에 對한 pivot의 離心差 等과 같은 誤差도 包含되어 있다고 보아야 한다. 또 F, G 즉 六分圓差에는 磁針의 配置方法에 따라서 생기는 誤差 또는 compass 周圍의 磁場에 比하여 磁針의 長이가 長 경우 發生하는 誤差 및 修正用 磁石이 compass에 가깝기 때문에 생기는 誘導誤差 等이 包含되어 있는 것으로 보아야 한다.

表 2에서는 $A=0$ 즉 不變差는 없고, $B=-1.^\circ 223$, $C=-1.^\circ 216$, $D=0$, $E=0$, $F=-0.^\circ 423$, $G=+0.^\circ 279$, $H=+0.^\circ 375$, $K=0$ 인 系統誤差를 갖는 것을 보였다.

VI. 標準偏差와 信賴度

各 船首方位의 平均自差와 그 各 船首方位에 對하여 測定한 每觀測自差와의 差는 前記한 平均自差式 ⑩과 ⑫에서 明白한 바와 같이 偶然誤差로 볼 수 있다. 그러므로 表 3에 나타난 偏差(deviation: δ)는 磁氣子午線을 基準으로 한 것이 아니고 不變差와 系統誤差가 包含되어 있는 平均自差를 基準으로 하여 구한 偶然誤差라고 할 수 있다.

各 船首方位의 偏差에 關한 誤差의 分散(variance) σ^2 및 標準偏差(standard deviation) σ 는 다음과 같이 表示된다.

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\delta_i - \delta_m)^2}{n} = \frac{\sum\delta^2}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\delta^2}{n}} \dots\dots\dots \text{⑮}^{22, 23}$$

但 δ_i : 各 船首方位에 對하여 測定한 每觀測自差

δ_m : 各 船首方位에 對하여 測定한 每觀測自差의 平均值

δ : 每觀測自差의 平均值에 對한 偏差

n : 觀測回數

또 모든 船首方向에서의 總分散(over all variance) σ_s^2 및 그 總標準偏差(over all deviation) σ_s 는

$$\sigma_s^2 = \frac{\sum\sum\delta^2}{16 \times 10}$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum\sum\delta^2}{160}} \dots\dots\dots \text{⑯}$$

但 16: 1回의 旋回中에 定針한 數

10: 旋回 回數

160: 總觀測 回數

또 觀測值의 信賴度(confidence level)에 對하여는 다음과 같이 생각하였다.

觀測自差와 平均自差와의 差가 偶然誤差이니 이 誤差의 度數分布는 平均自差 δ_m 를 平均值로

하고 σ_s 를 標準偏差로 하는 正規分布를 이룬다.

따라서 觀測值가

$\delta_m - \sigma_s$ 와 $\delta_m + \sigma_s$ 사이에 있을 相對度數는 68% 이고

$\delta_m - 2\sigma_s$ 와 $\delta_m + 2\sigma_s$ 사이에 있을 相對度數는 95%

$\delta_m - 3\sigma_s$ 와 $\delta_m + 3\sigma_s$ 사이에 있을 相對度數는 거의 100%이다.

즉 觀測值의 平均自差曲線에 對한 誤差의 總標準偏差가 σ_s 이면 任意 觀測自差의 誤差의 限界가 σ_s 로 될 確率은 0.68, 그 限界가 $2\sigma_s$ 로 될 確率은 0.95, $3\sigma_s$ 로 될 確率은 거의 1 이다**.

故로 觀測時에 포함되는 偶然誤差의 크기가 σ_s 以下일 確率은 0.68이고 그 以上の 크기를 가진 確率은 0.32이다^{24). 25)}

表 3에서는 $\sigma_s = 14'$ 이니 任意觀測時의 自差를 平均自差로 보았을 경우에 95% 信賴度를 갖는 誤差의 限界는 $2\sigma_s = \pm 2 \times 14' = \pm 28'$ 임을 알 수 있다.

따라서 標準偏差는 어떤 觀測值의 精度를 表示하는 數值라고 하기 보다는 觀測值의 誤差의 限界를 定하는 것이라고 할 수 있다. 즉 觀測值의 信賴度를 決定하는 量으로 使用될 수 있음을 알 수 있다.

VII. 平均自差의 信賴度

여기까지 取扱되어 온 平均自差는 주어진 船首方位에서 다만 10회의 觀測自差를 平均하여 決定한 것이 있다. 이것은 같은 船首方位에서 無限回數로 測定한 同種現象의 母集團(population 또는 universe)에 依하여 決定되는 母平均自差(δ_T)에 對하여 行하여진 標本調査의 結果에 不過하다고 할 수 있다.

이 平均自差와 母平均自差 와의 關係를 調査하고, 또 그 結果에 依해서 平均自差의 信賴度를 決定하기 위하여 標本理論(sample theory)을 適用하여 分析하였다.

各 觀測自差는 母平均自差에 대하여 平均值 δ_T , 分散 σ_T^2 인 正規分布를 이루므로, 이러한 母集團으로부터 抽出된 標本平均值의 標本分布는 正規分布를 이룬다고 볼 수 있다. 즉 各 船首方位에 대하여 10회의 觀測으로 求한 平均自差(標本平均值)의 分布는 平均值 δ_T , 分散 $\frac{\sigma_T^2}{10}$ 인 正規分布를 이룬다^{26). 27). 28)}.

**正規誤差가 일어날 確率과 標準誤差에 곱할 係數(信賴度 및 標準誤差)

正規誤差가 일어날 確率	50%	68%	95%	99%	99.9%
標準誤差에 곱할 係數	$\frac{3}{3}$	1	2	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{2}{3}$

尹汝政 著, 地文航海學, 海軍圖書出版部, 釜山, 1969, p. 217

表 3. 平均自差와 各 觀測自와의 差 및 그 統計의 分析

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma \partial^2$	$(\pm)\sigma$	$\sigma/\sqrt{10}$	(∂^2_{max})
N	+0.4° 0.16	-0.2° 0.04	-0.3° 0.09	0.0° 0.00	-0.3° 0.09	-0.2° 0.04	+0.1° 0.01	-0.3° 0.09	+0.2° 0.04	0.0° 0.00	0°.58	0°.24	0°.08	0°.16
NNE	+0.2 0.04	-0.2 0.04	+0.2 0.04	-0.4 0.16	-0.2 0.04	+0.1 0.01	+0.4 0.16	-0.1 0.01	+0.2 0.04	-0.2 0.04	0.56	0.56	0.24	0.16
NE	0.0 0.00	+0.2 0.04	-0.4 0.16	-0.2 0.04	0.0 0.0	-0.4 0.16	-0.3 0.09	+0.2 0.04	0.0 0.0	+0.1 0.01	0.54	0.23	0.08	0.16
ENE	+0.2 0.04	-0.3 0.09	-0.1 0.01	+0.1 0.01	-0.1 0.01	+0.1 0.01	+0.2 0.04	-0.2 0.04	+0.4 0.16	-0.3 0.09	0.50	0.22	0.07	0.16
E	+0.1 0.01	+0.1 0.01	+0.4 0.01	-0.4 0.16	-0.2 0.16	+0.2 0.04	+0.2 0.04	-0.4 0.16	+0.1 0.01	+0.1 0.01	0.64	0.25	0.08	0.16
ESE	-0.2 0.04	+0.1 0.01	+0.1 0.01	-0.4 0.16	+0.2 0.04	+0.3 0.09	-0.1 0.01	-0.2 0.04	+0.3 0.09	+0.1 0.01	0.50	0.22	0.07	0.16
SE	+0.3 0.09	+0.2 0.04	0.0 0.0	-0.3 0.09	-0.2 0.04	+0.2 0.0	+0.2 0.09	-0.4 0.04	+0.1 0.04	-0.1 0.04	0.52	0.23	0.08	0.16
SSE	+0.4 0.16	-0.1 0.01	-0.3 0.09	+0.1 0.01	+0.1 0.01	+0.1 0.01	-0.2 0.04	-0.5 0.25	+0.1 0.01	+0.3 0.09	0.68	0.26	0.09	0.25
S	0.0 0.0	0.0 0.0	-0.3 0.09	+0.1 0.01	+0.3 0.09	-0.2 0.04	+0.2 0.04	-0.3 0.09	+0.4 0.16	-0.2 0.04	0.56	0.24	0.08	0.16
SSW	+0.2 0.04	-0.2 0.04	-0.3 0.09	+0.2 0.04	+0.1 0.01	+0.3 0.09	-0.2 0.04	-0.4 0.16	+0.1 0.01	+0.2 0.04	0.56	0.24	0.08	0.16
SW	-0.2 0.04	+0.3 0.09	-0.4 0.16	+0.2 0.04	+0.3 0.09	+0.3 0.09	-0.2 0.04	-0.1 0.01	+0.3 0.09	-0.1 0.01	0.66	0.25	0.08	0.16
WNW	+0.3 0.09	+0.2 0.04	-0.3 0.09	-0.3 0.09	+0.2 0.04	+0.1 0.01	-0.2 0.04	-0.2 0.04	0.0 0.00	+0.2 0.04	0.48	0.21	0.07	0.09
W	-0.2 0.04	+0.2 0.04	+0.3 0.09	+0.1 0.01	-0.2 0.04	-0.2 0.04	+0.3 0.09	-0.1 0.01	+0.2 0.04	+0.2 0.04	0.44	0.21	0.07	0.09
WNW	+0.2 0.04	+0.3 0.09	-0.4 0.16	-0.1 0.01	-0.2 0.04	+0.2 0.04	-0.2 0.01	+0.1 0.01	+0.3 0.04	-0.2 0.04	0.56	0.24	0.08	0.16
NW	+0.3 0.09	+0.3 0.09	-0.3 0.09	-0.2 0.04	-0.2 0.04	+0.2 0.04	+0.1 0.01	-0.2 0.04	+0.2 0.04	-0.2 0.04	0.52	0.23	0.08	0.09
NNW	-0.2 0.04	+0.3 0.09	-0.3 0.09	0.2 0.04	+0.3 0.09	+0.3 0.09	-0.3 0.09	0.3 0.09	-0.1 0.01	+0.1 0.01	0.64	0.25	0.08	0.09
Sum											8.940			2.37
mean												0.235	0.078	

1) 平均自差에 對한 任意殘差의 分布의 總標準偏差

$$\sigma_s = \pm \sqrt{(\Sigma \partial^2 / 160)} = \pm 0.23 \approx \pm 14'$$

2) 標本平均値의 總標準偏差: $\sigma_m \approx \sigma / \sqrt{10}$ 의 平均値 = $0.08 = 4'.8$

3) 概略의 95% 信賴度: $\pm \sqrt{(\Sigma \partial^2_{max} / 16)} = \pm 0.4 = \pm 24'$

4) 1)에 依하여 求한 95% 信賴度: $\pm 2 \times 14' = \pm 28'$

그러므로 標本平均値의 誤差 즉 平均自差의 母平均自差에 對한 標準誤差(standard error of the mean)는 $\frac{\sigma_T}{\sqrt{10}}$ 로 된다. 그런데 $\sigma_T = \sigma$ 이므로 任意 船首方位에서 平均自差가 갖는 誤差의 總標準誤差 σ_m 은

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum \sigma^2}{160}}$$

로 表示된다²⁹⁾.

따라서 σ_m 은 VI에서와 같이 平均自差의 母平均自差에 對한 信賴度를 定하는 量이 될 수 있다.

以上으로 平均自差에 對한 觀測自差의 總標準偏差 σ_s 와 母平均自差에 對한 平均自差의 總標準偏差 σ_m 이 있음을 알 수 있다.

이 두가지 標準偏差를 考慮하였을 때 任意 觀測自差 δ_i 와 母平均自差 δ_T 와의 關係는 다음과 같이 表示할 수 있다.

68% 信賴度에서는

$$\begin{aligned} \delta_i - \sigma_s &\leq \delta_m \leq \delta_i + \sigma_s \\ \delta_m - \sigma_m &\leq \delta_T \leq \delta_m + \sigma_m \\ \therefore \delta_i - (\sigma_s + \sigma_m) &\leq \delta_T \leq \delta_i + (\sigma_s + \sigma_m) \end{aligned}$$

이 成立되고 95% 信賴度에서는

$$\delta_i - 2(\sigma_s + \sigma_m) \leq \delta_T \leq \delta_i + 2(\sigma_s + \sigma_m)$$

이 成立된다.

表 3은 表 1을 基礎로 VI 및 VII의 方法에 依하여 觀測自差의 平均自差에 對한 偏差 ∂ 와 그 제곱 ∂^2 , 各 船首方位에 있어서 平均自差에 對한 標準偏差 σ , 各 平均自差의 精確度를 表示하는 $\frac{\sigma}{\sqrt{10}}$ 및 總標準偏差 σ_s 를 표시한 것이다.

또 各 船首方位에서의 觀測値의 偏差의 제곱 ∂^2 의 最大値 즉 ∂_{max}^2 를 拔萃하여 마지막 欄에 記載하였으며, $\sqrt{\sum \partial_{max}^2 / 16}$ 의 값을 求하여 理論的인 計算에 依한 $2\sigma_s$, 즉 95% 信賴度인 誤差 限界와 比較하고자 한 것이다.

VIII. 結 論

以上 本稿에서는 磁氣compass의 使用時에 發生하는 誤差를 不變差 및 系統誤差가 包含된 平均自差와 觀測自差와의 差인 偶然誤差, 平均自差의 母平均自差에 對한 標準誤差로 나누어 따로 分析하였으며 이 두 誤差를 考慮한 觀測値의 信賴度를 定하는 量으로서 使用할 수 있음을 보았다. 즉

- ① 本實驗에 使用한 磁氣compass의 平均自差에는 不變差가 存在하지 않았다. ($A=0^\circ$)
- ② 半圓差 六分圓差 八分圓差 等の 系統誤差가 存在하였다.

③ 四分圓差(quadrantal deviation)는 存在하지 않음을 보였다.

④ 平均自差에 對한 總標準偏差는 $0.^\circ 23(14')$ 이 었다. 故로 任意觀測時에 包含되는 平均自差에 對한 偶然誤差의 크기는 $2\sigma_s = \pm 28'$ 으로 보면 그 信賴度는 95%가 된다.

⑤ 各船首方位의 觀測自差의 平均自差에 對한 標準偏差는 平均值 $0.^\circ 235$, 平均自差의 母平均自差에 對한 標準偏差는 平均值 $0.^\circ 078$ 를 各各 中心으로 하여 크게 變動하지 아니함을 알았다. 이것을 通하여 方位의 基準이 磁氣子午線이므로 船首方位에 關係없이 偶然誤差의 크기는 거의 等量的이라는 것을 알 수 있었다.

⑥ 平均自差에 對한 95% 信賴度인 觀測自差의 誤差는 略算에 依한 값은 $\sqrt{\sum \sigma_{max}^2 / 16} = \pm 0.^\circ 4(24')$ 이고 理論的인 計算에 依한 값은 $2\sigma_s = \pm 28'$ 임을 보였다.

⑦ 本實驗에서는 磁氣compass를 使用하여 方位를 觀測하였을 때 그 測定值에 包含되어 있는 偶然誤差의 크기는 95% 信賴度에서 平均自差에 對한 값은 $\pm 28'$ 이고 또 平均自差의 標本誤差의 크기는 95% 信賴度에서는 $\pm 9'.6$ 임을 알 수 있었다.

측 物標의 羅針方位에 地磁氣偏差와 自差를 加減하여 求한 改正方位는 精確한 方位가 되는 것이 아니고 이 改正方位에는 偶然誤差와 標本誤差가 包含되어 있음을 알 수 있다.

이 두 誤差는 消去하기 困難하므로 이들 誤差의 限界를 餘裕있게 定하여 두고 方位나 針路를 決定할 때나 安定圈(safety margin)^{30), 31)}을 決定함에 있어서는 이를 考慮함이 바람직 하다.

本實驗에서는 95% 信賴度에서 이 두 誤差를 考慮하였을 때 그 限界는 $\pm(28' + 9'.6)$ 즉 $\pm 38'$ 임을 보여주고 있다.

參 考 文 獻

- 1) Alfred Hine B. S., Magnetic Compasses and Magnetometers, pp. 115~116, (1968)
- 2) 鄭英鎮, 近代統計學의 理論과 實際, 寶晉齋, 서울, p. 35 (1973)
- 3) 姜五住, 統計學, 博英社, 서울, pp. 183~193(1970)
- 4) 金喜澈, 機器의 信賴性에 關하여(II), 韓國海洋大學論文集, pp. 5, 306(1971)
- 5) 前掲書 1, p. 321, (1968)
- 6) 前掲書 1, p. 322, (1968)
- 7) 李鍾洛, 航海計器 I, 海事圖書出版部, 釜山, pp. 126~139, (1970)
- 8) 前掲書 1, p. 352, (1968)
- 9) 尹汝政, 地文航海學, 海事圖書出版部, 釜山, p. 215, (1969)
- 10) G. L. Hosmer, Geodesy, pp. 351~355, (1946)
- 11) B. G. Bomford, Geodesy, pp. 507~509, (1965)
- 12) 前掲書 7, p. 14, (1970)
- 13) 前掲書 7, p. 130, (1970)
- 14) Charles H. Brown, the Deviation and the Deviascope, pp. 171~173, (1961)

- 15) W. Denne, Magnetic Compass Deviation and Correction, pp. 77~100, (1951)
- 16) 前掲書 7, pp. 239~240, (1970)
- 17) 前掲書 10, pp. 355~402, (1946)
- 18) 東洋館出版社, 數學新事典, 日本, pp. 723~725, (1950)
- 19) 前掲書 7, pp. 72, 240, (1970)
- 20) 前掲書 14, p. 175, (1961)
- 21) 前掲書 15. p. 100, (1951)
- 22) 前掲書 2, pp. 35, 36, (1973)
- 23) 前掲書 3, pp. 78~84, (1970)
- 24) 前掲書 9, p. 217, (1969)
- 25) 前掲書 1, p. 317, (1968)
- 26) 前掲書 2, pp. 201~206, (1973)
- 27) 前掲書 3. pp. 240~246, (1970)
- 28) Clinton I. Chase, Elementary Statistical Procedures, pp. 72~109, (1967)
- 29) 前掲書 2, pp. 239~251, (1970)
- 30) 前掲書 9, pp. 92, 98, 219, (1969)
- 31) Captain Robert M. Slack, Yesterday's Training-Tomorrow's Ships, the Institute of Navigation Twenty-fifth Annual Meeting, New York, (1969)

