

입자의 추종성에 관한 수치해석연구

이 영 호¹⁾

Numerical Study on the Traceability of Particle

Young-Ho Lee

< 目 次 >	
Abstract	5. Couette 유동중의 궤적
1. 서 론	6. Cavity 흐름
2. 종래의 연구	7. 이상류(Two phase) 수치해
3. 단순 유동장에서의 입자의 운동 방정식	식에 의한 추종성 검토
4. 와(vortex) 흐름에서의 궤적	7-1. Eulerian 수법
4-1. 강제와 흐름(Forced vortex)	7-2. Lagrangian 수법
4-2. 자유와 흐름(Free vortex)	7-3. 계산결과
	8. 결 론
	9. 감사의 말
	10. 참고문헌

Abstract

A set of computational equations, in Eulerian and Lagrangian descriptions, to express the motion of spherical particles in a flow field are formulated. Several force components related to the trajectory of single particle are also discussed. The traceability of particles to a flow field is mainly affected by the slight difference of density and the particle size in case of simple flow fields. Furthermore, shear velocity and high acceleration of fluid existing in complex flow cause deviation of trajectories of particles from streamlines.

기호설명

C_d : 항력계수

F : 상호작용력

1) 한국해양대학 조교수

- L : 정방형캐비티의 폭
 M : 입자의 질량
 R_e : 캐비티흐름의 레이놀즈수 (u_0L/ν)
 V : 입자의 체적
 g : 체적력
 n : 입자의 수밀도 (number density)
 p : 유동압력
 r : 입자의 반경
 t : 시간
 u : 수평속도
 u_0 : 캐비티의 전단속도
 v : 수직속도
 \mathbf{v} : 속도벡터
 x : 수평좌표
 y : 수직좌표
 μ : 점성계수
 ν : 동점성계수

Subscript

- l : 유체
 p : 입자
 x : 수평방향
 y : 수직방향



1. 서 론

유동장의 특성을 파악하기 위한 가시화수법의 한 방법으로서 주입된 입자의 거동을 사진 등으로 분석하는 트레이서 추적법(tracer particle tracking method)이 이전부터 채택되어 왔다. 이때 사용되는 입자의 선별기준으로서는 입자에 미치는 다양한 외부 힘성분이 무시될 수 있는 미소입자를 경험적으로 선택하거나 될 수 있으면 유체축과의 밀도차가 작은 것을 사용하여 부력 또는 침강력의 영향이 무시될 수 있도록 하는 방법을 취하여 왔다. 그러나 실제의 유동장에 주입되는 입자는 실험조건에 따라 여러가지로 제약을 받음으로써 항상 입자의 추종성(traceability)이 만족되는 경우가 드물다. 따라서 운동장에 대한 입자의 추종성은 가시화수법의 신뢰도를 좌우하는 중요한 요인의 하나이다. 이와 같은 추

종성에 영향을 미치는 요인은 대상이 되는 유동장의 성질에 크게 의존한다. 예를 들어 경계층 근처에서의 커다란 속도구배, 유로면적의 변화를 동반하는 곳에서의 유동장의 가속도존재, 곡관에서의 원심력, 진동유동장에서의 비정상적인 항력특성 등이 이에 속한다. 이와같은 변동흐름장을 대상으로 하는 트레이서추적법에서는 입자의 추종성에 관한 상세한 지식을 기초로 하여 그 적용한계를 명확히 할 필요가 있다. 최근에는 고속도처리, 대용량의 컴퓨터가 쉽게 이용될 수 있음으로써 디지털 화상처리수법(Digital Image Processing Method)에 의한 유동장의 속도계측수법에 관한 연구가 활발히 행해지고 있다. 그러나 화상처리 알고리즘의 개발이나 응용방법 등에 주안을 두고 있으며 정량적결과에 큰 영향을 미칠 수 있는 입자의 추종성에 관해서는 이전과 다름없는 개념 하에서 실제의 실험이 행해지고 있는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 유동장에 대한 입자의 추종성을 정량적으로 파악하기 위한 방법으로 종래의 연구결과를 검토함과 동시에 고려해야 할 모든 힘성분을 포함한 입자의 운동방정식을 새롭게 제시하고 다양한 유동장에서의 적용을 통하여 입자의 추종성에 관한 체계적인 검토를 주 목적으로 한다.

2. 종래의 연구

트레이서수법으로서 기포를 사용할 때의 부력에 의한 상승거동 및 상승속도에 관한 계통적인 실험결과가 F.N. Peebles등¹⁾에 의해 보고되고 있다. 이들은 네가지의 레이놀즈수 범위에 대한 상승속도를 제시하고 있고 레이놀즈수의 증가에 따른 기포의 형상과 기포의 상승경로를 검토하였다. 수소기포를 사용하여 흐름장의 속도를 정량적으로 계측할 때 수반하는 오차해석의 예가 F.A. Schraub등²⁾에 의해 보고되고 있다. 여기에서는 균일한 크기의 기포의 방출이 중요하며 속도구배가 큰 곳에서는 수소기포의 상승속도의 영향이 무시될 수 없음을 지적하고 있다. 더우기 변동유동장 및 스텝적으로 변동하는 흐름장에서의 기포의 속도를 부가질량까지를 고려하여 주위의 속도변동에 대하여 추종성이 충분히 확보될 수 있는 기포의 크기를 계산하고 있다. 오카모토등³⁾은 수소기포법에 의한 관내류의 속도의 계측에 있어서 기포의 추종성에 영향을 주는 부력, 기포직경, 가속에 요하는 입구거리, 기포방출선으로부터의 후류, 곡률이 존재하는 흐름장에서의 구심력 등에 관하여 검토를 행하고 특히, 후류와 구심력의 영향이 무시될 수 없음을 밝히고 있다. 입자의 운동에 관한 R.Clift등⁴⁾의 review에서는 (1) 입자와 유체간의 상대속도가 시간과 함께 변화하여 가속도가 존재하는 경우의 항력계수의 값은 표준의 항력계수와 큰 차가 있다. (2) 입자의 운동을 나타내는 B. B. O. 식에서 부가질량과 Basset 항의 계수가 무차원 파라미터인 가속계수(Acceleration modulus, $M_A = U_R D / U_R^2$, U_R : 순시상대가속도, D : 직경)의 함수로 수정되는 경우에 입자의 운동을 잘 근사시킬 수 있음을 보고하고 있다. P.R. Schöneborn⁵⁾은 진동하는 유동장에 위치한 단일의 구형입자의 추종성을 이론 및 실험적으

로 조사한 결과를 비교하여 고주파수의 진동유동장에서는 와의 방출이 억제되어 R.Clift 등⁴⁾이 제시한 가속계수를 사용한 계산결과가 양호한 추종성을 나타냄을 보이고 있다. 경계층에서와 같이 흐름방향에 직각으로 속도구배가 존재하는 경우에는 수직방향으로 양력이 발생한다. Saffman⁶⁾은 이 힘성분을 구하기 위한 해석수법을 제시하여 Saffman양력을 구하는 계산식을 보고하고 있다. 미네무라등⁷⁾은 반경류 펌프내에서의 구형 고체입자및 기포의 궤도, 벽면에서의 충돌속도등을 수치해석으로 구하고 입자의 직경과 비중, 토출량의 영향을 검토하였다. 이들은 와권펌프내의 고체입자의 궤도는 유입부에서 유선의 방향을 벗어나 직진하는 경향이 크게 나타나며 입자의 직경, 비중 및 펌프의 유량이 크게 될 수록 이 경향은 현저해짐을 밝히고 있다.

3. 단순유동장에서의 입자의 운동방정식

변동흐름장에 위치한 한개의 구형입자에 대한 운동방정식은 여러가지가 제안되고 있으나 과거의 연구결과⁸⁾⁻²²⁾를 참조하여 이하와 같이 정리한다.

구형입자의 운동방정식은 입자에 작용하는 여러 힘성분이 선형적으로 가산된다고 하면 식 1과 같이 표시된다.

$$M \left(\frac{du_p}{dt} \right) = F_d + F_p + F_b + F_a + F_s + F_B \quad (1)$$

$$M = \rho_p V, \quad V = (4/3) \pi (r_p)^3$$

여기에서 각 힘성분은 다음과 같이 계산된다. 단 힘의 표시는 간략히 x방향성분만을 표기한다.

- 1). 항력 F_d : 입자에 작용하는 항력은 이하의 식으로 구해진다.

$$F_d = C_d \pi (r_p)^2 (\rho_1 / 2) (u_p - u_1) |u_p - u_1| \quad (2)$$

$$C_d = \frac{24}{R_p} + \frac{2}{1 + (R_p)^{1/2}} + 0.4$$

$$R_p = \frac{2r_p |u_p - u_1|}{\nu_1}$$

- 2). 정압구배에 의한 힘 F_p : 입자주위의 정압구배에 의한 힘성분이다.

$$F_p = V (\partial p / \partial x) \quad (3)$$

- 3). 체적력 F_b : 중력장에서 발생하는 침강력이나 부력이 해당된다.

$$F_b = V (\rho_p - \rho_1) g_x \quad (4)$$

- 4). 부가질량력 F_a : 입자의 가속에 따른 부가질량에 작용하는 힘성분이다.

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_1 V \left(\frac{Du_1}{Dt} - \frac{du_p}{dt} \right) \quad (5)$$

여기에서 Du_1/Dt 는 실질가속도성분을 표시하는 편미분연산자를, du_p/dt 는 질점역학에서의 입자의 가속도를 의미한다.

5). Saffman 양력 F_s : 전단유동장에서 속도구배에 따른 입자의 양력계산식이 Saffman에 의해 제시되었다.

$$F_s = 3.23 \mu r_p (v_r)_i (4r_p^2 G/\nu)^{1/2}, \quad G = \partial(v_r)_j / \partial x_i \quad (6)$$

6). Basset력 F_B : 입자의 주위가 Stokes흐름인 경우 입자의 운동이력효과를 나타내는 성분이다.

$$F_B = 6(r_p)^2 (\pi \rho_1 \mu_1) \int_0^1 \left(\frac{Du_1}{D\tau} - \frac{du_p}{d\tau} \right) \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} \quad (7)$$

단 본 계산에서는 Stokes흐름이 항상 만족되어지지 않음으로써 이항은 생략하였다. 이외에 유동장에 따라서는 원심력, 또는 고속회전하는 입자에 발생하는 Magnus효과 등도 고려를 해서 정확한 입자의 운동방정식을 유도할 필요가 있다.

4. 와(vortex)흐름에서의 궤적

4-1. 강제와 흐름(Forced vortex flow)

강제와 유동에서 밀도비 $\rho_p/\rho_1 = 0.9, 0.98, 1.0, 1.02, 1.1$ 의 입자의 궤적을 그림 1에 보인다. 와의 회전방향은 시계방향이다. 입자는 와중심의 상방으로부터 초기슬립속도 0으로 방출된다. 밀도가 작은 입자는 부력의 영향을 받아 그 궤적의 중심은 우상방으로 접근한다. 반대로 밀도가 큰 입자는 침강력의 영향을 받아 궤적의 중심은 좌하방으로 편향한다. 궤적의 원은 밀도비 1.0에 대하여 전부 크게 나타나고 있으나 원을 그리는데 필요한 시간은 동일하다. 어느 경우에도 궤적은 원형을 유지하며 궤적의 형상에는 밀도의 크기가 영향을 미치지 못함을 알 수가 있다.

4-2. 자유와 흐름(Free vortex flow)

자유와의 흐름장에서 밀도비 $\rho_p/\rho_1 = 0.9, 1.0, 1.1$ 의 입자의 궤적을 그림 2에 보인다. 입자의 방출조건은 상기의 강제와의 경우와 동일하다. 밀도비 1.0의 입자는 원형의 궤적을 유지한다. 밀도비 0.9의 입자는 와중심을 향해 나선형으로 접근하며 거꾸로 밀도비 1.1의 입자는 와중심으로부터 나선형으로 이탈한다. 강제와의 경우와 같이 궤적은 밀도비

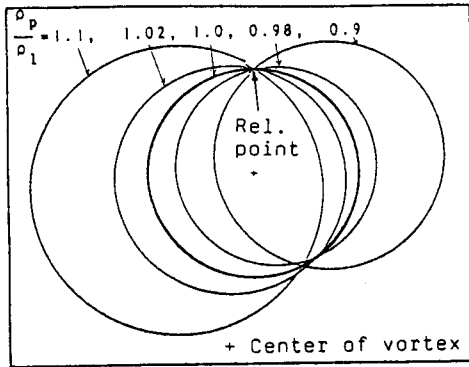


Fig. 1 Trajectory in forced vortex.

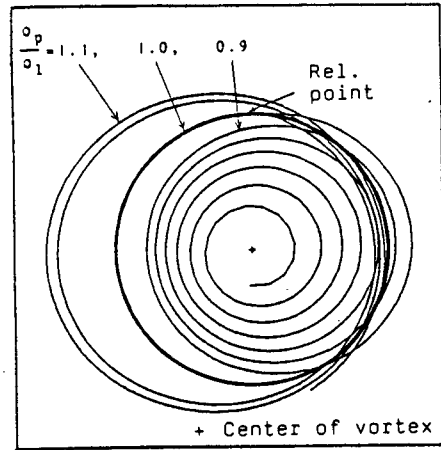


Fig. 2 Trajectory in free vortex.

1.0에 대한 대소에 따라 좌우로 이동한다. 자유와의 유동에서는 밀도비가 궤적에 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

5. Couette유동중의 궤적

Couette흐름에서 밀도비 1.0의 입자를 초기속도 0의 조건으로 방출한 경우의 궤적 및 슬립레이놀즈수, 수평 및 수직방향의 시간변화를 그림 3에 보인다. 초기에는 큰 슬립속도에 기인한 Saffman 양력이 작용하여 상방으로 가속되며 궤적의 변화를 초래한다. 시간의 경과와 함께 입자는 수평방향 항력에 의해 가속되며 또한 수직방향으로도 항력을 받기 때문에 수직방향속도는 감소하고 각방향의 속도성분은 일정치에 접근한다. 따라서 궤적도 거의 수평이 된다. 그림 4에서는 흐름방향으로 중력이 작용하는 경우의 밀도비 1.02의 입자를 초속 0으로 방출한 경우의 궤적 등을 보이고 있다. 입자는 우선 주위의 유체와 마이너스의 슬립속도를 발생케 하여 그림 3에서와 마찬가지로 궤적은 상방으로 편향한다. 입

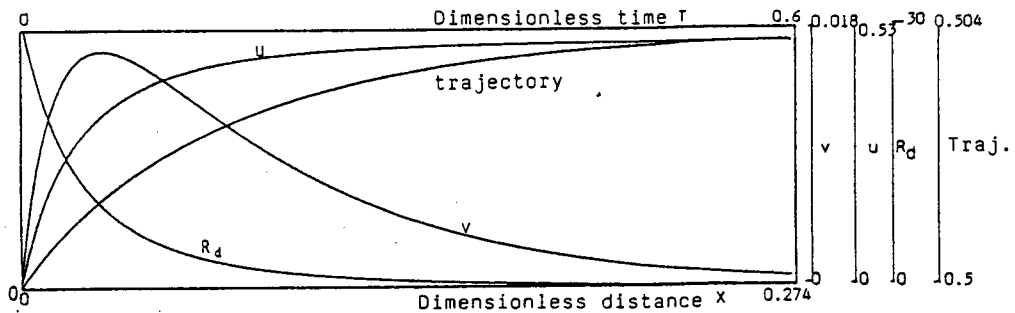
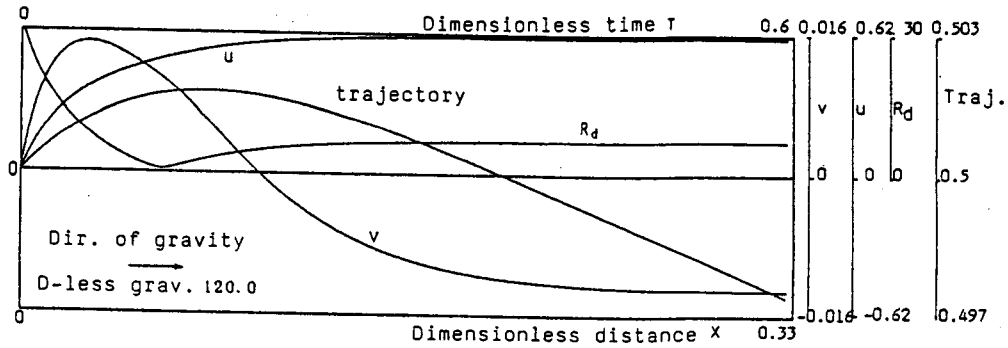


Fig.3. Trajectory, velocity and slip Re in Couette flow(1).



Cal. condition in Fig. 3 & Fig 4

Dimensionless Dis. : 1.0 Reynolds number : 3200
 Dimensionless Time : 1.0 Released position : 0.5
 Dimensionless Dia. : 0.01

Fig. 4 Trajectory, velocity and slip Re in Couette flow(2).

자의 속도가 유체의 속도와 같게 되어도 중력에 의해 계속 가속 되기 때문에 정의 슬립속도를 유지하여 이에 따른 Saffman 양력의 방향이 변화함으로써 입자의 궤적도 하방으로 편향한다.

6. Cavity흐름

이차원 정방형 캐비티의 유동장에 대한 입자의 추종성에 관하여 검토한다. 우선 유동장은 SOLA수법에 의해 계산되어진다. 격자분포는 100×100의 정방격자를 채택하였으며 레이놀즈수는 3200을 대상으로 하였다. 모든 파라미터는 캐비티상부의 전단속도, 캐비티의 높이 50mm, 유체의 밀도로 무차원화한 값을 이용하였다. 이 결과는 Ghia등²³⁾의 수치계산 결과와 일치하고 있다. 그림 5는 단면중심위치의 속도 분포이다. 그림 6부터 그림 8까

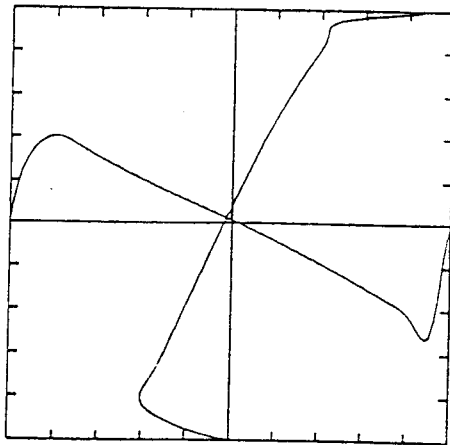


Fig. 5 Velocity distribution in cavity flow

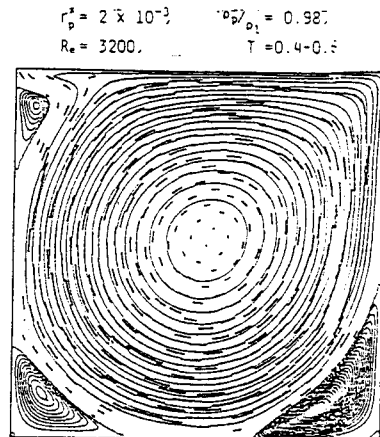


Fig. 6 Trajectory in cavity flow(1)

유체의 점성은 입자의 수밀도가 증가함에 따라 크게된다. 즉 다음과 같은 식으로 주어진다²⁸⁾.

$$\mu_1 = \mu_1 [1 - 2.5nV + 6.2(nV)^2] \quad (15)$$

정방형캐비티흐름에 대한 경계조건을 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0 \\ u(0, y) = 0, \quad v(0, y) = 0 \\ u(x, L) = u_0, \quad v(x, L) = 0 \\ u(L, y) = 0, \quad v(L, y) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

7-2. Lagrangian수법

정식화에 필요한 가정은 다음과 같다.

- 1). 입자의 형상은 구형이다.
- 2). 유체측은 입자의 반작용을 받지않는다.
- 3). 입자간에는 상호작용이 무시된다.

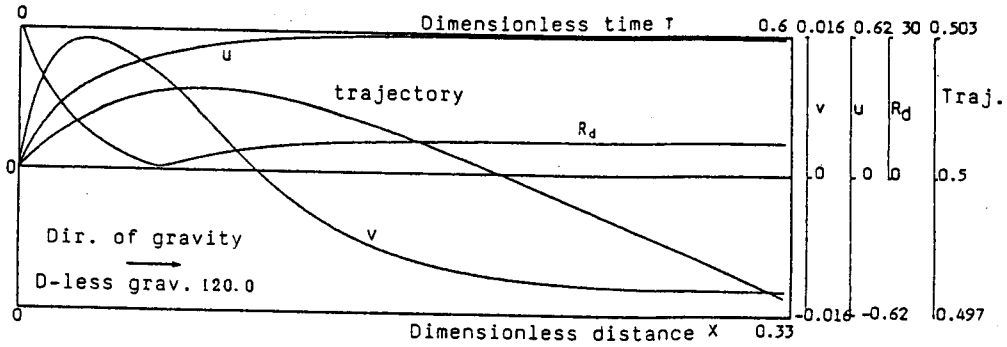
입자의 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} M (du_p/dt) = F_a + F_p + F_b + F_a + F_s \\ M = \rho_p V, \quad V = (4/3)\pi(r_p)^3 \end{aligned} \quad (17)$$

부가질량력은 다음과 같이 표시된다:

$$F_a = \frac{1}{2}\rho_1 V \left(\frac{Du_1}{Dt} - \frac{du_p}{dt} \right) \quad (18)$$

유체측의 운동방정식은 이하와 같다.



Cal. condition in Fig. 3 & Fig 4

Dimensionless Dis. : 1.0 Reynolds number : 3200
 Dimensionless Time : 1.0 Released position : 0.5
 Dimensionless Dia. : 0.01

Fig. 4 Trajectory, velocity and slip Re in Couette flow(2).

자의 속도가 유체의 속도와 같게 되어도 중력에 의해 계속 가속 되기 때문에 정의의 슬립속도를 유지하여 이에 따른 Saffman 양력의 방향이 변화함으로써 입자의 궤적도 하방으로 편향한다.

6. Cavity 흐름

이차원 정방형 캐비티의 유동장에 대한 입자의 추종성에 관하여 검토한다. 우선 유동장은 SOLA수법에 의해 계산되어진다. 격자분포는 100×100 의 정방격자를 채택하였으며 레이놀즈수는 3200을 대상으로 하였다. 모든 파라미터는 캐비티상부의 전단속도, 캐비티의 높이 50mm, 유체의 밀도로 무차원화한 값을 이용하였다. 이 결과는 Ghia 등²³⁾의 수치계산 결과와 일치하고 있다. 그림 5는 단면중심위치의 속도 분포이다. 그림 6부터 그림 8까

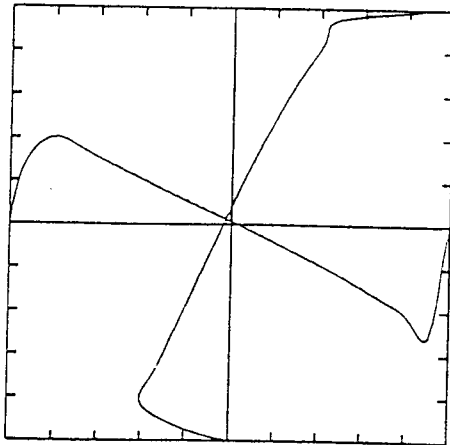


Fig. 5 Velocity distribution in cavity flow

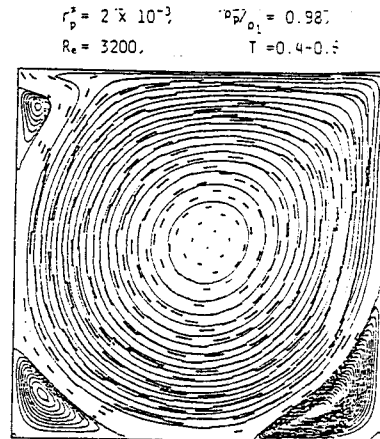


Fig. 6 Trajectory in cavity flow(1)

$$r_p^* = 5 \times 10^{-3}, \quad \rho_p/\rho_1 = 0.98, \\ Re = 3200, \quad T = 0.4-0.6$$

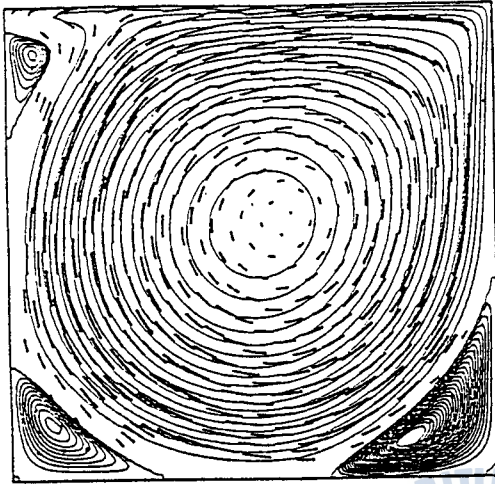


Fig. 7 Trajectory in cavity flow(2)

$$r_p^* = 5 \times 10^{-3}, \quad \rho_p/\rho_1 = 0.98, \\ Re = 3200, \quad T = 2.0-2.2$$

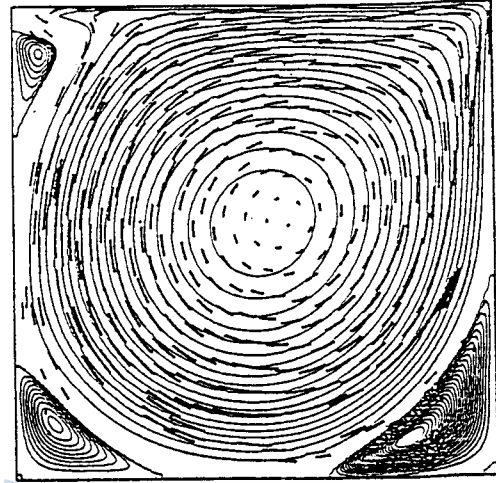


Fig. 8 Trajectory in cavity flow(3)

지는 밀도비 $\rho_p/\rho_1=0.98$ 의 경우의 무차원시간 0.2간의 입자의 궤적을 유선과 함께 표시한 결과이다. 입자경 $r_p^*=2 \times 10^{-3}$ 의 경우에는 유선에 잘 추종함을 알 수 있다. 그러나 $r_p^*=5 \times 10^{-3}$ 의 경우에는 입자의 궤적으로부터 얻어진 와의 중심은 유동장의 와 중심과 다르며 입자의 궤적과 유선은 큰 차를 보이고 있다. 이 결과는 체적에 관계하는 부력의 효과가 현저하게 나타나기 때문으로 추정된다. 또한 시간의 경과와 함께 이차와 (secondary vortex) 흐름내의 입자수는 감소하고 있다(그림 8).

7. 이상류(two phase) 수치해석에 의한 추종성 검토

이차원 캐비티유동장에 있어서의 미소입자의 추종성을 파악하기 위해 이상류의 수치해석수법을 채택한다. 정식화방법으로서 Eulerian수법과 Lagrangian수법을 동시에 제시한다. 어느 경우에도 NS방정식상에서 입자의 존재에 의해 유체에 미치는 상호작용(interaction)의 식을 어떻게 표현할 것인가 하는 문제가 중요하다. 본 연구에서는 과거의 계산수법²⁴⁾⁻²⁸⁾을 참고로 하여 약간의 밀도차가 존재하는 경우의 입자의 전체적인 거동을 수치계산하여 입자의 추종성을 검토하였다.

7-1. Eulerian수법

적용된 가정은 이하와 같다.

- 1). 입자의 형상은 구형(spherical)이다.

2). 유동장은 Newtonian 유체이다.

3). 입자간의 충돌은 무시한다.

입자에 대한 운동방정식에 미치는 각각의 힘성분은 선형적인 합계로써 주어진다. 편의상 수평방향만을 생각한다.

$$M \left(\frac{D_p}{Dt} \right) u_p = F,$$

$$\frac{D_p}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_p \frac{\partial}{\partial x} + v_p \frac{\partial}{\partial y},$$

$$F = F_a + F_p + F_b + F_a + F_s, \quad (8)$$

단, 상기의 각 힘의 성분은 3절에서 언급한 내용과 동일하다. 그러나 부가 질량항에 대해 입자측의 식이 바뀐다.

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_1 V \left(\frac{D_1}{Dt} u_1 - \frac{D_p}{Dt} u_p \right) \quad (9)$$

여기에서 (D/Dt)는 실질미분을 의미한다. 입자의 수밀도(number density)의 보존식이 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n u_p}{\partial x} + \frac{\partial n v_p}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

벽면에 충돌하는 입자는 반사법칙에 따라 접선방향의 속도성분은 유지되고 법선방향의 속도성분은 반대의 부호로 된다. 유체측의 질량보존식과 운동방정식은 이하와 같이 정리된다.

$$\frac{\partial \rho_1'}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1' u_1'}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1' v_1'}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_1' u_1'}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1' u_1'^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1' u_1' v_1'}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_1' \frac{\partial u_1'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_1' \frac{\partial u_1'}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu_1' \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x} + \frac{\partial v_1'}{\partial y} \right) \right) - n F_x \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho_1' v_1'}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1' u_1' v_1'}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1' v_1'^2}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_1' \frac{\partial v_1'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_1' \frac{\partial v_1'}{\partial y} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu_1' \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x} + \frac{\partial v_1'}{\partial y} \right) - n F_y \quad (13)$$

여기에서 F는 입자로부터의 반작용을 의미한다. ρ_1' 는 다음의 식에서 정의되는 control volume내의 유체질량을 의미한다.

$$\rho_1' = (1 - nV) \rho_1 \quad (14)$$

유체의 점성은 입자의 수밀도가 증가함에 따라 크게된다. 즉 다음과 같은 식으로 주어진다²⁸⁾.

$$\mu_1 = \mu_1 [1 - 2.5nV + 6.2(nV)^2] \quad (15)$$

정방형 캐비티 흐름에 대한 경계조건을 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= 0, & v(x, 0) &= 0 \\ u(0, y) &= 0, & v(0, y) &= 0 \\ u(x, L) &= u_0, & v(x, L) &= 0 \\ u(L, y) &= 0, & v(L, y) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

7-2. Lagrangian수법

정식화에 필요한 가정은 다음과 같다.

- 1). 입자의 형상은 구형이다.
- 2). 유체층은 입자의 반작용을 받지않는다.
- 3). 입자간에는 상호작용이 무시된다.

입자의 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} M (du_p/dt) &= F_a + F_p + F_b + F_a + F_s \\ M &= \rho_p V, \quad V = (4/3) \pi (r_p)^3 \end{aligned} \quad (17)$$

부가질량력은 다음과 같이 표시된다:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_1 V \left(\frac{Du_1}{Dt} - \frac{du_p}{dt} \right) \quad (18)$$

유체층의 운동방정식은 이하와 같다.

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1^2}{\partial x} + \frac{\partial u_1 v_1}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\rho_1 \partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1 v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\rho_1 \partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right) \quad (21)$$

7-3. 계산결과

그림 9와 같은 정방형 캐비티의 계산에서 Eulerian수법의 경우에는 40×40의 부등간격

격자를, Lagrangian수법에서는 100×100 의 등간격격자를 채택하였다. 압력과 속도의 수정에는 SOLA의 알고리즘이 이용되었다. Eulerian수법에서의 계산조건은 다음과 같다.

case	radius of particle (r_p/L)	density of particle ρ_p/ρ_f	initial void rate nV	initial Re
1	5×10^{-3}	0.98	0.05	2800
2	2×10^{-3}	0.98	0.05	2800
3	5×10^{-3}	1.02	0.05	2800
4	5×10^{-3}	1.00	0.05	2800

그림 10부터 그림 12까지의 case1의 중앙단면의 속도분포, 입자의 속도분포 및 void율의 분포를 보이고 있다. 입자는 부력에 의해 상부면에 모임 하부에서는 수밀도가 감소한다. 영역전체에 걸쳐 상대속도는 양의 값이 되고 입자의 외중심위치가 우측의 상부로 이동한다. 입자의 직경이 보다 작은 경우가 그림 13부터 그림 15까지의 결과이다. 상대속도는 보다 작게 나타나며 case1과 같은 특징이 보이지 않는다. 그림 16부터 그림 18까지는 입자의 밀도가 유체보다 큰경우로 case1과는 반대의 경향을 보이고 있다. 밀도가 같을 때에는 영역전체에 걸쳐 양호한 추종성을 보이고 있다. 그러나 그림 22에서 보면 밀도가 같은 경우라 하더라도 유체의 전단속도가 큰 곳에서는 약간의 상대속도분포가 존재함을 알 수 있다. case1과 동일한 계산조건에서 Lagrangian수법을 이용한 경우의 입자의 궤적이 그림 23에서 표시되고 있으나 Eulerian수법에서와 같은 경향을 보여 상부벽면근처에서 입자가 모이고 하부면에서는 입자의 수가 감소한다. 또한 전체입자의 회전운동 중심위치가 우측상부로 이동한다. 단 Lagrangian수법에서는 입자의 void율이 낮음으로써 희박한(dilute)조건을 만족시킨다고 가정하여 상호작용의 영향은 무시한 계산결과이다.

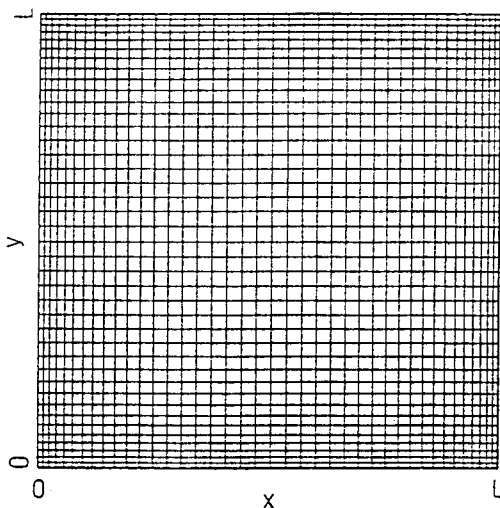


Fig. 9 Calculation mesh for Eulerian method.

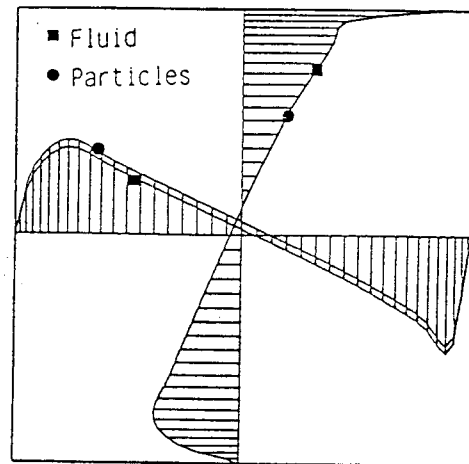


Fig. 10 Velocity distribution of fluid and particle for the case 1.

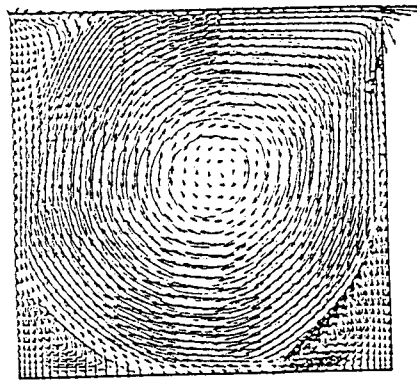


Fig. 11 Velocity vector of particle and streamlines of fluid for the case 1.

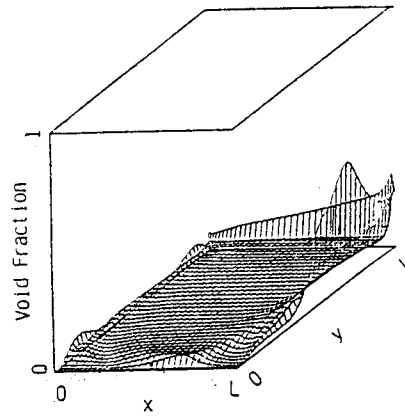


Fig. 12 Void fraction of particle for the case 1.

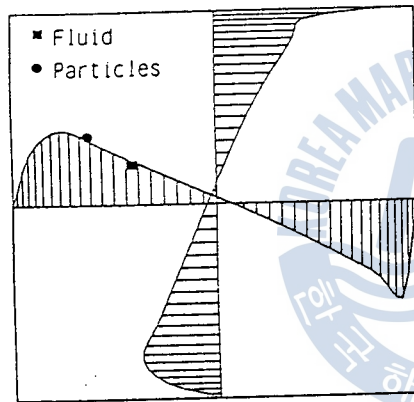


Fig. 13 Velocity distribution of fluid and particle for the case 2.

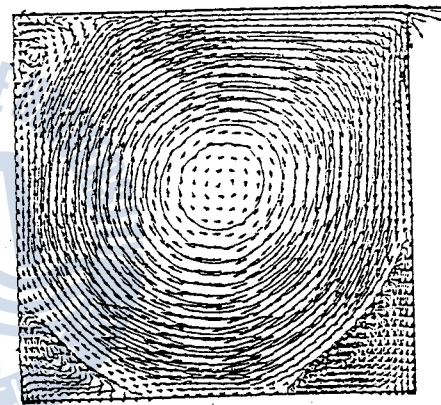


Fig. 14 Velocity vector of particle and streamlines of fluid for the case 2.

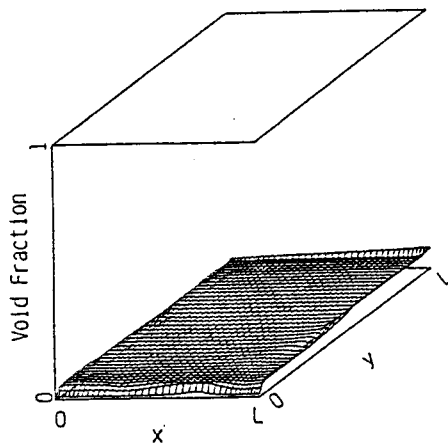


Fig. 15 Void fraction of particle for the case 2.

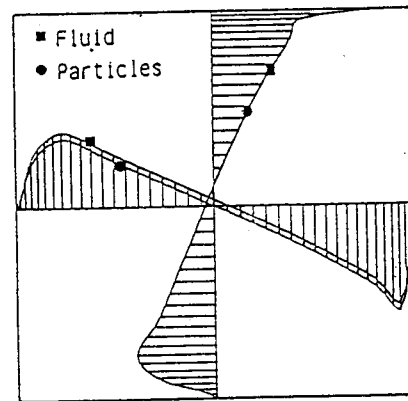


Fig. 16 Velocity distribution of fluid and particle for the case 3.

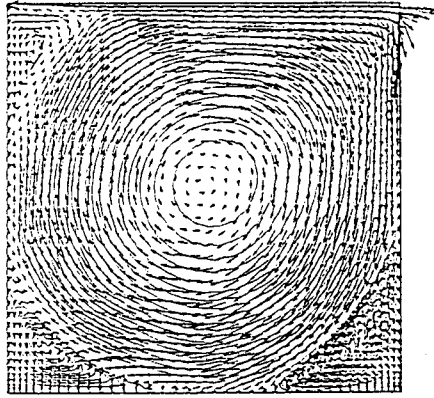


Fig. 17 Velocity vector of particle and streamlines of fluid for the case 3.

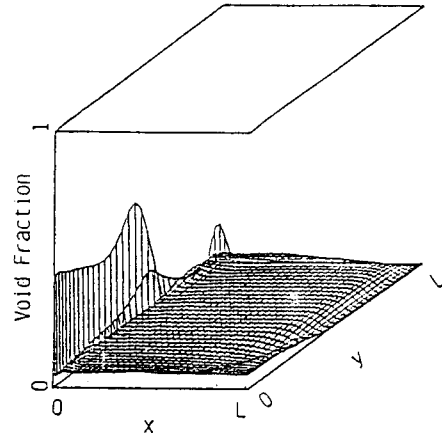


Fig. 18 Void fraction of particle for the case 3.

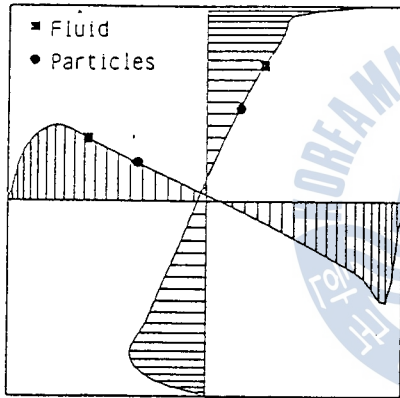


Fig. 19 Velocity distribution of fluid and particle for the case 4.

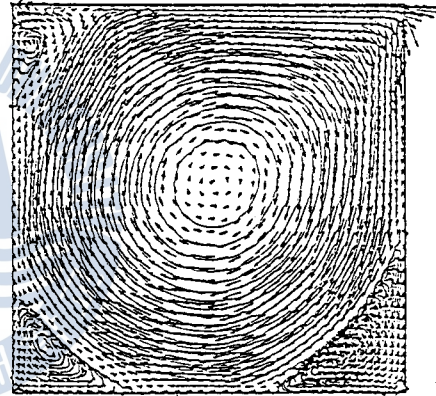


Fig. 20 Velocity vector of particles and streamlines of fluid for the case 4.

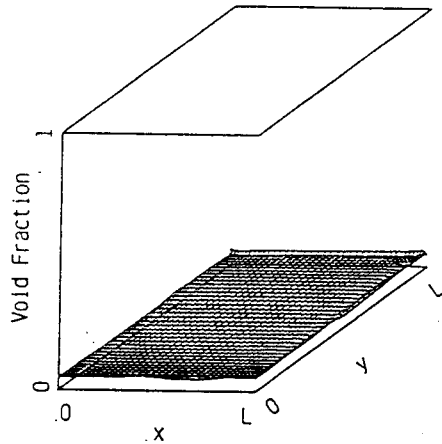


Fig. 21 Void fraction of particles for the case 4.

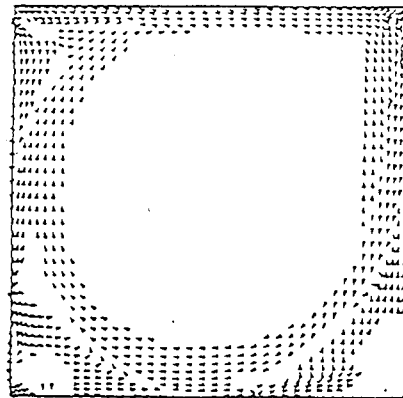


Fig. 22 Calculated slip velocity greater than 10^{-3} of the moving wall velocity.

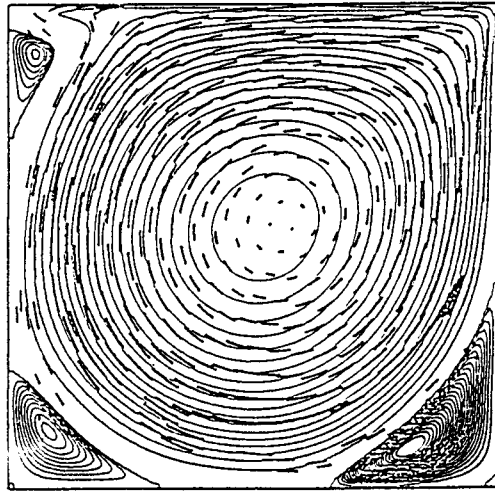


Fig. 23 Trajectories of particles and streamlines of fluid calculated by Lagrangian method.

8. 결 론

이상의 결과를 정리해 보면 화상처리수법에 의한 속도계측수법에 이용되는 입자의 조건으로서 그 크기 및 밀도차가 중요한 요인임을 알 수 있다. 특히, 장시간에 걸쳐 비정상상태의 흐름을 발달시킬 경우에는 입자의 밀도차에 의한 drift가 유동장 전체에 걸쳐 발생하여 본래의 유동장을 재현시킬 수가 없게 된다. 또한 입자가 부분적으로 모이게 됨으로써 결국 일부의 유동장만을 나타나게 되는 문제점이 발생한다. 본 계산은 2차원의 경우임으로 실제의 3차원의 계산조건과는 다른 상황에서의 결과이다. 그러나 중력이 작용하는 방향으로는 어느 경우에도 같은 문제가 발생할 것이다. 한편 밀도차가 있어도 사용된 입자의 크기가 작은 경우에는 이와 같은 점은 무시될 수 있으나 화상처리수법에서의 처리대상인 입자의 선명도가 새롭게 문제가 될 것이다. 일반적으로 유체측은 실험조건에 따라 밀도가 변한다. 따라서 입자의 선별을 엄밀히 하여 두어도 실제의 실험에서는 온도변화에 따른 밀도차가 상시 존재하며 실험의 성패는 유동장의 온도제어에 달려있는 경우가 많다.

한편 제시된 두가지의 계산수법은 혼상류에 대한 수치해석방법으로서 충분히 이용될 수 있을 것이다. 장래에는 국소적인 온도구배 또는 열원이 존재하는 경우의 입자의 추종성문제에 있어서 유동장의 밀도변화에 따른 계산결과가 요망된다. 또한 Lagrangian수법에서는 입자의 존재에 의한 상호작용항까지를 고려한 수법의 개발이 요구된다.

9. 감사의 말

본 연구는 동경대학교공학부에 재학중 행한 연구의 일부임을 밝히며 시종 지도편달을 아끼지 않았던 Matsumoto Yoichiro지도교수 및 Ohashi Hideo교수에게 깊은 감사를 드린다.

10. 참고문헌

- 1) F.N. Peebles, H.J. Garber, Studies on the Motion of Gas Bubbles in Liquids, Chem. Eng. Prog, Feb. 1953., p.88.
- 2) F.A. Schraub, S.J. Kline, J.Henry, P.W. Runstadler Jr., A.Littell, Use of Hydrogen Bubbles for Quantitative Determination of Time-Dependent Velocity Fields in Low-Speed Water Flows, J. Basic Eng., June 1965, p.429.
- 3) 岡本芳三, 花輪壽一, 亀岡利行, 水素氣泡法による管内流の觀測について, 日本機械學會論文集(B), 37卷 394號, 1971, p. 305.
- 4) R.Clift, W.H. Gauvin, Motion of Entrained Particles in Gas Streams, Can. J. Chem. Eng., Vol. 49, Aug. 1971, p.439.
- 5) R.R. Schöneborn, The Interaction between a Single Particle and an Oscillating Fluid, Int. J. Multi. Flow, Vol.2, 1975, p.307.
- 6) P.G. Saffman, The Lift on a Small Sphere in a Slow Shear Flow, J. Fluid Mech., Vol.2, 1965, p.385.
- 7) 峰村吉泰, 村上光清, 澤田茂, 半徑流ポンプ内の固體粒子の流れ, 日本機械學會論文集(B), 51卷 471號, 1985, p. 3506.
- 8) C.M. Tchen, Ph.D. Thesis, Univ. Delft, 1947.
- 9) S.Corrstin, J.Lumley, On the Equation of Motion for a Particle in Turbulent Fluid, Appl. Sci Res. Sec. A, Vol.6, 1956, p.114.
- 10) J.O. Hinze, Tubulence, McGraw-Hill Co., 1959, p.352.
- 11) F.Odar, W.S. Hamiltion, Forces on a Sphere Accelerating in a Viscous Fluid, J.Fluid Mech, Vol.18, 1964, p.302.
- 12) F.Odar, Verification of the Proposed Equation for Calculation of the Forces on a Sphere Accelerating in a Viscous Fluid, J.Fluid Mech., Vol.25, 1966, p.591.
- 13) R.Clift, J.R. Grace, M.E. Weber, Bubbles, Drops, and Particles, Academic Press, 1978.
- 14) F.Odar, Forces on a Sphere Moving Steadily Along a Circular Path in a Viscous Fluid, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 1968, p.238.
- 15) D.M. Levins, J.R. Glastonbury, Particle-Liquid Hydrodynamics and Mass Transfer in a Stirred Vessel : Part 1-Particle-Liquid Motion, Trans. Instn Chem. Engrs., Vol.50, 1972, p.32
- 16) I.Komasawa, R.Kuboi, T.Otake, Fluid and Particle Motion in Turbulent Dispersion- I : Measurement of Turbulence of Liquid by Continual Pursuit of Tracer Particle Motion, Chem

- Eng. Sci., Vol.29, 1974, p.641.
- 17) R.Kuboi, I.Komasawa, T.Otake, Fluid and Particle Motion in Turbulent Dispersion-II: Influence of Turbulence of Liquid on the Motion of Suspended Particles, Chem. Eng., Vol.29, 1974, p.651.
 - 18) D.A. Drew, Low Concentration Two-Phase Flow near a Stagnation Point, Phys. Fluids, Vol. 17 No.9, 1974, p.1688.
 - 19) J.A. Lewis, W.H. Gauvin, Motion of Particles Entrained in a Plasma Jet, AIChE Journal, Vol. 19 No.5, Sep.1973, p.982.
 - 20) F.A. Morrison, Jr., M.V. Stewart, Small Bubble Motion in an Accelerating Liquid, J. of Applied Mech., Sep.1976, p.399.
 - 21) M.R. Maxey, J. J. Riley, Equation of Motion for a Small Rigid Sphere in a Nonuniform Flow Phys. Fluids, Vol.26(4), April 1983, p.883.
 - 22) J.T. Kuo, G.Q. Wallis, Flow of Bubbles Through Nozzles, Int. J. Multi. Flow, Vol.14 No.5, 1988, p.547.
 - 23) U.Ghia, K.N. Ghia, G.T. Shin, High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method, J. of Comp. Physics, Vol. 48, 1982, p.387.
 - 24) C.T. Crowe, REVIEW-Numerical Models for Dilute Gas-Particle Flows, Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol : 104, Sep. 1982, p.297.
 - 25) F.Durst, M.Milojevic, B.Schönenug, Eulerian and Lagrangian Predictions of Particulate Two-Phase Flows: A Numerical Study, Appl. Math. Modelling, Vol.8, 1984, p.101.
 - 26) C.T. Crowe, M.P. Sharma, D.E. Stock, The Particle-Source-In Cell(PSI-CELL) Model for Gas-Droplet Flows, Trans. ASME, J. Fluids Eng. Vol.99, June 1977, p.325.
 - 27) J.K. Dukowicz, A Particle-Fluid Numerical Model for Liquid Sprays, J. Comp. Phys. Vol. 35, 1980, p.229.
 - 28) G.K. Batchelor, The Effect of Brownian Motion on the Bulk Stress in a Suspension of Spherical Particles, J. Fluid Mech., 1977, p.97.