

# 일반화된 경계조건을 갖는 해저파이프라인의 동적 자유경간 결정 방법

## Determination of Dynamic Free Span Length for Subsea Pipelines with General Boundary Conditions

박한일\*  
Han Il Park\*

**요 旨** : 해저파이프라인은 부식, 지반 불안정, 앵커 충돌 등으로 인해 파손될 가능성이 있다. 해저파이프라인의 안정성을 위협하는 주된 요소중의 하나는 자유경간이다. 본 논문에서는 자유경간을 형성하고 있는 해저파이프라인에 대해 축방향 하중을 고려하고 경계조건을 일반화시킨 경우에 대해 동적 자유경간의 허용길이 변화를 해석하였다. 자유경간 양단의 해저지반은 탄성기초로 간주하였으며, 이를 선형 및 회전 스프링으로 치환하여 경계조건을 일반화시켰다. 동적 자유경간의 길이를 산정할 수 있는 무차원화 된 곡선을 얻었다. 이 곡선은 자유경간을 갖는 해저파이프라인의 설계에 유용하게 적용될 수 있음을 보여 주었으며 예제 연구를 통하여 그 적용방법을 소개하였다.

**핵심용어** : 해저파이프라인, 일반화 된 경계조건, 축방향 하중, 동적 안정성, 허용 자유경간, 무차원 곡선

**Abstract** □ Subsea pipelines are exposed to several potential risks of damage due to corrosion, soil instability, anchor impact and other hazards. One of the main risk factors for the safety of a subsea pipeline is its free spanning. This paper examines the safety of subsea pipelines with free span under axial compressive load. The variation of allowable lengths of dynamic free span is examined for generalized boundary conditions. The free span is modelled as a beam with an elastic foundations and the boundary condition is replaced by linear and rotational springs at each end. A dynamic free span curve is obtained with a function of non-dimensional parameters and can be used usefully for the design of subsea pipelines with a free span. A case study is carried out to introduce the application method of the curve.

**Keywords** : subsea pipeline, generalized boundary condition, axial load, dynamic stability, allowable free span, non-dimensional curve

### 1. 서 론

해양에서 생산된 석유 및 가스를 육지 또는 기타 저장 시설로 수송하는 해저 파이프라인은 전세계적으로 엄청난 길이가 설치되어 있다. 해저파이프라인은 석유나 가스 이외에도 물과 같은 다른 유체를 수송하는 수단으로도 중요하게 사용되고 있다. 가스나 석유 등을 수송하기 위한 수단으로 선박이 이용되기도 하나 근거리 수송이나 열악한 환경하에서 수송해야 할 경우에는 해저파이프라인에 의한 수송이 훨씬 효율적이고 경제적이다. 우리 나라와 같

이 가스나 석유 전량을 수입하는 국가에서는 수입되는 가스나 석유를 효율적으로 수송하는 수단을 강구하는 것도 중요하다. 우리 나라도 이미 서해 도서 지역인 당진이나 영종도에 천연가스를 공급하는 수단으로 해저파이프라인이 설치되어 있으며 또한 다수가 계획중에 있다.

그러나 해저파이프라인은 육상 파이프라인에 비해 보다 열악한 환경에 노출되어 있으므로 부설 및 가동할 때 손상을 입을 가능성이 상대적으로 높다. 특히 해저파이프라인은 파도나 해류와 같은 직접적인 해양환경 요인이외에도, 지반쇄굴과 같은 2차적인 요인에 의해 그 안정성을

\*한국해양대학교 해양개발공학부(Division of Ocean Development Engineering, Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea, hipark@kmaritime.ac.kr)

있을 가능성도 있다. 해저파이프라인의 지반 안정과 관련하여 고려해야 할 주요 요소로는 파도나 해류에 의한 지반의 쇄굴현상(scouring)이다.

해저파이프라인의 주변에 쇄굴현상이 발생하면 파이프라인은 짧은 부분 또는 상당한 길이가 노출되어 자유경간이 발생한다. 해저파이프라인의 자유경간은 지반쇄굴 이외에도 파이프라인이 불규칙하거나 암반으로 이루어진 해저 바닥에 놓여졌을 때도 나타날 수 있다. 자유경간이 발생하면 파이프라인은 앵커 등의 충격하중을 바로 받을 수 있으며 파도 또는 해류에 의해 수평방향으로 이동될 수 있다. 또한 자유경간이 크게 되면 파이프라인의 처짐으로 인한 굽힘응력이 허용응력을 초과하게 되어 파손될 수도 있다. 또한 파이프 주변의 유동으로 인하여 와동방출(vortex shedding)이 일어나면 파이프라인이 진동하게 되어 피로파괴가 발생할 수 있다.

파이프라인의 자유경간 해석은 크게 정적해석과 동적 해석으로 나눌 수 있다. 먼저 정적해석은 파이프라인의 자유경간이 자중으로 인하여 처짐이 발생하였을 때, 파이프라인에 초과응력이 발생하지 않도록 그 허용길이를 결정하는 것이다. 특히, 정적 자유경간의 경우, 하이드로테스트(hydrotest) 때 파손을 가져올 가능성이 높다. 동적해석은 파도 및 해류로 인한 와동방출(vortex shedding)의 진동수와 자유경간의 고유진동수를 상호 비교하여 공진이 발생하지 않을 자유경간의 허용길이를 결정하는 것이다. 자유경간을 결정할 때에는 정적 및 동적 허용경간을 모두 계산하여 그 중에서 짧은 것을 선택한다.

파이프라인의 동적 자유경간에 대한 연구는 여러 가지 관점에서 접근되어야 하는데, 먼저 파이프 주변에서 발생하는 와동방출에 관한 연구가 주류를 이룬다(Tsahalis, 1983, 1984; Jacobsen *et al.*, 1984). 이들 연구는 자유경간 끝 지점의 지지조건에 대한 폭 넓은 고려없이 단지 유체의 동적 현상에만 초점을 맞추어 왔다. 또한 지반의 특성에 따른 자유경간의 변위, 응력, 모멘트 변화 등에 관한 연구(Hetenyi, 1946)를 근거로 하여 자유경간의 고유진동수에 대한 연구도 이루어졌으며(Hobbs, 1986), 일반화된 경계조건을 갖는 경우에 대한 자유경간 길이를 산정하는 방법도 제시되었다(박 등, 1996; 박·김, 1996; Park and Kim, 1977).

설치된 해저파이프라인은 정적 평형을 이루고 있는데, 구간에 따라서는 압축력이나 인장력을 받고 있다. 그러나 해저파이프라인의 자유경간에 대한 대부분의 연구에서는 압축력의 효과를 무시하고 다루어 왔다. 특히 압축력이 작용할 때는 자유경간의 허용길이를 줄일 수 있는 요인이

되므로 이를 고려할 필요가 있다. 박·박(1998)은 압축력을 받는 해저파이프라인에 대해 일반화된 경계조건을 갖는 경우의 정적 자유경간을 결정하는 방법을 제시하였다.

본 연구에서는 압축력이 작용하는 해저파이프라인에 대해 동적 자유경간을 해석하였으며, 특히 경간의 경계조건을 일반화하여 경계조건의 변화에 따른 자유경간 허용길이의 산출 방법을 개발하였다. 또한 예제해석을 통해 현재 우리나라의 서해안의 이산단에 건설되어 있는 해저파이프라인에 대하여 동적 자유경간의 허용길이를 산출해 보았다.

## 2. 동적 자유경간의 이론해석

자유경간의 진동을 최소로 하기 위해서는 와동방출(vortex shedding)의 진동수와 자유경간의 고유진동수의 차이를 크게 하는 것이다. 와동방출로 인한 자유경간의 진동은 다음에 정의되는 감소 속도(reduced velocity),  $V_r$ 의 함수이다.

$$V_r = \frac{2\pi V}{\omega_n D} \quad (1)$$

여기서  $\omega_n$ : 자유경간의 고유진동수

$V$ : 유동 속도

$D$ : 파이프 외경

유체의 흐름에 의한 자유경간의 진동은 크게 두 가지 형태로 나눌 수 있다. 즉, 유동방향(in-line)의 진동과 유동에 직각방향(cross-flow)의 진동이 있다. 이 중에서 유동에 직각방향인 진동이 파이프라인의 피로파괴에 주된 영향을 미치므로 직각방향의 진동이 파이프라인의 동적 자유경간 설계에 고려된다. 유동 속도가 증가하여 감소 속도의 값이 5 정도가 되면, 자유경간의 고유진동수가 와동방출 진동수와 같게 되어 공진에 의한 파괴가 예상된다. 따라서 유동에 직각방향인 진동의 발생을 최대한 억제하기 위해서 일반적으로 감소속도를 3.5 이하로 유지한다(DnV, 1981). 이 조건을 식 (1)에 적용하면 와동방출 진동수와 자유경간 고유진동수와의 관계를 다음과 같이 얻을 수 있다(박 등, 1996).

$$\omega_n \geq \frac{2\pi V}{3.5D} \quad (2)$$

(2) 식은 자유경간을 피로로 인한 파손으로부터 보호할 수 있는 자유경간 고유진동수의 한계치를 나타낸다.

실제로 자유경간의 고유진동수는 무한하지만, 그 중에서도 가장 작은 값인 1차 진동모드의 고유진동수만 위 조건을 만족하면 그 밖의 고유진동수는 위 조건을 자동적

으로 만족하게 된다. 따라서 자유경간에 의한 피로파괴를 피할 수 있는 허용길이를 산정하기 위한 아래의 이론해석 전개에서는 1차 진동모드만 고려하며 (2) 식을 만족하는 조건을 찾는다.

### 2.1 동적경간의 이론 해석

일반적으로 파이프라인에 자유경간이 발생하게 되면, 그 양단은 부재 주변의 탄성기초에 의해 구속이 되고, 이때의 탄성기초는 Fig. 1와 같이 자유경간 끝단에서의 선형 및 회전 스프링으로 모델링 할 수 있다. 만일 기초의 탄성계수(elastic modulus)가  $k(N/m^2)$ 이고, 파이프라인의 굽힘강성이  $EI$  라면 등가의 스프링 강성,  $\lambda_H$ 는 다음 식과 같다(Heteny, 1946).

$$\lambda_H = \left(\frac{k}{4EI}\right)^{0.25} \quad (3)$$

또한 선형 스프링강성  $k_1$ 과 회전 스프링강성  $k_2$ 는 위에서 구한  $\lambda_H$ 와  $k$ 를 이용해서 다음과 같이 구할 수 있다(Hetenyi, 1946).

$$k_1 = k/(2\lambda_H) \quad (4)$$

$$k_2 = k/(4\lambda_H^3) \quad (5)$$

Fig. 1와 같이 길이가  $L$ 인 부재의 양단이 선형 및 회전 스프링에 의해 구속되고 부재의 축방향의 압축하중이 부재 전체 길이에 걸쳐 균일 분포된 하중이 작용한다면, 이 부재의 동적 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \right) + P \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = w(x, t) \quad (6)$$

여기서,  $Y(x, t)$  = 시간과 공간의 함수로서 측면 변위,  
 $P$  = 파이프라인에 작용하는 축 방향력,  $N$   
 $m$  = 단위 길이당 유효질량,  $kg/m$   
 $w$  = 분포하중,  $N/m$

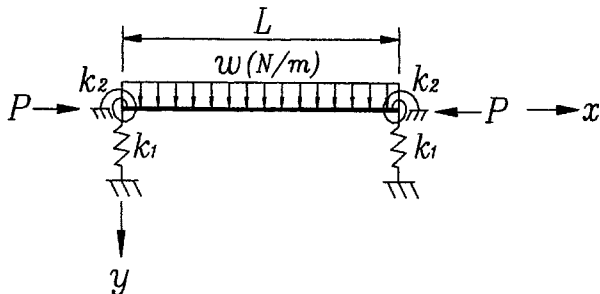


Fig. 1. Simplified beam model on elastic foundation.

(6)에서 분포하중을 무시하고  $Y(x, t) = y(x)\sin(\omega t)$ 으로 가정한다면, 지배방정식은 다음과 같이 재정리 될 수 있다.

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{P}{EI} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{m\omega^2}{EI} y = 0 \quad (7)$$

### 2.2 동적 지배방정식의 해

(7)의 특성 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_1^2 = (-P + \sqrt{P^2 + 4m\omega^2 EI})/2EI \quad (8)$$

$$\lambda_2^2 = (P + \sqrt{P^2 + 4m\omega^2 EI})/2EI \quad (9)$$

미분방정식 (7)의 일반해는 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$y = A \sin \lambda_1 x + B \cosh \lambda_1 x + C \sin \lambda_2 x + D \cosh \lambda_2 x$$

여기서 A, B, C, D는 경계 조건으로부터 결정되는 임의의 상수이다.

Fig. 1와 같은 자유경간의 진동모드는 요소의 중심에 대하여 대칭과 비대칭적인 여러 개의 모드로 나눌 수 있다. 그러나 위에서 언급했듯이 동적 자유경간의 해석을 위해서는 진동 모드 중 1차 모드만 고려한다. 자유경간의 1차 진동모드는 대칭이며 경계조건은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x=0 \text{에서 } EI \frac{d^3 y}{dx^3} = -k_1 y|_{x=0}, \quad EI \frac{d^3 y}{dx^3} = +k_2 \frac{dy}{dx}|_{x=0} \quad (10)$$

$$x=L/2 \text{에서 } \frac{dy}{dx} = 0, \quad EI \frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \quad (11)$$

경계조건을 적용하여 B와 D에 대해서 정리하면 다음과 같은 두 개의 식으로 정리된다.

$$B \left[ -EI \lambda_1^3 \tanh \frac{\lambda_1 L}{2} + k_1 \right] + D \left[ -EI \lambda_2^3 \tanh \frac{\lambda_2 L}{2} + k_1 \right] = 0 \quad (12)$$

$$B \left[ EI \lambda_1^2 + \lambda_1 k_2 \tanh \frac{\lambda_1 L}{2} \right] - D \left[ EI \lambda_2^2 + \lambda_2 k_2 \tanh \frac{\lambda_2 L}{2} \right] = 0 \quad (13)$$

B와 D가 0이 아닌 해를 갖기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\begin{vmatrix} -EI \lambda_1^3 \tanh \frac{\lambda_1 L}{2} + k_1 & -EI \lambda_2^3 \tanh \frac{\lambda_2 L}{2} + k_1 \\ EI \lambda_1^2 + \lambda_1 k_2 \tanh \frac{\lambda_1 L}{2} & -[EI \lambda_2^2 + \lambda_2 k_2 \tanh \frac{\lambda_2 L}{2}] \end{vmatrix} \quad (14)$$

식 (14)을 풀면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{-EI\lambda_2^3 \tan \frac{\lambda_2 L}{2} + k_1}{-EI\lambda_1^3 \tanh \frac{\lambda_1 L}{2} + k_1} + \frac{EI\lambda_2^2 + \lambda_2 k_2 \tan \frac{\lambda_2 L}{2}}{EI\lambda_1^2 + \lambda_1 k_2 \tanh \frac{\lambda_1 L}{2}} = 0 \quad (15)$$

$k_1/EI$ 과  $k_2/EI$ 를 무차원 변수  $\beta = [k/EI]^{1/4}$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{k_1}{EI} = \frac{k^{3/4} EI^{-3/4}}{\sqrt{2}} = \frac{\beta^3}{\sqrt{2}} \quad (16)$$

$$\frac{k_2}{EI} = \frac{k^{1/4} EI^{-1/4}}{\sqrt{2}} = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

무차원 변수를 이용하여 다음 식을 얻는다.

$$f_1 = \frac{|\lambda_1|}{\beta} = \sqrt{(-P + \sqrt{P^2 + 4m\omega^2 EI})/2\sqrt{EI}k}$$

$$f_2 = \frac{|\lambda_2|}{\beta} = \sqrt{(P + \sqrt{P^2 + 4m\omega^2 EI})/2\sqrt{EI}k} \quad (18)$$

$$\alpha = \beta \frac{L}{2} = \frac{L}{2} \left( \frac{k}{EI} \right) \quad (19)$$

(18), (19) 식을 이용하여 (15) 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{f_2(\sqrt{2}f_2 + \tan f_2 \alpha)}{f_1(\sqrt{2}f_1 + \tanh f_1 \alpha)} + \frac{1 - \sqrt{2}f_2^3 \tan f_2 \alpha}{1 - \sqrt{2}f_1^3 \tanh f_1 \alpha} = 0 \quad (20)$$

Fig. 2은 식 (20)을 만족하는  $\lambda = f_1/f_2$ 에 대한  $f_2$ (횡축)와  $\phi = 2\alpha \cdot f_2$ (종축)의 관계를 나타내고, 이 그림을 이용하면 여러 가지 지반상태와 파이프라인 단면에 따른 자유경간의 허용길이를 쉽게 구할 수 있다. 즉, 어떤 지반의 특성

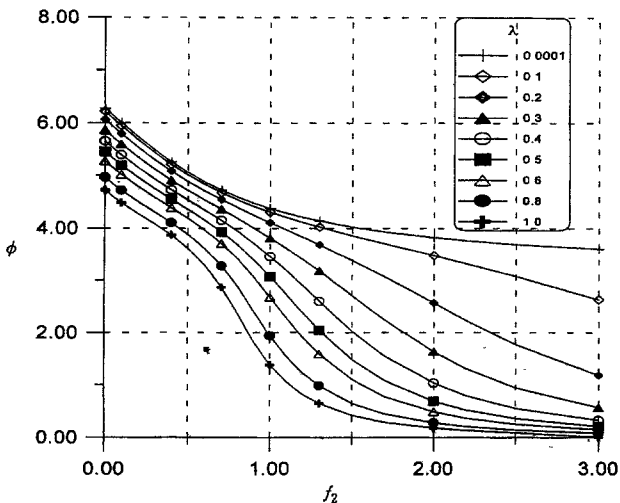


Fig. 2. Relation between  $\phi$ ,  $f_2$  and  $\lambda$ .

치와 파이프라인의 단면수치가 주어지면  $\lambda_1, \lambda_2$ 의 절댓값 및  $\beta$ 값을 계산할 수가 있다. 이 값들로부터  $f_1, f_2$ 를 계산하고 다시  $\lambda$ 값을 계산한다.  $f_2$ 와  $\lambda$ 값을 알면 Fig. 2으로부터  $\phi$ 를 얻을 수 있으며 동시에  $\phi = 2\alpha \cdot f_2$  식으로부터  $\alpha$ 값을 구할 수 있다.  $\alpha$ 값을 (19) 식에 대입하여 동적 자유경간의 허용길이( $L$ )를 계산하거나 위 식들의 조합에 의해 유도된 아래 식을 이용해 동적 자유경간의 허용길이를 구할 수 있다.

$$L = \frac{\phi}{\lambda_2} \quad (21)$$

### 2.3 자유경간 설계에 대한 예제해석

본 절에서는 앞 절에서 다루었던 해석결과를 바탕으로 실제 서해안의 아산만에 설치되어 있는 해저파이프라인에 적용하여 예제해석을 수행하고자 한다. 사용된 각종 자료는 DnV에 의해 수행된 ‘아산만 해저관로 설계에 대한 기술보고서’에 기초한다(DnV, 1997). Fig. 3는 파이프라인

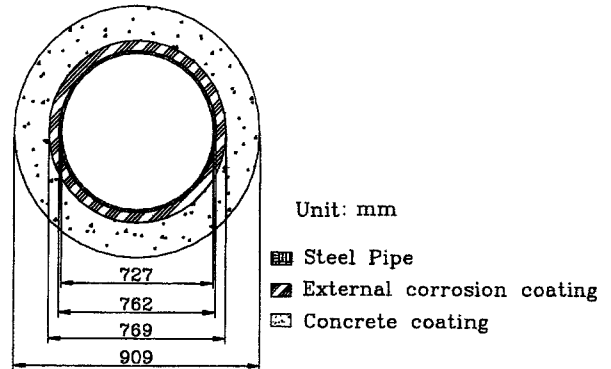


Fig. 3. Cross-section of pipeline.

Table 1. Pipe properties

구분	내용
파이프의 탄성계수	$2.07 \times 10^{11} \text{ (N/m}^2\text{)}$
파이프의 밀도	$7850 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
파이프의 외경	0.762 (m)
파이프의 두께	0.0175 (m)
파이프의 단면 2차모멘트	$2.837 \times 10^{-3} \text{ (m}^4\text{)}$
외부부식재의 밀도	$940 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
외부부식재의 두께	0.0035 (m)
외부콘크리트의 밀도	$2300 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
외부콘크리트의 두께	0.07 (m)
물의 밀도	$1025 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
파이프의 허용굽힘응력	$3.0013 \times 10^8 \text{ (N/m}^2\text{)}$

Table 2. Soil properties (k)

구 분	내 용
부드러운 실트 지반	$10^6$ (N/m <sup>2</sup> )
견고한 사질토 지반	$10^8$ (N/m <sup>2</sup> )

Table 3. Current profile

구 분	내 용
해수면	2.06 (m/s)
-10	1.54 (m/s)
해저면 위 1 m	1.54 (m/s)

시스템의 단면 형상을 보여준다. Table 1은 파이프라인 시스템의 특성치를 나타내며, Table 2는 토양의 종류에 따른  $k$ 값을 나타내고 있다. 외부 부식재와 외부 콘크리트는 하중으로만 작용하지 강성으로는 작용하지 않는다고 가정하였다. 따라서 굽힘허용응력은 파이프의 값을 사용하였다. 토양의 종류는 DnV 보고서에 의해서 실트질로 구성되어 있다고 가정하였다. 그리고 Table 3은 적용해역의 중심에 따른 조류분포를 나타내고 있는데 본 예제 해석에서는 해류의 속도를 1.54(m/s)로 두었다.

압축력을 고려한 해저파이프라인의 동적 자유경간을 구하는 과정은 다음과 같다.

① 식 (2)으로부터 와동방출(vortex shedding)에 의한 진동을 피할 수 있는 1차 모드의 고유진동수를 구한다.

$$\omega_1 = \frac{2\pi V}{3.5D} = 3.04(\text{rad/s})$$

② 식 (8)에 의하여  $\lambda_{1,2}$ 의 절대값을 계산한다.

$$|\lambda_1| = \sqrt{(-P + \sqrt{P^2 + 4m\omega^2 EI})/2EI} = 0.056$$

$$|\lambda_2| = \sqrt{(P + \sqrt{P^2 + 4m\omega^2 EI})/2EI} = 0.085$$

③ 무차원수  $\beta$ 를 결정한다.

$$\beta = \left(\frac{k}{EI}\right)^{0.25} = 0.203$$

④ 식 (18)을 이용하여 무차원변수  $f_{1,2}$ 를 결정한다.

$$f_1 = \frac{\lambda_1}{\beta} = 0.276$$

$$f_2 = \frac{\lambda_2}{\beta} = 0.418$$

⑤ 위 값을 이용해서  $\lambda$ 를 구한다

$$\lambda = \frac{f_1}{f_2} = 0.66$$

⑥ 무차원 변수  $\lambda, f_2$ 를 구하고 Fig. 2을 이용하여  $\phi$ 값을 구하는데  $\phi \approx 4.25$ 가 된다.

⑦ 따라서 식 (21)을 이용하여 허용 동적 자유경간을 결정한다.

$$L = \frac{\phi}{\lambda_2} \approx 50.00 \text{ (m)}$$

예제해석을 통하여 계산하면 아산만에 설치된 해저파이프라인의 동적경간의 허용길이는 약 50 m가 된다. 이 값은 압축력의 고려하지 않는 경우나 양단을 단순고정 또는 단순지지로 계산한 값보다 정확한 값이다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 해저파이프라인의 불안정을 유발하는데 주된 요소가 되는 동적 자유경간을 해석하여, 양단지반의 강도, 축방향 압축하중과 자유경간의 허용길이사이의 상관 관계를 얻었다. 종래의 자유경간 허용길이 계산에서는 경간의 양단조건을 고정지지, 단순지지 또는 그 중간상태로 간주하여 근사적으로 계산해 왔고 또 파이프라인에 작용하는 압축력의 효과를 무시하였으나, 본 연구를 통하여 보다 정확한 동적 자유경간의 허용길이를 쉽게 산출할 수 있었다. 본 연구의 결과를 서해안에 설치된 천연가스 이송용 해저파이프라인에 적용하여 약 50 m의 동적허용 길이를 얻을 수 있었다. 본 해석 방법을 적용하여 보다 효율적으로 동적 자유경간을 계산할 수 있음을 알 수 있었다.

### 참고문헌

DnV, 1997. *Technical Report: Pipeline Project-Design and Consultancy Services Final Report*, Korea Gas.  
 Hetenyi, M., 1946. *Beams on Elastic Foundations*, University of Michigan Press, Ann Arbor.  
 Hobbs, R.E., 1986. Influence of structural boundary conditions on pipeline free span dynamics, *Proceedings of the 3rd Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium*, ASME, Vol. 3, Tokyo, Japan.  
 Mousselli, A.H., 1981. *Offshore Pipeline Design, Analysis, and Methods*, Penn Well Publishing Company, Oklahoma.  
 Park, H.I. and Kim, C.H., 1997. Analytical methods for the

determination of allowable free span lengths of subsea pipelines, *Proceedings of the 7th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol 2, Honolulu, Hawaii.

박춘근, 박한일, 1998. 해저파이프라인의 정적 자유경간에 대한 이론해석, 한국해양공학회 춘계학술대회논문집: 52-56.

박한일, 김창현, 1996. 해저파이프라인의 안정성을 위한 정적 자유경간의 설계, 해양안전학회지, 2(1): 77-82.

박한일, 김창현, 최경식, 1996. 해저파이프라인의 동적 자유경간 설계: 동해남부해역 가스전예의 응용, 한국해안·해양공학회, 8(1): 81-86.

---

Received October 22, 2001

Accepted November 30, 2001

韓國海岸·海洋工學會誌(2001)13:290~295