

有限幅厚板캔틸레버의 應力解析

張 志 濱

Analysis of the Stress of Finite Width Thick Plate Cantilever

Jee Yon Jang

〈目 次〉	
第1章 緒 言	3.1 實 驗
第2章 有限要素法에 의한 數值解析方法	3.2 解析值와 實驗值의 比較
2.1 有限要素法에 의한 定式化	3.3 齒元의 應力分布
2.2 數值解析프로그램	第4章 結 論
第3章 實驗方法 및 解析值와 實驗值의 比較	參 考 文 獻

Abstract

To analyze the theoretical strength of gear tooth or turbine blade and modify its profile, it is indispensable to know its stress induced by concentrated load or distributed load. But, for geometrically intricate shape, such as bevel gear tooth, hypoid gear tooth or turbine blade, it is impossible to analyze its distribution of stress theoretically or by relaxation method.

On this paper, the distribution of stress is analyzed by numerically analyzing method, namely, finite element method. And the propriety of this analysis is verified by comparing experimental results with numerically calculating results.

主要한 記號

- $[\rho]^e$: 要素를 構成하고 있는 節点의 變位의 列벡터
- $[\rho]$: 構造物을 構成하고 있는 節点의 變位의 列벡터
- $[K]^e$: 要素의 剛性매트릭스
- $[K]$: 構造物全體의 剛性매트릭스
- $[F]$: 節点에 作用하는 外力의 列벡터
- $[B]$: 變位—變形度 變換매트릭스

- [D] : 彈性매트릭스
- [ε₀] : 初期變形度の 列벡터
- [ε] : 要素의 變形度の 列벡터
- [σ₀] : 初期殘留應力의 列벡터
- [σ] : 要素의 應力의 列벡터

第 1 章 緒 言

直交軸齒車는 상당히 오래전부터 實用化되어 왔으며, 특히 自動車의 경우 一部의 大形車輛 및 車輛構造上 부득이한 경우를 제외하고는 乘用車로부터 트럭에 이르기까지 거의 대부분의 車輛이 最終減速用齒車로서 直交軸齒車를 利用하고 있다.

齒車의 齒를 設計할 경우, 齒元의 應力分布의 問題는 變形의 問題와 마찬가지로 重要하다. 齒元應力은 可能한 한 그 絕對量이 작아야 하며, 또한 齒幅方向으로 그 分布가 均一해야 한다.

齒車 中에서도 平齒車 또는 螺旋齒車에 關하여는 많은 研究가 進行되어 왔으며 齒元應力의 分布에 關한 計算式이 알려져 있다.^{1),2)}

그러나 直交軸齒車에 關한 研究는 比較的 최근에 와서 行하여지고 있으며 특히 齒元의 應力分布, 接觸線上的 荷重分布 및 齒形修整에 關한 研究에 關해서는 거의 그 結果나 內容이 알려져 있지 않다.

그 主된 理由는, 直交軸齒車는 幾何學的 解析이 극히 복잡하며, 齒幅方向으로 齒의 뚜께 및 높이가 變化하므로 齒面의 變位分布 및 齒元의 應力分布의 解析이 從來의 彈性學的 方法이나, 差分法 등의 數值解析法으로는 不可能했던 점 등에 基因한다고 생각된다.

本 研究에서는 直交軸齒車의 齒의 모델에 對해 齒面に 集中荷重이 作用할 경우의 齒元應力의 分布를 有限要素法을 利用한 數值解析에 의해 구했다.

또한 齒元의 變形度(strain)의 解析値와 實驗値를 比較함으로써 이 數值解析에 의한 齒元應力의 解析値가 滿足할 만한 強度를 가지고 있음을 檢討하여 本 數值解析法의 妥當性을 確認하였다.

第 2 章 有限要素法에 의한 數值解析 方法

2.1 有限要素法에 의한 定式化

構造物의 物体力에 의한 影響을 무시하면 外力, 變位 및 剛性매트릭스 사이에는 다음과 같은 關係式이 成立한다.

$$\{F\} = [K]^e \{\rho\}^e \dots\dots\dots(1)$$

$$\{F\} = [K] \{\rho\} \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{단, } [K_{ij}] = \sum [K_{ij}]^e$$

$$[K]^e = \int [B]^T [D] [B] dvol$$

또한 變形條件 및 彈性法則에 의해, 要素의 變位, 變形度 및 應力 사이에는 다음과 같은 關係式이 成立한다.

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\rho\}^e \dots\dots\dots(3)$$

$$\{\sigma\} = [D] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \dots\dots\dots(4)$$

初期變形度 및 殘留應力에 의한 影響을 무시하면

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \dots\dots\dots(5)$$

文獻 (4)에서 論한 數值解析法에 의해 式(1) 및 式(2)로부터 要素의 節點變位{\rho}^e 및 構造物의 節

點變位 $\{\rho\}$ 를 구할 수 있다.

따라서 式(3) 및 式(5)로부터 要素의 變形度 및 應力을 구할 수 있다.

2.2 數值解析프로그램

本論文에서는 使用要素로서, 비교적 적은 節點數로서 高精度의 解析이 可能한 20節點 長方柱 2次要素(Isoparametric 要素)를 택하였다. 또한, 齒元應力의 數值解析을 위해 解析對像을 그림 2.2와 같이 분할 하였다.

이 要素의 경우 形狀函數 $\{N\}$ 은 다음과 같이 定義된다. 모서리의 節點에 대하여,

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0)(\xi_0 + \eta_0 + \zeta_0 - 2)$$

면의 中點의 節點에 대하여

$$N_i = \frac{1}{4}(1 - \xi_0^2)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0)$$

단, $\xi_0 = \xi/\xi_0$, $\eta_0 = \eta/\eta_0$, $\zeta_0 = \zeta/\zeta_0$

數值解析프로그램은 그림 2.3의 플로우차트의 順序에 의해 作成되었다.

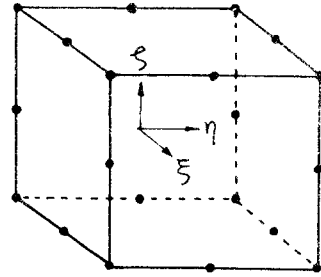
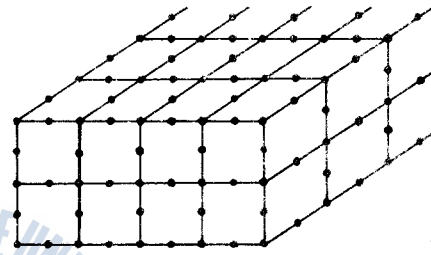


그림 2.1



48 要素
349 節點

그림 2.2

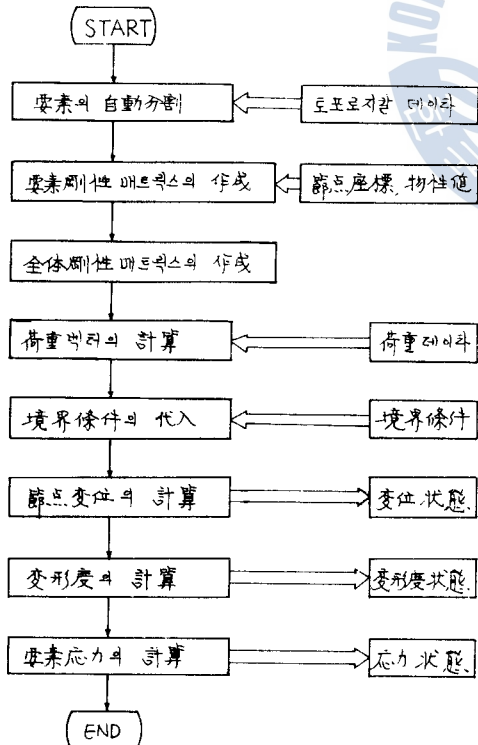


그림 2.3 數值解析의 플로우차트

第 3 章 實驗方法 및 解析值와 實驗值의 比較

3.1 實驗

本數值解析에 의한 齒元變形度의 計算值의 精度를 檢討하기 위해 그림 3.1과 같은 實驗片을 3개 製作하였다.

實驗片의 캐티레버部分의 寸法, 集中荷重作用點의

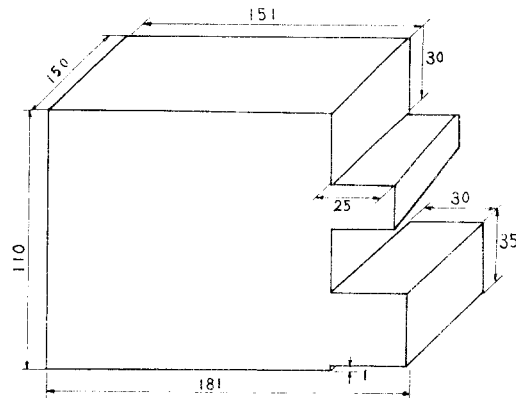
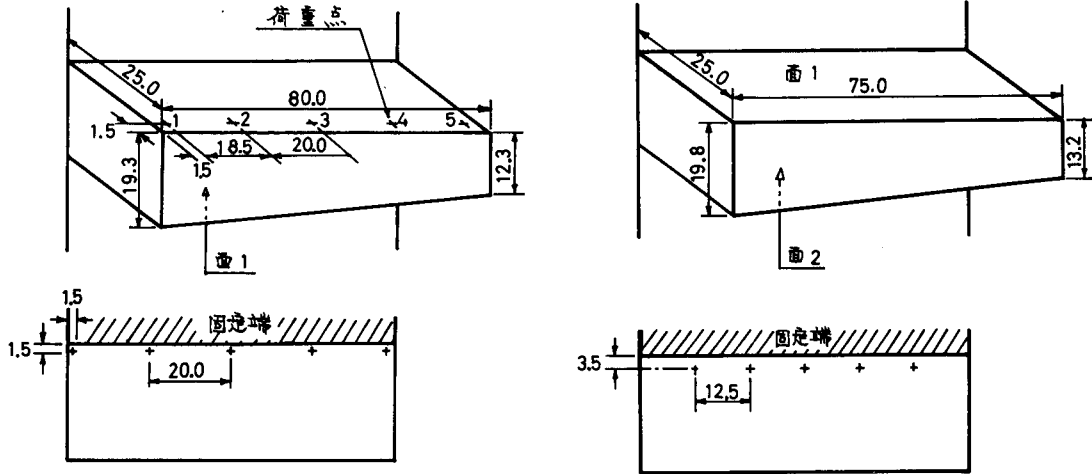


그림 3.1 實驗片의 모양

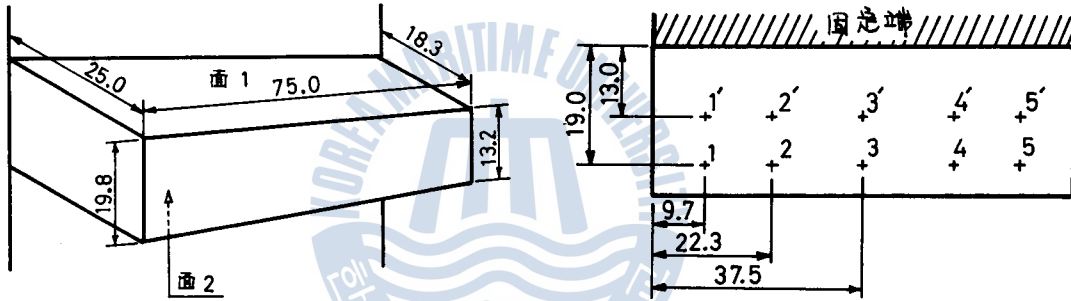
位置 및 스트레인게이지의 부착위치는 각각 그림 3.2, 그림 3.3 및 그림 3.4와 같다.

(4)

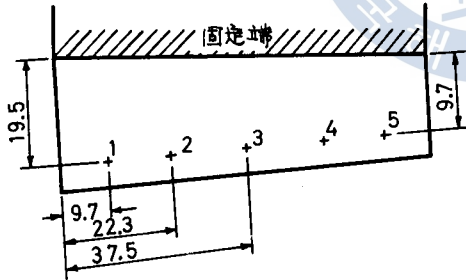


스트레인게이지 위치, 面1
그림 3-2 實驗片 1

스트레인게이지의 위치, 面2



荷重点 위치, 面1
그림 3-3 實驗片 2



荷重点 위치, 面1

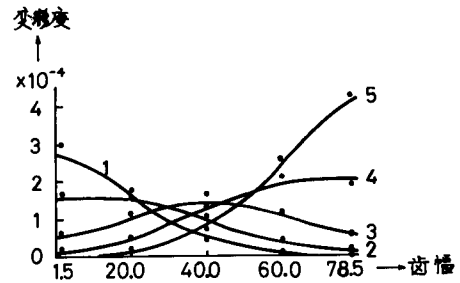
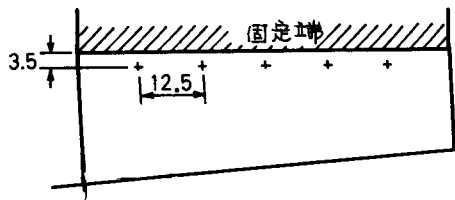


그림 3-5 實驗片 1의 齒元の 變形度



스트레인게이지의 위치, 面2
그림 3-4 實驗片 3

測定은 各 實驗컨테러버의 壓縮側의 齒元에 길이 1mm의 抵抗線 스트레인 게이지를 붙여 행하였으며, 스트레인 게이지의 方向은 齒높이 方向이다.

實驗에 사용한 集中荷重은 430kg이며 荷重面에 垂直되게 作用시켰다.

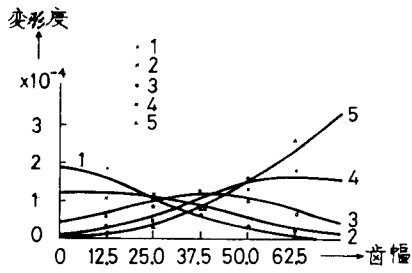


그림 3.6 實驗片 2의 齒元の 變形度

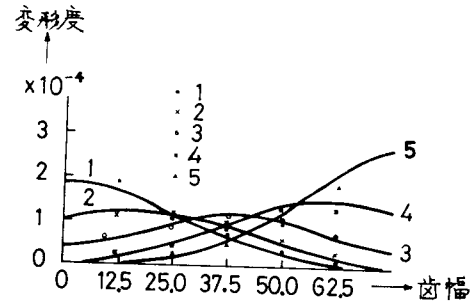


그림 3.7 實驗片 3의 齒元の 變形度

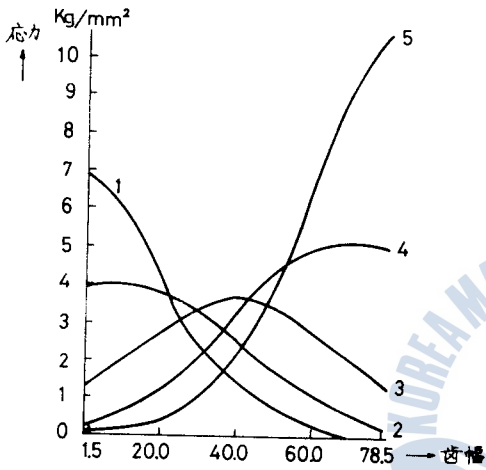


그림 3.9 實驗片 1의 齒元應力

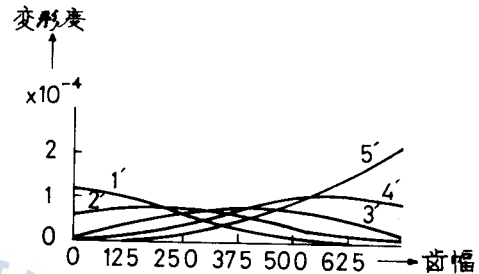


그림 3.8 實驗片 2의 齒元の 變形度

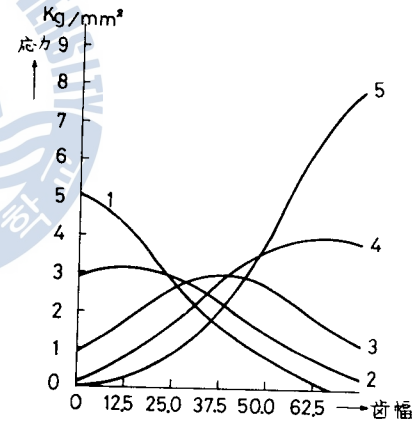


그림 3.10 實驗片 2의 齒元應力

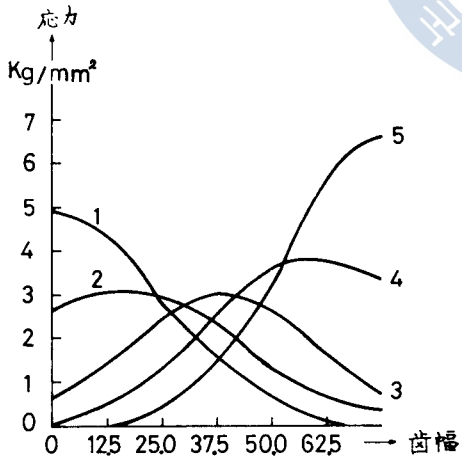


그림 3.11 實驗片 3의 齒元應力

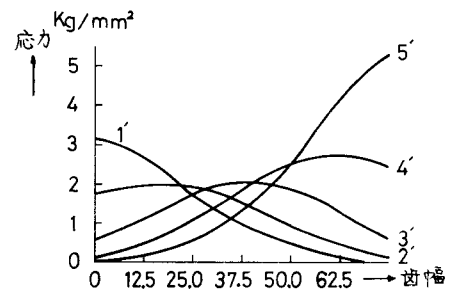


그림 3.12 實驗片 2의 齒元應力

3.2 解析値와 實驗値의 比較

그림 3.5, 그림 3.6, 그림 3.7 및 그림 3.8은 實驗片 1, 實驗片 2 및 實驗片 3의 各 實驗片의 켄타레비의 荷重點에 430kg의 集中荷重을 作用시켰을 때, 各 實驗片의 스트레인지어로 測定한 齒元の 變形度이다.

橫軸은 스트레인 게이지가 부착되어 있는 位置에서의 齒幅이며 實線은 解析值, 검은 점이 測定實驗值이다.

解析值를 나타내는 實線의 番號는 集中荷重作用点의 番號이다.

그림3·8은 그림3·6과 같은 實驗片에서 荷重点까지의 輻의 長이가 그림3·6에 비해 0.68倍인 경우(그림3·3의 1', 2', 3', 4', 5'), 같은 位置의 스트레인 게이지로 測定한 齒元變形度의 實驗值 및 解析值이다.

그림3·5, 그림3·6, 그림3·7, 및 그림 3·8에서 알 수 있는 바와 같이 實驗에 의한 測定值와 數值解析에 의한 解析值는 잘 一致하고 있다.

또한, 그림3·6과 그림3·8을 比較해 攄으로서 알 수 있는 바와 같이 齒元의 變形度는 測定点에서 荷重作用点까지의 長이에 거의 比例하고 있다. 따라서 이 경우의 應力은 주로 굽힘모멘트에 의한 影響이라고 判斷된다.

3·3 齒元의 應力分布

그림3·9, 그림3·10, 그림3·11, 및 그림3·12는 각각 그림3·5, 그림3·6, 그림3·7 및 그림3·8에 對應하는 應力의 解析值를 나타내고 있다.

橫軸은 齒幅이며, 解析值의 番號는 荷重作用点의 番號를 나타낸다.

第 4 章 結 論

有限要素法을 利用한 本數值解析法에 의한 齒元應力의 解析에 대한 考察로부터 다음과 같은 事實을 알 수 있었다.

1. 齒元의 變形度 및 應力은 測定点으로부터 荷重作用点까지의 長이에 거의 比例한다.
2. 齒幅의 中央에 荷重을 作用시켰을 경우, 齒元의 變形度 및 應力은 齒뚜개의 變化에 관계없이 거의 左右對稱의 分布를 나타낸다.
3. 齒幅의 兩端面에 가까운 點에 荷重을 作用시켰을 경우, 齒元의 變形度 및 應力은 荷重点에 있어서의 齒의 뚜께에 反比例한다.

上記 1, 2, 3항의 結果를 利用하면, 齒元의 變形度 및 應力의 分布의 解析에 있어서 그 計算量을 減小시킬 수 있을 것이라 생각된다.

4. 같은 荷重에 대해, 齒幅의 兩端에서의 齒元의 變形度 및 應力은 齒幅 中央에서의 값에 비해 2倍 以上 增大한다.

以上の 結果로부터 判斷하여, 齒幅方向으로 均一한 齒元應力을 만들기 위해서는 齒幅中央部에서의 傳達荷重이 兩端部의 傳達荷重 보다 2倍 以上 큰 荷重分布가 되게끔 齒를 設計하거나 齒形을 修整할 必要가 있다고 생각된다.

參 考 文 獻

- (1) 釘宮 肇: はすば齒車の齒元應力と齒形修整に關する研究, 東京工業大學 博士論文(1966).
- (2) 梅澤 清彦: 動力傳達用はすば齒車の基礎的研究, 東京工業大學博士論文(1971)
- (3) O. C. Zienkiewicz; The Finite Element Method in Engineering Science(1971), McGraw-Hill
- (4) 張志演: 有限幅厚板컨터레비의 變位解析, 韓國海洋大學論, No. 13, 1978. 3.