

# 有限要素法에 의한 필렛部の 應力解析에 關한 研究

辛 玟 教 · 宋 在 鉉

A study for the stress analysis  
around the round fillet by the finite element method

*Shin Min-Kyo · Song Jai Hyeon*

〈 目 次 〉	
ABSTRACT	6. 結 論
記 號	後 記
1. 序 論	參 考 文 獻
2. 本 論	附 錄 1. 使 用 된 變 數 名
3. 프로그램의 構成과 計算結果	附 錄 2. 프 로 그 램 리 스토
4. 實 驗	附 錄 3. 모 델 의 節 點 番 號 및 要 素 番 號
5. 考 察	

## ABSTRACT

In this paper the results of stress analysis of the plates having a round fillet by using the finite element method are reported. In this case we can hardly calculate stresses and strains around the round fillet by the general beam theory.

Calculating stress, strain and principal stress of each element by using F.E.M., the plate (two dimensional problem) is subdivided into a system of arbitrary triangular shape.

These values of the strain and the principal stress of the round fillet are studied by the help of strain gauge, and the results gained are as follows;

(1) Calculating by F.E.M is identified with the experiment.

(2) In any shape, the values and the points of the concentrated stress caused by load can be found out by F.E.M.

記 號

$x, y$	基準直角座標系
$f_x, f_y$	軸方向의 힘
$u, v$	各軸方向의 變位
$t$	平板의 두께
$A$	三角要素의 面積
$x_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$	變位의 未定係數
$L$	포아송의 比
$E$	縱彈性係數
$\epsilon_x, \epsilon_y$	各軸方向의 變形率
$\gamma_{xy}$	剪斷變形率
$\sigma_x, \sigma_y$	各軸方向의 應力
$\tau_{xy}$	剪斷應力
$[K]$	剛性 매트릭스
$\{\delta\}$	節點變位 벡터
$\{f\}$	節點荷重 벡터
$[D]$	彈性 매트릭스
$[B]$	變形率 매트릭스
$\theta$	主應力角
$w$	單位길이當의 荷重



1. 序 論

應力을 求하는 從來의 方法은 材料力學이 中心이 되어 왔다. 그러나 從來의 方法으로서 解를 얻을 수 있는 것은 빔(beam)이나 기둥의 應力, 無限體板에 楕圓孔이 있는 경우의 應力分布等 극히 限定된 問題에 對한 것이었으며 複雜한 形狀의 物體에 對하여는 形狀으로 부터 應力集中이 生길수 있는 部分을 經驗的·實驗的으로 求하여 이 部分의 應力集中率이 얼마나 되는가를 아는데 그쳤다. 더욱이 三次元의 경우나 혹은 物體가 彈塑性狀態, 粘彈性狀態에 있는 경우 등에 對하여는 從來의 方法으로서의 거의 손을 摸수가 없는 實情이었다.

1950年以後 電子計算機의 發達과 함께 매트릭스(matrix)에 依한 解析法이 나왔고 剛度法(Stiffness method)에 依한 解析에 根本을 둔 有限要素法(finite element method)이 開發되었다<sup>1)</sup>.

有限要素法에 依한 解析은 1960年頃 R. W. Clough, O. C. Zienkiewicz 等に 依하여 本格的으로 理論이 展開되기 始作하여 급속히 보급되게 되었다.

有限要素法은 變形에 對하여 無限의 自由度를 갖는 物體를 有限의 自由度를 갖는 要素(有限要素)의 集合體로 近似시키고 이 集合體에 대하여 成立하는 方程式(聯立 1次方程式)의 解를 求하는 것을 시점으로 하여 모든 要素의 應力(stress) 및 變形率(strain) 등을 解析하는 方法이다<sup>2)</sup>.

本研究는 이러한 有限要素法을 利用하여 從來 經驗的·實驗的으로만 求해 오던 필렛(fillet)部에 대한 應力集中 現象을 解析하여 그 部分의 應力分布를 調査하고, 그 計算方法의 有用性을 實驗을 통하여 檢討하고자 한 것이다.

## 2. 本 論

### 2.1 概 要

解析의 대상으로는 船用材料에서 가장 많이 使用되고 있는 鋼材의 應力解析으로서 그림 2.1 과 같이 四角平板의 上邊에 圓形필렛(fillet)部를 갖는 板에 等分布引張荷重을 加할 경우 필한部 附近의 應力分布를 有限要素法에 依하여 解析하고자 한다.

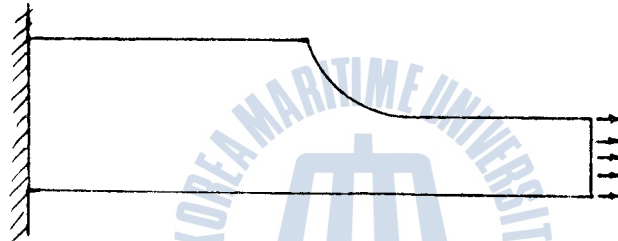


그림 2.1 圓形 필렛部를 갖는 平板

또한 解析을 簡單하게 하기 위하여 다음과 같은 假定을 導入한다.

- (1) 應力分布는 平面應力 狀態에 있다.
- (2) 初期變形과 初期應力을 存在하지 않는다.
- (3) 材料는 후크(Hook)의 法則에 따르며 同質性(homogeneous), 等方法(isotrope)이다.
- (4) 그림 2.2 와 같이 節點力을 3 個의 節點  $i, j, k$  를 통하여 傳達된다.

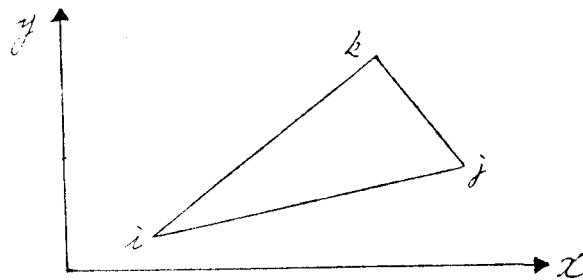


그림 2.2 三角形 平板要素의 基準直角座標系

### 2.2 有限要素에 依한 모델의 選定

그림 2.1 과 같이 圓形 필렛部를 갖고 있는 平板이 等分布引張荷重을 받는 경우로서 境界條件은 그림 2.2 와 같이 節點 1, 2, 3, 4, 5 에서는 x 및 y 軸 方向을 고정시키고 節點 52, 53, 54, 55, 56 에서는 y 軸

方向단을 고정시킨다. 모델의 要素分割에 있어서는 有限要素로서 三角要素를 使用한다. 또한 필렛 部에서 應力集中이 豫상되므로 그림 2·3 과 같이 이 附近에서는 要素를 可能한 限 적게 分割한다.

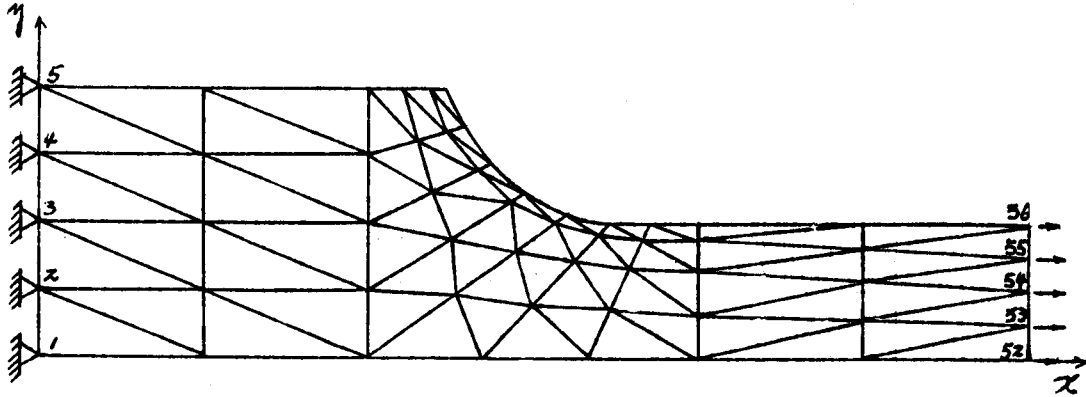


그림 2·3 要素의 分割

이와 같이 平板을 여러 要素들로 分割한 다음  $x$  軸方向으로 作用하는 等分布引張力은 그림 2·4 와 같이 等價節點力으로 치환하여 各節點 52, 53, 54, 55, 56 에서 作用한다고 본다.

以上과 같이 모델의 要素分割, 境界條件, 節點荷重을 決定하고 이들을 資料로 하여 應力 및 變位等を 計算한다.

### 2·3 應力·變形率 關係

要素內的 變位 $\{\delta\}$ 는 節點變位 $\{\delta\}^e$ 에 依하여 다음과 같이 주어진다<sup>3)</sup>.

$$\{\delta\} = [C]\{\delta\}^e \quad (2\cdot3\cdot1)$$

여기서,  $[C]$ : 形狀函數

매트릭스 $[C]$ 를 變形率의 定義에 따라서 微分하면 變形率은 다음과 같이 주어진다.

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\}^e \quad (2\cdot3\cdot2)$$

따라서 應力—變形率의 關係는 다음과 같이 주어진다.

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}^e \quad (2\cdot3\cdot3)$$

단,  $[D]$ : 材料特性 매트릭스

### 2·4 剛性 매트릭스(stiffnes matrix)와 等價節點力

假想 일의 原理로 부터 節點力과 節點變位와의 關係는 다음과 같이 된다<sup>4)</sup>.

$$\{\delta^*\}^T \{f\}^e + \int_s \{\delta_s\}^T \{P\} ds + \int_v \{\delta_v\}^T \{\bar{X}\} dv = \int_v \{\epsilon^*\}^T \{\sigma\} dv \quad (2.4.1)$$

여기서,  $\{\delta^*\}$  : 假想節點變位

$\{P\}$  : 單位面積當의 表面力

$\{\epsilon^*\}$  : 假想變位에 대한 變形率

$\{\sigma\}$  : 應力

$\{\delta_s\}$  : 假想變位

$\{\bar{X}\}$  : 質量力

本論文에서는 表面力과 質量力은 零으로 보아도 무방하므로 節點力은 다음과 같이 주어진다.

$$\{f\}^e = [k]^e \{\delta\} \quad (2.4.2)$$

단,  $[k]^e = tA[B]^T[D][B]$  : 剛性매트릭스

따라서 平板全體에 對하여는 다음과 같이 주어진다.

$$\Sigma \{f\}^e = \Sigma [k]^e \{\delta\} \quad (2.4.3)$$

式(2.4.3)으로 부터 未知의 反力을 求한 다음 다시 이를 利用하여 要素別 未知의 變位 $\{\delta\}$ 를 式(2.4.2)로 부터 얻는다. 이어서 式(2.3.3)으로 부터 要素別 應力을 求한 다음, 다음 式에 依하여 主應力 및 主應力이 發生하는 方向을 計算한다.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.4.4)$$

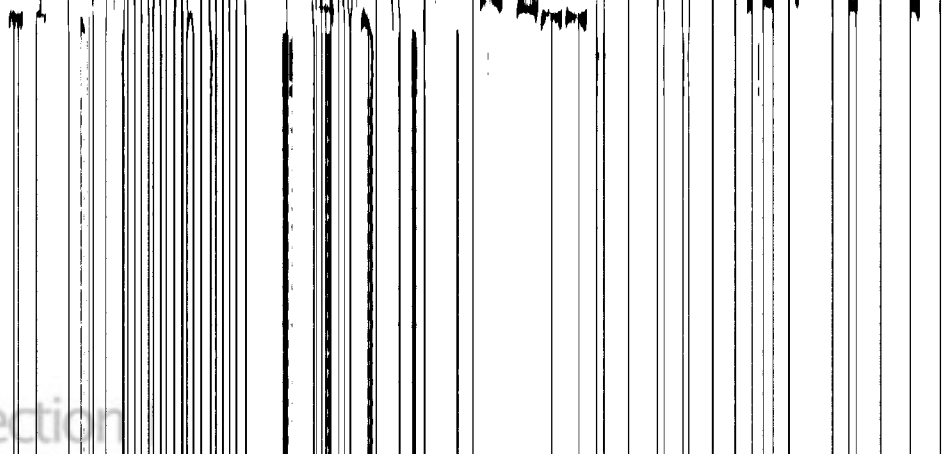
$$\sigma_2 = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.4.5)$$

### 3. 프로그램(program)의 構成과 計算結果

本 프로그램의 順序<sup>1)</sup>는 그림 3.1과 같으며, 1個의 메인 프로그램(main program)과 4個의 서브

프로그램(Subprogram)으로 構成되어 있다. 서브 프로그램의 名칭과 內容은 다음과 같다.



$$\{\delta^*\}^T \{f\}^e + \int_s \{\delta_u\}^T \{P\} ds + \int_v \{\delta_u\}^T \{X\} dv = \int_v \{\epsilon^*\}^T \{\sigma\} dv \quad (2.4.1)$$

여기서,  $\{\delta^*\}$  : 假想節點變位

$\{P\}$  : 單位面積當의 表面力

$\{\epsilon^*\}$  : 假想變位에 대한 變形率

$\{\sigma\}$  : 應力

$\{\delta_u\}$  : 假想變位

$\{X\}$  : 質量力

本論文에서는 表面力과 質量力은 零으로 보아도 무방하므로 節點力은 다음과 같이 주어진다.

$$\{f\}^e = [k]^e \{\delta\} \quad (2.4.2)$$

단,  $[k]^e = tA[B]^T[D][B]$  : 剛性매트릭스

따라서 平板 全體에 對하여는 다음과 같이 주어진다.

$$\Sigma \{f\}^e = \Sigma [k]^e \{\delta\} \quad (2.4.3)$$

式(2.4.3)으로 부터 未知의 反力을 求한 다음 다시 이를 利用하여 要素別 未知의 變位 $\{\delta\}$ 를 式(2.4.2)로 부터 얻는다. 이어서 式(2.3.3)으로 부터 要素別 應力을 求한 다음, 다음 式에 依하여 主應力 및 主應力이 發生하는 方向을 計算한다.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.4.4)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.4.5)$$

### 3. 프로그램(program)의 構成과 計算結果

本 프로그램의 順序<sup>1)</sup>는 그림 3.1과 같으며, 1個의 메인 프로그램(main program)과 4個의 서브 프로그램(Subprogram)으로 構成되었다. 서브 프로그램의 명칭과 內容은 다음과 같다.

명칭	내용
PLANSM	要素剛性 매트릭스의 計算
ASMAT	全體剛性 매트릭스의 組合
LEQ	기우스(Gauss)의 消去法에 依한 聯立方程式의 解
PRST	主應力の 計算

또한 그림 3.1과 같은 프로그램(附錄 2 參照)에 依하여 計算된 各要素別 結果는 表 3.1~表 3.9와 같다.

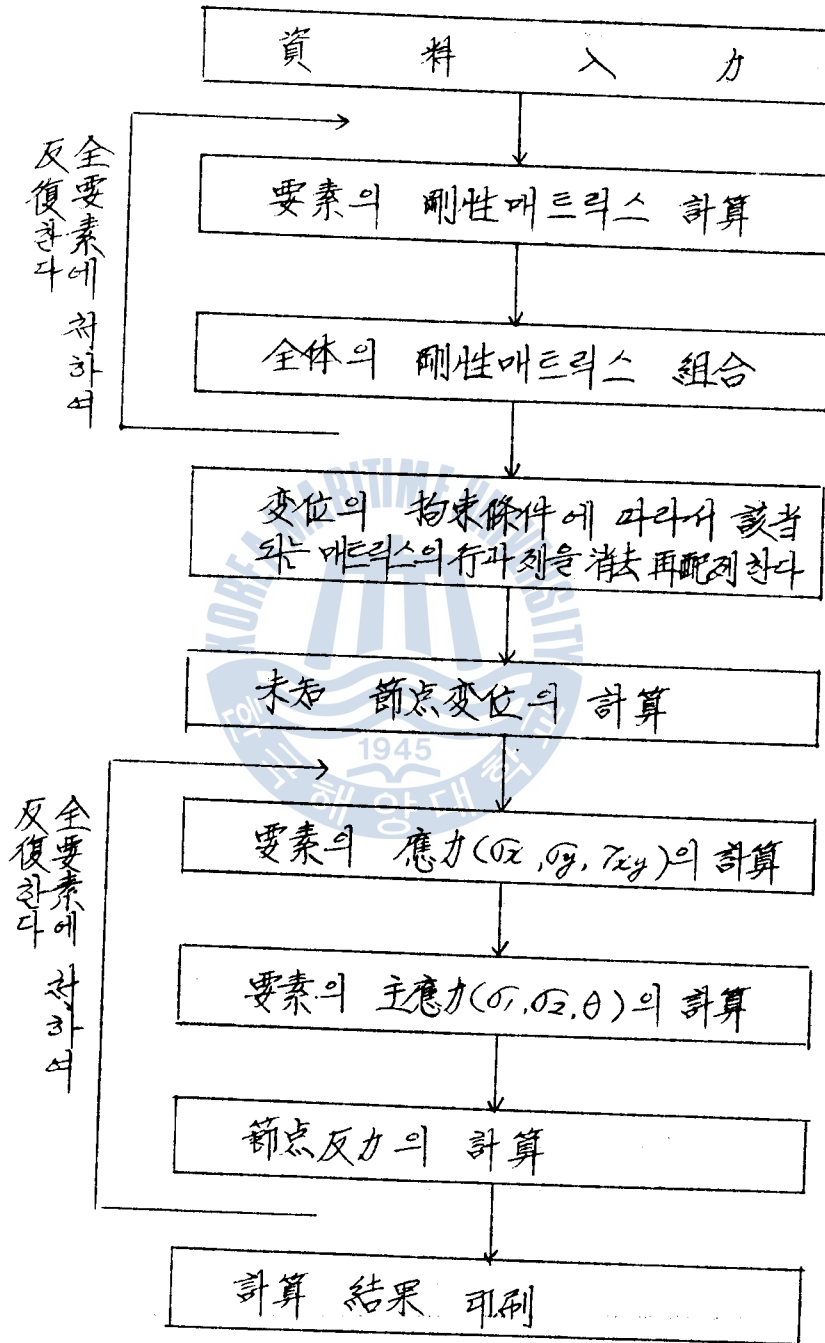


그림 3·1 프로그램의 順序

表 3·1 두께 4.2 m/m, 引張荷重 80kg 의 모델의 要素別 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	54.49	175.35	41	94.87	170.69
2	71.40	8.12	42	112.08	163.97
3	45.63	171.13	43	38.76	151.58
4	60.59	5.85	44	48.92	146.93
5	37.29	167.22	45	48.48	153.88
6	49.49	3.43	46	15.94	146.98
7	30.26	165.25	47	19.15	141.17
8	39.12	0.66	48	0.00	43.94
9	61.22	174.36	49	6.93	67.49
10	72.33	3.24	50	105.42	179.16
11	49.06	170.07	51	105.89	173.47
12	62.09	3.30	52	129.16	172.85
13	36.40	164.84	53	126.41	160.50
14	49.45	4.38	54	159.57	173.90
15	23.36	165.01	55	133.20	177.49
16	35.25	9.31	56	132.72	173.02
17	71.09	4.99	57	152.11	178.51
18	78.63	2.13	58	73.45	6.35
19	60.04	1.13	59	56.47	172.04
20	67.59	178.12	60	195.67	0.94
21	41.69	176.69	61	80.09	172.84
22	55.21	170.22	62	125.21	1.39
23	32.48	163.05	63	109.03	173.41
24	6.03	154.56	64	139.83	2.91
25	19.97	1.98	65	125.66	176.01
26	74.24	3.32	66	90.37	173.43
27	73.66	2.18	67	80.13	2.97
28	74.51	1.89	68	100.64	173.12
29	69.62	169.33	69	90.14	1.62
30	52.76	174.32	70	105.66	175.03
31	54.09	161.18	71	102.27	1.40
32	28.43	169.15	72	107.79	177.30
33	24.70	155.92	73	107.97	1.20
34	3.18	145.18	74	89.31	175.43
35	10.71	12.93	75	92.15	179.45
36	62.80	5.25	76	92.31	175.65
37	76.42	4.43	77	97.45	173.40
38	78.87	1.53	78	93.61	170.69
39	92.53	0.65	79	101.64	178.28
40	92.04	170.42	80	95.54	177.80
			81	103.74	179.50



表 3·2 두께 4.2 m/m, 引張荷重 240kg의 모델의 要素別 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	163.48	175.35	41	284.60	170.69
2	214.21	8.12	42	336.24	163.97
3	136.90	171.13	43	266.30	151.58
4	181.78	5.85	44	146.76	146.93
5	111.87	167.22	45	145.45	153.88
6	148.47	3.43	46	50.83	146.98
7	90.77	165.25	47	58.36	141.17
8	117.35	0.66	48	0.00	43.92
9	183.65	174.36	49	20.79	67.48
10	216.98	3.24	50	316.28	179.16
11	147.17	170.07	51	317.39	173.47
12	186.28	3.30	52	387.49	172.85
13	109.22	164.84	53	379.24	160.50
14	148.36	4.38	54	451.70	173.90
15	70.07	165.01	55	399.61	177.49
16	105.75	9.31	56	398.15	173.02
17	213.26	4.99	57	456.33	178.51
18	235.89	2.13	58	229.35	6.35
19	180.11	1.13	59	169.43	172.04
20	202.77	178.12	60	317.02	0.94
21	125.07	176.69	61	240.27	172.84
22	165.62	170.22	62	375.71	1.39
23	97.45	163.05	63	327.09	173.41
24	18.08	154.56	64	419.49	2.91
25	59.91	1.98	65	376.98	176.01
26	222.73	3.32	66	271.11	173.43
27	220.99	2.19	67	240.39	2.97
28	223.52	1.89	68	301.91	173.12
29	208.86	169.33	69	270.41	1.62
30	158.27	174.32	70	316.99	175.03
31	162.27	161.18	71	306.81	1.40
32	85.28	169.15	72	323.36	177.30
33	74.11	155.92	73	321.20	1.20
34	9.55	145.18	74	267.92	175.43
35	32.14	12.93	75	276.43	179.45
36	188.42	5.24	76	276.93	175.65
37	229.25	4.43	77	292.35	178.46
38	236.61	1.53	78	280.84	176.69
39	277.60	0.65	79	304.93	178.38
40	276.13	170.42	80	286.63	177.80
			81	311.21	179.50

表 3·3 두께 4.2 m/m, 引張荷重 400kg의 모델의 要素別 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	272.46	175.35	41	474.34	170.69
2	357.01	8.12	42	560.40	163.97
3	228.16	171.13	43	443.82	151.58
4	302.96	5.85	44	244.60	146.93
5	186.45	167.22	45	242.41	153.88
6	247.45	3.43	46	84.72	146.98
7	151.29	165.25	47	97.25	141.17
8	195.58	0.66	48	0.01	43.87
9	306.08	174.36	49	34.64	67.48
10	361.63	3.24	50	527.12	179.16
11	245.28	170.07	51	528.99	173.47
12	310.46	3.30	52	645.81	172.85
13	182.03	164.84	53	632.07	160.50
14	247.27	4.38	54	752.84	173.90
15	116.78	165.01	55	666.02	177.49
16	176.25	9.31	56	663.58	173.02
17	355.44	4.99	57	760.55	178.51
18	393.14	2.13	58	382.25	6.35
19	300.19	1.13	59	282.38	172.04
20	337.96	178.12	60	528.37	0.94
21	208.45	176.69	61	400.45	172.84
22	276.03	170.22	62	626.18	1.39
23	162.42	163.05	63	545.14	2.91
24	30.13	154.56	64	699.14	2.91
25	99.86	1.98	65	628.29	176.01
26	371.21	3.32	66	451.85	173.43
27	368.32	2.18	67	400.64	2.97
28	372.53	1.89	68	503.18	173.12
29	348.10	169.33	69	450.69	1.62
30	263.79	174.32	70	528.31	175.03
31	270.45	161.18	71	511.34	1.40
32	142.13	169.15	72	538.94	177.30
33	123.51	155.92	73	535.33	1.20
34	15.92	145.19	74	446.53	175.43
35	53.57	12.93	75	460.72	179.45
36	314.04	5.24	76	461.55	175.65
37	382.09	4.43	77	487.24	178.46
38	394.36	1.43	78	468.07	176.69
39	462.67	0.65	79	508.21	178.38
40	460.21	170.42	80	477.72	177.80
			81	518.68	179.50

表 3·4 두께 9m/m, 引張荷重 80kg의 모델의 主應力(kg/cm<sup>1</sup>) 및 主應力角度(kg/cm<sup>2</sup>)

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	25.42	175.35	41	44.25	170.70
2	33.31	8.11	42	52.28	163.98
3	21.29	171.12	43	41.40	151.59
4	28.27	5.85	44	22.82	146.93
5	17.40	167.22	45	22.61	153.88
6	23.09	3.43	46	7.90	146.99
7	14.12	165.25	47	9.07	141.18
8	18.25	0.65	48	0.00	43.85
9	28.56	174.36	49	3.23	67.48
10	33.74	3.24	50	49.19	179.16
11	22.89	170.07	51	49.36	173.48
12	28.97	3.30	52	60.25	172.86
13	16.98	164.83	53	58.97	160.51
14	23.07	4.38	54	70.24	173.90
15	10.90	165.01	55	62.15	177.49
16	16.44	9.31	56	61.92	173.02
17	33.17	4.99	57	70.97	178.52
18	36.69	2.12	58	35.68	6.36
19	28.01	1.13	59	26.35	172.05
20	31.54	178.12	60	49.31	0.95
21	19.45	176.69	61	37.37	172.85
22	25.75	170.22	62	58.44	1.39
23	15.15	163.04	63	50.88	173.42
24	2.81	154.55	64	65.25	2.92
25	9.32	1.98	65	58.64	176.01
26	34.64	3.32	66	42.17	173.43
27	34.37	2.17	67	37.38	2.98
28	34.76	1.89	68	46.96	173.12
29	32.48	169.33	69	42.06	1.63
30	24.61	174.32	70	49.31	175.03
31	25.23	161.18	71	47.73	1.41
32	13.26	169.15	72	50.31	177.30
33	11.52	155.92	73	49.97	1.20
34	1.48	145.18	74	41.67	175.42
35	5.00	12.94	75	42.99	179.45
36	29.31	5.24	76	43.07	175.64
37	35.66	4.43	77	45.47	178.46
38	36.80	1.53	78	43.68	176.68
39	43.17	0.65	79	47.43	178.37
40	42.94	170.42	80	44.59	177.79
			81	84.41	179.50

表 3.5 두께 9m/m. 引張荷重 240kg 의 모델의 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	76.26	175.35	41	132.75	170.70
2	99.92	8.11	42	156.84	163.98
3	63.86	171.12	43	124.21	151.59
4	84.80	5.85	44	68.45	146.93
5	52.19	167.22	45	67.84	153.88
6	69.26	3.43	46	23.71	146.99
7	42.36	165.25	47	27.22	141.15
8	54.75	0.65	48	-6.00	43.76
9	85.68	174.37	49	9.70	67.48
10	101.23	3.24	50	147.53	179.16
11	68.66	170.07	51	148.67	173.45
12	86.90	3.30	52	180.76	172.86
13	50.95	164.83	53	176.91	160.51
14	69.21	4.38	54	210.71	173.96
15	32.69	165.01	55	189.44	177.49
16	49.33	9.31	56	185.75	173.02
17	99.50	4.99	57	212.90	178.70
18	110.07	2.12	58	107.03	6.33
19	84.03	1.13	59	79.06	172.05
20	94.61	178.12	60	147.93	0.95
21	58.34	176.69	61	112.11	172.85
22	77.26	170.22	62	175.33	1.59
23	45.46	163.04	63	152.60	173.42
24	8.43	154.55	64	195.75	2.92
25	27.95	1.98	65	175.92	176.01
26	103.92	3.32	66	126.50	173.43
27	103.11	2.17	67	112.15	2.98
28	104.27	1.89	68	146.89	173.12
29	97.43	169.33	69	126.18	1.62
30	73.83	174.32	70	147.91	175.03
31	75.69	161.18	71	143.18	1.41
32	39.78	169.15	72	150.92	177.30
33	34.57	155.92	73	149.90	1.30
34	4.45	145.18	74	125.01	175.42
35	14.99	12.94	75	128.97	179.45
36	87.93	5.24	76	129.22	175.64
37	106.97	4.43	77	136.41	178.45
38	110.40	1.53	78	131.65	176.68
39	129.51	0.65	79	142.29	178.37
40	128.82	170.42	80	133.76	177.79
			81	145.22	179.50

表 3.6 두께 9m/m, 引張荷重 400kg의 모델의 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	127.10	175.35	41	221.26	170.70
2	166.54	8.11	42	261.39	163.98
3	106.44	171.12	43	207.01	151.59
4	141.33	5.85	44	114.08	146.93
5	86.99	167.22	45	113.08	153.88
6	115.44	3.43	46	39.51	146.99
7	70.59	165.25	47	45.36	141.18
8	91.25	0.65	48	-0.00	43.69
9	142.79	174.36	49	16.16	67.48
10	168.71	3.24	50	245.94	179.16
11	114.43	170.07	51	246.79	173.48
12	144.84	3.30	52	301.27	172.86
13	84.92	164.83	53	294.84	160.51
14	115.36	4.38	54	351.19	173.90
15	54.48	165.01	55	310.74	177.49
16	82.22	9.31	56	309.59	173.02
17	165.83	4.99	57	354.84	178.52
18	183.44	2.12	58	178.38	6.36
19	140.04	1.13	59	131.76	172.05
20	157.68	178.12	60	246.56	0.95
21	97.24	176.69	61	186.86	172.85
22	128.77	170.22	62	292.21	1.39
23	75.77	163.04	63	254.38	173.42
24	14.05	154.55	64	326.27	2.92
25	46.58	1.97	65	293.19	176.01
26	173.20	3.32	66	210.84	173.43
27	171.84	2.17	67	186.92	2.98
28	173.79	1.89	68	234.82	173.12
29	162.39	169.33	69	210.30	1.63
30	123.05	174.32	70	246.56	175.03
31	126.15	161.18	71	238.63	1.41
32	66.30	169.15	72	251.53	177.30
33	57.61	155.92	73	249.83	1.20
34	7.42	145.18	74	208.35	175.42
35	24.99	12.94	75	214.96	179.45
36	146.56	5.24	76	215.37	175.64
37	178.28	4.43	77	227.35	178.46
38	184.00	1.53	78	218.42	176.68
39	215.85	0.65	79	237.15	178.37
40	214.69	170.42	80	222.94	177.79
			81	242.04	179.50

表 3.7 두께 12m/m, 引張荷重 80kg의 모델의 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	19.06	175.35	41	33.19	170.70
2	24.98	8.11	42	39.21	163.98
3	15.97	171.12	43	31.05	151.58
4	21.20	5.84	44	17.11	146.93
5	13.05	167.22	45	16.96	153.88
6	17.31	3.43	46	5.93	146.99
7	10.59	165.25	47	6.80	141.18
8	13.69	0.65	48	0.00	43.89
9	21.42	174.36	49	2.42	67.48
10	25.30	3.24	50	36.89	179.16
11	17.16	170.07	51	37.02	173.48
12	21.72	3.29	52	45.19	172.86
13	12.74	164.83	53	44.23	160.51
14	17.30	4.38	54	52.68	173.90
15	8.17	165.01	55	46.61	177.49
16	12.33	9.30	56	46.44	173.02
17	24.87	4.99	57	53.22	178.51
18	27.52	2.12	58	26.76	6.36
19	21.01	1.13	59	19.77	172.05
20	23.65	178.12	60	36.98	0.95
21	14.59	176.68	61	28.03	172.85
22	19.32	170.21	62	43.83	1.39
23	11.37	163.04	63	38.16	173.42
24	2.11	154.55	64	48.94	2.92
25	6.99	1.97	65	43.98	176.01
26	25.98	3.32	66	31.63	173.43
27	25.78	2.17	67	28.04	2.97
28	26.07	1.89	68	35.22	173.12
29	24.36	169.33	69	31.55	1.63
30	18.46	174.31	70	36.98	175.03
31	18.92	161.18	71	35.79	1.41
32	9.94	169.15	72	37.73	177.30
33	8.64	155.92	73	37.47	1.20
34	1.11	145.18	74	31.25	175.42
35	3.75	12.93	75	32.24	197.45
36	21.98	5.24	76	32.31	175.65
37	26.74	4.43	77	34.10	178.46
38	27.60	1.53	78	32.76	176.68
39	32.38	0.65	79	35.57	178.38
40	32.20	170.42	80	33.44	177.80
			81	36.30	179.50

表 3·8 두께 12m/m, 引張荷重 240kg의 모델의 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應力	主應力角	要素番號	主應力	主應力角
1	57.19	175.35	41	99.56	170.70
2	74.93	8.11	42	117.62	163.98
3	47.90	171.12	43	93.15	151.58
4	63.59	5.84	44	51.34	146.93
5	39.14	167.22	45	50.88	153.88
6	51.94	3.43	46	17.78	146.99
7	31.77	165.25	47	20.41	141.18
8	41.06	0.65	48	0.00	43.68
9	64.25	174.36	49	7.27	67.48
10	75.91	3.24	50	110.67	179.16
11	51.49	170.07	51	111.05	173.48
12	65.17	3.29	52	135.57	172.86
13	33.21	164.83	53	132.68	160.51
14	51.91	4.38	54	158.03	173.90
15	24.52	165.01	55	139.83	177.49
16	37.00	9.30	56	139.31	173.02
17	74.62	4.99	57	159.67	178.52
18	82.55	2.12	58	80.27	6.36
19	63.02	1.12	59	59.30	172.05
20	70.95	178.12	60	110.95	0.95
21	43.76	176.68	61	84.09	172.84
22	57.95	170.21	62	131.49	1.39
23	34.10	163.04	63	114.47	173.42
24	6.32	154.55	64	146.82	2.92
25	20.95	1.97	65	131.93	176.01
26	77.94	3.32	66	94.88	173.43
27	77.33	2.17	67	84.12	2.97
28	78.20	1.89	68	105.67	173.12
29	73.08	169.33	69	94.64	1.63
30	55.37	174.31	70	110.95	175.03
31	56.77	161.18	71	107.38	1.41
32	29.83	169.15	72	113.18	177.30
33	25.92	155.92	73	112.42	1.20
34	3.34	145.18	74	93.76	175.42
35	11.24	12.94	75	96.73	179.45
36	65.95	5.24	76	96.92	175.65
37	80.23	4.43	77	102.31	178.46
38	82.80	1.53	78	98.29	176.68
39	97.13	0.65	79	106.72	178.38
40	96.61	170.42	80	100.32	177.80
			81	108.92	179.50

表 3·9 두께 12m/m, 引張荷重 400kg 의 모델의 主應力(kg/cm<sup>2</sup>) 및 主應力角度

要素番號	主應主	應力力角	要素番號	主應力	主應力角
1	95.32	175.35	41	165.94	170.70
2	124.89	8.11	42	196.04	163.98
3	79.83	171.12	43	155.26	151.58
4	105.99	5.84	44	85.56	146.93
5	65.24	167.22	45	84.80	153.88
6	86.57	3.43	46	29.63	146.99
7	52.95	165.25	47	34.02	141.18
8	68.43	0.65	48	-0.00	43.65
9	107.09	174.36	49	12.12	67.48
10	126.52	3.24	50	184.45	179.16
11	85.82	170.07	51	185.09	173.48
12	108.62	3.29	52	225.94	172.86
13	63.69	164.83	53	221.13	160.51
14	86.51	4.38	54	263.39	173.90
15	40.86	165.01	55	233.05	177.49
16	61.66	9.30	56	232.19	173.02
17	124.37	4.99	57	266.12	178.52
18	137.58	2.12	58	133.79	6.36
19	105.03	1.13	59	98.84	172.05
20	118.25	178.12	60	184.92	0.95
21	72.93	176.68	61	140.15	172.85
22	96.58	170.21	62	219.15	1.39
23	56.83	163.04	63	190.78	173.42
24	10.54	154.55	64	244.69	2.92
25	34.93	1.97	65	219.89	176.01
26	129.90	3.32	66	158.14	173.43
27	128.88	2.17	67	140.21	2.97
28	130.34	1.89	68	176.11	173.12
29	121.79	169.33	69	157.73	1.63
30	92.29	174.31	70	184.91	175.03
31	94.61	161.18	71	178.97	1.41
32	49.72	169.15	72	188.63	177.30
33	43.21	155.92	73	187.37	1.20
34	5.57	145.18	74	156.27	175.42
35	18.74	12.93	75	161.22	179.45
36	109.92	5.24	76	161.53	175.65
37	133.72	4.43	77	170.51	178.46
38	138.00	1.53	78	163.81	176.68
39	161.88	0.65	79	177.86	178.38
40	161.02	170.42	80	167.19	177.80
			81	181.52	179.50



## 4. 實 驗

### 4.1 實驗方法

本實驗에 使用된 試驗片의 材料는 同質性·等方性인 軟鋼板을 使用하였고 그림 4.1 과 같은 치수 에 그 두께는 4.2m/m, 9m/m, 12m/m의 3 가지 경우이다. 荷重은 各試驗片에 各各 80kg, 240kg, 400kg을 作用시켜 모두 9 가지의 狀態를 實驗하였다.

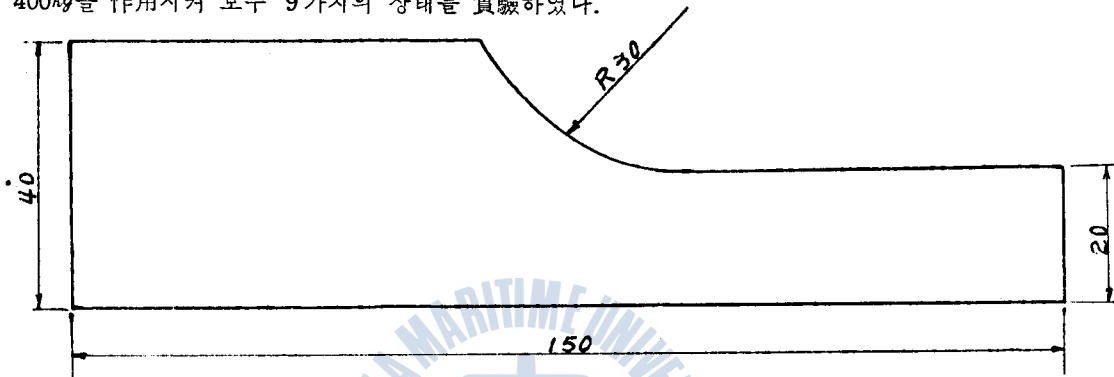


그림 4.1 試驗片의 치수

試驗片에 附着하는 스트레인 게이지(Strain gauge)의 位置와 方向은 그림 4.2 와 같이 有限要素法에 依하여 미리 計算된 主應力值中에서 가장 큰 값을 갖는 要素番號로 부터 順次的으로 3 곳(필렐 隣 要素番號 57, 42, 44)를 擇하고 나머지 2 곳은 필렐部에서 떨어진 位置(要素番號 11, 77)를 擇하여 定하였다.

또한 스트레인 게이지는 主應力을 測定하기 위하여 主應力 方向에 一致시켜 附着하였다.

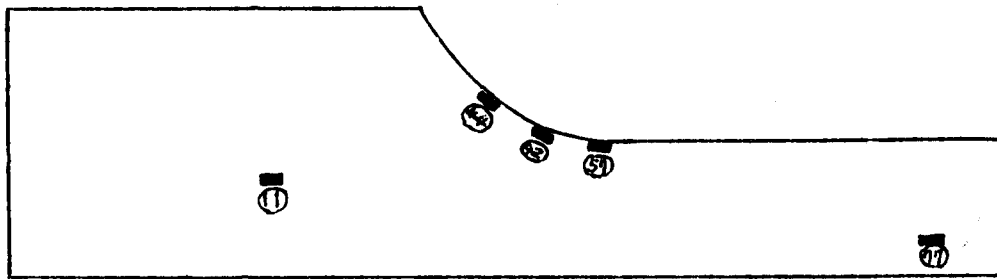


그림 3.2 스트레인 게이지의 附着位置

스트레인 게이지의 附着要領은 먼저 試驗片의 板面(게이지의 附着장소)을 샌드페이퍼로서 베아메탈(bare metal)이 될때까지 연마하고 스트레인 게이지의 位置를 마아킹(marking)한 후 시안노아크레이트(cyanoacrylate)系 接着劑를 使用하여 所要의 位置에 게이지 軸線과 一致하도록 附着하였다.

이때 使用된 接着劑는 瞬間 接着劑로서 시안노아크레이트系의 高分子로서 두 개의 面に 壓入되던 급속히 固着化된다. 따라서 數秒 數分內에 스트레인 게이지가 接着되어 充分한 接着力을 발휘한

다. 이 접착제의 특징은 數分間 공기속에서 使用하지 않고 노출된 상태에 있어서도 固着化하지 않으나 이것을 얇게 발라서 加壓하면 급속히 接着하는 効力を 가졌다.

使用된 스트레인 게이지의 特性은 表 4·1 과 같다.

〈表 4·1〉 스트레인 게이지의 特性

型	게이지 길이	게이지 시멘트	저 항	게이지 팩터(factor)
KFC-2-C1-11	2mm	CC-15A	120.0±0.3Ω	2.10±1%

또한 變形率을 측정하기 위하여 本論文에서는 1게이지法을 使用하였으며 荷重은 먼저 80kg의 引張荷重을 試驗片에 加한 후 荷重을 정지시킨 다음 인디케이터(indicator)에 나타난 값을 그림 4·2 와 같이 各要素別로 읽고 다시 荷重을 증가시켜 240kg의 경우 및 400kg의 경우를 80kg의 경우와 같이 반복하여 變形率을 측정하였다.

4·2 實驗結果

인디케이터에 依하여 측정된 값과 試驗片으로 使用된 軟鋼板의 彈性係數(2.1×10<sup>6</sup>kg/cm<sup>2</sup>)를 이용하여 主應力의 값을 求하고 有限要素法(F.E.M)으로 計算한 主應力의 값을 비교하면 表 4·2, 表 4·3, 表 4·4 와 같다.

〈表 4·2〉 두께 4.2m/m 試驗片에서 나타난 主應力值(kg/cm<sup>2</sup>)

項 目	要素別 回數	80 kg					240 kg					400 kg				
		11	12	14	57	77	11	12	14	57	77	11	12	14	57	77
實 驗	1回	47.342	108.045	47.305	146.93	94.099	142.019	324.135	141.47	441.27	282.11	236.447	540.22	235.793	733.93	471.16
	2回	47.47	108.38	47.35	146.78	94.234	142.46	325.48	142.21	447.20	282.99	237.676	503.588	237.262	737.73	472.62
	3回	47.588	111.27	47.256	150.33	95.75	145.68	335.12	143.824	451.76	283.57	240.37	554.796	242.25	745.339	477.495
F. E. M		49.06	112.08	48.92	152.11	97.45	147.17	336.24	146.76	456.33	292.35	245.28	560.40	244.69	760.55	487.24

〈表 4·3〉 두께 9m/m 試驗片에서 나타난 主應力值(kg/cm<sup>2</sup>)

項 目	要素別 回數	80 kg					240 kg					400 kg				
		11	12	14	57	77	11	12	14	57	77	11	12	14	57	77
實 驗	1回	22.085	50.45	22.087	68.48	43.87	66.188	151.35	66.19	206.51	131.63	110.31	252.76	110.429	342.42	220.30
	2回	22.20	50.60	22.59	68.627	44.105	67.286	153.70	66.39	208.642	133.68	113.28	258.776	112.939	344.19	219.16
	3回	22.66	51.29	22.36	70.26	44.06	67.97	156.02	67.76	210.77	133.69	113.55	260.32	113.28	351.29	222.803
F. E. M		22.89	52.28	22.82	70.97	45.47	68.66	156.84	68.45	212.9	136.41	114.43	261.39	114.08	354.84	227.35

〈表 4·4〉 두께 12m/m 試驗片에서 나타난 主應力值(kg/cm<sup>2</sup>)

荷重 要素別 項目 回数	80 kg					240 kg					400 kg					
	①	②	④	⑤	⑦	①	②	④	⑤	⑦	①	②	④	⑤	⑦	
實 驗	1回	16.576	37.876	16.511	51.463	33.12	49.79	113.738	49.549	154.08	98.83	82.826	189.76	82.565	256.805	164.54
	2回	16.61	38.425	16.545	51.623	33.07	49.99	114.87	50.43	155.27	98.93	83.07	189.178	82.99	258.136	165.394
	3回	16.645	38.033	16.550	52.85	34.25	50.24	119.56	49.99	156.47	101.45	83.28	192.33	83.848	260.29	168.80
F. E. M	17.16	39.21	17.11	53.22	34.10	51.49	117.62	51.34	159.67	102.31	85.82	196.04	85.56	266.12	170.51	

### 5. 考 察

세로 치수를 각각 4 cm 및 2 cm로 하고 길이를 15cm로 한 試驗片(그림 4·1)에서 x軸方向에 引張荷重을 加하여 有限要素法에 依한 計算과 實驗에서 얻은 값을 비교하여 필렛部の 應力集中狀態를 그림으로 나타내면 그림 5·1과 같다.

이것을 要素別로 檢討하여 보면 要素番號 57(附錄 3 參照)에서 가장 큰 集中應力이 생기는 것을 알 수 있으며 이 部分은 필렛部 形狀의 半徑이 거의 끝나는 直前의 곳이다. 또한 필렛部の 全曲線形狀을 通하여 조사하면 要素番號 33(附錄 3 參照)에서는 거의 應力이 생기지 않으며 中央으로 向할수록 應力의 값이 커지는 것을 알 수 있다.

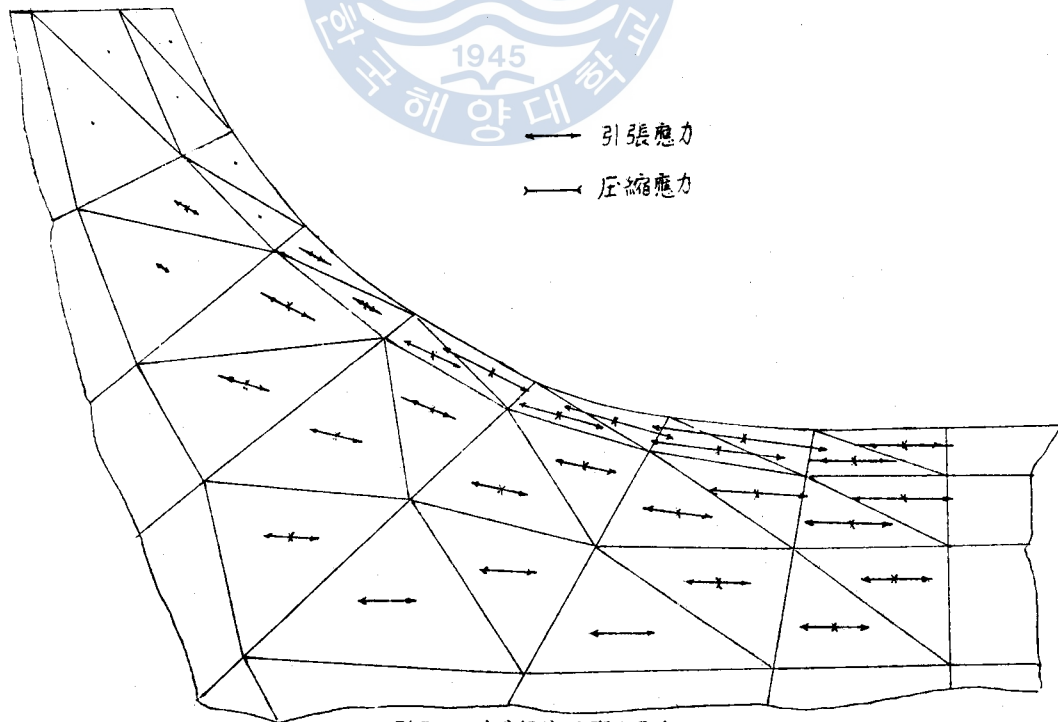


그림 5·1 필렛部の 主應力分布

그림 5·2, 그림 5·3, 그림 5·4는 두께別, 荷重別, 要素別로 나타낸 主應力值의 變化이다. 그림에서 보면 有限要素法에서 求한 값은 試驗을 通하여 얻은 測定值보다 다소 큰 경향(3%~3.5%)을 나타내지만 有限要素法에서 택한 要素番號別(要素番號 42, 44, 57, 11, 77) 主應力值와 實驗에서 나타낸 主應力值의 相關關係는 同一하다. 따라서 有限要素法에서 計算된 要素別 應力의 값은 有效함을 알 수 있다.

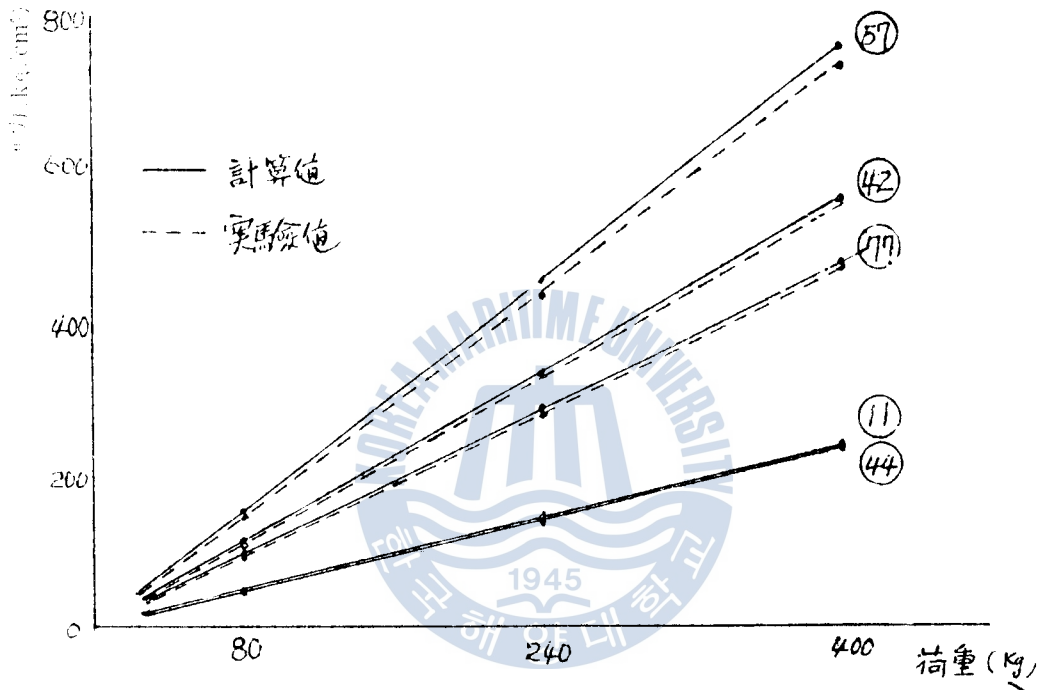


그림 5·2 4.2m/m 試驗片에서의 荷重別·要素別 主應力值  
(○內는 要素番號)

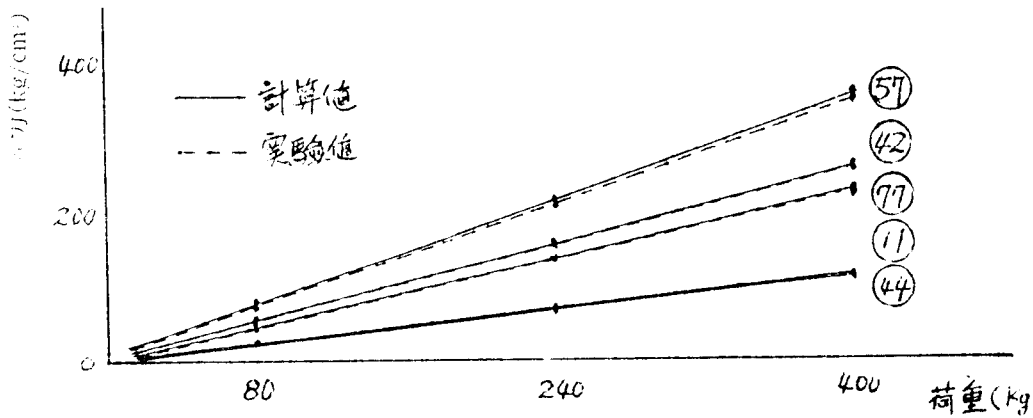


그림 5·3 9m/m 試驗片에서의 荷重別·要素別 主應力值  
(○內는 要素番號)

여기서 有限要素法에 依한 計算値와 比較하기 위한 實驗値의 값은 表 4·2, 表 4·3, 表 4·4에서 알 수 있는 바와 같이 第2回, 第3회회의 實驗結果는 모두 극미한 數値差로 第1回와 同一할 뿐만 아니라 實驗値의 第2回의 값은 第1回의 값보다, 第3回의 값은 第2回의 값보다 일률적으로 微小하게 커지는 것을 알 수 있다. 이러한 現狀은 試驗片의 引張後에 생기는 變形과 스트레인 게이지 自體의 變形으로 因한 것으로 판단하고 第1回 實驗値를 택하여 有限要素法과 比較하였다.

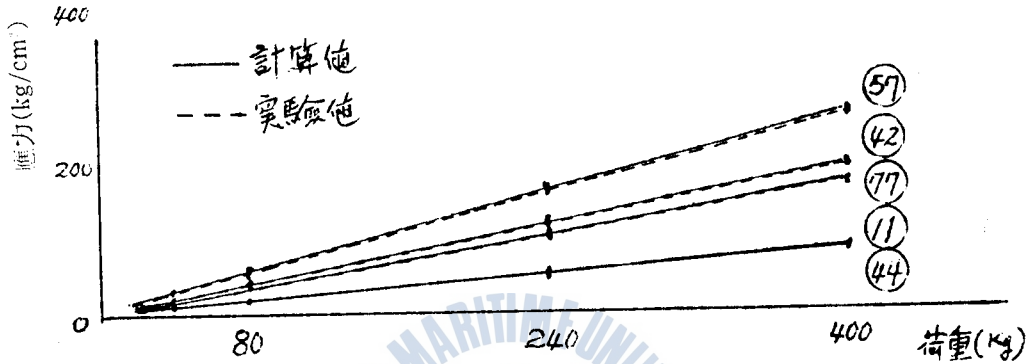


그림 5·4 12m/m 試驗片에서의 荷重別·要素別 主應力值  
(○內는 要素番號)

여기에서 두께別·荷重別로 가장 큰 應力이 集中되는 點(要素番號 57)을 檢討하여 보면 두께 4.2 m/m의 경우 荷重 80kg에서는 計算値와 實驗値의 差는  $152.11 \text{ kg/cm}^2 - 146.93 \text{ kg/cm}^2 = 5.18 \text{ kg/cm}^2$ , 240kg에서는  $456.33 \text{ kg/cm}^2 - 441.27 \text{ kg/cm}^2 = 15.06 \text{ kg/cm}^2$ , 400kg에서는  $760.55 \text{ kg/cm}^2 - 733.93 \text{ kg/cm}^2 = 26.62 \text{ kg/cm}^2$ 로 나타났고, 두께 9 m/m의 경우의 差는 荷重 80kg에서  $2.49 \text{ kg/cm}^2$ , 240kg에서  $6.39 \text{ kg/cm}^2$ , 400kg에서  $12.42 \text{ kg/cm}^2$ 이며, 12m/m의 경우에는 80kg에서  $1.757 \text{ kg/cm}^2$ , 240kg에서  $5.59 \text{ kg/cm}^2$ , 400kg에서는  $9.315 \text{ kg/cm}^2$ 의 差가 나타났다. 이것은 荷重이 클수록(應力이 커질수록) 有限要素法의 計算値는 實驗値와 比較하여 差가 상승한다는 것을 알 수 있다.

다만 本論文에서 行한 스트레인 게이지를 使用한 實驗에서 게이지의 感知가 예민(최소측정  $10 \times 10^{-6}$ )하기 때문에 게이지의 配線, 試驗片의 表面 加工精度, 게이지의 附着狀態, 諸實驗裝置等の 影響이 상당히 크게 作用하였다. 따라서 本論文과 유사한 實驗에서 스트레인 게이지의 利用은 많은 경험과 숙련도가 實驗結果에 크게 미치므로 이 점에 特別히 留意해야 할 것으로 思料된다.

## 6. 結 論

- (1) 有限要素法에서 剛性메트릭스  $[K] = \int_V [B]^T [D] [B] d(V)$ 을 利用하여 計算한 結果는 實驗을 通하여 얻어낸 값과 거의 一致를 보였다.
- (2) 有限要素法에 依한 計算에서 式  $\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}$ 로 부터 어떤 形狀에 있어서나 應力集中이 생기는 部分의 位置와 크기를 精確히 알 수 있다.
- (3) 船舶과 같이 많은 熔接에 依하여 이루어지는 構造物에서는 各部分에 복잡한 應力集中 現象이

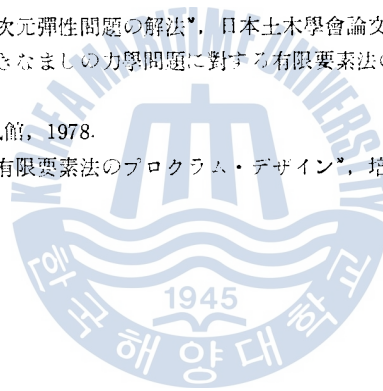
생길 것으로 예상되나 이러한 應力集中의 位置와 크기도 本論文에서와 같이 그 熱荷重을 三角要素의 세 頂點에서 作用한 것으로 본다면 算定해 낼 수 있을 것으로 期待되지만 여기에는 더욱 더 많은 研究가 必要할 것으로 思料된다.

## 後 記

本論文作成을 위하여 始終一貫 指導와 鞭撻을 아끼지 않으신 指導教授님께 感謝드리며 學內課程을 通하여 항상 激勵와 도움을 주신 田大熙 教授님과 河注植 教授님께 感謝드립니다.

## 參 考 文 獻

- 1) 山本善之・大坪英臣・粟生和夫：“有限要素法による平板構造物の簡易彈塑性解析法”，日本造船學會論文集第145號，1979.
- 2) 後藤惠之輔：“孔をもつ有限板の二次元彈性問題の解法”，日本土木學會論文報告集 第234號，1975.
- 3) 上田幸雄・福田敬二：“應力除去燒きなましの力學問題に對する有限要素法の適用”，日本溶接學會誌 第44卷第11號，1975.
- 4) 三好俊郎：“有限要素法入門”，培風館，1978.
- 5) 信原泰夫・櫻井達美・吉村信敬：“有限要素法のプログラム・デザイン”，培風館，1970.



## 附錄 1. 使用된 變數名

### (1) 메인 프로그램 (main program)

變 數 名	內 容
NODT	節點의 數
NELT	要素의 數
NONOD	節點番號
X	節點의 x座標
Y	節點의 y座標
KOX	x方向의 拘束節點의 數
KOY	y方向의 拘束節點의 數
NF	荷重의 數
NOKX	x方向 拘束節點의 番號
NOKY	y方向 拘束節點의 番號
NO	荷重이 作用하고 있는 節點의 番號
FX	x方向의 荷重의 값
FY	y方向의 荷重의 값
E	縱彈性的 係數
PO	포아송의 比
F	節點番號別 荷重값
T	要素의 두께
SM	要素剛性 매트릭스
TSM	全體剛性 매트릭스
INDEX	節點番號別 番號順序
DIS	節點變位
REAC	反力

### (2) 서브 프로그램 (sub program)

變 數 名	內 容
B	節點 變形率 매트릭스
D	應力 變形率 매트릭스
AREA	三角形 要素의 面積
PS 1	$\sigma_1$
PS 2	$\sigma_2$
SGMAX	$\sigma_x$
SGMAY	$\sigma_y$
TAUXY	$\tau_{xy}$

## 附錄 2. 프로그램의 리스트

```

C      *****STRESS ANALYSIS OF 2-DIMENSIONAL PROBLEM*****
      DIMENSION INDEX(200), DIS(200), NOKX(20), NOKY(20), WD(6), WS(6)
      COMMON/AA/TSM(200,200)
      COMMON/BB/NONOD(150,3), SM(6,6)
      COMMON/CC/X(100), Y(100), T(150), STR(3,6)
      COMMON/DD/F(200), REAC(200)
C      *****DATA INPUT*****
      WRITE(3,6)
      6  FORMAT(1H0, '*****PLANE STRESS*****')
      READ(1,10)NODT, NELT, KOX, KOY, NF
      10 FORMAT(26I3)
      DO 15 I=1, NELT
      15 READ(1,11) (NONOD(I,J), J=1,3), T(I)
      11 FORMAT(3I5, F10.1)
      DO 20 I=1, NODT
      20 READ(1,25)X(I), Y(I)
      25 FORMAT(2F10.3)
      READ(1,25)E, PO
      READ(1,10) (NOKX(I), I=1, KOX)
      READ(1,10) (NOKY(I), I=1, KOY)
      ALPA=0.115E-04
      TEMP=0.
      NT=NODT*2
      DO 30 I=1, NT
      30 F(I)=0.
      DO 35 I=1, NF
      READ(1,40)NO, FX, FY
      40 FORMAT(I5, 2F10.2)
      F(2*NO-1)=FX
      35 F(2*NO)=FY
      IF(TEMP.EQ.0) GO TO 1550
      DO 1551 NE=1, NELT
      1551 CALL HEAT(NE, E, PO, ALPA, TEMP)
C      *****DATA PRINT*****
      1550 WRITE(3,3550)
      3550 PORMAT(1H0, ' ')
      WRITE(3,45)NODT, NELT, KOX, KOY, NF
    
```



```

45  FORMAT(1HO, 3X, 'NODT = ', I3, 3X, 'NELT = ', I4, 3X, 'KOX = ', I3, 3X, 'KOY = ', I3
    +, 3X, 'NF = ', I3)
    WRITE(3, 50)
50  FORMAT(1HO, 1X, '*****NODE NO. AND PLATE THICKNESS*****'
    DO 55 I=1, NELT
55  WRITE(3, 60)I, (NONOD(I, J), J=1, 3), T(I)
60  FORMAT(1HO, I5, 5X, 3I7, F10.3)
    WRITE(3, 65)
65  FORMAT(1HO, 1X, '*****ELASTIC MODULUS*****'
    WRITE(3, 70)E, PO
70  FORMAT(1HO, 5X, 'E = ', F10.0, 5X, 'PO = ', F5.1)
    WRITE(3, 72)
72  FORMAT(1HO, 1X, '*****FIXED NODAL POINT IN X-DIRECTION*****'
    WRITE(3, 74)(NOKX(I), I=1, KOX)
74  FORMAT(1HO, 20I6)
    WRITE(3, 76)
76  FORMAT(1HO, 1X, '*****FIXED NODAL POINT IN Y-DIRECTION*****'
    WRITE(3, 74)(NOKY(I), I=1, KOY)
    WRITE(3, 78)
78  FORMAT(1HO, 1X, '*****DIMENSION(X, Y) AND FORCE(FX, FY)*****'
    WRITE(3, 80)
80  FORMAT(1HO, 14X, 'X(I)', 6X, 'Y(I)', 6X, 'FX(I)', 5X, 'FY(I)')
    DO 802 I=1, NODT
802 WRITE(3, 82)I, X(I), Y(I), F(2*I-1), F(2*I)
82  FORMAT(1HO, 4X, I5, 2(4XF6.2), 2(4X, F7.2))
C   *****ASSEMBLY OF ELEMENT STIFFNESS MATRIX*****
    DO 100 I=1, NT
    DO 100 J=1, NT
100  TSM(I, J) = 0.
    DO 110 NE=1, NELT
    CALL PLANSM(NE, E, PO)
110  CALL ASMAT(NE, 3, 2)
C   *****REARRANGEMENT OF STIFFNESS MATRIX AND FORCE VECTCR*****
    DO 115 I=1, NT
115  INDEX(I) = I
    DO 120 I=1, KOX
    N=2*NOKX(I) - 1
120  INDEX(N) = 0
    DO 125 I=1, KOY
    N=2*NOKY(I)
125  INDEX(N) = 0

```

```

MM=0
DO 130 I=1, NT
IF(INDEX(I).EQ.0) GO TO 130
MM=MM+1
INDEX(MM)=1
130 CONTINUE
DO 135 I=1, MM
IA=INDEX(I)
F(I)=F(IA)
DO 135 J=1, MM
JA=INDEX(J)
135 TSM(I, J)=TSM(IA, JA)
C *****CALCULATION OF DISPLACEMENT*****
DO 140 I=1, NT
140 DIS(I)=0.
CALL LEO(MM)
DO 143 I=1, MM
IA=INDEX(I)
143 DIS(IA)=REAC(I)
C *****CALCULATION OF STRESS AND REACTION*****
DO 150 I=1, NT
150 REAC(I)=0.
DO 155 NE=1, NELT
CALL PLANSM(NE, E, PO)
DO 160 I=1, 3
IA=NONOD(NE, I)
WD(2*I-1)=DIS(2*IA-1)
160 WD(2*I)=DIS(2*IA)
DO 165 I=1, 3
WS(I)=0.
DO 165 K=1, 6
165 WS(I)=WS(I)+SIR(I, K)*WD(K)
DO 170 I=1, 3
170 TSM(NE, I)=WS(I)
CALL PRST(WS(1), WS(2), WS(3), SA, SB, A)
TSM(NE, 4)=SA
TSM(NE, 5)=SB
TSM(NE, 6)=A
C
DO 180 I=1, 6
WS(T)=0,

```

```

DO 180 K=1,6
180 WS(I) = WS(I) + SM(I, K)*WD(K)
    185 I=1, 3
    IA=NONOD(NE, I)
    DO 185 J=1, 2
    IR=2*(IA-1) + J
    IW=2*(I-1) + J
D185 REAC(IR) = REAC(IR) + WS(IW)
O155 CONTINUE
C *****PRINT OF CALCULATED RESULT*****
    WRITE(3, 200)
200 FORMAT(1H0, 1X, '*****DISPLACEMENT AND REACTION*****')
    WRITE(3, 205)
205 FORMAT(1H0, 14X, 'NODE NO.', 9X, 'U', 13X, 'V', 28X 'RX', 12X, 'RY')
    WRITE(3, 210) (I, DIS(2*I-1), DIS(2*I), REAC(2*I-1), REAC(2*I), I=1, NODT)
210 FORMAT(1H0, 15X, I4, 9X, E10. 3, 7X, E10. 3, 9X, E10. 3, 7X, E10. 3)
    WRITE(3, 215)
215 FORMAT(1H0, 1X, '*****STRESS AND PRINSPAL STRESS*****')
    WRITE(3, 220)
220 FORMAT(1H0, 9X, 'ELEM. NO.', 7X, 'SX', 9X, 'SY', 11X, 'SXY', 11X, 'S1', 11X
    +, 'S2', 11X, 'ANGLE')
    DO 225 I=1, NELT
225 WRITE3, 230)I, (TSM(I, J), J=1, 6)
230 FORMAT(1H0, 8X, I4, 8X, F7. 2, 4X, F7. 2, 6X, F7. 2, 7X, F7. 2, 6X, F7. 2, 8X, F7. 2)
    STOP
    END
C *****SUBROUTINE OF STIFFNESS MATRIX FOR 2-DIMENSIONAL PROBLEM***
    SUBROUTINE PLANSM(NE, E, PO)
    DIMENSION B(3, 6), D(3, 6)
    COMMON/BB/NONOD(150, 3), SM(6, 6)
    COMMON/CC/X(100), Y(100), T(150), STR(3, 6)
C
    I=NONOD(NE, 1)
    J=NONOD(NE, 2)
    K=NONOD(NE, 3)
    XI=X(I)
    XJ=X(J)
    XK=X(K)
    YI=Y(I)
    YJ=Y(J)
    YK=Y(K)

```

```

AREA=0.5*(XK-XJ)*YI+(XI-XK)*YJ+(XJ-XI)*YK
IF(AREA.LE.O.) GO TO 100
DO 10 I=1,2
DO 10 J=1,6
10 B(I,J)=0.
B(1,1)=YJ-YK
B(1,3)=YK-YI
B(1,5)=YI-YJ
B(2,2)=XK-XJ
B(2,4)=XI-XK
B(2,6)=XJ-XI
B(3,1)=B(2,2)
B(3,2)=E(1,1)
B(3,3)=E(2,4)
B(3,4)=B(1,3)
B(3,5)=B(2,6)
B(3,6)=B(1,5)
DO 15 I=1,3
DO 15 J=1,6
15 B(I,J)=B(I,J)*0.5/AREA
DO 20 I=1,3
DO 20 J=1,3
20 D(I,J)=0.
D(1,1)=E/(1.-PO**2)
D(1,2)=PO*D(1,1)
D(2,1)=D(1,2)
D(2,2)=D(1,1)
D(3,3)=E*0.5/(1.+PO)

```



C  
C

```

*****STRESS MATRIX*****

DO 40 I=1,3
DO 40 J=1,6
STR(I,J)=0.
DO 40 K=1,3
40 STR(I,J)=STR(I,J)+D(I,K)*B(K,J)

*****STIFFNESS MATRIX*****

DO 45 I=1,6
DO 45 J=1,6

```

```

SM(I, J) = 0.
DO 45 K = 1, 3
45 SM(I, J) = SM(I, J) + B(K, I)*STR(K, J)
TH = T(NE)
DO 60 I = 1, 6
DO 60 J = 1, 6
60 SM(I, J) = SM(I, J)*AREA*TH
GO TO 70
C *****
100 WRITE(3, 110)
110 FORMAT(1H0, 1X, 29H*****DATA MISS*****)
WRITE(3, 115)NE, I, J, K
115 FORMAT(1H0, 5X, 12HELEMENT NO. =, I3, 6X, 9HNODE NO. =, I3, 2I10)
WRITE(3, 120)XI, XJ, XK
120 FORMAT(1H0, 23X, 5H--X--, 2X, 3F10.3)
WRITE(3, 125)YI, YJ, YK
125 FORMAT(1H0, 23X, 5H--Y--, 2X, 3E10.3)
70 CONTINUE
RETURN
END
C *****PRINCIPAL STRESS*****
SUBROUTINE PRST(SGMAX, SGMAY, TAUXY, PS1, PS2, ANGLE)
SXPY = 0.5*(SGMAX + SGMAY)
SXMY = 0.5*(SGMAX - SGMAY)
TEMP = SQRT(SXMY**2 + TAUXY**2)
PS1 = SXPY + TEMP
PS2 = SXPY - TEMP
IF(SXMY)100, 101, 100
100 TMP = 28.64789*ATAN(TAUXY/SXMY)
IF(SXMY)102, 101, 103
102 ANGLE = TMP + 90.0
GO TO 110
101 IF(TAUXY)104, 105, 106
104 ANGLE = 135.0
GO TO 110
105 ANGLE = 360.0
GO TO 110

```

```

106 ANGLE = 45.0
    GO TO 110
103 IF(TAUXY)107, 108, 108
107 ANGLE = TMP + 180.
    GO TO 110
108 ANGLE = TMP
110 RETURN
    END
C
    SUBROUTINE ASMAT(NE, NOD, NHEN)
C
C
    COMMON/AA/TSM(200, 200)
    COMMON/BB/NONOD(150, 3), SM(6, 6)
    DO 10 I = 1, NOD
    DO 10 J = 1, NOD
    KI = (NONOD(NE, I) - 1)*NHEN
    KJ = (NONOD(NE, J) - 1)*NHEN
    IS = (I - 1)*NHEN
    JS = (J - 1)*NHEN
    DO 10 K = 1, NHEN
    DO 10 L = 1, NHEN
    KIK = KI + K
    KJL = KJ + L
    ISK = IS + K
    JSL = JS + L
10 TSM(KIK, KJL) = TSM(KIK, KJL) + SM(ISK, JSL)
    RETURN
    END
C
    *****SUEROUTINE OF MATRIX INVERSION*****
C
    SUBROUTINE LEO(N)
C
    COMMON/AA/A(200, 200)
    COMMON/DD/B(200), X(200)
C
    NM1 = N - 1
    DO 11 K = 1, NM1
    KP1 = K + 1
    DO 12 J = KP1, N
12 A(K, J) = A(K, J)/A(K, K)

```



```

      B(K) = B(K)/A(K, K)
      DO 13 I=KP1, N
      DO 14 J=KP1, N
14  A(I, J) = A(I, J) - A(I, K)*A(K, J)
13  B(I) = B(I) - A(I, K)*B(K)
11  CONTINUE
      X(N) = B(N)/A(N, N)
      DO 15 K=1, NM1
      L = N - K
      LP1 = L + 1
      X(L) = B(L)
      DO 16 J=LP1, N
16  X(L) = X(L) - A(L, J)*X(J)
15  CONTINUE
      RETURN
      END

```

\*\*\*\*\*SUBROUTINE HEAT CHANGE\*\*\*\*\*

SUBROUTINE HEAT(NE, E, PO, ALFA, TEMP)

```

      DIMENSION BB(6), FF(6), OD(200)
      COMMON/BB/NONOD(150, 3), SM(6, 6)
      COMMON/CC/X(100), Y(100), T(150), STR(3, 6)
      COMMON/DD/F(200), REAC(200)

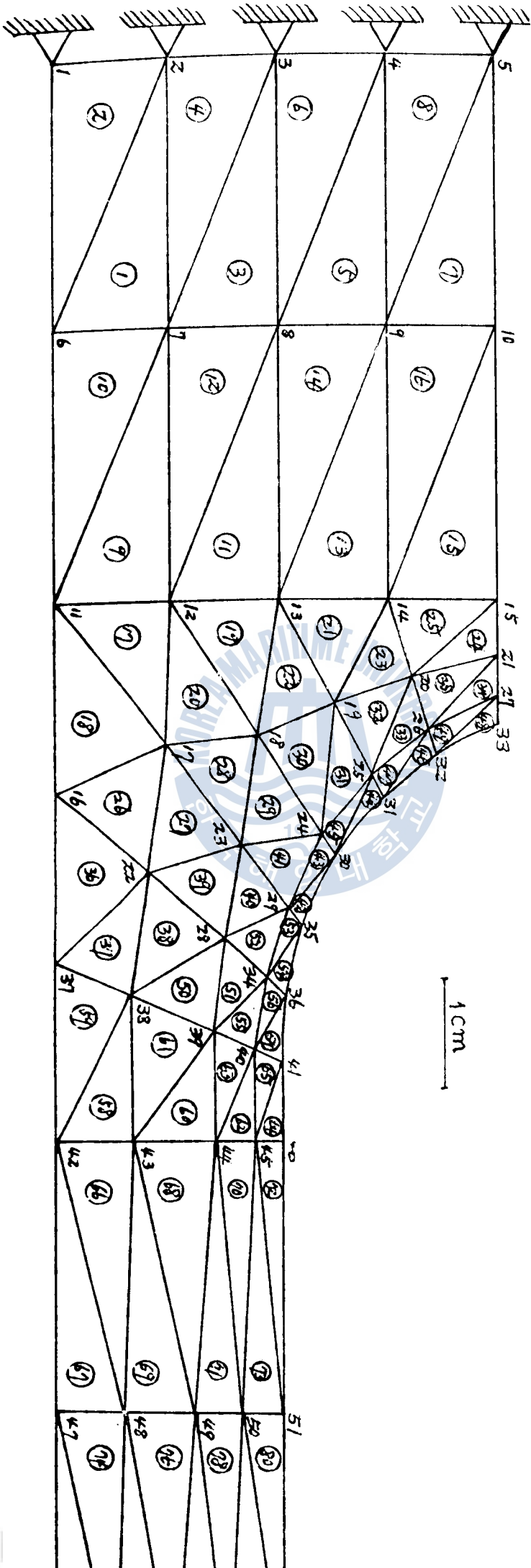
```

```

      CO(NE) = (ALFA*E*T(NE)*TEMP)/(2*(1-PO))
      I = NONOD(NE, 1)
      J = NONOD(NE, 2)
      K = NONOD(NE, 3)
      XI = X(I)
      XJ = X(J)
      XK = X(K)
      YI = Y(I)
      YJ = Y(J)
      YK = Y(K)
      BB(1) = YJ - YK
      BB(2) = XK - XJ
      BB(3) = YK - YI
      BB(4) = XI - XK
      BB(5) = YI - YJ

```

附錄 3. 節點番號 및 要素番號







```
BB(6) = XJ - XI  
DO 105 KK = 1, 6  
105 FF(KK) = CC(NE) * BB(KK)  
F(2*I - 1) = F(2*I - 1) + FF(1)  
F(2*1) = F(2*1) + FF(2)  
F(2*J - 1) = F(2*J - 1) + FF(3)  
F(2*J) = F(2*J) + FF(4)  
F(2*K - 1) = F(2*K - 1) + FF(5)  
F(2*L) = F(2*K) + FF(6)  
RETURN  
END
```



