

신경망을 이용한 Linear Track Cart Double Inverted Pendulum의 최적제어에 관한 연구

김 성 주¹⁾, 李 尙 培²⁾

The study on the Optimal Control of Linear Track Cart Double Inverted Pendulum using Neural Network

Sung Joo Kim, Sang Bae Lee

Abstract

The Inverted Pendulum has been one of most popular nonlinear dynamic systems for the exploration of control techniques. This paper presents a new linear optimal control techniques and nonlinear neural network learning methods. The multilayered neural networks are used to add nonlinear effects on the linear optimal regulator(LQR). The new controller can compensate nonlinear system uncertainties that are not considered in the LQR design, and can tolerate a wider range of uncertainties than the LQR alone. The new controller has two neural networks for modeling and control. The neural network for modeling is used to obtain a more accurate model than the given mathematical equations. The neural network for control is used to overcome deficiencies by adding corrections to the linear coefficients of the LQR and by adding nonlinear effects on the LQR.

Computer simulations are performed to show the applicability and a more robust controller than the LQR alone.

(1) 한국해양대학교 전자통신공학과 석사과정 피지-뉴로제어 전공

(2) 한국해양대학교 전자통신공학과 교수

1. 서론

"Cartpole system" or "Broom balancer"로써 알려진 Inverted Pendulum은 많은 비선형성을 가지고 있는 대표적인 시스템이다. 실제 플랜트는 그 제어기를 설계할 때, 변수변동이나 알려지지 않은 비선형성을 항상 포함하고 있다. 그러므로 시스템의 불확실성에 대한 Robustness는 제어시스템설계에 대해 독립적이다. 이러한 모델링의 어려움을 피하기 위해, 다중신경회로망이 사용되었다.

이 논문에서, 우리는 선형최적제어기술과 비선형 신경회로망의 학습방법을 결합한 비선형 제어기의 설계 방법을 제안한다. LQR은 어떤 모델 불확실성에 대한 타고난 Robustness를 지니고 있다. 그렇지만, 비선형 동적특성은 LQR 설계에서 고려될수가 없다. 그러므로 우리는 비선형 불확실성을 극복하도록 신경회로망을 사용하고 LQR보다 넓은 범위의 불확실성을 극복할수 있는 새로운 제어기를 설계할 것이다.

2. Linear Track Cart-Pendulum System

그림 1은 Linear Track Cart-Pendulum System (LTCP-2)을 보여주고 있다. 여기서, 두개의 Pendulums은 수직평면에서 자유롭게 360° 회전할수 있다.

LTCP-2은 1개의 병진운동과 2개의 회전운동을 가지므로, 3개의 자유도와 3개의 강제를 가진 기계적인 시스템으로 모델되어 질수있다.

LTCP-2시스템에 대한 Lagrangian방정식은 식(2-1)과 같다

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial z} + \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} &= Q_z \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\beta}_1} &= Q_{\beta_1} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\beta}_2} &= Q_{\beta_2} \end{aligned} \quad (2-1)$$

여기서, $L = T - V$

T : Kinetic에너지 V : Potential 에너지

D : 광손실함수 Q_q : 힘

actuator 방정식은 식(2-2)와 같다.

$$\begin{aligned} v_a &= k_a \cdot e = R_a i_a + L_a \frac{di}{dt} + Kw \\ K i_a &= J_a \frac{dw}{dt} + D_m w + T_L \\ T_L &= fr \end{aligned} \quad (2-2)$$

그러므로 위 두식을 결합해서 우리는 전체시스템 방정식을 얻을수 있다.
상태벡터를 다음과 같이 정의하면

$$x = [z \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dot{z} \quad \dot{\beta}_1 \quad \dot{\beta}_2]$$

LTCP-2에 대한 상태방정식은 식(2-3)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2-3)$$

여기서, A, B, C행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.9626 & 0.0273 & -1.7347 & 0.0049 & 0 \\ 0 & 109.2847 & -50.6785 & 8.6579 & -0.2715 & 0.0013 \\ 0 & -31.5279 & 31.0207 & -0.0749 & 0.0783 & -0.0008 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.6691 \\ -3.3393 \\ 0.0289 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

여기서, 사용된 LQR은 다음의 순서에 의해서 구해진다. 실행인덱스는 식(2-5)에 나타내고 있다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x' Q x + u' R u) dt \quad (2-5)$$

$$Q = \frac{1}{y_{\max}^2}, \quad R = \frac{1}{u_{\max}^2} \quad (2-6)$$

$$\text{여기서 } u_m = 10, \quad (2-7)$$

$$y_m = [0.1 \quad 0.07 \quad 0.07 \quad 1 \quad 5 \quad 5] \quad (2-8)$$

Riccati방정식을 이용하여 최적의 이득 k 를 구할수 있다. 이때, 구한 피이드백 이득 K 는

$$K = [3.1623 \quad -157.5404 \quad 196.1801 \quad 3.9692 \quad -8.0341 \quad 34.6014] \text{이다.} \quad (2-9)$$

3. 신경회로망의 학습알고리즘

Three layered neural networks는 그림 2에서 보여준다.

여기서,

$$\text{net}_v = \sum_{i=0}^{N_i} w_i^1 u_i, \quad v = 1, 2, \dots, N_v \quad (3-1)$$

$$f_v(\text{net}_v) = \frac{1}{1 + \exp(-\text{net}_v)} \quad (3-2)$$

$$\begin{aligned} \delta_y &\equiv -(y_d - y) f_y'(\text{net}_y) \\ \delta_z &\equiv -w_k^3 \delta_y f_z'(\text{net}_z) \\ \delta_v &\equiv w_j^2 \delta_z f_v'(\text{net}_v) \end{aligned} \quad (3-3)$$

weights의 변화는 식(3-4)와 같다.

$$\begin{aligned} w_k^{3'} &= w_k^3 + \eta \delta_y f_z(\text{net}_z) \\ w_j^{2'} &= w_j^2 + \eta \delta_z f_v(\text{net}_v) \\ w_i^{1'} &= w_i^1 + \eta \delta_v u_i \end{aligned} \quad (3-4)$$

여기서 애플레이터로 사용된 신경회로망과 제어기로 사용된 신경회로망은 $\{6 \times 6 \times 6\}$ 이다.

4. 신경회로망을 사용하는 LTCP-2시스템의 제어방법

LTCP-2 시스템에 대한 제어 구성도는 그림 3과 같다. 여기서, NN1은 시스템 방

정식에 포함된 비선형성을 보상한다. NN2는 시스템의 출력이 바라는 값과 같아지도록 제어입력을 조정하는데 사용된다.

(1) 신경회로망을 이용한 비선형 매핑

NN1은 $\epsilon(t+1)$ 이 최소화 되도록 트레이닝 되어진다.

$$\epsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^a(t+1) \tag{4-1}$$

즉, NN1에 의해 플랜트 방정식을 인식해 내는 과정이다. 인식해낸 플랜트 방정식을 이용해서 다음의 제어과정을 행한다.

(2) 신경회로망을 이용한 비선형 제어

이 과정에서는 $e(t+1)$ 이 최소화 되도록, 즉 플랜트의 출력값이 바라는 값이 되도록 제어입력 u 를 발생하는 것이다.

$$e(t+1) = r(t+1) - y(t+1) \tag{4-2}$$

이때의 제어입력 $u(t)$ 는 식(4-3)과 같다.

$$u(t) = \hat{u}(t) + NN2_{(out)}(t) \tag{4-3}$$

$$\hat{u}(t) = -k \hat{x}(t)$$

5. 시뮬레이션 결과

LQR만에 의한 제어결과와 LQR과 신경회로망을 함께 사용한 즉, 병렬뉴로제어 방식에 의한 제어결과를 각각 비교검토해 보았다.

예제 1) 초기상태 $x_0 = [0 \ 0.05 \ 0.05 \ 0 \ 0 \ 0]$ 로 하고 바라는 Position좌표를

$t = 10(\text{sec})$ 순간에 0.5m (중심에서)주었을때 그 결과를 그림 4에서 나타내고 있다. 여기서 그 제어결과가 거의 비슷하게 나타났다. 이것은 LQR가 자체가 Robust한 제어기이기 때문이다.

예제 2) 비선형성을 첨가한 경우이다. 예제 1)과 같은 조건에서 식(5-1)과 (5-2)와 같은 비선형성이 가해졌을때 그 결과를 그림 5에서 나타내고 있다.

$$x_{1,t+1} = y_{1,t} + \epsilon (1 - \exp(y_{2,t})^2) \tag{5-1}$$

$$x_{2,t+1} = y_{2,t} + \epsilon (1 - \exp(y_{1,t})^2) \tag{5-2}$$

시뮬레이션에서는 $\epsilon = 3$ 을 $t = 4\text{sec}$ 과 $t = 10\text{sec}$ 에서 2번을 플랜트의 방정

식에 비선형성을 첨가했고, 그 결과는 그림 4에서 나타내고 있다. $\varepsilon > 3$ 일 때 또는 4번이상 가해졌을때는 LQR만 사용한 제어기는 제어가 불가능했다. 그렇지만, 신경회로망과 함께 사용한 제어기는 바라는 위치로의 이동에는 오차가 있으나 두개의 Pendulum을 세우는 제어목적에는 충분한 효과를 나타내었다.

예제 3) 비선형성이 첨가되고 랜덤한 외란이 가해졌을 경우이다.

예제 2와 같은 조건에서 ± 0.0016 의 크기내에서 랜덤한 외란이 처음부터 끝까지 가해졌을 경우에 대해서 그 결과를 그림 6에서 나타내고 있다.

비선형성만 가해졌을 경우보다 결과가 좋게 나오는 이유는 비선형성과 외란이 큰오차를 발생시키고 그로인해 NN2의 출력이 커지므로써 큰 제어입력이 발생하고 동시에 LQR의 이득 k 를 크게 변화시키기 때문이다. 이경우에도 외란의 크기가 0.002보다 클 경우에는 LQR만 사용한 제어기는 제어가 불가능했지만 병렬뉴로제어에 의한 제어기는 Position에서의 오차만 발생할뿐 제어는 가능했다.

6. 결론

전통적인 LQR 설계방법에서는 플랜트 동특성을 나타내는 수학적인 표현을 먼저 형성해야 하는데 이때 플랜트 동특성에 대한 정확한 수식표현이 어렵고, 완전하지 않다. 실제 플랜트는 그 제어기를 설계할때, 변수변동이나 알려지지 않은 비선형성을 항상 포함하고 있다. 이러한 모델링의 어려움을 피하기 위해, 다층신경회로망이 사용되었다. 매핑관계로 제어시스템을 생각할때, 적절한 매핑은 바라는 응답이 얻어지도록 트레이닝 되어진 신경회로망에 의해 가능해진다.

이 논문에서, 우리는 선형최적제어기술과 비선형 신경회로망의 학습방법을 결합한 비선형 제어기의 설계 방법을 제안했다.

LQR은 어떤 모델 불활실성에 대한 타고난 robustness를 지니고 있다. 그렇지만, 비선형 동특성은 LQR 설계에서 고려될수가 없다. 그러므로 우리는 비선형 불확실성을 극복하도록 신경회로망을 사용하고 LQR보다 넓은 범위의 불활실성을 극복할수 있는 새로운 LQR을 설계했다. 이 새로운 제어기는 LQR 설계에서 고려되지 않은 비선형 시스템의 비선형성을 보상할수 있었고 넓은 범위의 외란에 대해서도 극복능력이 뛰어났음을 알수있었다. 이것은 LQR 단독으로 사용한 것 보다 더

robust한 제어기 설계가 신경회로망을 이용해서 가능하다는 것을 나타낸다.

참고문헌

- [1] Jacek M. Zurada, Introduction to Artificial Neural Systems., West Publishing Company, pp. 163-235, 1992.
- [2] Marc B. Serughetti, "A Real Time Control of a Rotating Arm Inverted Pendulum", M.Se. Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, University of Washington, 1994
- [3] Brogan, W. L. 1991. Modern Control Theory, 3rd Ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- [4] F. Chorlton, "Text Book of Dynamics", Ellis Horwood, 1963, pp 247-249, pp 203-204
- [5] Richard C. Port, Robert H. Bishop, "Modern Control Systems" 7th edition, Addition-Wesley Publishing Company, Inc, 1995, pp 30-169
- [6] S. Weerasooriya and M. A. El-Shakawi. "Identification and control of a dc motor using back-propagation neural network", IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 6, No 4, December 1991.
- [7] Siger Omatu, Marzuki Khalid and Rubiyah Yusof, "Neuro-Control and its Application" Springer, pp 96-118, pp 134-166, 1996.

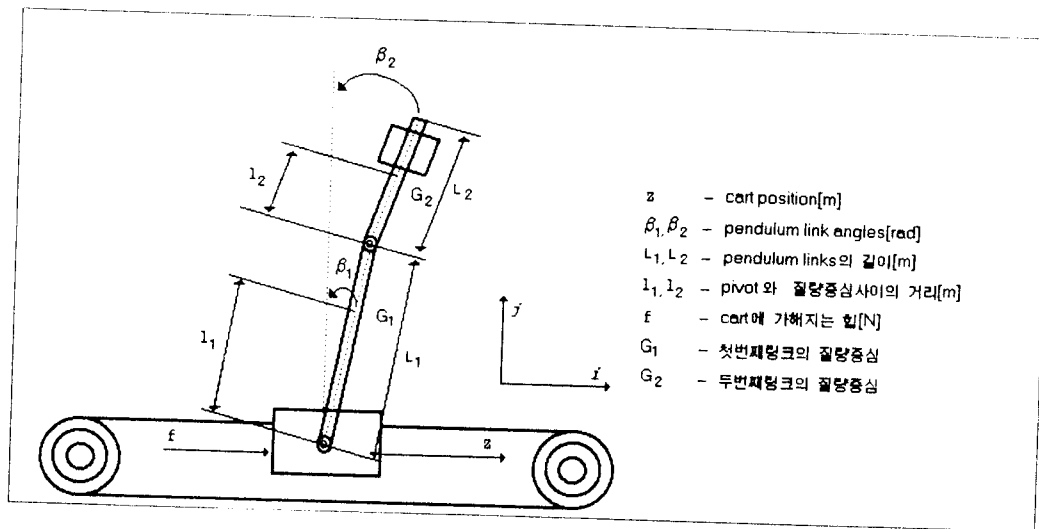


그림 1. Track Cart Double Inverted Pendulum 시스템

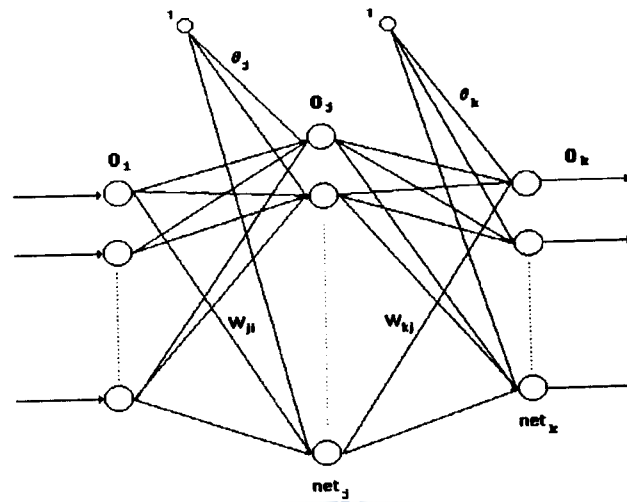


그림 2. Multilayered Neural Network



robust한 제어기 설계가 신경회로망을 이용해서 가능하다는 것을 나타낸다.

참고문헌

- [1] Jacek M. Zurada, Introduction to Artificial Neural Systems., West Publishing Company, pp. 163-235, 1992.
- [2] Marc B. Serughetti, "A Real Time Control of a Rotating Arm Inverted Pendulum", M.Se. Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, University of Washington, 1994
- [3] Brogan, W. L. 1991. Modern Control Theory, 3rd Ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- [4] F. Chorlton, "Text Book of Dynamics", Ellis Horwood, 1963, pp 247-249, pp 203-204
- [5] Richard C. Port, Robert H. Bishop, "Modern Control Systems" 7th edition, Addition-Wesley Publishing Company, Inc, 1995, pp 30-169
- [6] S. Weerasooriya and M. A. El-Shakawi. "Identification and control of a dc motor using back-propagation neural network", IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 6, No 4, December 1991.
- [7] Siger Omatu, Marzuki Khalid and Rubiyah Yusof, "Neuro-Control and its Application" Springer, pp 96-118, pp 134-166, 1996.

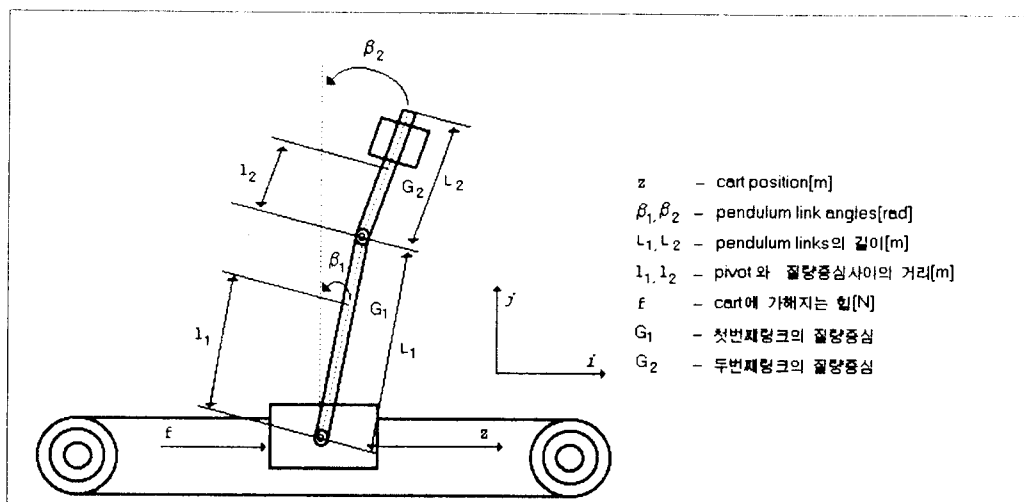


그림 1. Track Cart Double Inverted Pendulum 시스템

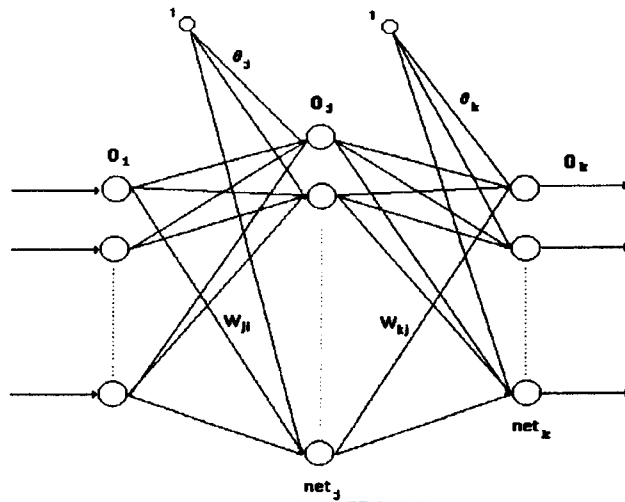


그림 2. Multilayered Neural Network

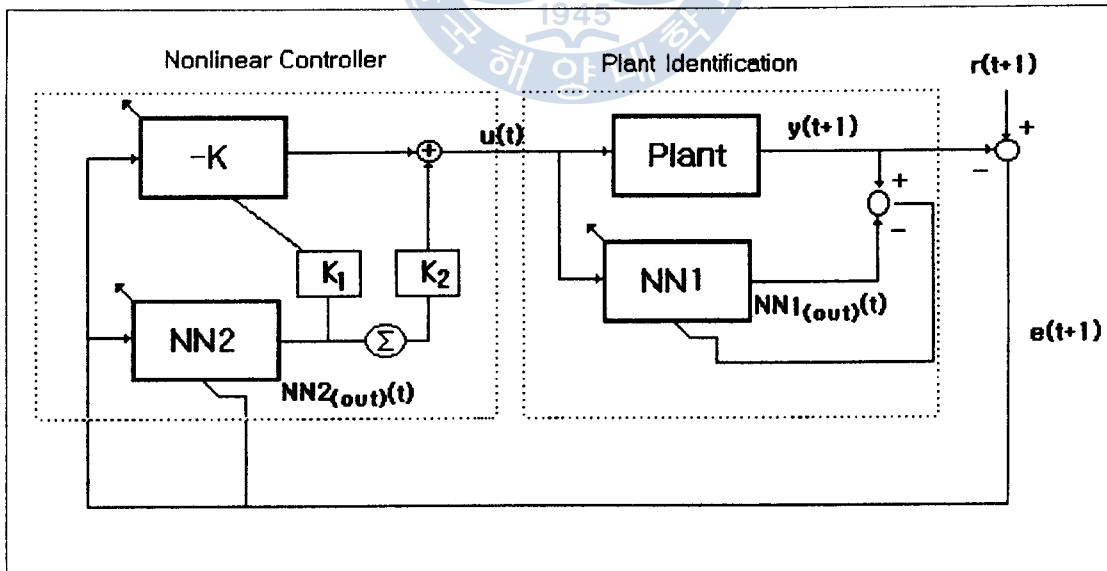


그림 3. LTCP-2 시스템의 제어 구성도

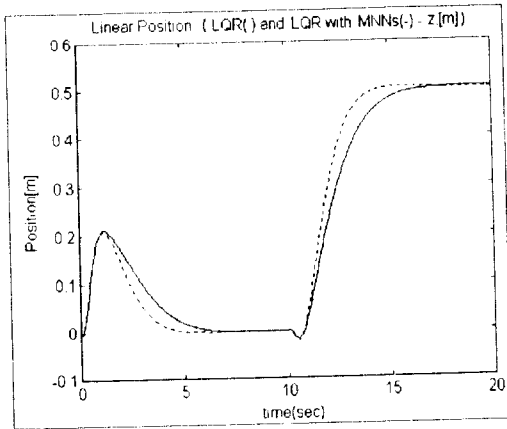


그림 4-1. LQR과 병렬뉴로제어기의 위치(z)

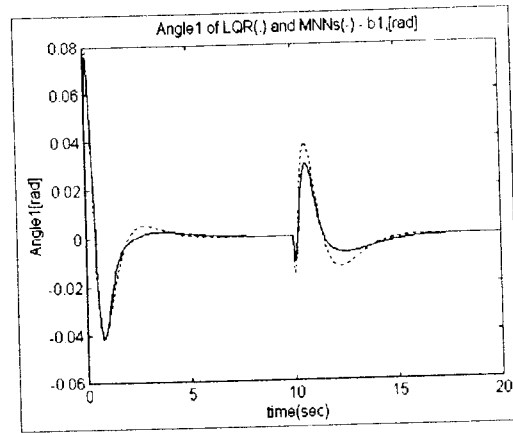


그림 4-2. LQR과 병렬뉴로제어기의 각(b1)

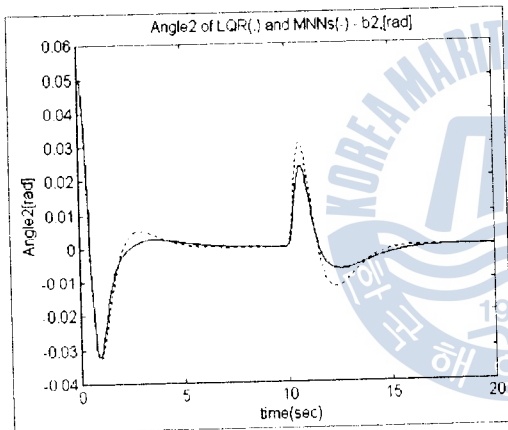


그림 4-3. LQR과 병렬뉴로제어기의 각(b2)

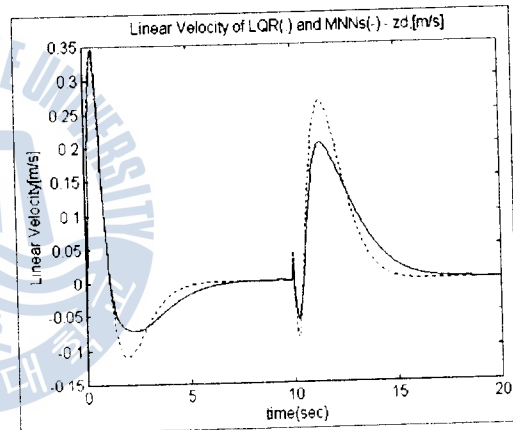


그림 4-4. LQR과 병렬뉴로제어기의 속도(zd)

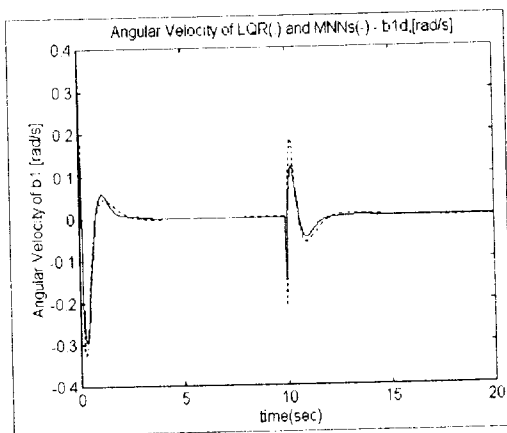


그림 4-5. LQR과 병렬뉴로제어기의 각속도(b1d)

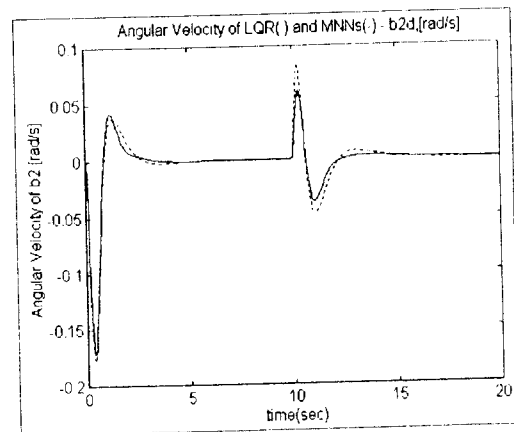


그림 4-6. LQR과 병렬뉴로제어기의 각속도(b2d)

$t = 4(\text{sec})$ and $t = 10(\text{sec})$ 일때 플랜트에 비선형성이 첨가될때

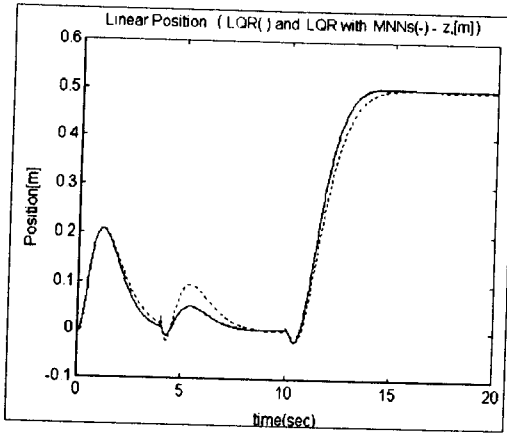


그림 5-1. LQR과 병렬뉴로제어기의 위치(z)

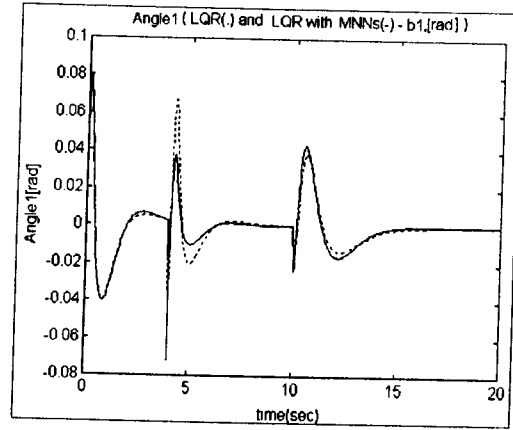


그림 5-2. LQR과 병렬뉴로제어기의 각(b1)

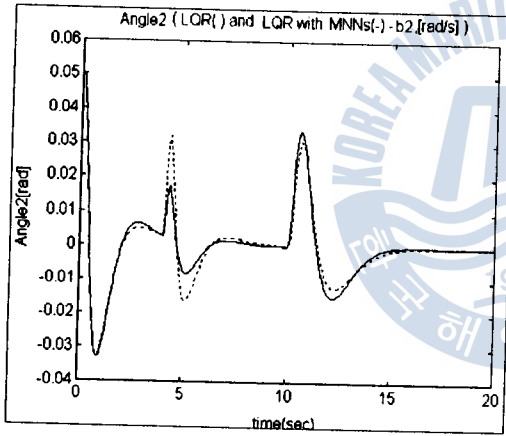


그림 5-3. LQR과 병렬뉴로제어기의 각(b2)

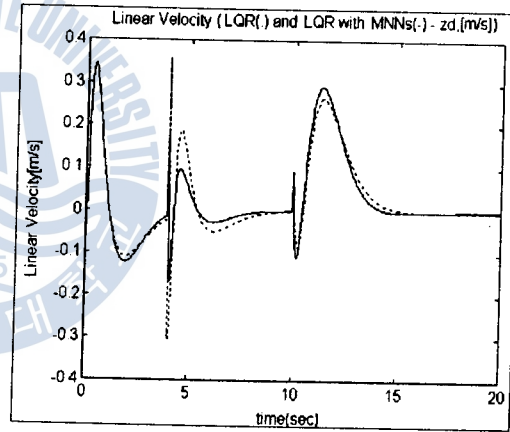


그림 5-4. LQR과 병렬뉴로제어기의 속도(zd)

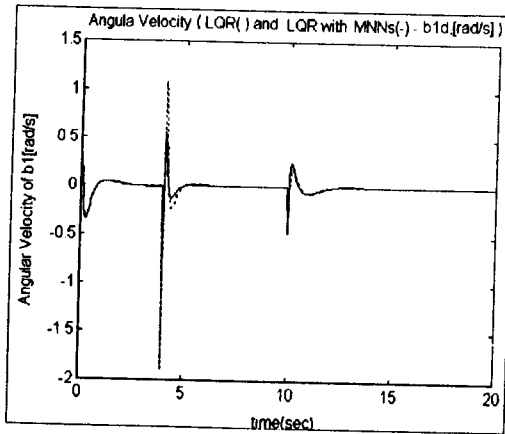


그림 5-5. LQR과 병렬뉴로제어기의 각속도(b1d)

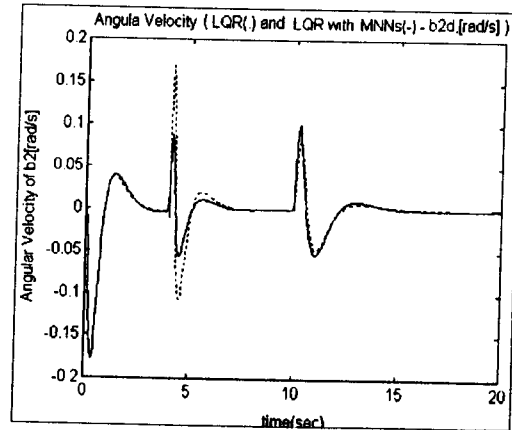


그림 5-6. LQR과 병렬뉴로제어기의 각속도(b2d)

t = 4(sec) and t = 10(sec)일때 플랜트에 비선형성이 첨가되고, 랜덤한 외란이 가해졌을때

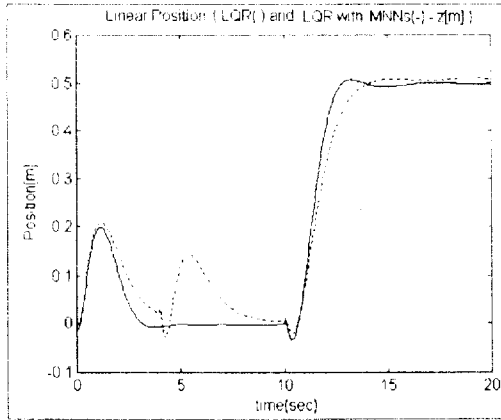


그림 6-1. LQR과 병렬뉴로제어기의 위치(z)

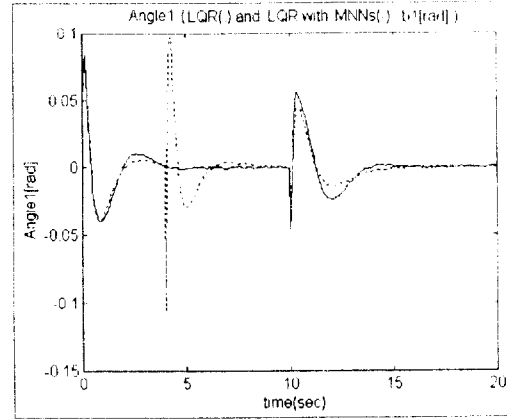


그림 6-2. LQR과 병렬뉴로제어기의 각(b1)

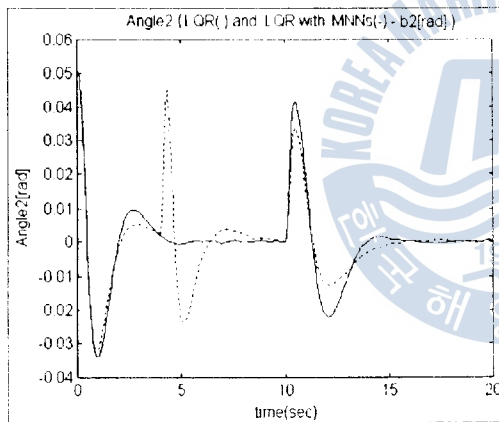


그림 6-3. LQR과 병렬뉴로제어기의 각(b2)

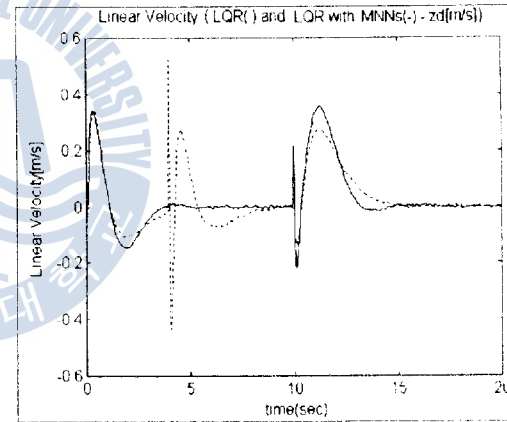


그림 6-4. LQR과 병렬뉴로제어기의 속도(zd)

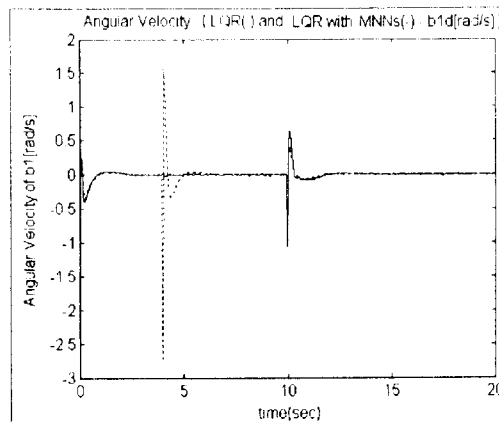


그림 6-5. LQR과 병렬뉴로제어기의 각속도(b1d)

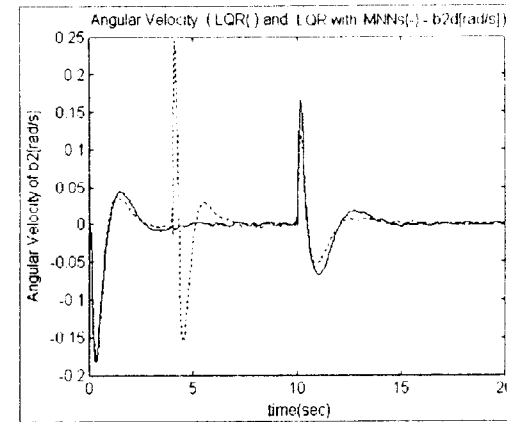


그림 6-6. LQR과 병렬뉴로제어기의 각속도(b2d)

