

스펙트럼을 이용한 파랑변형 예측

박 정 철* · 김 재 중**

Prediction Wave Transformation for Using Wave Spectrum

J. C. Park · J. J. Kim

Key Words : 변형(transformation), 회절(diffraction), 굴절(refraction), 반사(reflection), 유의파(the significant wave), 포물선형 완경사방정식(parabolic mild slope equation), 주파수 스펙트럼(frequency spectrum), 방향스펙트럼(directional spectrum)

Abstract

Wave which propagate from the offshore cause transformation of diffraction, refraction, and reflection etc. in coming in the coastal by depth change.

Especially, Wave strongly show the characteristics of random wave in the coastal zone. Developed wave model until a recent date analysed regular waves with height and period equal to those of the significant wave. In case of Monochromatic wave, it can be analysed fine in the offshore, but differ from in coastal zone.

In this study, form of governing equation is parabolic mild slope equation. This model calculated random wave for using frequency spectrum and directional spectrum from input data condition of wave.

This model is applied to Vincent shoal and compared with laboratory experimental data.

The results agreed well with laboratory data.

1. 서 론

해양에서 발생한 파랑은 연안으로 입사하면서 수심의 변화와 해양구조물 등에 의하여 변형을 일으킨다. 해양파의 특징은 불규칙한 운동을 하는 불규칙파이다. 최근까지 개발된 대부분의 파랑변형모델은 불규칙운동을 하는 파랑을 파고와 주기가 유

의파의 값들과 같은 규칙파로 대신하여 파랑변형을 해석하였다. 하지만, 규칙파로 해석할 경우 외해에서의 계산결과는 비교적 일치 하지만 불규칙 파랑의 특징이 강한 연안역에서는 파랑과 차이가 있다.

그래서, 본 연구에서는 불규칙파랑의 특징을 반영한 파랑변형계산을 위하여 스펙트럼기법을 도입하였다. 파 스펙트럼(Wave spectrum)의 종류로는 주파수스펙트럼(frequency spectrum)과 방향스펙트럼(directional spectrum)으로 나눌 수 있다. 주파수 스펙트럼은 방향별로는 에너지 분포를 고려하지 않

* 정회원, 동아대학교 대학원

** 정회원, 동아대학교 교수

고 주파수분포만 고려한 것이고 방향스펙트럼은 주파수와 방향분포까지 고려하여 파랑계산을 함으로 더욱 좋은 결과를 얻는다.

따라서, 본 연구에서는 파의 방향성분까지 고려한 파랑계산을 위하여 방향스펙트럼을 사용하여 파랑변형을 계산하고자 한다. 본 연구에 사용된 파랑변형 모델의 형태는 계산시간이 빠르고 경계조건이 타 모델에 비하여 간단한 포물형완경사 방정식을 사용하였다.

그리고, 본 모델을 Vincent and Briggs(1989)의 천퇴(shoal)에 적용하였는데 주파수스펙트럼의 형태는 broad 하고 방향 분포의 형태는 narrow한 경우와 broad한 경우에 대하여 수리실험관측치와 결과를 비교 분석하였다

2. 지배방정식

Berkhoff(1972)는 회절과 굴절을 동시에 고려할 수 있는 완경사방정식을 유도하였는데 식 1과 같다.

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \hat{\phi}) + \omega^2 \frac{C_g}{C} \hat{\phi} = 0 \quad (1)$$

여기서, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} i + \frac{\partial}{\partial x_2} j$ 는 미분연산자, $\hat{\phi} = (x_1, x_2)$ 는 정상상태의 표면포텐셜, ω 는 각속도, C 는 위상속도, C_g 는 군속도이다. 식(1)은 완경사방정식은 선형파이론에 기초하여 유도되었기 때문에 파랑의 비선형성을 고려하지 못하며 수치계산방법 또한 FEM으로 되어 계산시간이 많이 걸리고 경계처리 등에 어려움이 있다.

그래서 진행파에 대한 속도포텐셜을 Multiple-scale 확장법을 사용하여 파랑의 유한진폭을 고려하고, x 방향(파의 진행방향)의 파수성분의 근사도를 Minimax 근사를 이용하여 입사각 및 파랑진행 방향의 허용범위를 확장하면 Kirby(1986,b)의 광각포물형 근사식이 된다. 이 식에 파랑의 불규칙성

을 고려하기 위하여 스펙트럼기법을 도입하게 되면 지배방정식은 식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} & (C_{gn})(A_n)_x + i(\bar{k}_n - a_0 k_n)(C_{gn})A_n \\ & + \frac{1}{2} (CC_{gn})_x A_n + \frac{i}{\omega_n} \left(a_1 - b_1 \frac{\bar{k}_n}{k_n} \right) ((CC_g)_n A_n)_y \\ & - \frac{b_1}{\omega_n k_n} ((CC_g)_n A_n)_{yx} \\ & + \frac{b_1}{\omega_n} \left(\frac{k_{ny}}{k_n^2} + \frac{(C_{gn})_x}{2k_n C_{gn}} \right) ((CC_g)_n A_n)_y \\ & + i\omega_n k_n^2 D |A_n|^2 \frac{\omega_n}{2} + \frac{\omega_n}{2} A_n + \alpha A_n = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, A 는 복소진폭으로 표시되는 진폭이고 \bar{k} 진행방향과 직각을 이루는 y 방향에 대한 평균 파수이다. k 는 파수 ω 는 각주파수, C 는 파속 C_g 는 파의 군속도를 의미한다. 그리고 a_0, a_1, b_1 은 Minimax에 근사에 의한 계수이다. 뒷식에서 첨자로 표시되는 n 은 파 스펙트럼 적용을 위하여 도입된 각각의 성분파에 해당하는 값을 의미한다. 전진하는 파는 수심과 파고의 비가 어느 한계까지 오면 파가 부서지게 된다. 그래서 본 연구의 지배방정식에 αA_n 는 쇄파를 고려하는 항으로 본 연구에서는 Thornton 과 Guza(1983)가 제안한 쇄파식을 사용하였는데 식(3)과 같다.

$$\alpha = \frac{4\epsilon_b}{\rho g H_{rms}^2} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\bar{f} B^3}{\rho^4 h^5} H_{rms}^5 \quad (3)$$

여기서, α 는 쇄파가 일어나지 않을 때는 매우 작은 값을 가지지만 쇄파후에는 중요한 값을 가진다.

3. 파 스펙트럼

본 연구에서는 파랑의 불규칙성을 고려하기 위하여 스펙트럼 기법을 도입하였다. 해양에서 발생된 파랑은 불규칙적인 양상을 보이는데 이를 해석하기 위한 방법으로 스펙트럼법이 있다. 파 스펙트럼(Wave spectrum)이란 해양파의 파형이 무수한 주기와 방향의 성분파가 중첩되어 있다고 가정하여 이러한 성분파의 에너지 분포를 나타낸 것을 의미한다. 파 스펙트럼의 종류로는 주파수 스펙트럼(frequency spectrum)과 방향스펙트럼으로(directional spectrum) 나눌 수 있다. 주파수 스펙트럼은 방향별로는 에너지를 고려하지 않고 주파수에 분포만 고려한 스펙트럼을 의미한다. 방향스펙트럼은 주파수와 방향 둘 다 고려한 것을 한다. 본 연구에서는 주파수와 파향을 고려할 수 있는 방향스펙트럼을 사용하여 파랑예측 하려고 한다.

가. 주파수스펙트럼

파랑의 주파수별 에너지 분포 상태를 고려하기 위하여 본 연구에서는 Bouws(1985) 제안한 TMA(Texel Marsen Arsloe data) 사용하였다. TMA 스펙트럼의 특징은 파고와 주기 그리고 수심을 변수로 하여 유한수심에서 풍파에 따른 스펙트럼계산을 위해 도입한 것이다. TMA 스펙트럼은 JONSWAP 스펙트럼의 형식을 확장한 형태로 식(4)와 같다. 본 연구에서는 사용된 주파수 스펙트럼은 TMA 스펙트럼이며 식의 형태는 다음과 같다.

$$S(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left\{ -1.25 \left(\frac{f_m}{f} \right)^4 + (\ln \gamma) \exp \left[\frac{-(f-f_m)^2}{2\sigma^2 f_m^2} \right] \right\} \phi(f, h) \quad (4)$$

여기서, α 는 Philip's 상수이고 f_m 는 극대주파수(Peak frequency)이다. 그리고 γ 는 최대증대

계수(Peak enhancement factor)를 만약 20이면 narrow 한 분포를 보이며 2이면 Broad한 스펙트럼이 되고 만약 1이면 JONSWAP 스펙트럼과 같다. σ 는 shape parameter로 다음식과 같이 정의된다.

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a = 0.07 & (f \leq f_m) \\ \sigma_b = 0.09 & (f > f_m) \end{cases}$$

$\phi(f, h)$: 수심 고려하기 위하여 도입된 계수로 Hughes(1984)에 의하여 다음식과 같이 정의된다.

$$\phi = \begin{cases} 0.5(W_h)^2 & W_h < 1 \\ 1 - 0.5(2 - W_h)^2 & 1 \leq W_h \leq 2 \\ 1 & W_h > 2 \end{cases}$$

여기서, $W_h = 2\pi f \sqrt{\frac{h}{g}}$

그림1은 TMA 스펙트럼을 사용하여 파고2.54cm 주기 1.3sec일때의 스펙트럼의 분포가 narrow와 broad 한 경우에 대하여 스펙트럼의 형을 도시한 것이다.

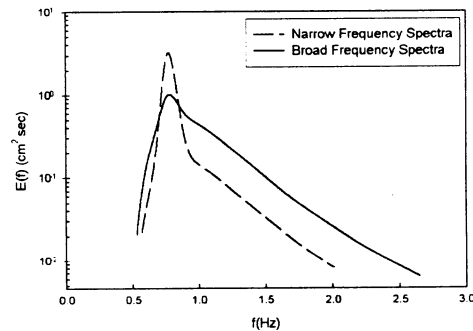


Fig. 1 Frequency Spectrum

나. 방향스펙트럼

파랑의 특성을 만약 주파수 스펙트럼에만 의존하여 불규칙성을 해석한다면 불규칙파는 파봉(Wave crest)이 일직선으로 평행한 모양을 할 것이다. 하지만 실제 파봉의 형상은 평행하게 되어있지 않고 불규칙적이다. 이러한 파봉형상을 표현하기 위하여 파가 여러 방향으로부터 입사한다고 가정하여 파의 방향을 여러방향으로 중첩시켜 해석하는 방법으로 도입된 이론이 방향스펙트럼이다. 파의 에너지가 주파수와 방향(θ)에 대하여 어떻게 분포하는가를 식으로 표현하면 식 (5) 같다.

$$E(f, \theta) = S(f) D(f, \theta) \tag{5}$$

여기서 E : 방향스펙트럼,

S : 주파수 스펙트럼

D : 방향분포함수

본 연구에서는 파의 방향성을 고려하기 위하여 Borgman(1985)이 제안한 방향분포함수를 이용하였는데 식(6)과 같다.

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^J \exp\left[-\frac{(j\sigma_m)^2}{2}\right] \cos j(\theta - \theta_m) \tag{6}$$

여기서 θ_m : 파랑의 주 진행방향으로 본 실험에서는 0을 주었다. 그리고 J 는 방향성분 개수와 관계가 있는데 본 실험에서는 방향성분을 20개로 하여 계산하였으며 σ_m 은 방향분포함수의 형을 결정하는 것으로 narrow 한 경우와 broad 한 경우로 나눌 수 있다. 그림 2는 방향분포 함수의 한 형태를 표시한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 narrow 한 경우에 파향은 Broad한 경우보다 더욱 집중됨을 알 수 있다.

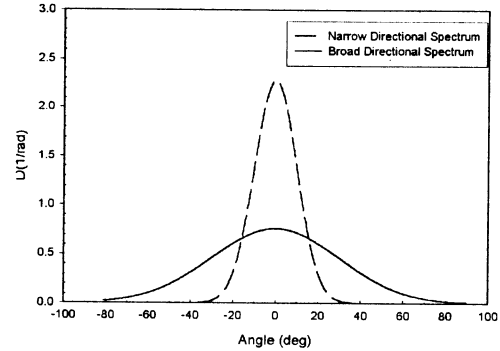


Fig. 2 Directional Spreading Function

4. 수치차분 및 경계조건

본 연구에서 지배방정식을 차분화 하기 위한 좌표계는 그림 1과 같다. x방향을 파의 진행방향으로 정의하고 y 방향을 연안과 평행한 방향으로 정의하였다.

$$\frac{\partial A_n}{\partial x} = \frac{A_{n_{i+1,j}} - A_{n_{i,j}}}{\Delta x} \tag{7}$$

혼용편미분형태의 차분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial y} = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{A_{n_{i+1,j+1}} - A_{n_{i+1,j-1}}}{2\Delta y} - \frac{A_{n_{i,j+1}} - A_{n_{i,j-1}}}{2\Delta y} \right] \tag{8}$$

위와 같은 차분식을 이용하여 지배방정식에 Crank-Nicolson scheme을 적용하면 지배방정식은 다음식과 같이 차분된다..

$$\begin{aligned}
 & a A_{n_{i+1,j+1}} + b A_{n_{i+1,j}} + c A_{n_{i+1,j-1}} \\
 & = d A_{n_{i,j+1}} + e A_{n_{i,j}} + f A_{n_{i,j-1}}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

여기서, 계수 a, b, c, d, e, f는 변수로 되어 있으며, 복소수와 비선형항이다. 왼쪽에 있는 진폭은 이 방정식에서 미지의 값이며, 이때 오른쪽에 있는 진폭은 기지값이 되는데, 계산되어져 있거나 초기 조건으로부터 알 수 있다. 초기조건으로는 외해에 서는 파고, 주기, 파향 등 파의 입사조건을 주었으며 측면 경계조건으로는 Closed Boundary를 조건을 사용하였다. 그리고 내해쪽으로의 경계는 외해 쪽에서 계산되어져 오기 때문에 경계조건이 필요 없게 된다.

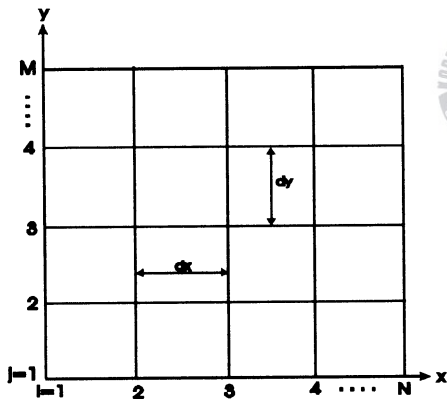


Fig. 3 Definition of Coordinate System

5. 모델의 적용

본 연구에서는 Vincent and Briggs(1989)의 천퇴에서 파랑장 계산을 하여 실험치와 본 모델로 계산된 수치결과와 비교하였다. 천퇴장은 수심이 45.72로 일정한 해역 타원형 천퇴가 놓여있으며 천퇴 중심수심은 15.24cm이다. 수심도는 그림 4와 같고 천

퇴 형상을 식으로 표시하면 식 (10)과 같다. 수치실험 조건으로 격자간격(Δx, Δy)은 10cm, 격자수는 251×275로 하였다.

실험조건은 표 1에서와 같이 크게 3가지 종류로 나눌 수 있다. 첫째로, 유의파고로 계산한 단일파의 경우이다. 둘째로, 파 스펙트럼의 특성에 관한 모델의 특성을 알기 위하여 주파수분포를 broad(γ=2) 경우와 narrow(γ=20) 경우에 방향분포가 broad(σ_m=30)한 경우와 narrow(σ_m=10)한 경우의 조합하여 4가지 경우에 대하여 실험하였다. 끝으로 파랑이 쇄파되는 경우 주파수 분포와 방향분포가 모두 broad 한 스펙트럼을 사용하여 파랑변형계산을 하였다. 모든 실험 조건은 Vincent & Briggs(1989)가 수리실험한 조건과 각 수치계산별 경우별 동일하며 주기는 1.3sec 이다. 파고는 쇄파가 일어나지 않을때는 2.54cm 로 하고, 쇄파 실험(B5)에서는 입사파고가 19.0cm, 로 하였다.

$$\begin{aligned}
 h = & -0.4572 \\
 & + 0.7620 \left\{ 1 - \left(\frac{X'}{3.18} \right)^2 - \left(\frac{Y'}{4.95} \right)^2 \right\}^{0.5}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

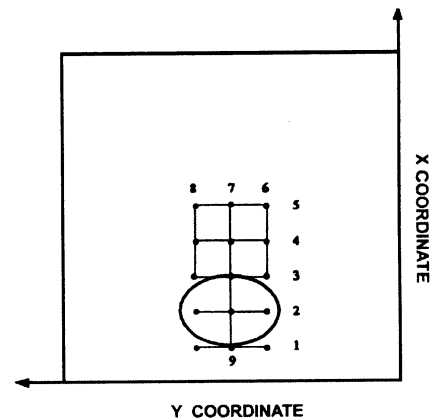


Fig. 4 Experimental Setup

본 모델을 사용하여 파랑장 계산 결과 전반적으로 수리실험의 결과와 잘 일치함을 나타낸다. 그림 5 - 8은 각 지점에서 계산된 파고를 입사파고로 나누어 무차원화 된 파고를 Section 4에서 수리실험값과 비교한 결과이다. Section 4의 특징은 파랑이 입사하여 천퇴를 통과한 후면으로 회절과 굴절의 영향이 강하게 나타나는 지역이다. 각 실험별 결과를 분석하면 다음과 같다.

그림 5는 단방향 파랑(M2)을 입사조건으로 한 결과이다.(김, 1998) 파랑계산결과가 수리실험에서 얻은 결과값과 같은 유형을 나타냄을 알 수 있다. 그리고 수리 실험 자료를 보면 천퇴후면에서 회절과 굴절의 영향으로 파랑이 집중되는 경향을 보이는데 이러한 현상은 수치계산 된 결과에서도 잘 나타나고 있다.

Table 2. Data for Test Cases

Input	Case ID	T (sec)	H (cm)	α	γ	σ_m
Monochromatic	M2	1.3	2.54	-	-	-
Broad Directional	B3	1.3	2.54	0.00155	2	30
	B4	1.3	2.54	0.00047	20	30
Narrow Directional	N3	1.3	2.54	0.00155	2	10
	N4	1.3	2.54	0.00047	20	10
Breaking Broad Directional	B5	1.3	19.0	0.08650	2	30

그림 6은 파랑입력조건으로 사용된 방향분포는 narrow 한 경우로 두고 주파수스펙트럼만 broad narrow(N3) 와 Broad(N4) 경우의 수리실험값과 수치계산 된 결과를 비교한 것이다. 그 결과 모든 경우에서 수치계산 된 결과와 실험값이 일치함을 알 수 있다.

그림 7은 파의 방향성을 고려하는 방향분포함수

는 Broad 하게 고정하고 주파수스펙트럼만 Broad Narrow(B3) 와 Broad(B4) 경우로 나누어 수리실험값과 수치계산된 결과를 비교한 것이다. 각각의 경우 본 모델의 계산결과가 수리실험 관측치와 모두 일치함을 알 수 있다.

그림 6과 7의 계산 결과를 비교하여 보면 방향분포 형태가 결정되면 주파수스펙트럼의 형은 파랑변형에 큰 영향을 미치지 못함을 알 수 있는데 이것은 불규칙 파랑을 방향성까지 고려할 경우 방향분포함수의 선정이 중요함을 알 수 있다.

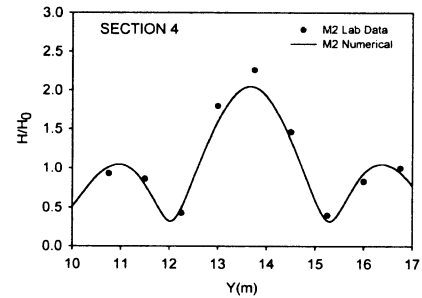


Fig. 5 Wave Height Comparison for Monochromatic Wave(M2)

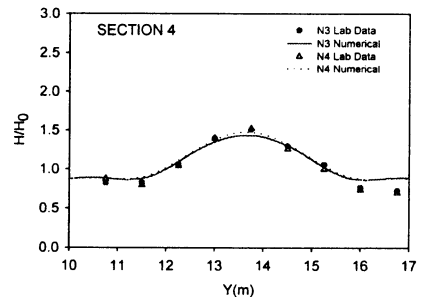


Fig. 6 Wave Height Comparisons for Broad(N3) and Narrow(N4) Frequency Spreading Spectra

6. 결 론

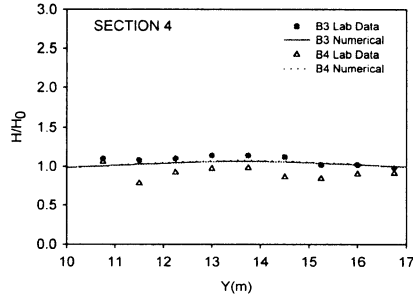


Fig. 7 Wave Height Comparisons for Broad(B3) and Narrow(B4) Frequency Spreading Spectra

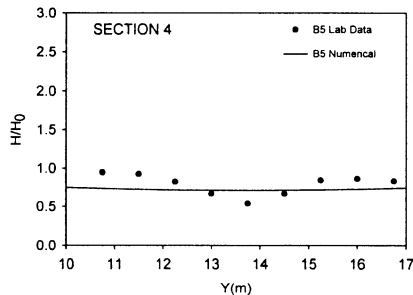


Fig. 8 Wave Height Comparison, for Breaking Wave(B5)

천퇴뒤에서 파랑의 집중도에 관하여 살펴보면 단방향(M2)으로 실험한 경우가 스펙트럼을 사용한 실험값보다 에너지 집중 더욱 크게 나타남을 알 수 있다.

끝으로 파랑이 입사하여 쇄파되는 경우(B5)의 실험결과이다. 실험조건은 주파수와 방향분포 형이 모두 broad한 경우인데 전반적으로는 수리실험값과 유사하다. 수치실험한 계산 결과가 수리실험자료와 비교할 때 천퇴뒤에서는 낮게 그 외 지역에서는 높게 나타나는데 이러한 원인으로는 본 쇄파모델이 수리실험보다 에너지 분산이 많음을 알 수 있다.

연구에서는 포물형완경사 방정식을 사용하여 방향스펙트럼의 에너지 분포에 따른 파랑변형을 계산하였다. 주파수와 방향분포의 형을 다르게 하여 천퇴 후면에서 파랑변형을 예측한 결과 수리실험값과 일치하였다. 그 결과 3가지 경우 모두 수리실험치와 모델의 계산결과가 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다. 본 모델을 이용하여 파가 쇄파되는 경우 관측치와 비교하였다 그 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 파랑변형을 유의파로 표현되는 단일파로 계산할 경우 실제 해석에서의 파랑변형과는 차이가 있음을 알 수 있다.
- 2) 불규칙 파랑을 방향스펙트럼을 이용하여 해석할 경우 주파수스펙트럼보다는 방향분포 선정이 더욱 중요하다.
- 3) 본 모델을 사용하여 쇄파되는 경우 파랑변형을 예측하면 실제 관측치보다 파랑의 분산이 더 크게 나타난다.

참고문헌

1. 김재중, 박정철, (1998), '광각 포물형 완경사 방정식에 관한 연구', 한국항만공학회, 제 12권 제 2호 pp281-289.
2. Berkhoff J. C. W. (1976), 'Mathematical Models for Simple Harmonic Linear Water Waves Diffraction and Refraction', Publ, 163, Delft Hydraulic Laboratory.
3. Borgman, L.E. (1985), 'Directional Spectrum Estimation for the Sxy gauges', technical Report, Coast. Engrig., Res. Center, Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS, pp. 1-104

4. Hasselmann, K. et al. (1976), 'Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Project(JONSWAP), Deutsche Int. Conf. Coastal Engg. Hawaii, pp.301-328.
5. Kriby J. T., (1986b) 'Rational Approximations in the Parabolic Equation Method for Water Waves', Coastal Engineering, Vol. 10, pp355-378.
6. Thronton, E.B. and R. T. Guza (1983) 'Transformation of Wave Height Distribution', J. of Geophysical Research, Vol.88, pp5925-5938.
7. Vincent C. L. and M. J. (1989), Briggs, 'Refraction of Irregular Waves Over a Mound', J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 2, pp.269-284.

