

速度피드백이 制御特性에 미치는 影響에 關한 研究

李 東 喆

A Study of Effects of the Velocity Feedback
on the Control Characteristics

Lee Donghee

(目 次)

Abstract

1. 序 論
 2. 理論的 考察
 - 2-1 불복線圖 및 傳達函數
 - 2-2 定常誤差 特性
 - 2-3 安定度의 判別
 - 2-4 2重制御面積
 - 2-5 最適파라미터의 決定
 - 2-6 速度피드백의 影響
 - 2-7 周波數應答에 對한 考察
 3. 數值計算 및 應答實驗
 - 3-1 數值計算
 - 3-2 應答實驗
 4. 檢討 및 結果考察
 - 4-1 應答實驗에 對한 檢討
 - 4-2 最適 2重制御面積에 對한 檢討
 - 4-3 最適值 \hat{K}_v 에 對한 檢討
 - 4-4 共振值 및 共振周波數에 對한 考察
 - 4-5 位相餘裕에 對한 考察
 5. 結 論
- 參考文獻

Abstract

The velocity feedback is after used in the feedback control systems to compensate the hunting of the system which occurs when the gain of the system is increased to reduce the irregular off-set caused by the non-linear elements such backlash, deadzone, etc.

The aim of this thesis is to examine the influence of the velocity feedback on the control characteristic and to propose a method of determining the optimal parameters of the P controller and the velocity feedback compensator.

In this study, the controlled object is assumed to be the servomotor with the dead time which is so small that the dead time element can be approximated by the first order delay system and the integral square error (I. S. E.) is adopted as the criterion for the optimality.

Finally, to make sure the validity of the proposed method the investigation of the response experiments by means of the analog computer and examination of the optimal system by the frequency response method showed good results.



記 號 說 明

k_m : 식어보모우터의 定常利得	L : 지연시간
T_m : 식어보모우터의 時定數 [sec]	e^{-LS} : 지연요소
T_L : 1차지연요소의 時定數 [sec]	ϵ_R : 定常位置偏差
k_L : 1차지연요소의 定常利得	ϵ_V : 定常速度偏差
k_p : 比例感度	ϵ_0 : 速度피드백을 하지 않았을 때의 定常速度偏差
k_V : 回轉速度發電機의 定數	$e_e(t)$: 制御誤差
$G(s)$: 制御器의 傳送函數	α : 荷重係數
$G(s)$: 식어보모우터의 傳運函數	J : 評價函數
$G(s)$: 饋還補償回路的 傳送函數	M_p : 共振值
$G(s)$: 開回路傳送函數	ω_p : 共振周波數 [rad. sec]
$F(s)$: 閉回路傳送函數	GM : 利得餘裕
$R(s)$: 目標值(基準入力)	PM : 位相餘裕
$C(s)$: 制御量(出力)	

1. 序 論

一般的으로 現在 使用되고 있는 制御系統은 物理的인 慣性이나 摩擦에 依해서 그 應答의 目標值에 正確하게 一致될 수는 없다. 즉, 制御量이 目標值을 追從하는 過程에서 振動的인 過渡狀態가 發生하는 것이 普通이며, 더욱이 制御對象에 서어보모우터(servomotor)의 백래쉬(backlash) 불완전성 등이 存在하는 場合에는 不規則的인 오프셋(off-set)가 생기기며, 또 서어보모우터(servomotor)는 2次系이기 때문에 헌팅(hunting)이 없어야 하나 實際로는 系統의 利得을 增加시켰을 때 多少나마 非線形이 包含되어 있기 때문에 헌팅(hunting)을 하는 境遇가 있다. 이를 補償하는 데는 微分制御器를 使用하면 좋으나 經濟的인 面에서 價格이 高價이다. 回轉制御系統에 있어서는 回轉速度發電機(Tachogenerator)를 使用함으로써 制御量의 微分信號를 容易하게 얻을 수 있으므로 速度피드백을 行하면 P 制御器로도 制御系의 過渡特性과 定常特性을 向上시킬 수 있다. 이 制御系統의 特性을 考察하는 方法으로서는 最大오우머슈우프의 크기를 基準으로 하는 方法, 振幅의 減衰比를 基準으로 하는 方法, 閉回路周波數傳送函數의 利得을 基準으로 하는 方法, 階段入力和 出力과의 誤差應答의 制御面積 또는 2乘制御面積을 最少로 하는 方法 등이 있다. 어느 것이나 모두 制御系의 絶對的인 評價基準이 되지는 못하지만 最近의 最適制御理論에서는 主로 2次型式的 評價基準이 使用되고 있다. 그러나

本 研究에서는 制御對象으로서 서어보모우터에 遲延要素(e^{-LS})가 存在하나 L 이 極히 微小하여 e^{-LS} 를 一次要素($\frac{k_L}{1+T_L S}$)로 近似化할 수 있는 境遇를 생각하여 P 制御器와 速度피드백 補償回로를 使用하여 回轉速度發電機 制御系統의 特性을 改善하는 方法과 速度피드백이 制御特性에 미치는 影響에 對해서 考察하고 2乘制御面積을 最少로 하는 評價基準을 利用하여 制御器의 補償回路和 피드백미터의 最適值을 決定하는 方法을 提示하고자 한다. 또한 아나로그(analog) 計算機를 利用한 應答實驗과 周波數應答法에 依한 檢討을 通하여 本 方法의 有効性を 確認한다.

2. 理論的 考察

2.1 블록線圖 및 傳達函數

一般的으로 饋還補償回路를 갖는 2重饋還制御系統의 블록線圖는 Fig.1 과 같이 表示될 수 있다.⁴⁾ 本 研究에서는 制御對象 $G_2(s)$ 로써 遲延要素를 隨伴하는 서어보모우터, 즉

$$G_2(s) = \frac{k_m \cdot e^{-Ls}}{S(1+T_m S)} \dots\dots\dots(1)$$

에 있어서 L 이 極히 微少하여 遲延要素 e^{-Ls} 를 $\frac{k_L}{1+T_L S}$ 로 近似化시킬 수 있는 경우에 對하여 考察 한다.

$$G_2(s) = \frac{k_m k_L}{S(1+T_m S)(1+T_L S)} \dots\dots\dots(2)$$

단, k_m : 定常利得 T_m : 서어보모우터의 時定數

또한, Fig.1에서 制御器는 比例制御器(P 制御器)이며

$$G_1(s) = k_p \dots\dots\dots(3)$$

단, k_p : 比例感度

饋還補償回路는 微分要素로서

$$G_3(s) = k_v \cdot S \dots\dots\dots(4)$$

단, k_v : 回轉速度發電機(Tachogenerator)의 定數

라고 한다.

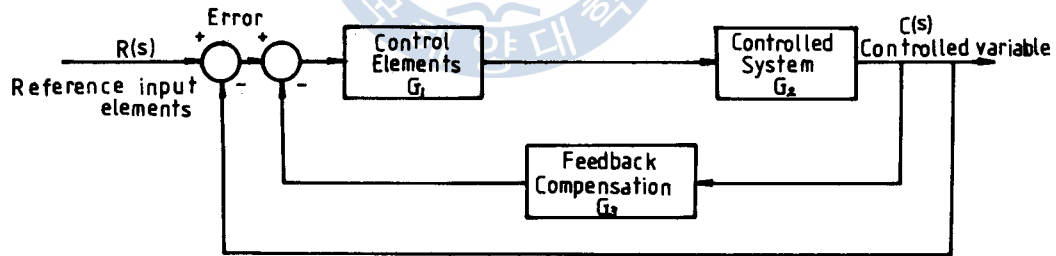


Fig.1 General block diagram of the double feedback system

따라서, Fig.1의 블록線圖는 Fig.2와 같이 되며, 더 簡略化하면 Fig.3과 같은 等價回路로 表示할 수 있다. 이 系統의 開回路傳達函數를 $G(s)$, 閉回路傳達函數를 $F(s)$ 라 하면 各各 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_v) S} \dots\dots\dots(5)$$

$$F(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_v) S + k_p k_m k_L} \dots\dots\dots(6)$$

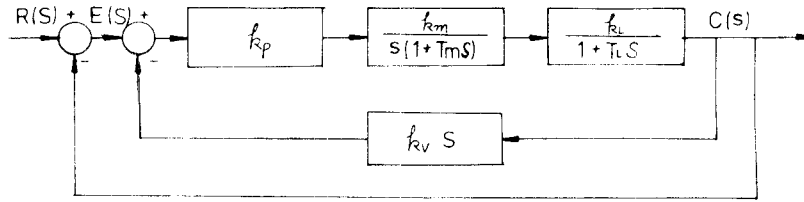


Fig. 2 Block diagram of the velocity feedback control system with P controller

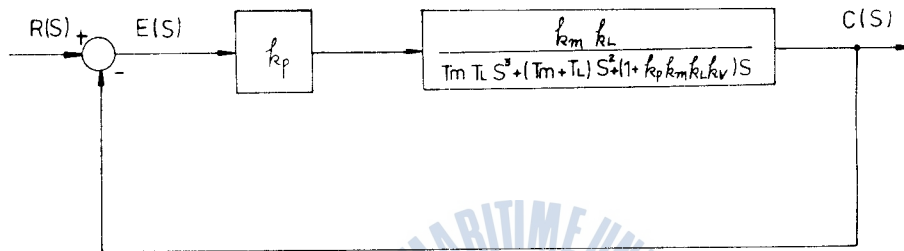


Fig. 3 Simplified block diagram of Fig. 2

2.2 定常誤差特性

誤差의 傳上函數를 $E(s)$ 라 두면, 式(5)에서

$$E(s) = R(s) - C(s) = \frac{1}{1+G(s)} \cdot R(s)$$

$$= \frac{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) S}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) S + k_p k_m k_L} \cdot R(s) \dots\dots\dots (7)$$

單位階段入力에 對한 定常位置偏差(off-set)를 ϵ_p 라 하면 最終值定理에 依하여

$$\epsilon_p = \lim_{t \rightarrow \infty} [e_r(t)]_{r(t) = a u_0(t)} = \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot E(s)_{R(s) = \frac{a}{S}}$$

$$= \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot \frac{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) S}{T_m T_L S^3 + (T_m + T_L) S^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) S + k_p k_m k_L} \cdot \frac{1}{S}$$

$$= 0 \dots\dots\dots (8)$$

이 된다. 다음 定常速度偏差를 ϵ_v 라 하면, ϵ_v 는 다음과 같이 된다.

$$\epsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} [e_r(t)]_{r(t) = b t u_0(t)} = \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot E(s)_{R(s) = \frac{b}{S^2}}$$

$$= \frac{1 + k_p k_m k_L k_V}{k_p k_m k_L} = \epsilon_0 + k_V \dots\dots\dots (9)$$

따, $\epsilon_0 = \frac{1}{k_p k_m k_L}$: $k_V = 0$ 일 때 速度 Feedback을 하지 않았을 때의 定常速度偏差

따라서, 速度피드백을 附加하든 안하든 이 系統의 定常位置偏差는 0이 되나 定常速度偏差는 速度피드백을 附加함으로써 오히려 커진다.

그러나, 피드백 제어 시스템에 있어서 定常位置偏差는 대단히 重要하나 定常速度偏差는 크게 重要하지 않다.

2.3 安定度の 判別

制御 시스템의 安定度を 判別하는 方法은 여러 가지가 있으나 本 研究에서는 홀비츠(Hurwitz)條件을 利用하여 Fig. 2로 表示되는 系統에 對한 安定度を 判別하기로 한다.

이 系統의 特性方程式은 式(6)으로 부터

$$T_m T_L S^2 + (T_m + T_L)S + (1 + k_p k_m k_L k_V)S + k_p k_m k_L = 0 \dots\dots\dots(10)$$

이 方程式의 根이 모두 負의 實數部를 갖기 위한 必要充分條件은 特性方程式의 各係數 및 Hurwitz 行列式³⁾이 다음 條件들을 만족하여야만 한다.

特性方程式의 係數

$$T_m T_L > 0, T_m + T_L > 0, (1 + k_p k_m k_L k_V) > 0, k_p k_m k_L > 0 \dots\dots\dots(11)$$

Hurwitz 行列式의 값

$$H_2 = \begin{vmatrix} T_m + T_L & k_p k_m k_L \\ T_m T_L & 1 + k_p k_m k_L k_V \end{vmatrix} > 0 \dots\dots\dots(12)$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} T_m + T_L & k_p k_m k_L & 0 \\ T_m T_L & 1 + k_p k_m k_L k_V & 0 \\ 0 & T_m + T_L & k_p k_m k_L \end{vmatrix} > 0 \dots\dots\dots(13)$$

$T_m, T_L, k_p, k_m, k_L, k_V > 0$ 인 條件을 考慮하여 式(11), 式(12), 式(13)을 간단히 하면,

$$0 < K < \frac{1}{C_0 - k_V} (k_V < C_0), 0 < K < \infty (k_V \geq C_0) \text{ 또는 } k_V > C_0 - \frac{1}{K} \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{단, } K = k_p k_m k_L, C_0 = \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L}$$

따라서, 制御 시스템은 式(14)의 條件을 만족하는 한 恒常 安定한 狀態에 있게 된다.

2.4 2乘制御面積

過度應答의 質을 評價하기 위하여 인디셜應答(indicial response) 制御誤差의 2乘制御面積^{1),5)} (Integral of the Square of the error, I. S. E.)과 定常位置偏差의 加重合을 評價基準으로 導入하고 이를 J라 하면

$$J = \int_0^{\infty} [e_0(t) - e_0(\infty)]^2 dt + \alpha \cdot [e_0(\infty)]^2 \dots\dots\dots(15)$$

단, $e_0(t)$: 制御誤差
 α : 荷重係數(Weighting Coefficient)

으로 表示되며, 여기서 $e_0(\infty)$ 는 單位階段入力에 對한 오프셋(off-set) ϵ , 로서 零이 되므로 評價函數는 2乘制御面積만이 된다.

$$J = \int_0^{\infty} [e_0(t)]^2 dt \dots\dots\dots(16)$$

$e_v(t)$ 의 Laplace 變換을 $E_v(s)$ 라 하고, Parseval 定理¹⁾를 利用하면

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |E_v(j\omega)|^2 d\omega \dots\dots\dots (17)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E_v(j\omega) \cdot E_v(-j\omega) d\omega \dots\dots\dots (18)$$

또한 $E_v(s)$ 를

$$E_v(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{T_m T_L S^2 + (T_m - T_L)S + (1 + k_p k_m k_L k_V)}{T_m T_L S^2 + (T_m + T_L)S + (1 + k_p k_m k_L k_V)S + k_p k_m k_L}$$

인 時편 2차 制御面特 J 는 다음과 같이 求해진다.

$$J = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{N(j\omega) \cdot N(-j\omega)}{D(j\omega) \cdot D(-j\omega)} \cdot d\omega$$

$$= (1 + 1)^{-1} \cdot \frac{B}{2 a_0 H_1} \dots\dots\dots (19)$$

$$a_0 = T_m T_L = d_0, \quad a_1 = T_m + T_L = d_1, \quad a_2 = 1 + k_p k_m k_L k_V = d_2,$$

$$a_3 = k_p k_m k_L$$

$$H_1 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

따라서 式(19)의 J 는 다음과 같이 求해진다.

$$J = \frac{a_1 d_1^2 + a_0 (d_1^2 - 2 d_0 d_1) + \frac{a_3 a_1}{a_3} \cdot d_1^2}{2 a_0 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

$$= \frac{a_1 d_0 + d_1^2 - 2 d_0 d_1 + \frac{a_1}{a_3} \cdot d_1^2}{2 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

$$= \frac{T_m T_L (1 + k_p k_m k_L k_V) - 2 T_m T_L (1 + k_p k_m k_L k_V) + \frac{(T_m + T_L)}{k_p k_m k_L} \cdot (1 + k_p k_m k_L k_V)^2 + (T_m + T_L)^2}{2 [(T_m + T_L) (1 + k_p k_m k_L k_V) - T_m \cdot T_L \cdot k_p k_m k_L]}$$

$$= \frac{(1 + k_p k_m k_L k_V)^2}{k_p k_m k_L} - \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L} (1 + k_p k_m k_L k_V) + (T_m + T_L)}{2 [(1 + k_p k_m k_L k_V) - \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L} \cdot k_p k_m k_L]} \dots\dots\dots (20)$$

2.5 最適파라미터의 決定

앞에서도 論述한 바와 같이 Fig. 2와 같은 블록線圖로 表示되는 制御系統에 있어서의 最適制御問題는 制御對象의 時定數, 利得이 주어졌을 때 P 制御器의 比例感度 k_p 및 速度피드백定數 k_V 의 값을 最適化하는 問題가 된다.

本 節에서는 앞 節에서 誘導한 評價函數를 最少로 하는 意味에서의 k_p 및 k_V 의 最適値를 求해 보기로 한다.

式(20)에서

$$\left. \begin{aligned} k_p k_m k_L &= K, & \frac{T_m \cdot T_L}{T_m + T_L} &= C_0 \\ 1 + k_p k_m k_L k_V &= 1 + K \cdot k_V = y & T_m + T_L &= C_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

라 두면 式(20)은

$$J(K, y) = \frac{\frac{y^2}{K} - C_0 y + C_1}{2(y - C_0 K)} \dots\dots\dots (22)$$

단, $K, C_0, C_1, y > 0$

로 表現된다.

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{\left(\frac{2y}{K} - C_0\right)(y - C_0 K) - \frac{y^2}{K} + C_0 y - C_1}{2(y - C_0 K)^2} = 0 \dots\dots\dots (23)$$

$$(2y - C_0 K)(y - C_0 K) - y^2 + C_0 K y - C_1 K = 0$$

$$y^2 - 2C_0 K y + C_0 K^2 - C_1 K = 0$$

$$(y - C_0 K)^2 = C_1 K$$

여기서, 式(14)의 安定條件에 依하여 $y > C_0 K$ 이어야 하므로

$$y = C_0 K + \sqrt{C_1 K} \dots\dots\dots (24)$$

와 같이 表示된다.

式(23)을 간단히 하면,

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{1}{2K} \left[1 - \frac{C_1 K}{(y - C_0 K)^2} \right] \dots\dots\dots (25)$$

이 되므로 式(25)의 極少點을 求하기 위하여 2次微分한 것이 零보다 커야 하므로

$$\frac{\partial^2 J}{\partial y^2} = \frac{1}{2K} \cdot \frac{2(y - C_0 K) C_1 K}{(y - C_0 K)^4} > 0 \dots\dots\dots (26)$$

따라서, 式(24)는 y 에 對한 J 의 極少點의 線을 나타낸다.

式(24)를 式(22)에 代入하면

$$\begin{aligned} J(K, y) = J(K) &= \frac{-\frac{1}{K} (C_0 K + \sqrt{C_1 K})^2 - C_0 (C_0 K + \sqrt{C_1 K}) + C_1}{2\sqrt{C_1 K}} \\ &= \frac{C_0 \sqrt{C_1 K} + 2C_1}{2\sqrt{C_1 K}} = \frac{1}{2} \left(C_0 + \frac{2C_1}{\sqrt{C_1 K}} \right) \\ &= \frac{1}{2} C_0 + \sqrt{\frac{C_1}{K}} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

와 같이 表示되어, K 가 무한대이면 $J(K)$ 가 最少로 된다. K 의 最適值 \hat{K} 는

$$\hat{K} = \infty \dots\dots\dots (28)$$

이다.

따라서, J 의 最適值 \hat{J} 는

$$\hat{J} = \lim_{K \rightarrow \hat{K}} J(K) = \frac{1}{2} C_0 = \frac{T_m T_L}{2(T_m + T_L)} \dots\dots\dots (29)$$

따음에, 式(21), 式(24)로 부터

$$k_v = C_0 - \frac{1}{K} + \sqrt{\frac{C_1}{K}} \quad \dots\dots\dots (30)$$

따라서 k_v 의 最適值 \hat{k}_v 는

$$\hat{k}_v = \lim_{K \rightarrow \infty} k_v = C_0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

實제로서 $K \rightarrow \infty$ 로 變하는 것은 不可能하므로 적당한 값 K 를 取할 수 밖에 없고, k_p, k_v, J 의 最適值,

$$\begin{aligned} \hat{k}_p &= \frac{1}{k_m k_L} K \\ \hat{k}_v &= C_0 - \frac{1}{K} + \sqrt{\frac{C_1}{K}} \\ \hat{J} &= \frac{1}{2} C_0 + \sqrt{\frac{C_1}{K}} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (32)$$

가 된다.

Fig. 4 式(32)를 K, k_p, k_v, J 平面에 示한 것이다. 影線部分이 安定한 領域이다.

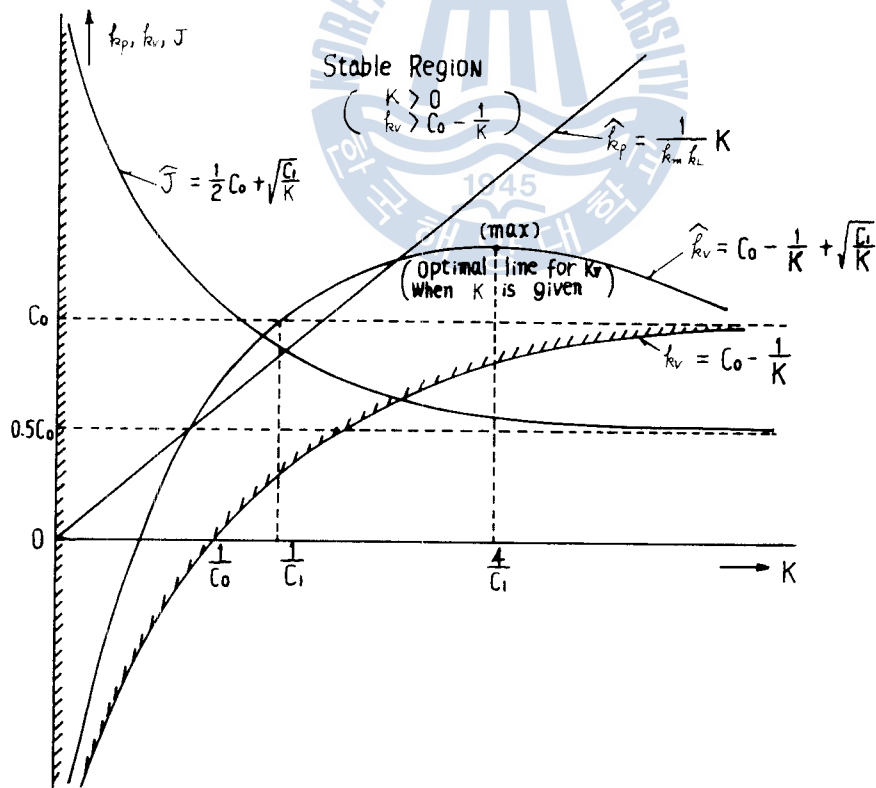


Fig. 4 Optimal values of k_p, k_v and J

2.6 速度피드백의 影響

本節에서는 速度饋還定數 k_V 값의 變動이 制御特性에 미치는 影響에 對하여 考察해 보기로 한다.
가. 安定限界(stability limit)

速度피드백이 없을 때의 安定條件

$$0 < K < \frac{1}{C_0} \quad (k_V = 0 \text{ 인 경우})$$

速度피드백이 있을 때의 安定條件

$$0 < K < \frac{1}{C_0 - k_V} \quad (k_V < C_0 \text{ 인 경우})$$

$$0 < K < \infty \quad (k_V \geq C_0 \text{ 인 경우})$$

위 式에서 알 수 있는 바와 같이 速度피드백이 있을 때는 K 의 安定限界值가 速度피드백이 없을 때보다 커지며, 특히 $k_V > C_0$ 이면 系統의 利得을 아무리 增加시켜도 系統은 安定하게 된다.

나. 評價函數 및 最適파라미터의 값

式(21), 式(22)는

$$\begin{aligned} J(K \cdot y) = J(K) &= \frac{\frac{(1+k_V K)^2}{K} - C_0(1+k_V K) + C_1}{2\{(1+k_V K) - C_0 K\}} \\ &= \frac{1}{2} \left(k_V + \frac{1}{K} + \frac{C_1}{(k_V - C_0)K + 1} \right) \dots \dots \dots (33) \end{aligned}$$

과 같이 나타낼 수 있다.

이를 K 에 關해 微分하면 式(34)와 같이 된다.

$$\frac{\partial J}{\partial K} = -\frac{1}{2K^2} + \frac{C_1(C_0 - k_V)}{2[1 - (C_0 - k_V)K]^2} \dots \dots \dots (34)$$

여기서, $k_V \geq C_0$ 이면 $\frac{\partial J}{\partial K} < 0$, 즉 K 가 클수록 J 가 적어진다.

i) $k_V = C_0$ 일 때

$$K \rightarrow \infty \quad J = \frac{1}{2} (C_0 + C_1) \dots \dots \dots (35)$$

ii) $k_V > C_0$ 일 때

$$K \rightarrow \infty \quad J = \frac{1}{2} \cdot k_V \dots \dots \dots (36)$$

또한, $k_V < C_0$ 이면 式(34)에서 K 에 關해 풀면 式(37)과 같이 된다.

$$K = \frac{1}{C_0 - k_V + \sqrt{C_1(C_0 - k_V)}} \dots \dots \dots (37)$$

式(37)을 式(33)에 代入하면 式(38)이 求해진다.

$$\hat{J} = \frac{1}{2} (C_0 + C_1 + \sqrt{C_1(C_0 - k_V)}) \dots \dots \dots (38)$$

따라서, K 가 無限大이고 $k_V = C_0$ 일 때, $J = \frac{1}{2} C_0$ 또는 $J = \frac{1}{2} (C_0 + C_1)$ 가 되어 不連續點이 된다.

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \lim_{k_v \rightarrow C_0} J(k_v, K) = \frac{1}{2} (C_0 + C_1)$$

$$\lim_{k_v \rightarrow C_0} \lim_{K \rightarrow \infty} J(k_v, K) = \frac{1}{2} C_1$$

가 되어 數學的으로 엄격히 판하면 極限値는 存在하지 않으나, J 를 最少로 하는 k_v, K 의 값은 $k_v = C_0, K = \infty$ 가 된다. 그러나 k_v 의 크기에 限制가 있을 때 즉 $k_v \leq k_0$ 로기, $k_0 < C_0$ 인 때는 $\hat{k}_v = k_0$ 가 되고 이 때의 \hat{K} 와 \hat{J} 는 式(37) 및 式(38)의 k_v 에 k_0 를 代 入하여 計算될 수 있다. 만일 $k_0 \geq C_0$ 이면 k_v 는 C_0 로 하고 K 는 可能한 한 값을 取하는 것이 좋다. 한편 K 의 크기에 限制가 있을 때 즉 $K \leq K_0$ 인 때는 $\hat{K} = K_0$ 가 되며 \hat{k}_v 와 \hat{J} 는 式(32)에 K 대신 K_0 의 값을 代 入하여 計算될 수 있다.

또한 速度피드백을 用하지 아니하였을 때 즉 $k_v = 0$ 이면 式(37) 및 式(38)로부터

$$\hat{K} = \frac{1}{C_0 + \sqrt{C_1 C_0}}$$

$$\hat{J} = \frac{1}{2} [C_0 + C_1 + \sqrt{C_1 C_0}]$$
(39)

이 된다. 따라서 適切한 速度피드백을 해 주는 것이 安定性, 2乘制御面積 등의 基準에서 볼 때 有益함을 알 수 있다.

式(35), 式(36), 式(37), 式(38)을 平面에 나타내면 Fig. 5의 같이 圖示할 수 있으며 빗금친 부분이 安定한 領域이다.

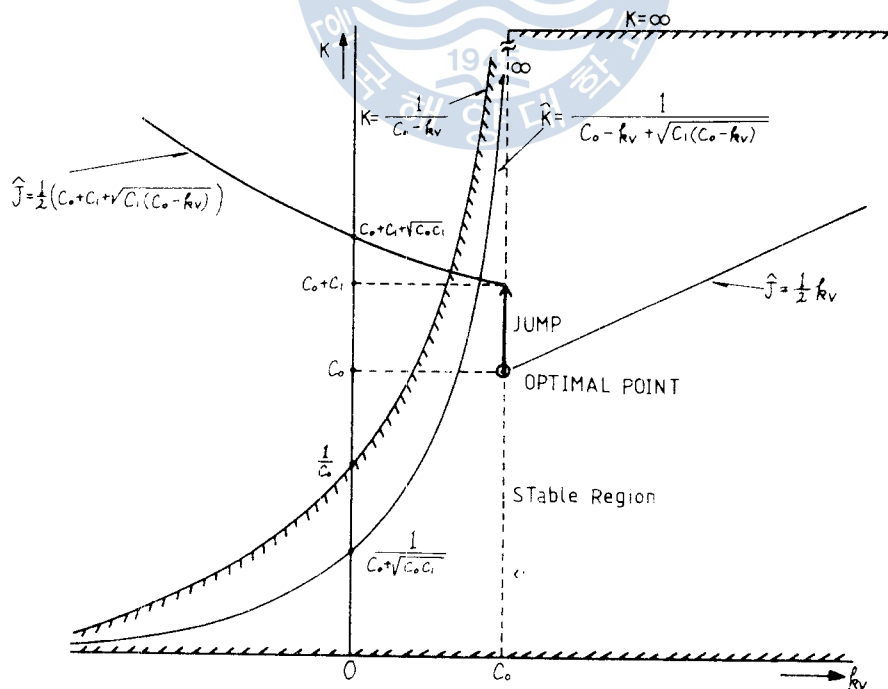


Fig. 5 The optimal values of J and K v. s. k_v .

2.7 周波數應答에 對한 考察

앞 節에서 論述한 方法에 依하여 制御器와 速度饋還補償器의 파라미터를 最適化하였을 때의 全 制御系統의 特性을 周波數應答法에 依해서 考察하기 위하여 本 節에서는 共振値와 利得餘裕 및 位相餘裕를 計算하여 檢討하기로 한다.

가. 共振値(M_P 值) 및 共振周波數(w_p)

制御系統의 特性의 良否를 評價하는 基準이 되는 定數로서 周波數應答을 利用하여 設計를 行할 때에 많이 使用되는 M_P 值가^{1), 11)} 있다. M_P 值가 크면 過渡應答時 오우버슈우트(over shoot)가 커지며, 安定度는 나빠진다.

Fig. 2로 表示되는 制御系統의 周波數傳達函數는 式(6)으로 부터

$$F(jw) = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L (jw)^3 + (T_m + T_L) (jw)^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) (jw) + k_p k_m k_L}$$

$|F(jw)|$ 를 M 이라면

$$M = \frac{k_p k_m k_L}{\sqrt{[k_p k_m k_L - (T_m + T_L) w^2]^2 + [w(1 + k_p k_m k_L k_V) - T_m T_L w^3]^2}} \dots \dots \dots (40)$$

$C_0 C_1 = T_m \cdot T_L$, $C_1 = T_m + T_L$, $y = 1 + k_p k_m k_L k_V$, $K = k_p k_m k_L$ 을 式(40)에 代入하면

$$M = \frac{K}{\sqrt{(K - C_1 w^2)^2 + (y w - C_0 C_1 w^3)^2}}$$

M 을 w 에 對해 微分하여 0으로 놓으면 다음과 같은 方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f(w) &= (K - C_1 w^2)^2 + (y w - C_0 C_1 w^3)^2 \\ &= C_0^2 C_1^2 w^6 + (C_1^2 - 2 y C_0 C_1) w^4 + (y^2 - 2 K C_1) w^2 + K^2 \\ f'(w) &= 6 C_0^2 C_1^2 w^5 + 4(C_1^2 - 2 y C_0 C_1) w^3 + 2(y^2 - 2 K C_1) w = 0 \\ 3 C_0^2 C_1^2 w^4 + 2(C_1^2 - 2 y C_0 C_1) w^2 + (y^2 - 2 K C_1) &= 0 \dots \dots \dots (41) \end{aligned}$$

2次方程式의 根의 公式에 依해 다음과 같은 根을 얻는다.

$$w^2 = \frac{(2 y C_0 C_1 - C_1^2) \pm \sqrt{(C_1^2 - 2 y C_0 C_1)^2 - 3 C_0^2 C_1^2 (y^2 - 2 K C_1)}}{3 C_0^2 C_1^2}$$

여기서 w^2 의 根中 w_p 라고 하면, 즉

$$w_p^2 = \frac{(2 y C_0 C_1 - C_1^2) + \sqrt{(C_1^2 - 2 y C_0 C_1)^2 - 3 C_0^2 C_1^2 (y^2 - 2 K C_1)}}{3 C_0^2 C_1^2}$$

여기서 $-$ 는 最少値를 나타내므로 $+$ 값만 取하여

$$w_p = \frac{1}{C_0 C_1} \sqrt{\frac{(2 y C_0 C_1 - C_1^2) + \sqrt{(C_1^2 - 2 y C_0 C_1)^2 - 3 C_0^2 C_1^2 (y^2 - 2 K C_1)}}{3}} \dots \dots (42)$$

M_P 值는 다음과 같이 求해진다.

$$M_P = \frac{K}{\sqrt{(K - C_1 w_p^2)^2 + (y w_p - C_0 C_1 w_p^3)^2}} \dots \dots \dots (43)$$

나. 利得餘裕(Gain Margin) 및 位相餘裕(Phase Margin)

饋還制御系統을 安定시키는 方法을 決定하는 때 使用되는 이 量들은 系統의 安定되는 程度를 나

타에 주는 것으로서 周波數應答의 極點軌跡이 點 $(-1, -j\omega)$ 에 너무 가까우면 安定度가 增加되어 制御系統의 速應性이 나쁘게 되고 定常偏差가 增大된다. 그러므로 極點軌跡은 點 $(-1, \pm j\omega)$ 으로 부터 適當한 距離를 통과하는 것이 바람직하며 이 距離를 表示하는 尺度가 되는것이 利得餘裕와 位相餘裕이다. 系統의 開回路傳達函數의 周波數傳達函數는 式(5)에서

$$G(j\omega) = \frac{k_p k_m k_L}{T_m T_L (j\omega)^3 + (T_m + T_L) (j\omega)^2 + (1 + k_p k_m k_L k_V) (j\omega)} \dots\dots\dots (44)$$

周波數應答의 利得 $|G(j\omega)|$ 은

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(-C_1 \omega^2)^2 + (y\omega - C_0 C_1 \omega^2)^2}} \dots\dots\dots (45)$$

$$\angle G(j\omega) = 0^\circ - \tan^{-1} \frac{C_0 C_1 \omega^2 - y}{C_1 \omega} \dots\dots\dots (46)$$

그러므로, $\angle G(j\omega) = -\pi$ 되는 ω 를 ω_1 이라면 利得餘裕(GM)는

$$\begin{aligned} GM &= 20 \log_{10} \frac{1}{|G(j\omega_1)|} \\ &= 20 \log_{10} \frac{\sqrt{(-C_1 \omega_1^2)^2 + (y\omega_1 - C_0 C_1 \omega_1^2)^2}}{K} \text{ [dB]} \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

다음에 位相餘裕(PM)는 式(48)에서 $G(j\omega)$ 의 크기가 1일 때 $\text{Arg. } G(j\omega)$ 와 -180° 와의 差이므로

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(-C_1 \omega^2)^2 + (y\omega - C_0 C_1 \omega^2)^2}} = 1 \dots\dots\dots (48)$$

을 만족하는 ω 를 ω_2 라 할 때, PM은 다음 式으로 부터 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} PM &= 180^\circ + \text{Arg. } G(j\omega_2) \\ &= 180^\circ + \tan^{-1} \frac{C_0 C_1 \omega_2^2 - y}{C_1 \omega_2} \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

그러나, 式(47), 式(48)을 解析的으로 풀기는 곤란하므로 PM과 GM의 값을 數值解析으로 求할 수 밖에 없다.

3. 數值計算 및 應答實驗

3-1 數值計算

가. 最適과라미터 및 2乘制御面積

T_m, T_L 의 여러 값에 對하여 制御器, 서어보모우터(servomotor), 一次웃은要素의 各各의 利得의 값 K 를 變化시킬 때 式(32)를 利用하여 數值計算한 結果가 Table 1-1, 1-2와 같다.

나. 共振值 및 共振周波數

最適系統의 特性을 周波數應答으로 檢討해 보기 위해 式(41)과 式(43)에 K, C_0, C_1, y, ω 에 各各의 값을 代入하고 K 값의 變化에 對한 M_p 값을 數值計算하면 Table 1-1, 1-2와 같다.

Table 1-1. Values of the optimal parameters, I. S. E. and M_P for various system

T_m	T_L	C_0	C_1	K ($=k_p k_m k_L$)	\hat{k}_v	\hat{j}	M_P	
0.1	0.1	0.050	0.2	1	-0.503	0.472	1.113	
				5	0.050	0.225	1.064	
				10	0.091	0.166	1.031	
				10^2	0.085	0.070	1.372	
				10^3	0.063	0.039	3.646	
				10^4	0.054	0.029	11.221	
				10^6	0.050	0.025	111.806	
				10^8	0.050	0.025	790.829	
1.0	1.0	0.091	1.1	1	0.140	1.094	1.122	
				5	0.360	0.514	1.084	
				10	0.323	0.377	1.056	
				10^2	0.186	0.150	1.173	
				10^3	0.123	0.079	2.875	
				10^4	0.101	0.056	8.720	
				10^6	0.092	0.047	86.684	
				10^8	0.091	0.046	523.077	
	0.5	0.5	0.333	1.5	1	0.558	1.391	1.057
					5	0.681	0.714	1.022
					10	0.621	0.554	1.169
					10^2	0.446	0.289	2.856
					10^3	0.371	0.205	8.659
					10^4	0.345	0.179	27.234
					10^6	0.334	0.168	272.182
					10^8	0.333	0.167	378.962

3.2 應答實驗

가. 裝置 및 方法

應答實驗裝置로는 Hitachi 505E Analog Computer (Hitachi Electronics LTD., Co.)를 利用하였다. 式(6)에서 制御系統의 閉回路傳達函數는 다음과 같이 求해 졌으므로,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a}{S^3 + bS^2 + dS + a}$$

단, $a=K/T_m \cdot T_L$, $b=T_m + T_L/T_m \cdot T_L$, $d=1+K \cdot k_v/T_m \cdot T_L$

Table 1 2. Values of the optimal parameters, I. S. E. and M_p for various system.

F_m	F_L	C	C	$\frac{K}{(=R_p k_m k_L)}$	\hat{k}_v	j	M_p
10	0.1	0.097	10.1	1	2.277	3.228	1.143
				5	1.320	1.471	1.158
				10	1.004	1.054	1.118
				10^1	0.407	0.367	1.044
				10^2	0.199	0.150	1.263
				10^3	0.131	0.081	3.237
				10^4	0.102	0.053	31.171
				10^5	0.099	0.050	308.874
	0.5	0.476	10.5	1	2.717	3.478	1.100
				5	1.725	1.687	1.039
				10	1.401	1.263	1.002
				10^1	0.790	0.562	1.679
				10^2	0.578	0.341	0.474
				10^3	0.508	0.270	14.728
				10^4	0.479	0.241	146.908
				10^5	0.777	0.238	390.433
	1.0	0.909	10.1	1	3.226	3.771	1.056
				5	2.192	1.938	1.023
				10	1.858	1.503	1.173
				10^1	1.231	0.786	2.875
				10^2	1.013	0.559	8.720
				10^3	0.942	0.488	27.428
				10^4	0.912	0.458	271.219
				10^5	0.909	0.454	669.962

분모, 분자를 S^2 으로 나누면

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{aS^{-2}}{1+bS^{-1}+dS^{-2}+aS^{-3}}$$

여기서, $R(s)/(1+bS^{-1}+dS^{-2}+aS^{-3}) = P(s)$ 라 놓으면

$$P(s) = R(s) - bS^{-1}P(s) - dS^{-2}P(s) - aS^{-3}P(s)$$

$$C(s) = aS^{-3}P(s)$$

위의 두 式을 利用하여 아나로그計算機에 의한 應答實驗을 行하기 위한 結線圖¹⁾을 그리면 Fig. C과 같이 表示되며 이 結線圖를 利用하여 스텝應答實驗을 Table. 2에 表示된 係數값에 對해서 실시

하였다.

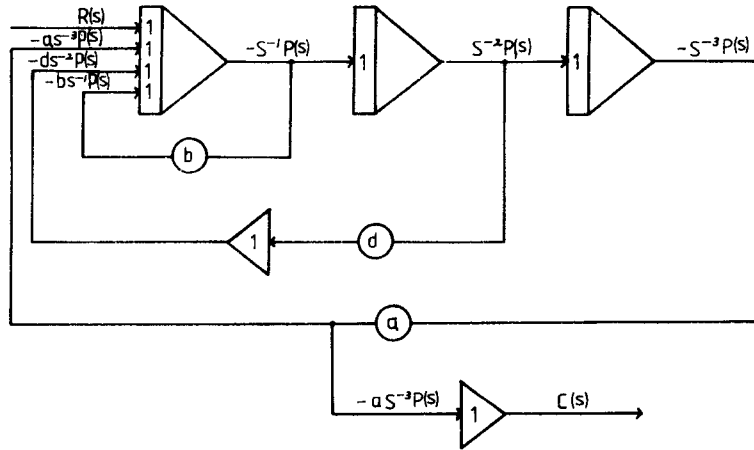


Fig. 6 The connection diagram of the analog simulation system

Table 2. Values of parameters used in the experiments

T_m	Γ_L	K ($=k_p k_m k_L$)	k_V	a	b	d	
1.0	0.1	1	0.140	10	11	11.397	
		5	0.360	50	11	27.998	
		10	0.323	100	11	42.257	
	0.5	1	0.558	2	3	3.116	
		5	0.681	10	3	8.811	
		10	0.621	20	3	14.413	
	1.0	1.0	1	0.914	1	2	1.914
			5	0.800	5	2	5.000**
			5	0.932	5	2	5.662
5			1.000	5	2	6.000**	
		10	0.847	10	2	9.472	

* Table 2에서 k_V 의 값은 T_m, Γ_L, K 가 주어졌을 때 式(32)에 依해서 計算한 k_V 의 最適値이다.
 ** 이 欄의 k_V 의 값은 k_V 가 最適値보다 약간 적을 때와 클 때에 對한 값임.

나. 應答實驗 結果

Fig. 6의 結線圖를 利用하여 아나로그計算機로 應答實驗한 結果는 Fig. 7의 (a)~(I)와 같다.

이때, 入力電壓을 1 V, 出力電壓을 1 V/cm, Recorder의 Speed는 250 mm/min로 調整하였다.

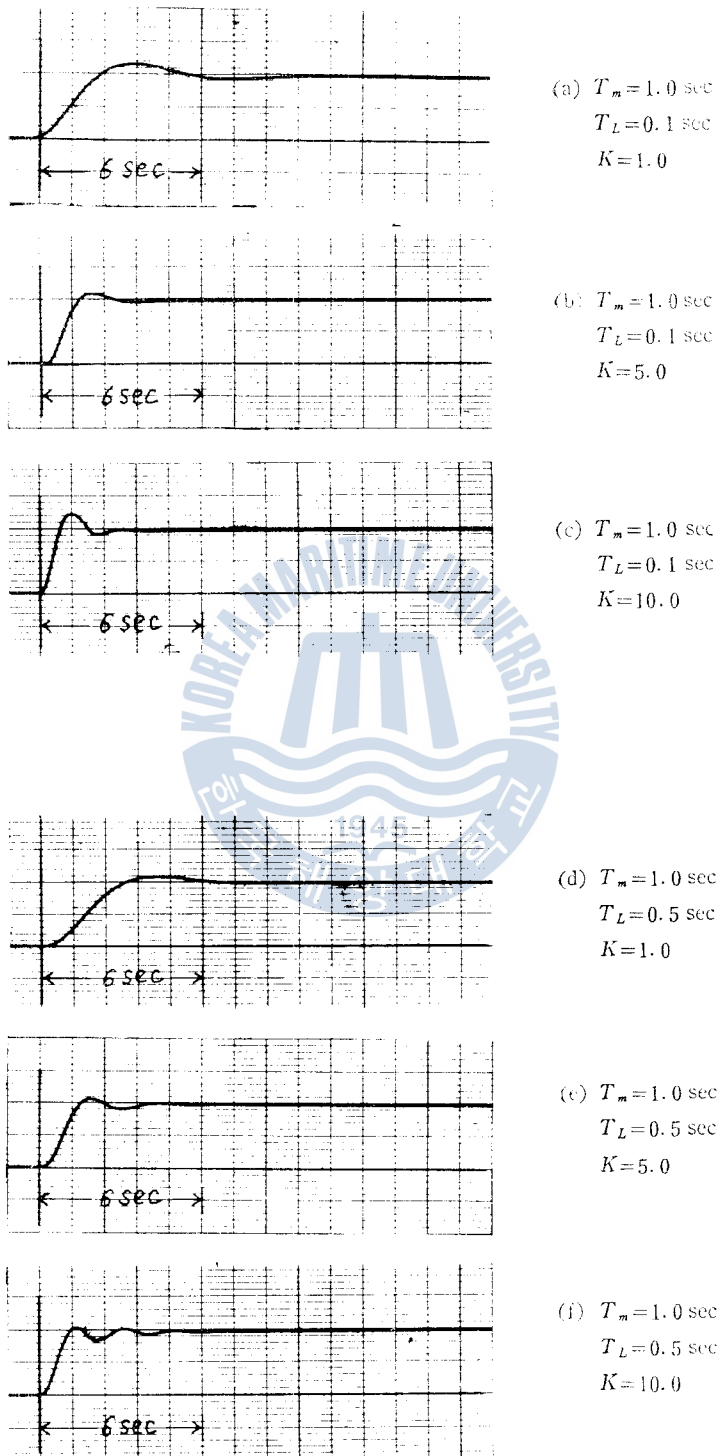
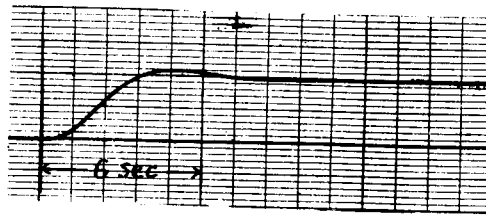
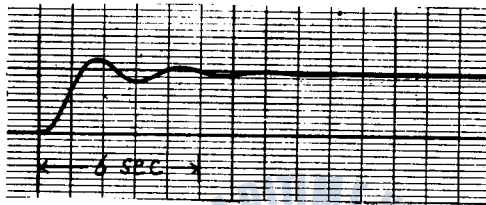


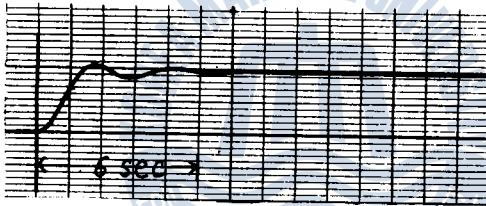
Fig. 7 Indicial response of the systems experimented [(a)~(f)]



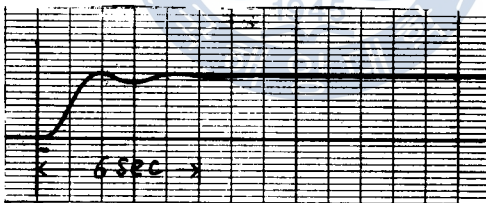
(g) $T_m=1.0$ sec
 $T_L=1.0$ sec
 $K=1.0$



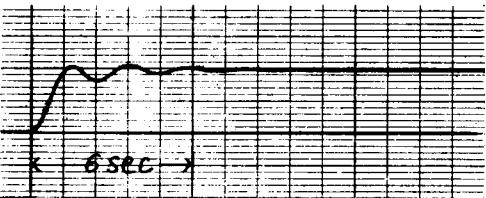
(h) $T_m=1.0$ sec
 $T_L=1.0$ sec
 $K=5.0$
 $k_V=0.800$



(i) $T_m=1.0$ sec
 $T_L=1.0$ sec
 $K=5.0$
 $k_V=0.932$



(j) $T_m=1.0$ sec
 $T_L=1.0$ sec
 $K=5.0$
 $k_V=1.000$



(k) $T_m=1.0$ sec
 $T_L=1.0$ sec
 $K=10.0$

Fig. 7 Iridicial response of the systems experiments [(g)~(k)]

1. 檢討 및 結果考察

4.1 應答實驗에 對한 檢討

實驗한 結果를 살펴 보면 $T_L=0.1$ 인 Fig.7의 (a), (b), (c)를 보면 最適라미타로 示된 것은 그림 (b)와 (c)보다 2重制御面積이 적은 良好한 波形임을 알 수 있으며 또한 $T_L=0.5$ 인 그림 (d), (e), (f)에서도 最適로 示된 것은 그림 (e)가 다른 兩落面積보다 良好한 波形的 結果를 나타내고 있다.

最適으로 調節되는 그림 (b), (c)는 K 의 값이 작을수록 2重制御面積을 적어지나 最大 오우퍼 슈우트가 커지며 振動性的 增加되어 應答速度가 빠르며 應答時間이 길어진다.

또한 그림 (d), (e)에서도 K 의 값을 작게 하고 T_L 를 變化시킨 경우를 보여 주는데 그림 (d)가 (e), (f)보다 2重制御面積이 良好한 波形임을 알 수 있고, T_L 값이 적을 때 最大 오우퍼 슈우트가 커진다.

4.2 最適 2乘制御面積에 對한 檢討

Table 1-1, 1-2를 보면 T_m, T_L 의 어떠한 값에 對하여 利得의 값 K 를 增加시키면 2重制御面積

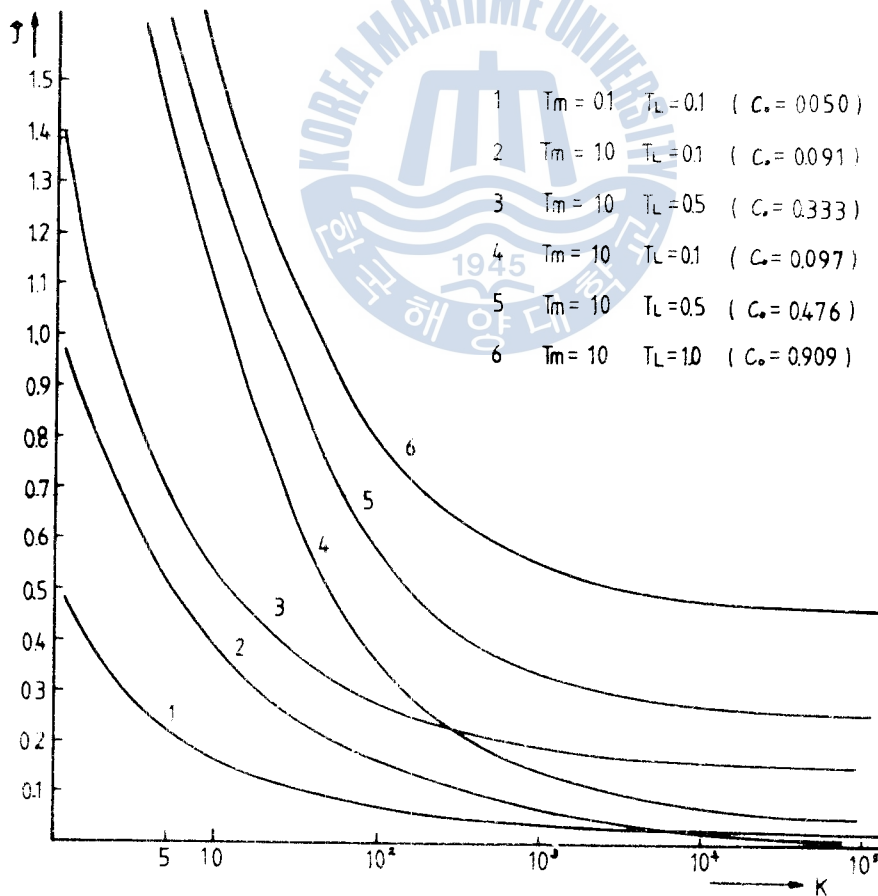


Fig. 8 Optimal values of J versus K

\hat{f} 는 減少함을 알 수 있으며 Fig.8에서 보면 K 가 比較的 적은 값일 때는 K 값에 對한 \hat{f} 의 變化는 크지만, K 의 값이 어느정도 커지면 \hat{f} 의 變化는 거의 없으며, 결국 \hat{f} 는 $\frac{1}{2}C_0$ 에 收斂하게 된다.

K 가 큰 값일 때는 T_m, T_L 가 적을수록 또 C_0 가 적을수록 \hat{f} 는 적어지는 경향을 나타내며, 式(29)에서도 C_0 에 比例해서 減少함을 알 수 있다.

4.3 最適值 \hat{k}_V 에 對한 檢討

\hat{k}_V 는 Table 1-1, 1-2를 보면 T_m, T_L 가 일정한 값일 때는 利得의 곱 K 를 增加시키면, 減少함을 알 수 있으며, Fig.9를 考察해 보면 T_m, T_L 의 變化에 따라 K 가 적은 값일 때는 \hat{k}_V 가 增加하지만 K 가 커질수록 점차 減少하여 一定한 값으로 收斂함을 나타내고 있다.

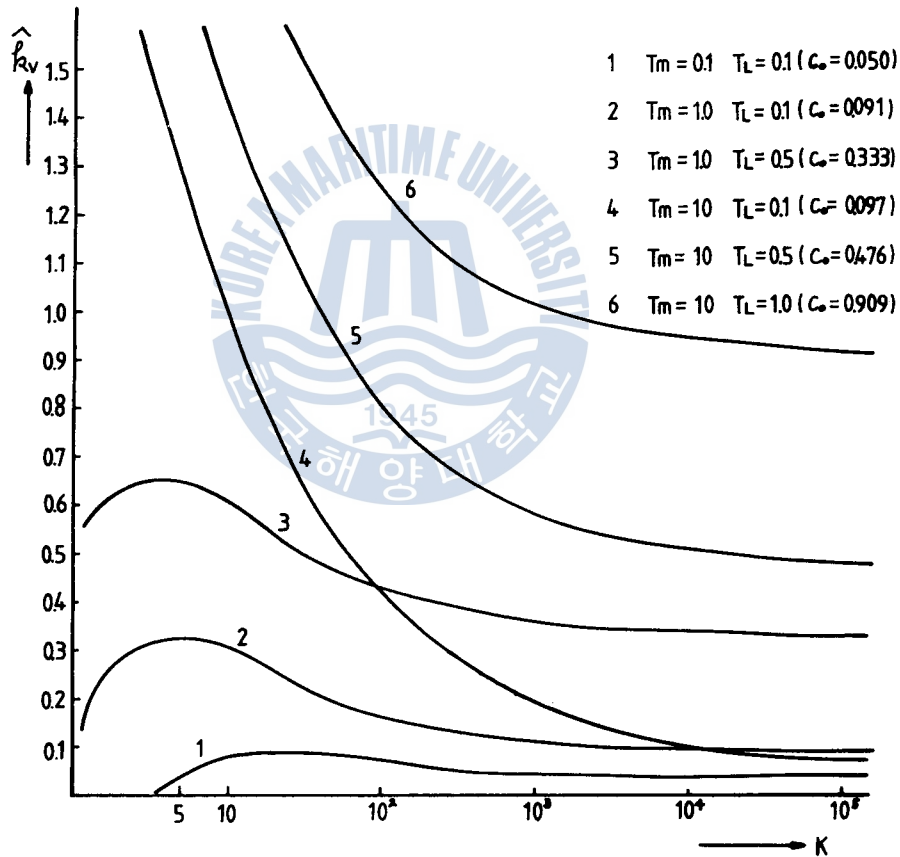


Fig.9 Optimal values of \hat{k}_V versus K

4.4 共振值 및 共振周波數에 對한 考察

앞의 數值計算에서 求한 最適파라미터에 對한 M_P 值를 計算하여 K 의 變化에 對한 그래프를 그리 보면 Fig.10 과 같이 된다.

그림에서 보면 $T_m=1.0$ 일 때 $T_L=0.1, T_L=0.5, T_L=1.0$ 의 전부가 K 가 적은 값일 때는 M_P 值

가 減少하나 K 가 增加할수록 커지며, 式(43)에서 $|M(j\omega)|$ 의 값은 $\omega=0$ 일 때 1이 되며, $\omega \rightarrow \infty$ 일 때는 0에 收斂하게 된다.

2次系에서는 프로세스制御系와 서어보機構의 M_p 値는, 科學的 근거는 없지만 實驗的 또는 經驗的으로 보나 1.1~1.6[dB]程度이면, 系는 安定하다고 할 수 있으나, 高次系에서는 반드시 그렇지 않다는 것을 알 수 있으며 M_p 値에 依한 調整方法은 自由度¹⁾가 너무 많은것이 缺點이다. 實際로 어떤 範圍의 M_p 値를 選定했을 때 그 系統이 實用上 滿足할만한 過渡應答特性을 갖게 되면 그때의 M_p 値를 使用해도 充分하다.

그리고, 共振周波數 ω_p 는 K 가 增加하면 커지는데, 이것은 制御系의 利得이 커지면 應答速度가 빨라짐을 나타내며 또 安定度가 나빠진다.

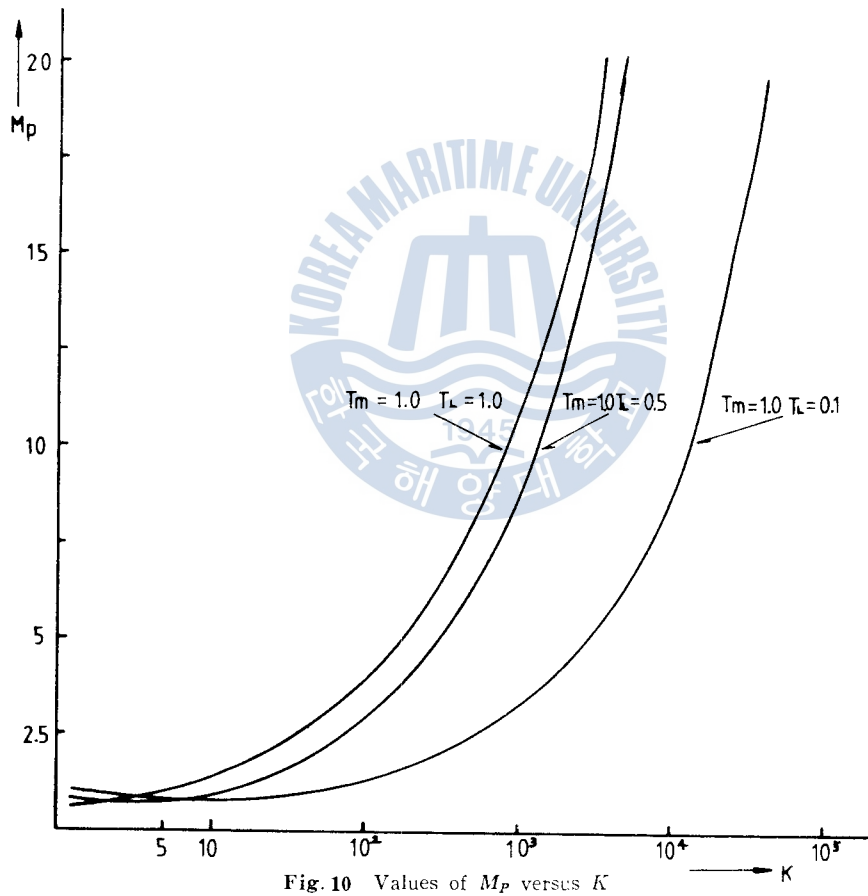


Fig. 10 Values of M_p versus K

4.5 位相餘裕에 對한 考察

K 가 變化할 때 k_v 의 最適值에 對해서 式(49)에서 주어지는 位相餘裕(PM)를 數值計算으로 計算한 結果를 圖示하면 Fig. 11과 같이 되었다.

$T_m = 1.0$ 일 때 T_L 의 값이 K 의 增加에 따라 PM 도 增加現象을 나타내고 있으나, 이 PM 의 값

은 大體的으로 만족할만 하다.

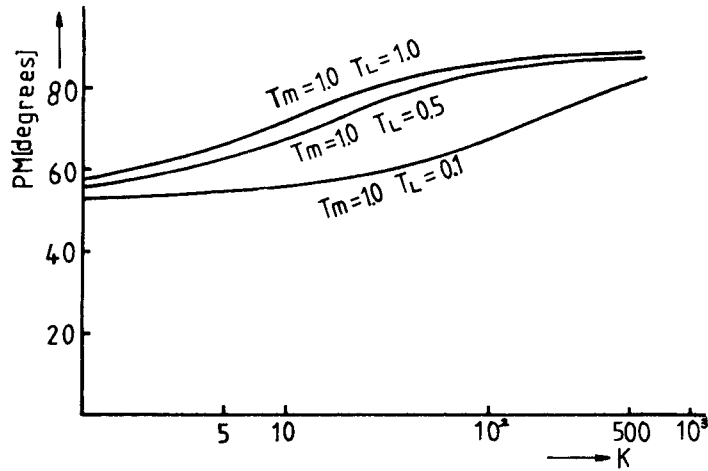


Fig. 11 Values of PM versus K

5. 結 論

以上과 같이 本 研究에서는 一次系統으로 近似化할 수 있을 程度의 極히 微少한 遲延要素를 隨伴하는 서어보모우터를 制御對象으로 하고 P 制御器를 使用하는 直結피드백 制御系統에 對하여 速度 피드백 補償을 附加하였을 때 制御特性이 어떻게 變化하는가에 對하여 考察하고 2 乘制御面積을 評價函數로 하여 이를 最少로 하는 意味에 있어서 P 制御器의 比例感度(k_p) 및 速度피드백定數(k_v)의 最適值를 求하는 方法을 提示하였으며 制御對象의 時定數 T_m 및 一次遲延要素의 時定數 T_L 의 여러 값에 對하여 k_p 및 k_v 의 最適值를 數值計算으로 計算하여 圖表를 作成하였다. 또한 아나로그計算機를 利用한 應答實驗과 周波數應答法에 依한 檢計를 通하여 本 方法의 有効性을 確認하였으며 다음과 같은 結論을 얻었다.

- i) 適切한 速度피드백을 行하는 것이 制御系統의 特性改善을 위하여 매우 有益하다.
- ii) P 制御器의 利得 k_p 를 增加시킬수록 2 乘制御面積 \hat{J} 는 減少한다.

$$\hat{k}_v = C_0 - \frac{1}{K} + \sqrt{\frac{C_1}{K}}$$

$$\hat{J} = \frac{1}{2}C_0 + \sqrt{\frac{C_1}{K}}$$

$$(K = k_p k_m k_L)$$

- iii) K 가 적을 때, K 값의 變化에 對한 \hat{J} 의 變化는 크지만, K 값이 커지면 K 값의 變化에 對한 \hat{J} 의 變化는 완만해 지며 K 가 무한대의 값을 가지면 \hat{k}_v 는 最適值 C_0 에 \hat{J} 는 最適值 $\frac{1}{2}C_0$ 에 收斂하게 된다.

- iv) 2 乘制御面積 J 를 改善하기 위하여 K 를 增加시키면 어느 範圍 以上에서는 M_P 值가 增加되어

制御系統은 過渡응답의 最大오우버슈우드가 커지고 安定도는 약간 低下되나 定常偏差는 減少한다.

v) K 를 增加시키면 位相餘裕 PM 은 약간 增加하나 大體적으로 滿足할만한 範圍안에 있게된다.

本 研究에서 2次制御面積을 評價函數로 取한 關係로 가장 理想的인 狀態는 $k_p \rightarrow \infty$ 인 時가 되었다. 그러나 實際의 플런드 制御에서는 여러 가지의 制御定數(最大오우버슈우드, M_p 值, 利得餘裕, 位相餘裕, 連進性 등)을 考慮하여 적당히 큰 k_p 값과 그에 따른 \hat{k}_v 값을 選擇하여야 할 것이다. 또한 本 研究에서는 순수遲延要素(e^{-Ls})를 一次遲延要素로 近似化할 수 있을 程度로 遲延時間 L 이 적은 경우에 對하여 考察하였으나 L 이 큰 場合에 對해서는 앞으로의 研究課題가 될 것이다.

參 考 文 獻

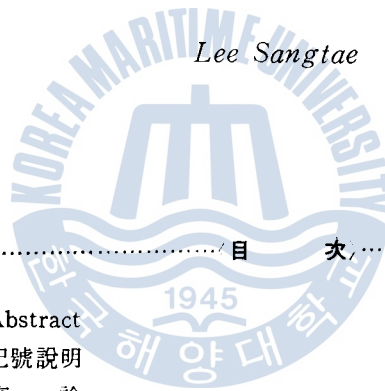
1. 河津植: 自動制御工學, 韓國海洋大學 海事圖書出版部, 釜山: pp.110~113, 180~183, 242~278(1974).
2. 河津植·陳康奎: 2次系의 制御對象에 對한 PI 制御器의 最適調整에 關한 研究, 韓國海洋大學大學院 論文集, 第16輯, pp.209~236(1981).
3. 高橋利衛: 自動制御의 數學, 6.4, 日一社(1966).
4. Stanly M. Shinnars, Modern Control System theory and Application, Addison-Wesley publishing Co., pp.63~84(1979).
5. 榎木義一·原田 一·中溝高好: 統計的自動制御理論, 日一社, 東京: pp.124~137, 303~306(昭和48年).
6. Hitachi Analog Computer Programming, Hitachi Electronics, LTD., pp.70~79.
7. Benjamin C. Kuo, Automatic Control systems (4c), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, pp.138~158, 314~340(1982).
8. 長森享三·木地和夫·中澤修治: アナログ計算機入門, 日一社, pp.119~145(昭和47年).
9. Donald E. Kirk, Optimal control theory, Prentice-Hall Inc., Engle wood Cliffs N. J., pp.259~290(1970).
10. D.N. BURGHEES, A. GRAHAM, Introduction to control theory including optimal control, Ellis Horwood Limited pp.83~141(1980).
11. Virgil W. Eveleigh, Iutroduction to control systems Design, McGraw-Hill, Inc., pp.197~254(1972).
12. 南宮定·孫炳鎭: 自動制御, 文運堂, 서울: pp.136~143, 340~342(1970).

乳化重油의 粘度-溫度 特性에 關한 研究

李 相 泰

A Study on the Viscosity-Temperature Characteristics
of the Emulsified Heavy Fuel Oils.

Lee Sangtae



目 次

Abstract

記號說明

1. 序 論

2. 試料, 實驗裝置 및 實驗法

3. 實驗結果와 考察

3.1 물 添加率에 따른 乳化C重油의 粘度-溫度特性

3.2 물 添加率에 따른 乳化B重油의 粘度-溫度特性

3.3 乳化C重油 및 乳化B重油의 適正 粘度와 加熱溫度

3.4 물과 乳化劑 添加率에 따른 乳化A重油의 粘度

— 溫度特性

4. 結 論

參考文獻