

```

ISN STNO.      SOURCE STATEMENT
264     460  CUL(I) = C(J) + COFLI
265     460  IF(PTYPE) 170, 555, 462
266     462  CUL(J) = CUL(I) * (-1.0)
267          IF(CUL(I).LT.0.0) CUL(I) = 0.0
268          CUL(I) = CUL(I) * (-1.0)
269          CUL(I) = CUL(I) * (-1.0)
270          WRITE(8, 475) NXI(I), CUL(I), CI(I), CLL(I)
271          GO TO 480
272     470  WRITE(8, 475) NXI(I), CLL(I), CI(I), CUL(I)
273     475  FORMAT('0', 3X, 'X(', I2, ')', 3(5X, F15.5))
274     480  CONTINUE
      C      ***** NON-BASIS VARIABLE COEFFICIENT RANGING
275          WRITE(8, 501)
276     501  FORMAT('// '-' ***** (C) ***** NON-BASIS VARIABLE COEFFICIENT RANGING')
277          WRITE(8, 502)
278     502  FORMAT(' + ', 12X, '-----')
279          WRITE(8, 503)
280     503  FORMAT('0', ' VARIABLE NO.', 13X, 'LL', 14X, 'C(I)', 16X, 'UL')
281          DO 550 K=MO, MMN
282          DO 510 J=1, M
283          IF(NXJ(K).EQ.NX(I)) GO TO 545
284     510  CONTINUE
285          IF(PTYPE) 520, 555, 515
286     515  CNVP(K) = (CJ(K) + ZC(K)) * (-1.0)
287          CNVN(K) = 9999999.
288          CJ(K) = CJ(K) * (-1.0)
289          GO TO 538
290     520  CNVP(K) = 9999999.
291          CNVN(K) = CJ(K) + ZC(K)
292     538  WRITE(8, 475) NXJ(K), CNVN(K), CJ(K), CNVP(K)
293     545  IF(K.EQ.MMN) GO TO 560
294     550  CONTINUE
295     555  WRITE(8, 556)
296     556  FORMAT(' - ', '***DATA ERROR***-UNDEFINED PROBLEM TYPE(COL. 25
          1-25, DATA CARD#1) CODE: MIN = -1, MAX = 1')
297     560  WRITE(8, 558)
298     558  FORMAT('1')
299          GO TO 1
300          STOP
301          END

```

線型造波抵抗理論과 그 應用에 關한 研究

河 東 大

A Study on the Linearized Theory of Wave Making Resistance and Its Application

Ha Dongdai

〈目 次〉

- | | |
|----------------------|-----------------|
| 1. 序 論 | 6. 船體橫斷面積과 造波抵抗 |
| 2. 境界條件 | 7. 數值計算 |
| 3. 速度potential | 8. 檢討 및 考察 |
| 4. Energy消耗率로서의 造波抵抗 | 9. 結 論 |
| 5. Energy蓄積率로서의 造波抵抗 | 參考文獻 |

Absract

It is the well-known fact that the wave making resistance in ship resistance components is very important factor.

There have been theoretical methods for calculating wave making resistance under linearized boundary conditions; the methods are theoretically calculated by means of energy consumption rate and energy accumulation rate, respectively.

To apply the theoretical equations has been confined to the mathematical ship forms only. However, the wave making resistance of general ship form can be calculated by finding only the equation of sectional area curve as the result of recent continued research related to the field of wave making resistance.

In the present study, the theoretical methods were discussed. Also mathematical and numerical results of the quadratic mathematical ship form are compared with experimental results. The results obtained are as follows:

- 1) The different values of wave making resistance between the experimental results and the theoretical results in low speed range are considered to be mainly affected by viscosity.
- 2) The effect of viscosity on wave making resistance in high speed range is considered to be negligible.
- 3) In the range of Froude Number 0.25~0.5, the predicted value by theory could be expected to be matched fairly well with the experimental value which is assumed to be a real value.

1. 序 論

船體抵抗成分中에서 造波抵抗은 매우 重要한 部分을 차지하고 있다. 이는 船型과도 密接한 關係를 가지므로써 造波抵抗研究에 있어서는 船型이 큰 몫을 차지하고 있으며 이 船型이 抵抗의 他成分(특히 造渦抵抗)에 미치는 影響은 매우 크다.

그러나 造波抵抗에 對한 理論的인 研究는 그 歷史가 오래되지 못했으며 J. H. Michell¹⁾에 依하여 薄板船에 對한 造波抵抗理論이 2重 Fourier 級數를 利用하여 그 解가 얻어진 以來 相當한 歲月가 經過한 後 T. H. Havelock²⁾를 爲始한 많은 사람들에 依하여 活潑하게 열게 되었다.

그러나 波運動을 하는 水表面과 船體表面에서 滿足되어야 할 境界條件들은 不幸히도 船體型의 때문에 이를 滿足하는 問題의 解를 얻는것은 不可能한 것이다. 따라서 造波抵抗을 求하는데 이 條件은 適當한 條件과 假定을 設定하여 線型境界條件을 假하여서 그 解를 求하는데 成功하게 되었다.

線型化는 境界條件에서와 大體의 兩 方面의 理論上 進行되어 있다. 그 하나는 假想摩擦力 等인 波動 Energy의 消耗量으로부터 造波抵抗을 求하는 方向이고 또 하나는 船體後部에서 無限에 達하여 終結하는 波動 Energy로부터 造波抵抗을 求하는 方向이다. 多幸히도 最近의 結論은 同一한 假定에 依하여 適當한 變換에 依하여 薄板船의 條件을 加하면 J. H. Michell의 積分과도 一致함을 證明하였다.

以上에서 얻어진 理論에서 船體造波抵抗을 數值計算에 依하여 求하려고 할 때는 매우 困難한 點이 存재한다. 왜 하면 理論式을 利用할 때는 船體表面을 表示하는 方程式이 알려져야만 한다. 一般船型에서 이는 到底히 不可하기 때문에, 이들 理論式은 實용하는 船型-距離가 甚 數式計算에 對한 造波抵抗의 計算을 하고, 이로부터 一般船型에 對한 造波抵抗特長을 推定하는데만 使用할 뿐이다.

後 H. Maruo³⁾에 依하여 上述理論式의 適當한 變形이 이루어졌고, 이것은 船體橫斷面積曲線의 積分式을 用한 造波抵抗의 計算이 되도록 하는데 成功하였다. 따라서 船體線圖가 完成되면 橫斷面積曲線이 繪어진 것만으로 이것을 適當한 多項式으로 表示할 하면 되는 것이다.

그러나 이들 理論式에 依한 造波抵抗値는 그 性質上 適用範圍가 限定되기 必하며 보다 廣範의 適用을 爲하여 T. Inui⁴⁾等에 依하여 波型解析法이 活潑히 研究되어 왔으나 여기서 얻어지는 造波抵抗値는 實驗에 對한 그것보다 恒常 작은 값을 주고 있다는 것이 H. Kajitani⁵⁾等에 依하여 證明되었다. 如何를 今까지 造波抵抗理論은 完全히 못한 것이라는 結論이 疑無박에 없는 것이고, 다만 船型研究目的에 寄與한다는 結論이 될지도 모르는 立場이다.

本報文에서는 境界條件의 線型化, 假想摩擦力等이 理論式에 미치는 影響을 考慮하고, 이들 式에서 얻어진 造波抵抗値와 實驗値를 比較하고 그로부터 얻어진 結論을 紹介한다.

2. 境界條件

靜止流體中을 物體가 一定速度로 移動할 때, 物體는 靜止하고 流體가 反對方向으로 一定速度로서 移動하는 問題로 바꾸어 생각하면 된다. 이때 流體의 移動速度를 c 라 하고 그 方向은 x 의 負方向으로 생각한다.

但, x, y 軸은 靜止水面上, z 는 鉛直上方向으로 取한다. 따라서 流體의 均一速度에 依한 速度 Potential은 $-cx$ 이다. 物體의 存在에 依한 流體攪亂 速度 Potential을 ϕ 라 하면 全體速度 Potential은

$$\phi - cx \dots \dots \dots (2.1)$$

가 된다. 이 ϕ 는 勿論 Laplace 方程式을 滿足해야 한다.

流體흐름에 對한 Bernoulli 方程式은

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} [(c + \phi_x)^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2] + g(z + \zeta) \\ = \left[\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} c^2 + gz \right]_{x > 0} \dots \dots \dots (2.2) \end{aligned}$$

이다. 여기서 ζ 는 物體에 依한 水面高度이고, 이것은 物體가 坐標原點($x=0$)에 있다면 그 前方 即 $x > 0$ 에서는 零이다.

$-\phi_x, -\phi_y, -\phi_z$ 는 物體存在에 依한 攪亂速度 Potential에서 얻어지는 各軸方向 速度成分이므로 이것들은 均一速度 c 에 比하여 매우 작은 값이라고 假定하여 그들 2次項을 無視하면 (2.2)는

$$\frac{P}{\rho} + c\phi_x + g(z + \zeta) = \left(\frac{P}{\rho} + gz \right)_{x > 0} \dots \dots \dots (2.3)$$

이 되고 水表面에서 同一 大氣壓이라면 近似的으로 $z=0$ 에서

$$c\phi_x + g\zeta = 0 \quad \therefore \zeta = -(c/g)\phi_x \dots \dots \dots (2.4)$$

가 된다.

$F(x, y, z, t) = 0$ 를 水表面의 方程式이라 하면 $z = \zeta(x, y, t)$ 이고

$F(x, y, z, t) = z - \zeta(x, y, t) = 0$ 가 되므로

一般境界條件인 $DF/Dt = 0$ 는

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (2.5)$$

여기 u, v, w 는 x, y, z 方向의 流速成分이고 t 는 時間이다. 定常問題에서는 $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$ 이므로 (2.5)는

$$(c + \phi_x)\zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_x = 0$$

여기서도 $\phi_x \zeta_x, \phi_y \zeta_y$ 는 2次項이므로 이를 省略하여

$$c\zeta_x = \phi_x \dots \dots \dots (2.6)$$

이 된다. (2.4)에서 $\zeta_x = -(c/g)\phi_{xx}$ 이므로 (2.6)은

$$-\frac{c^2}{g}\phi_{xx} = \phi_x \quad \text{即}$$

$$\phi_{xx} + k_0\phi_x = 0 \dots \dots \dots (2.7)$$

但, $k_0 = g/c^2$

(2.4), (2.6), (2.7)이 線型化한 境界條件이다.

이 項의 力을 考한 後는 摩擦因子 μ' 을 添入하게 되고 이로 因한 (2.2)에 對應하는 式이 Rayleigh에 對하여 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} [(c + \phi_z)' + \phi_z'' + \phi_z^2] + g(z + \zeta) - \mu' \phi \\ = \left(\frac{P}{\rho} + c^2/2 + gz \right)_{z > 0} \dots \dots \dots (2.8) \end{aligned}$$

여기에 對應하는 (2.7)은

$$\phi_{xx} + k^2 \phi_z - \mu \phi_x = 0 \dots \dots \dots (2.9)$$

로 주어진다. 이, $\mu' = \mu c$ 이다.

3. 速度 Potential

量 m 은 湧出點의 $x=0, y=0, z=-f$ 에 있을 때의 速度 Potential은

$$\phi = \frac{m}{r} \dots \dots \dots (3.1)$$

여기, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+f)^2}$ 이다.

이 湧出點의 位置 亂亂狀態中에 있을 때, 湧出點 後方의 水表面은 波動이 起한다.

이 波動 後方의 水表面은 假令 點에 對한 境界條件 下에서 $x=0, y=0, z=f$ 에 對하여, 水表面의 傾斜 角을 0으로 假定한 水表面의 位置의 滿足을 爲하기는 爲한은 湧出點 後方의 水表面의 位置의 傾斜 角을 0으로 假定한 位置의 境界條件을 滿足시켜야 한다. 따라서

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{m}{r^3} (z + f) = 0$$

이 된다.

$$\sum \frac{m_i}{r_i}$$

이 速度 potential의 總和가 된다.

이 總和 速度 potential의 總和는 Potential은 (3.1)에 對하여 다음과 같다.

$$\phi = \frac{b}{r} + \sum \frac{b_i}{r_i} \dots \dots \dots (3.2)$$

이 된다.

이 式의 Bessel function을 使用하면

$$\int_0^\infty e^{-zk} J_0(\sqrt{x^2+y^2}k) dk = \frac{1}{\sqrt{b^2+a^2}}$$

여기서 $b = x^2 + y^2, a = z, x=k$ 를 代入하면

$$\int_0^\infty e^{-zk} J_0(\sqrt{x^2+y^2}k) dk = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \dots \dots \dots (3.3)$$

이 된다. 또한 $J_0(z)$ 의 積分表示는

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi i^n} \int_0^{2\pi} e^{iz \cos \theta} \cdot \cos n\theta \cdot d\theta \text{ 이므로}$$

$n=0$, $z = \sqrt{x^2 + y^2} k$ 면

$$\begin{aligned} J_0(\sqrt{x^2 + y^2} k) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\sqrt{x^2 + y^2} k \cos \theta} \cdot d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\sqrt{x^2 + y^2} k \cos \theta} \cdot d\theta \end{aligned}$$

따라서 (3.3)은

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k(i\sqrt{x^2 + y^2} \cos \theta - z)] dk \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k(i\bar{w} - z)] dk \dots\dots\dots (3.4) \end{aligned}$$

$$\text{但, } \bar{w} = x \cos \theta + y \sin \theta$$

따라서 (3.2)는

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (z+f)\}] dk \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \sum m_i \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k(z - z_i) + ik\{(x - x_i) \cos \theta \\ &\quad + (y - y_i) \sin \theta\}] dk \dots\dots\dots (3.5) \end{aligned}$$

여기서 $\frac{1}{2\pi} \sum m_i \cdot \exp[k\{-z_i - i(x_i \cos \theta + y_i \sin \theta)\}]$ 의 값을 $F(\theta, k)$ 라 두면

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (z+f)\}] dk \\ &\quad + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k(z + i\bar{w})] \cdot F(\theta, k) dk \dots\dots\dots (3.6) \end{aligned}$$

이 된다. 이것은 境界條件 (2.9)를 滿足해야 한다.

(3.6)에서

$$\begin{aligned} \phi_x &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (z+f)\}] (ik \cos \theta) dk \\ &\quad + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} F(\theta, k) \exp[k(z + i\bar{w})] (ik \cos \theta) dk \\ \phi_{xx} &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (z+f)\}] (-k^2 \cos^2 \theta) dk \\ &\quad + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} F(\theta, k) \exp[k(z + i\bar{w})] (-k^2 \cos^2 \theta) dk \\ \phi_z &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (z+f)\}] (-k) dk \\ &\quad + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} F(\theta, k) \exp[k(z + i\bar{w})] k dk \end{aligned}$$

이므로 여기에 $z=0$ 를 代入하므로써 (2.9)는

$$\begin{aligned} & \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k(i\bar{w}-f)] \cdot (-k^2 \cos^2 \theta - k_0 k - i\mu k \cos \theta) dk \\ & + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} F(\theta, k) \exp(ik\bar{w}) \cdot (-k^2 \cos^2 \theta + k_0 k - i\mu k \cos \theta) dk \\ & = 0 \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} & \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} [\exp\{k(i\bar{w}-f)\} \cdot (-k^2 \cos^2 \theta - k_0 k - i\mu k \cos \theta) \\ & + \frac{2\pi}{m} F(\theta, k) \exp(ik\bar{w}) \cdot (-k^2 \cos^2 \theta + k_0 k - i\mu k \cos \theta)] dk \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore & \exp\{k(i\bar{w}-f)\} \cdot (-k^2 \cos^2 \theta - k_0 k - i\mu k \cos \theta) \\ & + \frac{2\pi}{m} F(\theta, k) \cdot \exp(ik\bar{w}) \cdot (-k^2 \cos^2 \theta + k_0 k - i\mu k \cos \theta) \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore F(\theta, k) = -\frac{m(k+k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta)}{2\pi(k-k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta)} \exp(-kf) \dots \dots \dots (3.7)$$

이 된다. 이것을 (3.6)에 代入하므로서

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (z+f)\}] dk \\ & - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{k+k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta}{k-k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} \cdot \exp[k\{(z-f) + i\bar{w}\}] dk \dots \dots \dots (3.8) \end{aligned}$$

이의 第2項을 k에 대한 既約分數로 處理하므로서

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{i\bar{w} - (f+z)\}] dk \\ & - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[k\{(z-f) + i\bar{w}\}] dk \\ & - \frac{k_0 m}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp[k\{(z-f) + i\bar{w}\}]}{k-k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk \dots \dots \dots (3.9) \end{aligned}$$

가 된다. 여기서

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= x^2 + y^2 + (z+f)^2 \\ r_2 &= x^2 + y^2 + (f-z)^2 \end{aligned} \right\} \text{라고 하면}$$

(3.4)를 參照하여

$$\phi = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} - \frac{k_0 m}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp[k\{(z-f) + i\bar{w}\}]}{k-k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} \cdot dk \dots \dots \dots (3.10)$$

이 된다. 即 $x=0, y=0$ 에서 $z=-f$ 에 強度 m 인 湧出點이 있을 때 水表面의 攪亂을 考慮하므로, $z=f$ 에 同一強度의 吸入點과 (3.10)의 第3項으로 表示된 部分이 鏡像群을 形成하게 된다. 따라서 (3.10)은 均一 흐름中에 놓인 湧出點에 依한 攪亂 速度 Potential이 된다.

마찬가지로 均一 흐름中에 많은 湧出點이 있을 때의 攪亂 速度 Potential 은

$$\phi = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \frac{k_0}{\pi} \sum_{i=1}^n m_i \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \\ \times \int_0^{\infty} \frac{\exp[k\{(z-f) + i\bar{w}\}]}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk \dots\dots\dots(3.11)$$

이 될것이고, 여기서

$$\left. \begin{aligned} r_1^2 &= (x-h)^2 + (y-k)^2 + (z+f)^2 \\ r_2^2 &= (x-h)^2 + (y-k)^2 + (z-f)^2 \\ \bar{w} &= (x-h)\cos \theta + (y-k)\sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.12)$$

가 된다.

또한 湧出點 代身에 σ 를 湧出點의 表面密度라 할 때 湧出點의 表面分布에 對해서는

$$\phi = \int \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \sigma ds - \frac{k_0}{\pi} \int \sigma ds \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \\ \times \int_0^{\infty} \frac{\exp[k\{(z-f) + i\bar{w}\}]}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk \dots\dots\dots(3.13)$$

이고 여기 r_1, r_2, \bar{w} 는 (3.12)와 같다.

4. Energy 消耗率로서의 造波抵抗

速度 Potential 의 存在는 理想流體의 非回轉 運動에서만이 成立된다. 따라서 流體粘性은 無視되어
져야 하고, 波運動으로 因한 Energy 는 保存되어 있다.

以上과 같은 原則論에서는 造波抵抗을 求할 수 없기 때문에 適當한 部分에 摩擦因子를 考慮에 넣
어서 이로 因한 Energy 의 消耗를 생각하게 되고, 이 消耗 Energy 로부터 造波抵抗을 求하는 過程에
서 다시 摩擦因子를 零으로 極限시키는 것이다. Rayleigh 에 依한 摩擦力 成分은 $\mu c_u, \mu c_v, \mu c_w$ 이
며 微小流體部分 dv 에서 消耗되는 Energy 成分은 $\mu c_u^2 pdv, \mu c_v^2 pdv, \mu c_w^2 pdv$ 가 되고, 따라서 非壓
縮性流體에 對한 全體 Energy 消耗率은

$$\mu c \rho \int (u^2 + v^2 + w^2) dv \dots\dots\dots(4.1)$$

이다. 여기서 ρ 는 流體密度이다.

Green 에 依하여

$$\iiint_V (\nabla \phi)^2 dv = \iint_S (\phi \phi_n) dS$$

로서 體積積分은 表面積分으로 變換된다. 여기서 dS 는 表面要素, ϕ_n 은 表面의 法線方向에 對한 ϕ 의
導函數이다.

따라서 (4.1)은

$$\mu c \rho \iiint_V (\nabla \phi)^2 dv = \mu c \rho \int \int \phi \phi_n dx dy \dots\dots\dots(4.2)$$

여기서 ϕ_n 는 近似的으로 $(\phi_n)_{z=0}$ 를 取하기로 하여

$$cR = \lim_{\mu \rightarrow 0} \mu \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi \phi_z)_{z=0} dx dy$$

또는

$$R = \lim_{\mu \rightarrow 0} \mu \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi \phi_z)_{z=0} dx dy \dots \dots \dots (4.3)$$

로 表示된다.

(3.13)으로부터

$$\begin{aligned} (\phi_z)_{z=0} &= -\frac{m}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp\{k(i\bar{w}-f)\}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} \cdot k^2 dk \\ &\quad - \frac{i\mu m}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp\{k(i\bar{w}-f)\}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} \cdot k \cdot dk \dots \dots \dots (4.4) \end{aligned}$$

여기서 $H(\theta, k) = \frac{\exp\{k(i\bar{w}-f)\}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta}$ 라 하고, 湧出點分布에 對해서는 $m = \int \sigma dS$ 를 代入하여

$$\begin{aligned} (\phi_z)_{z=0} &= -\frac{1}{\pi} \int \sigma dS \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} H(\theta, k) \cdot k^2 dk \\ &\quad - \frac{i\mu}{\pi} \int \sigma dS \int_{-\pi}^{\pi} \sec \theta d\theta \int_0^{\infty} H(\theta, k) \cdot k \cdot dk \dots \dots \dots (4.5) \end{aligned}$$

가 된다.

또한 (3.13)으로부터 $z=0$ 에서

$$(\phi)_{z=0} = -\frac{k_0}{\pi} \int \sigma dS \int_{-\pi}^{\pi} \sec \theta d\theta \int_0^{\infty} H(\theta, k) \cdot dk \dots \dots \dots (4.6)$$

가 된다. (4.5), (4.6)을 (4.3)에 代入하므로써 R 이 求해진다. 여기서 抵抗値가 實數値라야 하므로 計算施行 結果에서 虛數部는 除外토록 하여야 한다.

먼저 $H(\theta, k)$ 의 實數部를 찾아야 한다.

$$\begin{aligned} H(\theta, k) &= \frac{\exp\{k(i\bar{w}-f)\}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} \\ &= \frac{\exp\{k(i\bar{w}-f)\} \cdot (k - k_0 \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta)}{(k - k_0 \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta} \\ &= \frac{e^{-kf}}{A} e^{ik\bar{w}} (k - k_0 \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta) \\ &= \frac{e^{-kf}}{A} [\cos k\{(x-h)\cos \theta + (y-k)\sin \theta\} + i \sin k\{(x-h)\cos \theta \\ &\quad + (y-k)\sin \theta\}] \cdot (k - k_0 \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta) \end{aligned}$$

卽, $A = (k - k_0 \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta$, $\frac{e^{-kf}}{A} = B$ 라 하면 $H(\theta, k)$ 의 實數部는

$$\begin{aligned} &B[\cos k\{(x-h)\cos \theta + (y-k)\sin \theta\} \cdot (k - k_0 \sec^2 \theta) \\ &\quad + \sin k\{(x-h)\cos \theta + (y-k)\sin \theta\} \cdot \mu \sec \theta] \\ &= B[\cos(kx \cos \theta - kh \cos \theta) \cdot \cos(ky \sin \theta - kk \sin \theta) \\ &\quad - \sin(kx \cos \theta - kh \cos \theta) \cdot \sin(ky \sin \theta - kk \sin \theta)] \cdot (k - k_0 \sec^2 \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \{ \sin(kx \cos \theta - kh \cos \theta) \cdot \cos(ky \sin \theta - kk \sin \theta) \\
 & + \cos(kx \cos \theta - kh \cos \theta) \cdot \sin(ky \sin \theta - kk \sin \theta) \} \cdot \mu \sec \theta \\
 = & B[(k - k_0 \sec^2 \theta) \cdot (A_1 a C_1 c + B_1 b C_1 c + A_1 a D_1 d + B_1 b D_1 d \\
 & + B_1 a D_1 c + A_1 b D_1 c + B_1 a C_1 d - A_1 b C_1 d) \\
 & + \mu \sec \theta (B_1 a C_1 c - A_1 b C_1 c + B_1 a D_1 d - A_1 b D_1 d \\
 & + A_1 a D_1 c + B_1 b D_1 c - A_1 a C_1 d - B_1 b C_1 d)]
 \end{aligned}$$

여기서

$$\left. \begin{aligned}
 A_1 &= \cos(kx \cos \theta), & B_1 &= \sin(kx \cos \theta) \\
 C_1 &= \cos(ky \sin \theta), & D_1 &= \sin(ky \sin \theta) \\
 a &= \cos(kh \cos \theta), & b &= \sin(kh \cos \theta) \\
 c &= \cos(kk \sin \theta), & d &= \sin(kk \sin \theta)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.7)$$

그런데 $H(\theta, k)$ 의 實數部의 16 個項中 8 個項은 奇函數가 되므로 (4.6)의 積分에 有效한 것은 나머지 8 個項으로서 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 (\phi)_{z=0} = & \frac{k_0}{\pi} \int_0^{\pi} \sigma dS \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp(-kf)}{(k - k_0 \sec^2 \theta) + \mu^2 \sec^2 \theta} \\
 & \times \left\{ - (k - k_0 \sec^2 \theta)^2 (A_1 a C_1 c + B_1 b C_1 c + A_1 a D_1 d + B_1 b D_1 d) \right. \\
 & \left. - \mu \sec \theta (B_1 a C_1 c - A_1 b C_1 c + B_1 a D_1 d - A_1 b D_1 d) \right\} dk \dots\dots\dots(4.8)
 \end{aligned}$$

다시

$$\left. \begin{aligned}
 F_1 &= - \{ (k - k_0 \sec^2 \theta) P_1 - \mu Q_1 \sec \theta \} \cdot D \\
 F_2 &= - \{ (k - k_0 \sec^2 \theta) Q_1 - \mu P_1 \sec \theta \} \cdot D \\
 F_3 &= - \{ (k - k_0 \sec^2 \theta) Q_0 - \mu P_0 \sec \theta \} \cdot D \\
 F_4 &= - \{ (k - k_0 \sec^2 \theta) P_0 - \mu Q_0 \sec \theta \} \cdot D
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.9)$$

및

$$\left. \begin{aligned}
 D &= \frac{k_0 \sec^2 \theta}{\pi k \{ (k - k_0 \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta \}} \\
 P_1 &= \int \sigma e^{-kx} ac \cdot dS, & P_0 &= \int \sigma e^{-kx} bd \cdot dS \\
 Q_1 &= \int \sigma e^{-kx} bc \cdot dS, & Q_0 &= \int \sigma e^{-kx} ad \cdot dS
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.10)$$

라 하면 (4.8)은

$$(\phi)_{z=0} = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} (F_1 A_1 C_1 + F_2 B_1 C_1 + F_3 A_1 D_1 + F_4 B_1 D_1) k dk \dots\dots\dots(4.11)$$

가 된다. (4.5)의 第1項은 (4.6)에 比하여 $k_0 \sec^2 \theta$ 代身에 k^2 이 들어 있으므로 (4.5)에 對應하는 D 로서는 $\frac{k^2}{\pi \{ (k - k_0 \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta \}}$ 을 使用하고, 여기서 얻어지는 F 에 對應하는 式을 G 로서 表示하면

$$(\phi)_{z=0} = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} (G_1 A_1 C_1 + G_2 B_1 C_1 + G_3 A_1 D_1 + G_4 B_1 D_1) k dk \dots\dots\dots(4.12)$$

가 된다. 따라서 (4.11), (4.12)로부터

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi \phi_z)_{z=0} dx dy = 4 \pi^2 \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} (F_1 G_1 + F_2 G_2 + F_3 G_3 + F_4 G_4) k dk \dots (4.13)$$

그러나

$$F_1 G_1 + F_2 G_2 + F_3 G_3 + F_4 G_4 = \frac{P_1^2 + P_0^2 + Q_1^2 + Q_0^2}{\pi^2 \{ (k - k_0 \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta \}} k_0 \sec^2 \theta \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} R &= \lim_{\mu \rightarrow 0} \mu \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi \phi_z)_{z=0} dx dy \\ &= \lim_{\mu \rightarrow 0} 16 \mu \rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{P_1^2 + P_0^2 + Q_1^2 + Q_0^2}{(k - k_0 \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta} k dk \end{aligned}$$

이것은 Lunde' 에 依하여 計算되어졌고 그 結果는

$$R = 16 \pi \rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} (P_1^2 + P_0^2 + Q_1^2 + Q_0^2) \sec^3 \theta d\theta \dots (4.14)$$

이다. 여기서

$$\left\{ \begin{matrix} P_1 \\ Q_1 \end{matrix} \right\} = \int \sigma \frac{\cos}{\sin} [k_0 (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta] \cdot \exp(k_0 z \sec^2 \theta) dS \dots (4.15)$$

다 하면

$$P_1^2 + Q_1^2 = P_0^2 + P_0^2 + Q_0^2 + Q_0^2 \text{ 이 되고 (4.14) 는}$$

$$R = 16 \pi \rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} (P_0^2 + Q_0^2) \sec^3 \theta d\theta \dots (4.16)$$

5. Energy 蓄積率로서의 造波抵抗

船體의 無限前後方에 船體進行方向에 垂直되는 平面을 取하여 A, B 面이라 한다. 이때 A, B 2 個 平面內의 流體에는 Energy 의 增加가 생긴다. Energy 增加를 E(B) - E(A) 로 表示하면 이것은 A 面을 通過하여 들어오는 流體가 行한 單位時間當의 Work 와 B 面을 通過하여 나가는 單位時間當의 Work, 그리고 船體가 流體에 行한 單位時間當의 Work 의 總和가 된다.

即

$$R \cdot c + W(B) - W(A) = E(B) - E(A) \dots (5.1)$$

여기 W(B), W(A)는 平面 B, A 를 通過하여 行해지는 單位時間當의 Work, 그런데 A 面은 移動物體의 無限前方이므로 流體는 靜止狀態이며 따라서 A 面을 通過하는 Energy, Work 即 E(A), W(A) 는 無限해도 된다. 따라서

$$R = \frac{1}{c} [E(B) - W(B)] \dots (5.2)$$

가 된다.

B 平面의 後方에 距離 c 떨어진 B' 面을 取한다(Fig. 1). BB' 面 사이의 運動 Energy 는

$$- \frac{\rho}{2} \int (\nabla \phi)^2 dv = - \frac{\rho}{2} \int \phi \phi_n dS$$

但, 여기서 ϕ_n 는 表面 S 에서 內向法線方向이다.

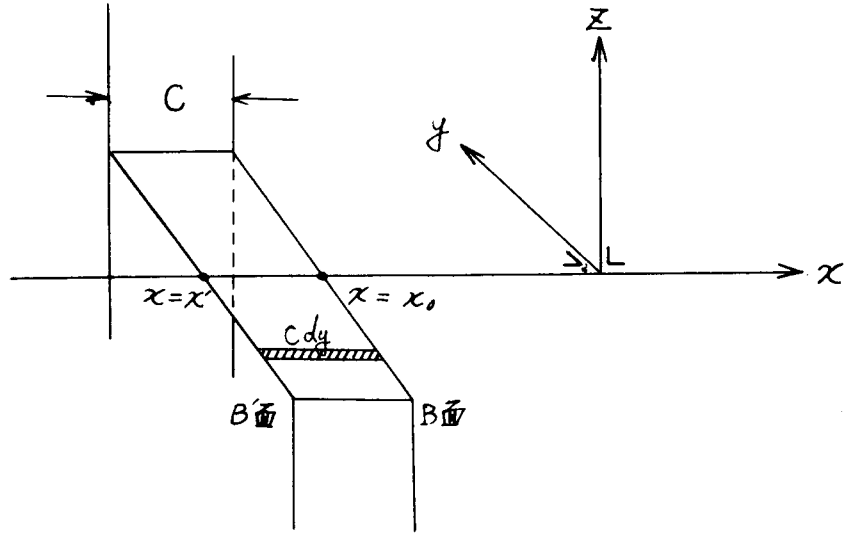


Fig. 1. Energy 蓄積領域表示

全體運動 Energy 는

$$\frac{\rho}{2} \left[c \int_{-\infty}^{\infty} (\phi\phi_x)_{z=0} dy + \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 \{ (\phi\phi_x)_{z=x_0} - (\phi\phi_x)_{z=x_1} \} dz \right] \dots\dots\dots(5.3)$$

(5.3)에 平均值定理를 施行하므로써

$$\frac{\rho c}{2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} (\phi\phi_x)_{z=0} dy + \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 \{ (\phi_x)^2 + \phi\phi_{xx} \} dz \right]$$

가 되고, 여기서 (2.7), $\phi_x = -\frac{1}{k_0} \phi_{xx}$ 를 代入하므로써 運動 Energy 는

$$\frac{\rho c}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 \{ (\phi_x)^2 + \phi\phi_{xx} \} dz - \frac{\rho c}{2 k_0} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi\phi_{xx})_{z=0} dy \dots\dots\dots(5.4)$$

가 된다.

다음, BB' 間의 流體의 Potential Energy 에 對해서는 微小부피가 $c dy dz$ 이므로

$$\rho g c \int_0^{\zeta} z dz \int_{-\infty}^{\infty} dy = \frac{\rho g c}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 dy$$

$$\dots\dots\dots(5.5)$$

가 된다.

따라서 全 Energy 는 (5.4), (5.5)에서

$$\frac{\rho c}{2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 \{ (\phi_x)^2 + \phi\phi_{xx} \} dz + \frac{1}{k_0} \int_{-\infty}^{\infty} \{ (\phi_x)^2 - \phi\phi_{xx} \}_{z=0} dy \right] \dots\dots\dots(5.6)$$

이 된다.

다음 流體가 行한 單位時間當의 Work 는

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 p u dz = c \rho \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 (\phi_x)^2 dz \dots\dots\dots(5.7)$$

(但, 同一水深에서 $p = \text{constant.} -c\rho\phi_x$)

(5.6), (5.7)을 (5.2)에 代入하므로써

$$R = \frac{\rho}{2k_0} \int_{-\infty}^{\infty} [(\phi_x)^2 - \phi\phi_{xx}]_{z=0} dy - \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^0 [(\phi_x)^2 - \phi\phi_{xx}] dz \dots\dots\dots(5.8)$$

이 된다.

다음 進行波에 對해서는 가장 單純한 것이 $\zeta = a \sin\{k_0(\xi - ct)\}$ 로 주어진다. 여기 a 는 振幅이며 ξ 는 波進行方向으로 取해진 移動坐標가 된다.

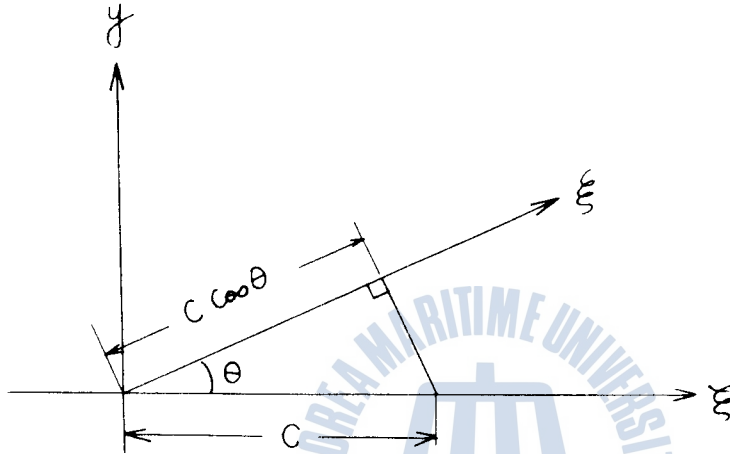


Fig. 2. 坐標軸의 回轉變換

進行波와 θ 의 角을 갖는 ξ' 方向의 波速은 $c \cos \theta$ 가 될 것이고, ξ 軸이 θ 回轉하여 ξ' 軸이 라므로, ξ' 方向의 進行波에 依한 水面高度는

$$\zeta' = \zeta \cos \theta + y \sin \theta$$

의 坐標變換이 될 것이므로 上式의 ζ 代身 $\zeta \cos \theta + y \sin \theta$, c 代身 $c \cos \theta$ 를 代入하므로써

$$\zeta = a \sin\{k_0 \sec^2 \theta (\xi \cos \theta + y \sin \theta - ct \cos \theta)\} \dots\dots\dots(5.9)$$

가 된다.

따라서 모든 方向으로 進行하는 波의 合成에 依한 水面高度의 一般形은

$$\zeta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \sin\{k_0 \sec^2 \theta (\xi \cos \theta + y \sin \theta - ct \cos \theta)\} d\theta$$

가 될 것이고 餘弦波에 對해서도 同一하게 取扱될 수 있다.

$x = \xi - ct$ 로 하여 x 를 移動坐標로 取하고 正弦, 餘弦波의 合成에 對한 것을 考慮하면

$$\zeta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \sin\{k_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)\} d\theta + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f'(\theta) \cos\{k_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)\} d\theta \dots\dots\dots(5.10)$$

가 된다.

여기서 $A = k_0 \sec^2 \theta \cdot x \cos \theta = k_0 x \sec \theta$
 $B = k_0 \sec^2 \theta \cdot y \sin \theta$ } 라 놓으므로써

(5·10)은

$$\begin{aligned} \zeta &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\theta) \sin(A+B) d\theta + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f'(\theta) \cos(A+B) d\theta \\ &= \int_0^{\pi/2} (P_1 \sin A \cos B + P_2 \cos A \sin B + P_3 \cos A \cos B \\ &\quad + P_4 \sin A \sin B) d\theta \dots \dots \dots (5\cdot11) \end{aligned}$$

의 꼴이 되고, 여기 P_1, P_2, P_3, P_4 는 一般的으로 θ 의 函數로서 船型, 船速에 依存되는 函數이다.

(5·11)과 (2·4)의 結果에 Laplace 方程式을 適用하여 速度 Potential 을 求하면

$$\begin{aligned} \phi &= c \int_0^{\pi/2} (P_1 \cos A \cos B - P_2 \sin A \sin B - P_3 \sin A \cos B \\ &\quad + P_4 \cos A \sin B) \cos \theta \cdot \exp(k_0 z \sec^2 \theta) d\theta \dots \dots \dots (5\cdot12) \end{aligned}$$

이것을 (5·8)에 代入하므로서 願하는 造波抵抗을 求할 수 있다.

그런데 Fourier 의 2重積分의 公式으로부터

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} F(y) &= \int_0^{\infty} (F_1 \cos uy + F_2 \sin uy) du \\ G(y) &= \int_0^{\infty} (G_1 \cos uy + G_2 \sin uy) du \end{aligned} \right\} \text{일 때} \\ \int_{-\infty}^{\infty} F(y)G(y) dy &= \pi \int_0^{\infty} (F_1 G_1 + F_2 G_2) du \dots \dots \dots (5\cdot13) \end{aligned}$$

(但, 여기서 F_1, F_2, G_1, G_2 는 u 의 函數이다.

(5·8)의 計算에서는 (5·13)을 利用해야 한다.

먼저 (5·12)는 $u = k_0 \sin \theta \cdot \sec^2 \theta$ 으로 置換하므로서

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{k_0(1 + \sin^2 \theta)}{\cos^3 \theta} \text{ 이고 } B = k_0 y \sin \theta \sec^2 \theta = uy \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \phi &= c \int_0^{\infty} \frac{\cos^3 \theta}{k_0(1 + \sin^2 \theta)} \left[(P_1 \cos A - P_3 \sin A) \cos uy \right. \\ &\quad \left. + (-P_2 \sin A + P_4 \cos A) \sin uy \right] \exp(k_0 z \sec^2 \theta) du \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_x)^2 dy &= \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[(-c) \int_0^{\infty} \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \left\{ (P_1 \sin A + P_3 \cos A) \cdot \cos uy \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (P_2 \cos A + P_4 \sin A) \sin uy \right\} \exp(k_0 z \sec^2 \theta) du \cdot (-c) \int_0^{\infty} \right. \\ &\quad \times \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \left\{ (P_1 \sin A + P_3 \cos A) \cdot \cos uy \right. \\ &\quad \left. \left. + (P_2 \cos A + P_4 \sin A) \cdot \sin uy \right\} \exp(k_0 z \sec^2 \theta) du \right] \end{aligned}$$

이것을 (5·13)과 比較하면

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= G_1 = (-c) \cdot \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \cdot (P_1 \sin A + P_3 \cos A) \exp(k_0 z \sec^2 \theta) \\ F_2 &= G_2 = (-c) \cdot \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \cdot (P_2 \cos A + P_4 \sin A) \exp(k_0 z \sec^2 \theta) \end{aligned} \right\} \text{이므로}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\phi_x)^2 dy = \pi c^2 \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \right)^2 \exp(2k_0 z \sec^2 \theta) \times \left\{ (P_1 \sin A + P_2 \cos A)^2 + (P_2 \cos A + P_1 \sin A)^2 \right\} du$$

$$= \pi c^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^4 \theta}{(1 + \sin^2 \theta)^2} \exp(2k_0 z \sec^2 \theta) \left\{ P_1^2 \sin^2 A + P_2^2 \cos^2 A + P_1^2 \cos^2 A + P_2^2 \sin^2 A + 2(P_1 P_2 + P_2 P_1) \sin A \cos A \right\} du$$

여기서 다시 $z = k_0 \sin \theta \sec \theta$ 으로 置換하다

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\phi_x)^2 dy = k_0 \pi c^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^4 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \left\{ P_1^2 \sin^2 A + P_2^2 \cos^2 A + P_1^2 \cos^2 A + P_2^2 \sin^2 A + 2(P_1 P_2 + P_2 P_1) \sin A \cos A \right\} \exp(2k_0 z \sec^2 \theta) d\theta \dots \dots \dots (5 \cdot 14)$$

이 된다.

따라서

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_x)^2 dy = \frac{\pi c^2}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^4 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \left\{ P_1^2 \sin^2 A + P_2^2 \cos^2 A + P_1^2 \cos^2 A + P_2^2 \sin^2 A + 2(P_1 P_2 + P_2 P_1) \sin A \cos A \right\} d\theta \dots \dots \dots (5 \cdot 15)$$

同 一 樣 的 方法으로

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi \phi_{xx} dy = -c^2 \pi k_0 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \left\{ P_1^2 \cos^2 A + P_2^2 \sin^2 A + P_1^2 \sin^2 A + P_2^2 \cos^2 A - 2(P_1 P_2 + P_2 P_1) \sin A \cos A \right\} \exp(2k_0 z \sec^2 \theta) d\theta \dots \dots \dots (5 \cdot 16)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} \phi \phi_{xx} dy = \frac{\pi c^2}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 \theta}{1 + \sin^2 \theta} \left\{ P_1^2 \cos^2 A + P_2^2 \sin^2 A + P_1^2 \sin^2 A + P_2^2 \cos^2 A - 2(P_1 P_2 + P_2 P_1) \sin A \cos A \right\} d\theta \dots \dots \dots (5 \cdot 17)$$

(5·14), (5·15), (5·16), (5·17)을 (5·8)에 代入하므로써

$$R = \frac{\pi c^2 \rho^2}{4} \int_0^{\pi/2} (P_1^2 + P_2^2 + P_1^2 + P_2^2) \cos^2 \theta d\theta \dots \dots \dots (5 \cdot 18)$$

6. 船體橫斷面積과 造波抵抗

船體의 長さ, 巾, 吃水가 L, B, T 일때

$l = L/2, b = B/2, \tau = T/B$ 라 하고

$\xi = x/l, \eta = y/b, \zeta = z/b$ 그리고 $b/l = \beta$ 라 한다.

이때 擾亂速度 Potential ϕ 에 對한 Laplace 方程式은 無次元量으로 表示하면

$$\beta \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 0 \dots \dots \dots (6 \cdot 1)$$

境界條件(2·7)은

$$\beta \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + k_0 l \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = 0 \dots\dots\dots (6.2)$$

가 된다. 一般的으로 船體에는 η , 吃水는 배의 길이에 比하여 매우 작다는 假定이 適用된 것이므로 $\beta \rightarrow 0$ 로서 (6.1), (6.2)는 各各

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 0 \dots\dots\dots (6.3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = 0 \dots\dots\dots (6.4)$$

가 成立되는 것으로 한다. (6.3)으로부터 ϕ 는 η, ζ 에 對한 調和函數임을 나타내므로

$$\phi(\xi, \eta, \zeta) = f(\xi, \eta, \zeta) + g(\xi) \dots\dots\dots (6.5)$$

의 型으로 나타낼 수 있다. 이런 條件下에서 (4.15), (4.16)으로 表示되는 造波抵抗을 變形해 보기로 한다. 먼저 (4.15)로부터

$$\begin{aligned} H(\theta) &= P + iQ \\ &= \iint_S [\sigma(x, y, z) \cdot e^{k_0 z \sec^2 \theta} \cos \{k_0 (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta\} \\ &\quad + i\sigma(x, y, z) e^{k_0 z \sec^2 \theta} \cdot \sin \{k_0 (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta\}] dS \\ &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot e^{k_0 z \sec^2 \theta} \{ \cos k_0 (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta \\ &\quad + i \sin k_0 (x \cos \theta + y \sin \theta) \cdot \sec^2 \theta \} dS \\ &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot \exp [k_0 \sec^2 \theta \{z + i(x \cos \theta + y \sin \theta)\}] dS \dots\dots\dots (6.6) \end{aligned}$$

가 되고, $|H(\theta)|^2 = P^2 + Q^2$ 이므로 (4.16)은

$$R = 8\pi k_0^2 \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |H(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \dots\dots\dots (6.7)$$

로 된다.

x 軸에 垂直되는 船體斷面의 外廓을 $C(x)$, 그 길이 要素를 dC , 熱次元 길이要素 ds 를 取해서

$$dC = b \cdot ds \cdot \cos \alpha \dots\dots\dots (6.8)$$

로 表示하면, α 는 dC 의 中點을 지나는 表面 S 上的 接平面이 x 軸과 만드는 交角이 된다.

또한 넓이要素 dS 는

$$dS = l \cdot b \cdot ds \cdot d\xi \dots\dots\dots (6.9)$$

가 되므로 (6.6)은

$$\begin{aligned} H(\theta) &= lb \int_{-1}^1 d\xi \int_{c(\xi)} \sigma(\xi, \eta, \zeta) \cdot \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta \\ &\quad + ik_1 \xi \sec \theta + i\beta k_1 \eta \tan \theta \sec \theta) ds \\ &= \frac{lb}{ik_1 \sec \theta} \left[\int_{c(1)} \sigma(1, \eta, \zeta) \cdot \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta + ik_1 \sec \theta \right. \\ &\quad \left. + i\beta k_1 \eta \tan \theta \sec \theta) \cdot ds - \int_{c(-1)} \sigma(-1, \eta, \zeta) \cdot \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta \right. \end{aligned}$$

$$-ik_1 \sec \theta + i\beta k_1 \gamma \tan \theta \sec \theta) \cdot ds - \int_{-1}^1 d\xi e^{iK_1 \xi \sec \theta} \times \frac{d}{d\xi} \int_{c, \xi} \sigma(\xi, \gamma, \zeta) \cdot \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta - i\beta k_1 \gamma \tan \theta \sec \theta) ds \dots \dots \dots (6 \cdot 10)$$

5. 되고, 이것은 3 個의 複素數函數의 總으로 되어 있다. 따라서 이것을 (6·7)에 代入할 時는 3 個의 實數部分과 3 個의 虛數部分의 積分의 實數部, 合計 6 個의 積分의 總으로 나타난다. 即

$$I_1 = \int_{c, 1} \sigma(1, \gamma', \zeta') \cdot ds' \cdot \int_{c, 1} \sigma(1, \gamma, \zeta) \cdot ds \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\{\beta k_1 (\zeta' + \zeta) \cdot \sec^2 \theta + i\beta k_1 (\gamma' - \gamma) \cdot \tan \theta \sec \theta\} \sec \theta \cdot d\theta \dots \dots \dots (6 \cdot 11)$$

$$I_2 = \int_{c, -1} \sigma(-1, \gamma', \zeta') \cdot ds' \cdot \int_{c, -1} \sigma(-1, \gamma, \zeta) \cdot ds \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\{\beta k_1 (\zeta' + \zeta) \sec^2 \theta + i\beta k_1 (\gamma' - \gamma) \cdot \tan \theta \cdot \sec \theta\} \cdot \sec \theta \cdot d\theta \dots \dots \dots (6 \cdot 12)$$

$$I_3 = -2 \operatorname{Re} \int_{c, 1} \sigma(1, \gamma', \zeta') ds' \cdot \int_{c, -1} \sigma(-1, \gamma, \zeta) ds \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\{\beta k_1 (\zeta' + \zeta) \sec^2 \theta + 2ik_1 \sec \theta + i\beta k_1 (\gamma' - \gamma) \cdot \tan \theta \cdot \sec \theta\} \cdot \sec \theta \cdot d\theta \dots \dots \dots (6 \cdot 13)$$

$$I_4 = -2 \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_{c, 1} \sigma(1, \gamma', \zeta') \cdot \exp(\beta k_1 \zeta' \sec^2 \theta + ik_1 \sec \theta + ik_1 \beta \gamma' \tan \theta \cdot \sec \theta) \cdot ds' \cdot \int_{-1}^1 d\xi e^{-iK_1 \xi \sec \theta} \times \frac{d}{d\xi} \int_{c, \xi} \sigma(\xi, \gamma, \zeta) \cdot \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta - i\beta k_1 \gamma \tan \theta \sec \theta) ds \dots \dots \dots (6 \cdot 14)$$

$$I_5 = 2 \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec \theta \cdot d\theta \int_{c, -1} \sigma(-1, \gamma', \zeta') \cdot \exp(\beta k_1 \zeta' \sec^2 \theta - ik_1 \sec \theta + i\beta k_1 \gamma' \tan \theta \cdot \sec \theta) ds' \cdot \int_{-1}^1 d\xi e^{-iK_1 \xi \sec \theta} \times \frac{d}{d\xi} \int_{c, \xi} \sigma(\xi, \gamma, \zeta) \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta - i\beta k_1 \gamma \tan \theta \cdot \sec \theta) \cdot ds \dots \dots \dots (6 \cdot 15)$$

$$I_6 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_{-1}^1 d\xi' e^{iK_1 \xi' \sec \theta} \cdot \frac{d}{d\xi'} \int_{c, \xi'} \sigma(\xi', \gamma', \zeta') \cdot \exp(\beta k_1 \zeta' \sec^2 \theta - i\beta k_1 \gamma' \tan \theta \sec \theta) ds' \cdot \int_{-1}^1 d\xi e^{-iK_1 \xi \sec \theta} \cdot \frac{d}{d\xi} \int_{c, \xi} \sigma(\xi, \gamma, \zeta) \times \exp(\beta k_1 \zeta \sec^2 \theta - i\beta k_1 \gamma \tan \theta \sec \theta) ds \dots \dots \dots (6 \cdot 16)$$

이 두 項은 包含되어 있는

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\{\beta k_1 (\zeta' + \zeta) \sec^2 \theta + i\beta k_1 (\gamma' - \gamma) \tan \theta \sec \theta\} \sec \theta d\theta$$

의 積分은 修正 Bessel function, 第 3 種 Bessel function 및 Euler 의 Gamma function 等을 利用하면 $z \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow 0$ 時에

$$-e^{iK_1 (\zeta' + \zeta)} \log \left| \frac{1}{4} \gamma \beta k_1 \sqrt{(\zeta' + \zeta)^2 + (\gamma' - \gamma)^2} \right|$$

로 된다.

여기서 $-\log \gamma$ 가 Euler 常數를 表示하고 있다.

따라서 (6·11), (6·12)는

$$I_1 = - \int_{c_{(1)}} \sigma(1, \eta', \zeta') ds' \cdot \int_{c_{(1)}} \sigma(1, \eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} r \beta k_1 \sqrt{(\zeta' + \zeta)^2 + (\eta' - \eta)^2} \right| \cdot ds$$

$$I_2 = - \int_{c_{(-1)}} \sigma(1, \eta', \zeta') ds' \cdot \int_{c_{(-1)}} \sigma(1, \eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} r \beta k_1 \sqrt{(\zeta' + \zeta)^2 + (\eta' - \eta)^2} \right| \cdot ds$$

가 된다.

다음 第2種 Bessel function(Newmann function) $Y_0(x)$ 를 利用하면

$$Re \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp \{ i k_1 (\xi' - \xi) \sec \theta \} \cdot \sec \theta \cdot d\theta = -\pi Y_0 |k_1 (\xi' - \xi)|$$

가 된다.

따라서 (6.13), (6.14), (6.15), (6.16)은

$$I_3 = 2\pi \int_{c_{(1)}} \sigma(1, \eta', \zeta) ds' \cdot \int_{c_{(-1)}} \sigma(-1, \eta, \zeta) ds Y_0(2k_1)$$

$$I_4 = 2\pi \int_{c_{(1)}} \sigma(1, \eta', \zeta') ds' \cdot \int_{-1}^1 d\xi \cdot Y_0 |k_1 (\xi - 1)| \cdot \frac{d}{d\xi} \int_{c_{(\xi)}} \sigma(\xi, \eta, \zeta) ds$$

$$I_5 = -2\pi \int_{c_{(-1)}} \sigma(1, \eta', \zeta') ds' \cdot \int_{-1}^1 d\xi \cdot Y_0 |k_1 (\xi + 1)| \cdot \frac{d}{d\xi} \int_{c_{(\xi)}} \sigma(\xi, \eta, \zeta) ds$$

$$I_6 = -\pi \int_{-1}^1 d\xi \cdot Y_0 |k_1 (\xi' - \xi)| \cdot \frac{d}{d\xi'} \int_{c_{(\xi')}} \sigma(\xi', \eta', \zeta') \cdot ds \cdot \frac{d}{d\xi} \int_{c_{(\xi)}} \sigma(\xi, \eta, \zeta) \cdot ds$$

가 된다.

$\int_{c_{(\xi)}} \sigma(\xi, \eta, \zeta) ds = M(\xi)$ 로 나타내면 斷面의 湧出點強度는 $bM(\xi)$ 가 된다.

따라서 이들을 代入하브로써 (6.7)은

$$R = -8\pi\rho b^2 \left\{ \int_{c_{(1)}} \sigma(1, \eta', \zeta') ds' \cdot \int_{c_{(1)}} \sigma(1, \eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} r \beta k_1 \sqrt{(\zeta' + \zeta)^2 + (\eta' - \eta)^2} \right| ds \right.$$

$$+ \int_{c_{(-1)}} \sigma(-1, \eta', \zeta') ds' \cdot \int_{c_{(-1)}} \sigma(-1, \eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} r \beta k_1 \sqrt{(\zeta' + \zeta)^2 + (\eta' - \eta)^2} \right| ds$$

$$- 2\pi M(1) \cdot M(-1), Y_0(2k_1) - 2\pi M(1) \int_{-1}^1 M'(\xi) \cdot Y_0 |k_1 (\xi - 1)| \cdot d\xi$$

$$+ 2\pi M(-1) \int_{-1}^1 M'(\xi) \cdot Y_0 |k_1 (\xi + 1)| \cdot d\xi$$

$$+ \pi \int_{-1}^1 d\xi' \cdot \int_{-1}^1 M'(\xi') \cdot Y_0 |k_1 (\xi' - \xi)| \cdot d\xi \left. \right\} \dots \dots \dots (6.17)$$

로 된다.

여기서 $M'(\xi)$ 는 $M(\xi)$ 의 導函數이다.

지금 船體表面 S 의 外向法線方向을 ν 라 하면 表面境界條件은

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = c \sin \alpha \text{가 된다.}$$

ν 의 x 軸에 垂直平面에 對한 投像을 ν' 라 하면

$$\nu' = \nu \cos \alpha \text{ 이고}$$

따라서

$\frac{\partial \phi}{\partial \nu'} = c \tan \alpha$ 가 된다. 이것은 攪亂速度 Potential 의 ν' 方向流速이므로 이것은 x 軸에 垂直 斷面의 外廓線 $C(x)$ 의 法線方向流速이고

$$\int_{c(x)} \frac{\partial \phi}{\partial \nu'} dC \text{ 는 } C(x) \text{ 를 通하는 流量이 된다.}$$

따라서

$$\int_{c(x)} \frac{\partial \phi}{\partial \nu'} dC = 4 \pi b M(\xi) \text{ 가 되고, 이것은 앞에서의 關係에 依하여}$$

$$\int_{c(x)} c \tan \alpha dC = 4 \pi b M(\xi)$$

$$\therefore M = \frac{c}{4 \pi b} \int_{c(x)} \tan \alpha dC \dots\dots\dots (6 \cdot 18)$$

가 된다. 自由水面 以下의 船體橫斷面積을 $A(x)$ 로 表示하면

$$\frac{dA(x)}{dx} = \int_{c(x)} \tan \alpha dC \text{ 이므로}$$

(6·18)는

$$M = \frac{c}{4 \pi b} \frac{dA(x)}{dx} \dots\dots\dots (6 \cdot 19)$$

가 되고, 橫斷面積의 無次元表示를 $S(\xi)$ 라 하면

$$A(x) = b^2 S(\xi) \text{ 이므로}$$

(6·19)는

$$M(\xi) = \frac{c}{4 \pi b} \cdot \frac{d\{b^2 S(\xi)\}}{ld\xi} = \frac{c}{4 \pi} \beta \frac{dS(\xi)}{d\xi} = \frac{c\beta}{4 \pi} S'(\xi) \dots\dots\dots (6 \cdot 20)$$

이 되므로 (6·17)은

$$\begin{aligned} R = & -\rho c^2 b^2 \beta^2 \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{c(1)} t(\eta', \zeta') ds' \cdot \int_{c(1)} t(\eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} r \beta k_1 \sqrt{(\eta' - \eta)^2 + (\zeta' + \zeta)^2} \right| ds \right. \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{c(-1)} t(\eta', \zeta') \cdot ds' \int_{c(-1)} t(\eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} r \beta k_1 \sqrt{(\eta' - \eta)^2 + (\zeta' + \zeta)^2} \right| ds \\ & - S'(1) \cdot S'(-1) \cdot Y_0(2k_1) - S'(1) \int_{-1}^1 S''(\xi) Y_0|k_1(\xi-1)| d\xi \\ & + S'(-1) \int_{-1}^1 S''(\xi) Y_0|k_1(\xi+1)| d\xi \\ & \left. + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 S''(\xi') \cdot S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi' - \xi)| d\xi \right\} \dots\dots\dots (6 \cdot 21) \end{aligned}$$

가 된다.

7. 數 值 計 算

(4·15), (4·16)에 依하여 船體造波抵抗을 數值計算할 때는 若干의 變形을 取하는 것이 좋다. 이 들 式을

$\sec \theta = \cos hu$ 로 置換하므로써

(4.16)은 $d\theta = \frac{du}{\cos hu}$ 가 되므로

$$R = 16 \pi \rho k_0^2 \int_0^\infty (I^2 + J^2) \cos h^3 u \frac{du}{\cos hu}$$

$$= 16 \pi \rho k_0^2 \int_0^\infty (I^2 + J^2) \cos h^3 u du \dots\dots\dots (7.1)$$

이고 (4.15)는

$$\left. \begin{matrix} I \\ J \end{matrix} \right\} = \left. \begin{matrix} P \\ Q \end{matrix} \right\}_{\sec \theta = \cos hu}$$

$$= \left[\int \sigma \left\{ \frac{\cos}{\sin} (k_0 x \cos \theta + k_0 y \sin \theta) \sec^3 \theta \cdot \exp(k_0 z \sec^2 \theta) \cdot dS \right\}_{\sec \theta = \cos hu} \right]$$

$$= \int \sigma \left\{ \frac{\cos \theta}{\sin} \left[k_0 \left(x \frac{1}{\cos hu} + y \frac{\sin hu}{\cos hu} \right) \cos h^3 u \right] \cdot \exp(k_0 z \cos h^2 u) \cdot dS \right.$$

$$\left. = \int \sigma \left\{ \frac{\cos}{\sin} \left[k_0 (x \cos hu + y \sin hu \cdot \cos hu) \right] \cdot \exp(k_0 z \cos h^2 u) \cdot dS \right\} \dots\dots\dots (7.2)$$

가 된다. (7.1), (7.2)에서 數值計算時에는 船體表面方程式이 數式的으로 表現되어져야 하는 難點을 包含하므로 이의 應用은 數式船型에서만이 可能케 된다. (5.18)에 依한 造波抵抗도 (7.1), (7.2)와 同一하게 數式船型에 對해서만이 數值計算이 可能해진다. 卽 이들 式에서는 湧出點 密度 σ 가 그대 로 式안에 들어있기 때문이다. 그러나 (6.21)에는 船體橫斷面積과 이들의 導函數가 包含되어 있으므로 이를 應用하여 一般的인 모든 船型에 對하여 數值計算하는 것은 可能한 것이다. 이때, 勿論 橫斷面積의 數式表現이 先行되어야 하며, 原型에 近似한 數式表現에는 어려운 點이 없는 것이다.

따라서 그 一般性은 數式船型에 對한 計算일지라도 喪失되지 않기 때문에 여기서는 2次式 數式船型에 對한 數值計算은 (6.21)에 對하여 行하기로 하고, 이에 따른 計算結果와 實驗結果와의 比較를 行하기로 한다.

먼저 船體橫斷面積이 無次元量으로서 $S(\xi)$ 가 얻어지면 $S''(\xi)$ 가 求해지고 (6.21)에서

$$\int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 s''(\xi') \cdot S''(\xi) Y_0 |k_1(\xi' - \xi)| d\xi \text{ 項이 들어 있으므로}$$

$S''(\xi)$ 가 ξ 의 n 次多項式이라 하면 上記式은

$$\int_{-1}^1 \xi'^n d\xi' \int_{-1}^1 \xi^n Y_0 |k_1(\xi' - \xi)| d\xi \text{의 型이 된다.}$$

이의 計算에는 Bessho¹¹⁾가 定義한

$$\left. \begin{aligned} P_{2n}(x, y, t) &= (-1)^n \int_0^{\pi/2} e^{-t \sec^2 u} \cdot \sin(x \sec u) \cdot \cos(y \sec^2 u \sin u) \cos^{2n} u du \\ P_{2n+1}(x, y, t) &= (-1)^{n+1} \int_0^{\pi/2} e^{-t \sec^2 u} \cdot \cos(x \sec u) \cdot \cos(y \sec^2 u \sin u) \cos^{2n+1} u du \end{aligned} \right\}$$

$$\dots\dots\dots (7.3)$$

에서 $y=0, t=0$ 를 代入한 1變數에서는

$$\left. \begin{aligned} P_{2n}(x) &= (-1)^n \int_0^{\pi/2} \cos^{2n}\theta \cdot \sin(x \sec \theta) \\ P_{2n+1}(x) &= (-1)^{n+1} \int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1}\theta \cdot \cos(x \sec \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.4)$$

이 되어 Havelock의 P 函數와 一致되며

이것은 $P_{2n}(x) = \frac{d}{dx} P_{2n+1}(x)$ 가 되고

또 $Y_0(x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x \sec \theta) \cdot \sec \theta \cdot d\theta$ 이므로

$$Y_0(x) = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{dx} \{P_0(x)\} \dots\dots\dots (7.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore P_0(x) &= -\frac{\pi}{2} \int_0^x Y_0(x) dx \\ P_1(x) &= \int_0^x P_0(x) dx \\ &\vdots \\ P_n(x) &= \int_0^x P_{n-1}(x) dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.6)$$

가 되므로 (7.6)을 利用하여 漸化式 積分이 可能해진다.

船型으로서

$$y = \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{Z}{T} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.7)$$

에 對한 것을 取한다.

이의 船型은 Fig. 3과 같고, 供試模型船의 主要치수는 다음과 같다.

$L = 200$ cm

$B = 20$ cm

$T = 15.0$ cm

12.5 cm

10.0 cm

7.5 cm

5.0 cm

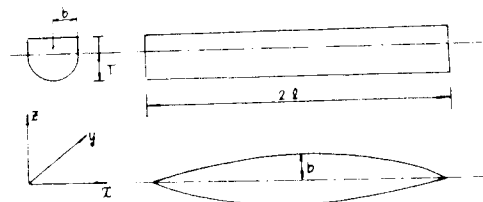


Fig. 3. 2次式 船型

(7.7)의 無次元表示는

$$\tau = (1 - \xi^2) \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.8)$$

$$\therefore t(\tau, \zeta) = \frac{dy}{d\xi} = \left| 2\xi \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \right|$$

$$\therefore t(1, 0, \zeta) = t(-1, 0, \zeta) = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.9)$$

또 $S(\xi) = 2 \int_{-\tau}^{\tau} \tau d\zeta = \frac{4}{3} (1 - \xi^2) \cdot \tau \dots\dots\dots (7.10)$

$$\therefore \left. \begin{aligned} S'(\xi) &= -\frac{8}{3}\xi \cdot \tau \\ S''(\xi) &= -\frac{8}{3} \cdot \tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.11)$$

이다. 따라서 (6.21)의 第3項은 .

$$S'(1)S'(-1)Y_0(2K_1) = -\frac{64}{9}\tau^2 Y_0(2k_1) \dots\dots\dots (7.12)$$

이고, 第4項은 P函數의 (7.6)을 利用하여

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi-1)| \cdot d\xi &= -\frac{8}{3}\tau \int_{-1}^1 Y_0|k_1(\xi-1)| \cdot d\xi \\ &= \frac{16\tau}{3\pi k_1} \left[P_0|k_1(\xi-1)| \right]_{-1}^1 = \frac{16\tau}{3\pi k_1} [P_0(0) - P_0(-2k_1)] \\ &= \frac{16\tau}{3\pi k_1} P_0(2k_1) \dots\dots\dots (7.13) \end{aligned}$$

마찬가지로 第5項도

$$\int_{-1}^1 S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi+1)| \cdot d\xi = \frac{16\tau}{3\pi k_1} P_0(2k_1) \dots\dots\dots (7.14)$$

가 된다.

第6項은

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d\xi' \cdot \int_{-1}^1 S''(\xi') \cdot S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi'-\xi)| \cdot d\xi \\ &= \frac{64}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 Y_0|k_1(\xi'-\xi)| \cdot d\xi \\ &= \frac{64}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' \left[\frac{2}{\pi k_1} P_0|k_1(\xi'-\xi)| \right]_{-1}^1 \\ &= \frac{128}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' [P_0|k_1(\xi'-\xi)| - P_0|k_1(\xi'+1)|] \cdot \frac{1}{\pi k_1} \\ &= \frac{256}{9\pi k_1} \tau^2 [P_1(0) - P_1(2k_1)] \dots\dots\dots (7.15) \end{aligned}$$

第1, 第2項의 計算에서는 다음 積分을 먼저 處理해서 求해야 한다.

$$\begin{aligned} I_m\{A(x+a)\} &= \int x^m \log |A(x+a)| \cdot dx \\ &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log |x+a| - \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{x+a} dx \\ &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log |x+a| - \frac{1}{m+1} \int \{x^m - ax^{m-1} + a^2x^{m-2} \dots \dots \end{aligned}$$

$$+ (-1)^m a^m + (-1)^{m+1} \frac{a^{m+1}}{x+a}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{1n}(x) &= (-1)^n \int_0^{\pi/2} \cos^{2n}\theta \cdot \sin(x \sec \theta) \\ P_{1n+1}(x) &= (-1)^{n+1} \int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1}\theta \cdot \cos(x \sec \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.4)$$

이 되어 Havelock 의 P 函數와 一致되며

이것은 $P_{1n}(x) = \frac{d}{dx} P_{1n+1}(x)$ 가 되고

또 $Y_0(x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(x \sec \theta) \cdot \sec \theta \cdot d\theta$ 이므로

$$Y_0(x) = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{dx} \{P_0(x)\} \dots\dots\dots (7.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore P_0(x) &= -\frac{\pi}{2} \int_0^x Y_0(x) dx \\ P_1(x) &= \int_0^x P_0(x) dx \\ &\vdots \\ P_n(x) &= \int_0^x P_{n-1}(x) dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.6)$$

가 되므로 (7.6)을 利用하여 漸化式 積分이 可能해진다.

船型으로서

$$y = \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{z}{T} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.7)$$

에 對한 것을 取한다.

이의 船型은 Fig. 3 과 같고, 供試模型船의 主要尺寸은 다음과 같다.

- L = 200 cm
- B = 20 cm
- T = 15.0 cm
- 12.5 cm
- 10.0 cm
- 7.5 cm
- 5.0 cm

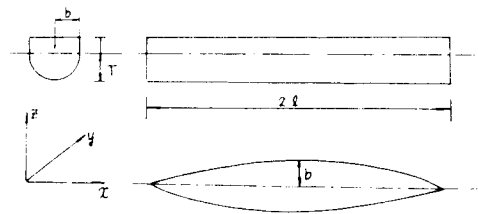


Fig. 3. 2次式 數式船型

(7.7)의 無次元表示는

$$\zeta = (1 - \xi^2) \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\xi}{\tau} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.8)$$

$$\therefore t(\zeta, \xi) = \frac{d\eta}{d\xi} = \left| 2\xi \left\{ 1 - \left(\frac{\xi}{\tau} \right)^2 \right\} \right|$$

$$\therefore t(1, 0, \xi) = t(-1, 0, \xi) = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{\xi}{\tau} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.9)$$

또 $S(\xi) = 2 \int_{-\tau}^{\tau} \zeta d\zeta = \frac{4}{3} (1 - \xi^2) \cdot \tau \dots\dots\dots (7.10)$

$$\therefore \left. \begin{aligned} S'(\xi) &= -\frac{8}{3}\xi \cdot \tau \\ S''(\xi) &= -\frac{8}{3} \cdot \tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.11)$$

이다. 따라서 (6.21)의 第3項은

$$S'(1)S'(-1)Y_0(2k_1) = -\frac{64}{9}\tau^2 Y_0(2k_1) \dots\dots\dots(7.12)$$

이고, 第4項은 P 函數의 (7.6)을 利用하여

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi-1)| \cdot d\xi &= -\frac{8}{3}\tau \int_{-1}^1 Y_0|k_1(\xi-1)| \cdot d\xi \\ &= \frac{16\tau}{3\pi k_1} \left[P_0|k_1(\xi-1)| \right]_{-1}^1 = \frac{16\tau}{3\pi k_1} [P_0(0) - P_0(-2k_1)] \\ &= \frac{16\tau}{3\pi k_1} P_0(2k_1) \dots\dots\dots(7.13) \end{aligned}$$

마찬가지로 第5項도

$$\int_{-1}^1 S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi+1)| \cdot d\xi = \frac{16\tau}{3\pi k_1} P_0(2k_1) \dots\dots\dots(7.14)$$

가 된다.

第6項은

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d\xi' \cdot \int_{-1}^1 S''(\xi') \cdot S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi'-\xi)| \cdot d\xi \\ &= \frac{64}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 Y_0|k_1(\xi'-\xi)| \cdot d\xi \\ &= \frac{64}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' \left[\frac{2}{\pi k_1} P_0|k_1(\xi'-\xi)| \right]_{-1}^1 \\ &= \frac{128}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' [P_0|k_1(\xi'-\xi)| - P_0|k_1(\xi'+1)|] \cdot \frac{1}{\pi k_1} \\ &= \frac{256}{9}\tau^2 [P_1(0) - P_1(2k_1)] \dots\dots\dots(7.15) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{1:n}(x) &= (-1)^n \int_0^{\pi/2} \cos^{2n}\theta \cdot \sin(x \sec \theta) \\ P_{1:n+1}(x) &= (-1)^{n+1} \int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1}\theta \cdot \cos(x \sec \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.4)$$

이 되어 Havelock 의 P 函數와 一致되며

이것은 $P_n(x) = \frac{d}{dx} P_{1:n+1}(x)$ 가 되고

또 $Y_0(x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x \sec \theta) \cdot \sec \theta \cdot d\theta$ 이므로

$$Y_0(x) = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{dx} \{P_0(x)\} \dots\dots\dots (7.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore P_0(x) &= -\frac{\pi}{2} \int_0^x Y_0(x) dx \\ P_1(x) &= \int_0^x P_0(x) dx \\ &\vdots \\ P_n(x) &= \int_0^x P_{n-1}(x) dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.6)$$

가 되므로 (7.6)을 利用하여 漸化式 積分이 可能해진다.

船型으로서

$$y = \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{Z}{T} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.7)$$

에 對한 것을 取한다.

이의 船型은 Fig. 3 과 같고, 供試模型船의 主要尺寸은 다음과 같다.

$L = 200$ cm

$B = 20$ cm

$T = 15.0$ cm

12.5 cm

10.0 cm

7.5 cm

5.0 cm

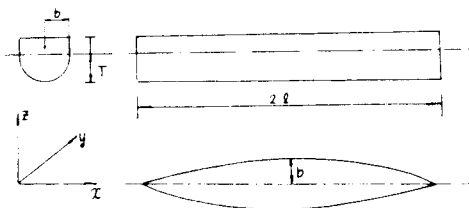


Fig. 3. 2次式 數式船型

(7.7)의 無次元表示는

$$\eta = (1 - \xi^2) \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.8)$$

$$\therefore t(\eta, \zeta) = -\frac{d\eta}{d\xi} = \left| 2\xi \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \right|$$

$$\therefore t(1, 0, \zeta) = t(-1, 0, \zeta) = 2 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (7.9)$$

또 $S(\xi) = 2 \int_{-1}^1 \eta d\xi = \frac{4}{3} (1 - \xi^2) \cdot \tau \dots\dots\dots (7.10)$

$$\left. \begin{aligned} \therefore S'(\xi) &= -\frac{8}{3}\xi \cdot \tau \\ S''(\xi) &= -\frac{8}{3} \cdot \tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7 \cdot 11)$$

이다. 따라서 (6·21)의 第3項은

$$S'(1)S'(-1)Y_0(2K_1) = -\frac{64}{9}\tau^2 Y_0(2k_1) \dots\dots\dots (7 \cdot 12)$$

이고, 第4項은 P函數의 (7·6)을 利用하여

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi-1)| \cdot d\xi &= -\frac{8}{3}\tau \int_{-1}^1 Y_0|k_1(\xi-1)| d\xi \\ &= \frac{16\tau}{3\pi k_1} \left| P_0|k_1(\xi-1)| \right|_{-1}^1 = \frac{16\tau}{3\pi k_1} [P_0(0) - P_0(-2k_1)] \\ &= \frac{16\tau}{3\pi k_1} P_0(2k_1) \dots\dots\dots (7 \cdot 13) \end{aligned}$$

마찬가지로 第5項도

$$\int_{-1}^1 S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi+1)| d\xi = \frac{16\tau}{3\pi k_1} P_0(2k_1) \dots\dots\dots (7 \cdot 14)$$

가 된다.

第6項은

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d\xi' \cdot \int_{-1}^1 S''(\xi') \cdot S''(\xi) \cdot Y_0|k_1(\xi'-\xi)| \cdot d\xi \\ &= \frac{64}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 Y_0|k_1(\xi'-\xi)| \cdot d\xi \\ &= \frac{64}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' \left| \frac{2}{\pi k_1} P_0|k_1(\xi'-\xi)| \right|_{-1}^1 \\ &= \frac{128}{9}\tau^2 \int_{-1}^1 d\xi' [P_0|k_1(\xi'-\xi)| - P_0|k_1(\xi'+1)|] \cdot \frac{1}{\pi k_1} \\ &= \frac{256}{9\pi k_1} \tau^2 [P_1(0) - P_1(2k_1)] \dots\dots\dots (7 \cdot 15) \end{aligned}$$

第1, 第2項의 計算에서는 다음 積分을 먼저 處理해서 求解야 한다.

$$\begin{aligned} I_m\{A(x+a)\} &= \int x^m \log|A(x+a)| dx \\ &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log|x+a| - \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{x+a} dx \\ &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log|x+a| - \frac{1}{m+1} \int \left\{ x^m - ax^{m-1} + a^2 x^{m-2} \dots\dots \right. \\ &\quad \left. + (-1)^m a^m + (-1)^{m+1} \frac{a^{m+1}}{x+a} \right\} dx \\ &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log|x+a| - \frac{1}{m+1} \left[\frac{x^{m+1}}{m+1} - a \frac{x^m}{m} + a^2 \frac{x^{m-1}}{m-1} \right. \\ &\quad \left. + (-1)^m a^m x + (-1)^{m+1} a^{m+1} \log|x+a| \right] \dots\dots\dots (7 \cdot 16) \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}
 I_a &= \int_{-\tau}^0 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \cdot \log \{ A(\zeta' + \zeta) \} \cdot d\zeta \\
 &= I_0 \{ A(\zeta' + \zeta) \} - \frac{1}{\tau^2} I_2 \{ A(\zeta' + \zeta) \} \\
 &= \left[\zeta \log(\zeta' + \zeta) - \{ \zeta - \zeta' \log(\zeta' + \zeta) \} \right]_{-\tau}^0 \\
 &\quad - \frac{1}{\tau^2} \left[\frac{\zeta^3}{3} \log(\zeta' + \zeta) - \frac{1}{3} \left\{ \frac{\zeta^3}{3} - \zeta' \frac{\zeta^2}{2} + \zeta'^2 \cdot \zeta - \zeta' \log(\zeta' + \zeta) \right\} \right]_{-\tau}^0 \\
 &= \zeta' \cdot \log(\zeta') - \frac{1}{3\tau^2} \zeta'^3 \log \zeta' + \frac{2}{3} \tau \log(\zeta' - \tau) - \zeta' \log(\zeta' - \tau) \\
 &\quad + \frac{1}{3\tau^2} \zeta'^3 \log(\zeta' - \tau) - \frac{8}{9} \tau + \frac{1}{6} \zeta' + \frac{1}{3\tau} \zeta'^2 \dots \dots \dots (7.17)
 \end{aligned}$$

다시

$$\begin{aligned}
 I_b &= \int_{-\tau}^0 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta'}{\tau} \right)^2 \right\} d\zeta' \int_{-\tau}^0 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta}{\tau} \right)^2 \right\} \cdot \log \{ A(\zeta' + \zeta) \} d\zeta \\
 &= \int_{-\tau}^0 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta'}{\tau} \right)^2 \right\} I_a \cdot d\zeta' \\
 &= \int_{-\tau}^0 I_a d\zeta' - \frac{1}{\tau^2} \int_{-\tau}^0 \zeta'^2 I_a d\zeta' \dots \dots \dots (7.18)
 \end{aligned}$$

여기서

$I_c = \int_{-\tau}^0 I_a d\zeta'$ 라 두면 (7.17)로부터

$$\begin{aligned}
 I_c &= \left[I_1(\zeta') - \frac{1}{3\tau^2} I_3(\zeta') + \frac{2}{3} \tau I_0 \{ A(\zeta' - \tau) \} - I_1(\zeta' - \tau) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{3\tau^2} I_3(\zeta' - \tau) - \frac{8}{9} \tau \zeta' + \frac{1}{12} \zeta'^2 + \frac{\zeta'}{9\tau} \right]_{-\tau}^0 \dots \dots \dots (7.19)
 \end{aligned}$$

이것은 (7.16)에 依하여

$$I_c = \frac{2}{3} \tau^2 \log |4 A\tau| - \frac{79}{72} \tau^2 \dots \dots \dots (7.20)$$

이 된다. 同一한 方法으로

$$I_d = \int_{-\tau}^0 \zeta'^2 I_a d\zeta' = \frac{2}{9} \tau^4 \log |4 A\tau| - \frac{7}{24} \tau^4 \dots \dots \dots (7.21)$$

이 된다. 따라서 (7.17)은

$$I_b = \frac{4}{9} \tau^2 \log |4 A\tau| - \frac{29}{36} \tau^2 \dots \dots \dots (7.22)$$

이 되고, 이것은 (6.32)의 第1, 第2 積分에 다음과 같이 利用되어진다.

$$\begin{aligned}
 &\int_{c_{(1)}} t(\eta', \zeta') \cdot ds' \cdot \int_{c_{(1)}} t(\eta, \zeta) \cdot \log \left| \frac{1}{4} \gamma \beta k_1 \sqrt{(\eta' - \eta)^2 + (\zeta' + \zeta)^2} \right| ds \\
 &= 16 \int_{-\tau}^0 \left\{ 1 - \left(\frac{\zeta'}{\tau} \right)^2 \right\} d\zeta' \int_{-\tau}^0 \log \left| \frac{1}{4} \gamma \beta k_1 (\zeta' + \zeta) \right| \cdot d\zeta \\
 &= -\frac{64}{9} \tau^2 \log(\gamma \beta k_1 \tau) - \frac{116}{9} \tau^2 \dots \dots \dots (7.23)
 \end{aligned}$$

으로 된다. (7·23), (7·12), (7·13), (7·14), (7·15)를 (6·21)에 代入하므로서 R 이 얻어진다.
即

$$R = -\frac{1}{9\pi} 2\rho c^2 b^2 (\beta\tau)^2 \left[32 \log |\gamma\beta\tau k_1| - 58 \right. \\ \left. + 32\pi Y_0(2k_1) + \frac{128}{k_1} P_0(2k_1) + \frac{64}{k_1^2} P_1(0) \right. \\ \left. - \frac{64}{k_1^2} P_1(2k_1) \right] \dots\dots\dots (7\cdot24)$$

가 된다. 여기서 R 는, $k_1 = k_0 l = \frac{gl}{c^2}$ 即 Froude Number의 2제곱의 逆數의 函數로 表示되어 있으
므로 주어진 船體速度에 對한 造波抵抗값이 얻어진다. 이로 因한 造波抵抗의 數值計算值, 그리고
이의 實驗值와의 比較가 Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8에 表示되어 있다.

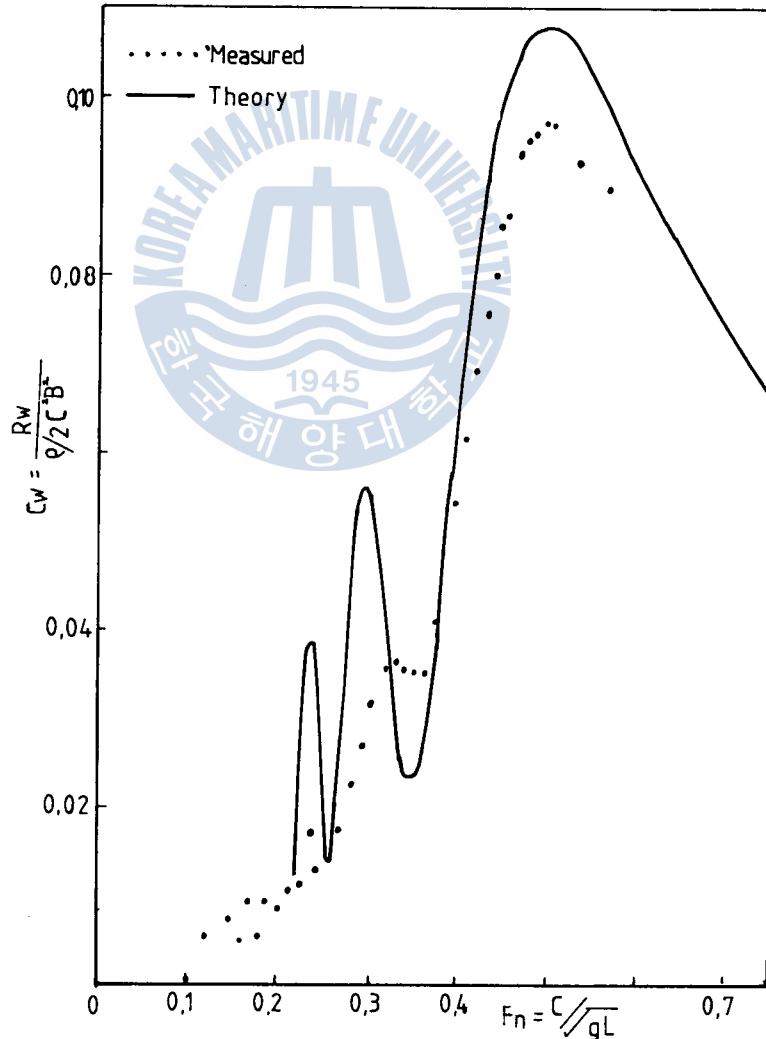


Fig. 4. C_w 의 計算值와 測定值의 比較($T/L=0.075$)

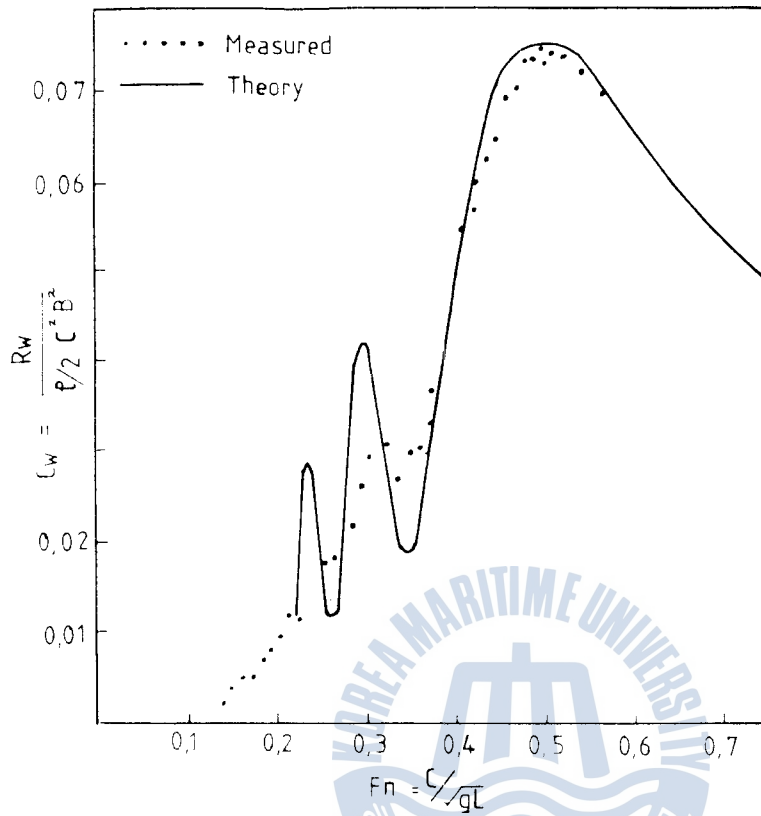


Fig. 5. C_w 의 計算値와 測定値의 比較($T/L=0.0625$)

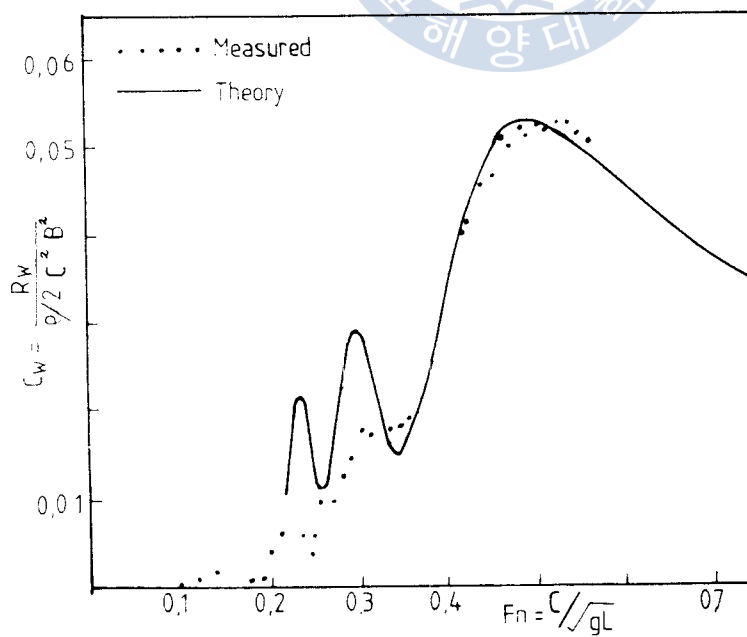


Fig. 6. C_w 의 計算値와 測定値의 比較($T/L=0.05$)

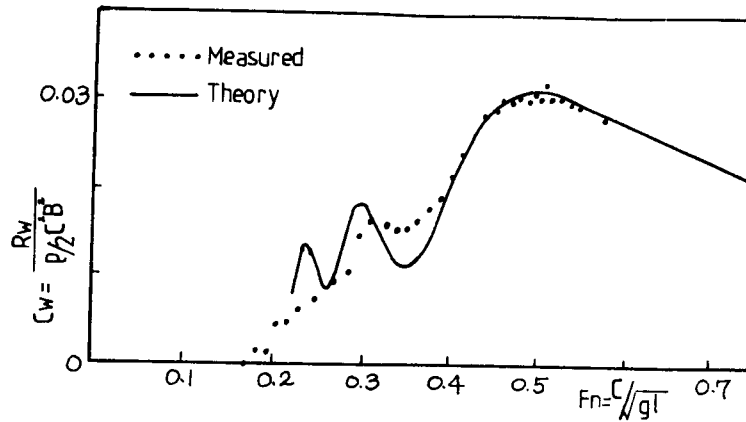


Fig. 7. C_w 의 計算値와 測定値의 比較($T/L=0.375$)

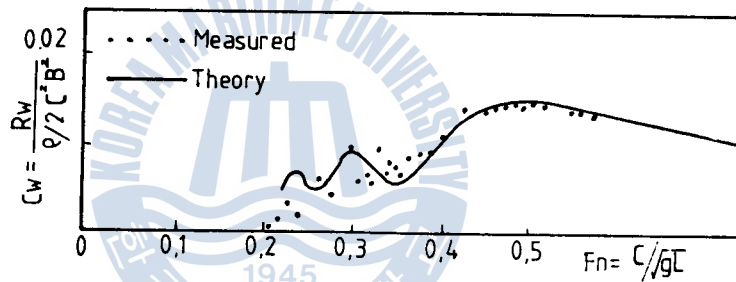


Fig. 8. C_w 의 計算値와 測定値의 比較($T/L=0.025$)

8. 檢討 및 考察

造波抵抗理論은 (4·16), (5·21), (6·32)에 依하여 船體造波抵抗을 計算함을 보여주고 있으나 이 들 式은 모두 線型化시킨 境界條件下에서 이루어진 近似理論에 不週하다. 그렇지만 以上과 같이 線型化시키지 않을 境遇에는 非線型 2階偏分方程式으로 되어 그 解를 求할 수가 없기 때문에 부족이 한 것이다.

近來에는 抵抗과 推進을 結付한 研究가 進行되고 있다⁸⁾.

6節에서 取扱된 理論計算法(6·32)은 超高速部에서 抵抗値가 負의 無限大로 發散된다는 것이 J. Kotik⁹⁾等에 依하여 指摘된 바 있다. 이것은 造波抵抗値가 高速에서 零으로 收斂하는 一般的인 論議에 矛盾이며 또한 現實的으로도 不可能한 일이다. 이 原因은 主因이 T/L 이 작다하여 그 影響을 無視한데 主로 起因되어 있다고 보아진다.

이에 對한 修正等이 試圖되었으나 滿足할만한 結論에는 到達치 못하고 있다. 그러므로 超高速部를 除外한 速度域에서는 理論的 數值計算이 滿足할만하다고 하겠다.

9. 結 論

以上에서 살펴본 造波抵抗理論으로 2次式數式船型에 對한 造波抵抗을 計算하고 그 結果를 實驗에 依한 實測値와 比較하니 다음과 같은 結論을 얻게 되었다.

- 1) 低速域에서의 理論値와 實測値와의 差는 主로 粘性影響으로 보아진다.
- 2) 高速域에서는 造波抵抗에 미치는 粘性影響은 無視可能한 것으로 보아진다.
- 3) 造波抵抗値의 보다 接近된 推定이 理論的으로 可能하다.
- 4) 3)의 境遇, 그 適用範圍는 吃水의 大小에 關係되지만 大體的으로 Froude Number 0.25~0.5 사이의 速度域에서는 充分하다.

參 考 文 獻

1. J. H. Michell: "The Wave Pesistance of a Ship," *Phill. Mag. S. S.*, vol. 45, No. 272(1898).
2. T. H. Havelock: "The Theory of Wave Resistance", *Proc. Roy. soc. A* vol. 138(1932). etc.
3. H. Maruo: "Calculation of the Wave Resistance of Ships the Draught of which is as small as the Beam." *日本造船學會論文集* 112號(1962).
4. T. Inui: "Wave Profile Measurements on the Wave-making Characteristics of Bulbous Bow," *SNAJ*. 1960.
5. T. Inui, H. Kagitani, H. Miyata: "Experimental Investigations on the Wave Making in the Near Field of Ships", *關西造船協會誌* 173號(1979).
6. J. K. Lunde: "The Linearized Theory of Wave Resistance, etc", *SNAME Bulletin* No. 1—18, July 1957.
7. M. Bessho: "On the Fundamental Function in the Theory of the Wave-Making Resistance of Ships", *Memories of the Defence Academy Japan*, vol. IV, No. 2, pp. 99~119(1964).
8. T. N. Nakatake: "船體とマロバラの相互干渉について", *關西報* 34(1967), 36(1968), 37(1969).
9. J. Kotick & P. Thomsen: "Varicus Wave Resistance Theories for Slender Ships", *Schiffstechnik* Bd. 14—1967—Meft 72.

外部電源에 의한 水中圓鋼板의 陰極防蝕에 관한 研究

金 貴 植

A STUDY ON THE CATHODIC PROTECTION OF A STEEL DISC IN THE WATER BY IMPRESSED CURRENT METHOD

Kim Guisig

Abstract

There are the impressed current method and the galvanic anode one in the cathodic corrosion prevention. The polarization potential distribution and the electric power are more affected by the anode location in the former than in the latter.

In the impressed current method, the effects that anode location exerts on polarization potential distribution and electric power have been investigated under water steel pipe and strip, but such effects on steel disc or plate have not been reported yet.

Protecting a steel disc in the water with utilization of the single insoluble anode, the present authors investigated the effects that anode location exerts on polarization potential distribution and electric power for corrosion prevention in terms of the theoretical and experimental aspects.

This paper is concerned with a basic research which premises economical corrosion prevention on the inside surface of large water tank and the bottom plate.

The results of research are as follows;

- 1) The cathodic polarization potential on the steel disc surface can be calculated by

$$E_x = E_o \left\{ K_o \left(\sqrt{\frac{\rho_s}{Rt}} x \right) / K_o \left(\sqrt{\frac{\rho_s}{Rt}} \right) \right\}$$

where,

$$E_o = \{-9.078 \log(50h) + 16.731\} i_o + 10^{3-3.141h} - 19.0$$

$$\sqrt{R} \times 10^3 = 10^{2.7689h+0.238} + 10^{3.906h+1.4}$$

- 2) The required voltage of power source for the cathodic protection is able to be determined by

$$V_o = I_o \{0.1441 + 2.2875 \times 10^{-4}(\text{rh})\} \times 10^{-3} + 1.85$$

where,

$$I_o = \pi/4 d^2 i_o \times 10^{-4}$$

- 3) The required power for cathodic protection is able to be determined by