

船用內燃機關軸系振動의 實用的解法에 關한 研究

全 孝 重

Study on the Practical Solution of Vibration in the Marine Internal Combustion Engine Shafting

by Hiojung Jeon

< 目 次 >	
一. 序 論	四. 振動方程式의 解法
二. 새로 및 세로비틀림聯成振動의 問題點과 그의 새로운 모델系	五. 模型크랭크에 의한 實驗
三. 새로운 모델系에 있어서의 慣性모오멘트와 質量 및 剛性係數	六. 模型크랭크의 計算
	七. 結 論

Abstract

The vibration problems of shaftings in the marine internal combustion engine have been studied for a long time, and it is now taken for granted that its basic problems have been already solved completely.

The engines growing in size and power, however, have caused such crankshaft troubles as axial or coupled torsional-axial vibration. For the former mode, some empirical methods have been proposed to calculate its natural frequencies, but they are not so reliable as for torsional vibration, and it seems that an experimental method should be applied to the latter.

This paper presents a new equivalent system of crankshafts so as to tolerate 4 degrees-of freedom: axial, torsional and two kinds of lateral vibration. Theoretical, not empirical, equations are derived for calculating stiffness values of the shafting so that the calculation of shaft vibration in the design stage is possible.

Equations of motion are written in matrices, transformed into eigen value problems and solved with the Jacobi-rotation method on a digital computer.

A model crankshaft is built and tested to get various records of vibration of crankshafts. It is found as a result that the calculated solutions agree well with the measured data from the model crankshaft.

一. 序 論

크랭크軸을 갖는 船用機關軸系, 即 一端에 디젤機關, 他端에 프로펠러를 갖는 軸系에 發生하는 振動現象中 가장 顯著한 것은 실린더內的 爆發壓力에 의하여 誘發되는 軸의 비틀림振動이다. 이러한 비틀림振動問題에 關한 基本的인 事項들은 二次大戰終了當時까지 그 大部分이 밝혀지고 根本的으로 原則的인 解決을 보았다고 生覺되었고, 또한 餘他的 機關軸系振動問題에 對하여서는 憂慮할 程度의 支障을 招來하지 않았기 때문에 度外視되어 왔다. 그러나 1950年代 末期부터 디젤機關의 大型化와 高過給에 의한 馬力增大 및 低質重油의 使用은 船形의 大形化와 더불어 機關特性에 많은 變遷을 招來하고 從來까지는 問題로 되지 않았던 새로운 振動問題들이 登場하게 되었다.

새로운 振動問題中 特히 解決을 要하는 것은 單獨으로 또는 비틀림振動과 聯成으로 發生하는 세로振動(俗稱 아코네온振動)이다.

著者中의 한사람은 이 問題解決을 위한 새로운 計算式의 誘導方法을 이미 發表한바 있으며¹⁾ 이 論文에 있어서는 새로운 計算式의 計算프로그램을 作成하고, 그 結果를 確認하기 위하여 模型을 製作하여 實驗結果와 計算結果를 比較檢討하기로 한다.

二. 세로 및 세로비틀림聯成振動的 問題點과 그의 새로운 모델系

크랭크軸系의 세로振動에 關한 研究는 相當히 오래전 부터 行하여진 것으로 生覺되나 論文으로서 發表되기 始作한 것은 比較的 最近의 일이다. 그러나 그의 內容은 主로 自由振動數의 計算方法에 關한 것이며 S. F. Dorey²⁾를 비롯하여 P. Draminsky,³⁾ R. Poole,⁴⁾ G. Anderson,⁵⁾ A. Guglielmotti,⁶⁾ A. J. Johnson⁷⁾ 등에 의한 經驗式 또는 理論式이 發表되고 있으나 어느 것이나 信賴할 수 있는 結果를 주지 않는다. 이들은 어느 것이나 비틀림振動에 對한 것과 비슷한 方法으로 單一크랭크 드로우의 變形을 計算한 다음 이것을 使用하여 求한 最低次의 自由振動數를 實測値와 比較함으로써 크랭크軸의 剛性係數計算式을 修正誘導하고 있다. 그러나 이러한 比較는 언제나 最低次의 自由振動數에 對하여 行하고 있기 때문에 가령 좋은 結果가 얻어 지더라도 다른 次數에 對한 自由振動數는 誤差가 크게 된다. 이 點에 對한 對策으로써 推力軸受의 剛性係數를 次數에 따라서 變更하고 計算値를 實測値에 接近시키고 있다. 이것이 또한 推力軸受剛性係數의 非線形性을 主張하는 根據로 되고 있다. 그러나 著者の 研究調査에 의하면은 機關出力이 낮은 곳에서 프로펠러의 推力이 작게되는 경우를 除外하고는 線形으로 볼 수 있다는 것이 確認되었다. 또한 J. R. Kane⁸⁾이 行한 實物의 推力軸受에 의한 實驗結果도 이 事實을 明白히 하고 있다.

現在까지 發表된 諸式의 信賴性이 不充分한 原因은 크랭크軸의 스프링剛性計算法에 있다. 즉 세로振動은 비틀림振動과는 달리 振動系의 中間에 있는 推力軸受가 振動特性에 影響을 주는 외에 크랭크에 있어서 각드로우의 前後接續角度, 主軸受의 支持狀態等의 影響도 크다. 더구나 強制力의 供給源으로서 프로펠러의 推力變動을 無視할 수 없으며 다른 振動(이 경우에는 主로 비틀림振動)의

- (1) 全·津田, 日本船用機關學會誌 第4卷4號, 1966. 9.
- (2) Jeon. Tsuda, Japan Shipbuilding & Marine Engineering Vol. 4 No. 5, 1969
- (3) S. F. Dorey, NECL. Trans., Vol. 55, P. 203~294, 1939
- (4) P. Draminsky, et al., MTZ H. 2, S. 49~52, 1942
- (5) R. Poole, Pro. Inst. M.E., P. 167~182, 1941
- (6) G. Anderson, et. al., Int. Shipb. Pro. 1963
- (7) A. Guglielmotti, et. al., CIMAC, 1962, Copenhagen
- (8) A. J. Johnson, et. al., IMET, Vol. 75, No. 4, 1963
- (9) J. R. Kane, et. al., SNAME Vol. 57, 1949

影響을 받기 쉬우며, 비틀림振動的의 共振點이 세로振動的의 共振點에 接近하는 경우에는 비틀림振動에 同作하는 세로振動이, 卽 세로비틀림聯成振動이 强하게 發生한다. 따라서 軸系의 세로振動을 바르게 다루기 위하여서는 비틀림振動을 同時에 考慮하고 그 外에 隣接드로우와 主軸受의 影響도 導入할 必要가 있다.

以上과 같이 單純한 세로振動이라도 複雜한 要素를 內包하고 있기 때문에 세로비틀림聯成振動의 解析은 매우 複雜困難하며 筆者가 調査한바에 의하면 Van Dort와 N. J. Visser⁽¹⁰⁾ 에 의한 論文이 이 問題의 本質을 把握하고 있는 唯一한 것이다. 그러나 그들은 聯成振動計算에 있어 가장 主要한 諸剛性係數를 理論的으로 計算하는 것이 不可能하다고 生覺하여 이것을 스케일모델(Scale model)에 의하여 實驗的으로 求하고 있다. 또한 振動方程式의 解法에도 難點이 있고 實例의 뒷받침이 없으며 最低次의 固有振動數 數個를 計算하고 있을 뿐이다.

著者는 이러한 세로振動과 비틀림振動的의 聯成振動을 理論的으로 解明하기 위하여 從來의 觀點과는 다른 角度에서 새로운 모델系를 設定하여 크랭크軸系에 發生하는 諸振動을 包括的으로 取扱할 수 있도록 하였다.

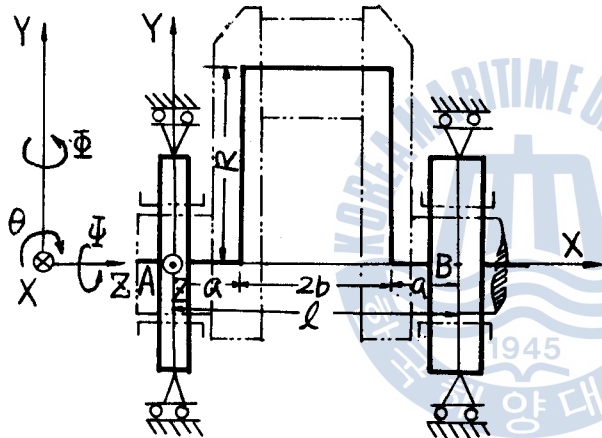


그림 1 (A) 單一크랭크드로우의 모델

그림 1(A)는 單一크랭크드로우의 모델系이며 그림 1(B)는 8실린더 船用內燃機關軸系를 새로운 모델系로 表示한 것이다. 이 새로운 모델系에 있어 各主軸受에 隣接하는 各드로우의 크랭크軸들에 慣性모우먼트의 切半을 合하여 相當慣性物體를 設定하고 이것이 剛體크랭크室內에 있어 4自由度, 卽 軸方向, 軸돌레 및 이것과 直交하는 2個의 軸돌레, 計4方向의 運動이 可能하다고 生覺한다.

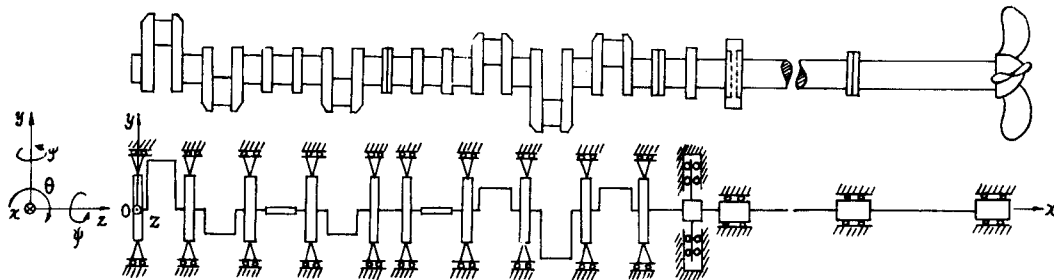


그림 1 (B) 8실린더 디젤機關軸系의 모델

三. 새로운 모델系에 있어서의 慣性모우먼트와 質量 및 剛性係數

새로운 모델系에 있어서 慣性物體의 慣性모우먼트計算은 從來의 비틀림振動計算과 같은 方法을 使用하고 質量計算은 피스톤, 連接棒을 包含시키지 않고 크랭크軸과 平衡錘만을 考慮한다. 한편 크랭

(10) Van Dort, et. al., Int. Shipb. Pro., 1963

크軸에 直交하는 軸들레 慣性모우먼트는 크랭크軸들레의 切半이라 規定한다. 또한 프로펠러는 當然히 附加水의 影響을 考慮한다.

다음에 慣性物體間의 諸剛性係數는 우선 Castigliano의 定理에 의하여 單位의 힘 또는 모우먼트에 의한 變位, 即 影響係數(Influence number)를 求하여 이것을 매트릭스(Matrix)形式으로 表示한 다음 그의 逆매트릭스를 計算하면 그의 各要素가 各種剛性係數이다. 이러한 計算은 彈性變形을 生覺하고 있으므로 Maxwell-Betti의 相反定理에 의하여 任意的 i, j 에 對하여 影響係數 $f_{ij} = f_{ji}$ 가 成立하고 n 自由度에 對하여 計算해야할 影響係數는 $1/2n(n+1)$ 個이다. 但 各드로우는 一般의 同一平面上에 있으며 各軸 固有의 角度로 接續하고 있으므로 標準位相(가령그림1 (B)의 左端드로우)을 定한 다음 傾斜하여 接續하고 있는 드로우의 剛性係數를 任意位相의 값으로 變換하는 것이며 여기에 도 매트릭스法(剛性變換매트릭스)을 利用하는 것이 매우 便利하다.

그림1 (A)의 드로우의 B端을 固定하고 A端에 x 方向의 힘, 또는 x, y, z 들레의 모우먼트를 加하면 各影響係數는 다음과 같이 된다. 但 힘과 모우먼트의 正方向을 座標系에 一致시키고 G, E를 各各 各로, 세로 彈性係數; J_p, J 를 各各 各자아널(또는 핀)의 極斷面 2次모우먼트, y 또는 z 軸에 關한 斷面 2次모우먼트; J_x, J_y, J_z 를 腕의 x, y, z 軸에 關한 斷面 2次모우먼트; B端을 固定하고 A端에 單位의 x 力을 加하였을때의 B端의 固定모우먼트를 α ; A에 單位의 x, y, z 모우먼트를 加하였을 때의 B端 固定모우먼트를 β, γ, ρ 라 한다.

$$f_{xx} = \frac{1}{EJl^2} \left\{ \frac{\alpha^2 a^3}{3} + 2b \left\{ l^2 R^2 - l^2 R\alpha + \frac{\alpha^2}{3} (3a^2 + 6ab + 4b^2) \right\} + \frac{\alpha^2 a}{3} \left\{ l^2 + l(a+2b) + (a+2b)^2 \right\} \right\} + \frac{R}{EJ_x l^2} \left\{ \frac{2l^2 R^2}{3} - l^2 R\alpha + \alpha^2 \left\{ a^2 + (l-a)^2 \right\} \right\} \quad (1)$$

$$f_{\theta\theta} = \frac{2}{GJ_p} \left\{ a + \frac{b}{l^2} (l - \beta R)^2 + \frac{\beta^2 l}{3EJ} + \frac{2R}{EJ_x l^2} (l^2 - l\beta R + \frac{\beta^2 R^2}{3}) \right\} + \frac{\beta^2 R}{GJ_y l^2} \left\{ a^2 + (a-l)^2 \right\} \quad (2)$$

$$f_{\varphi\varphi} = \frac{l}{3EJ} \left\{ 1 + \gamma(\gamma-1) \right\} + \frac{2bR^2}{GJ_p l^2} (1+\gamma)^2 + \frac{R}{GJ_y l^2} \left\{ \left\{ l - (1+\gamma)a \right\}^2 + \left\{ l\gamma - (1+\gamma)a^2 \right\} \right\} + \frac{2R^3(1+\gamma)^2}{3EJ_x l^2} \quad (3)$$

$$f_{\theta\varphi} = f_{\varphi\theta} = \frac{\beta l(1-2\gamma)}{6EJ} + \frac{2bR}{GJ_p l^2} (1+\gamma)(l - \beta R) + \frac{R\beta}{GJ_y l^2} \left\{ a \left\{ l - (1+\gamma)a \right\} + (a-l) \left\{ l\gamma - (1+\gamma)a \right\} \right\} + \frac{R^2(\gamma+1)}{3EJ_x l^2} (3l - 2\beta R) \quad (4)$$

$$f_{\psi\psi} = \frac{l}{EJ} \left\{ \frac{(\rho+1)^2}{3} - \rho \right\} + \frac{R}{EJ_x l^2} \left\{ \left\{ l - (\rho+1)a \right\}^2 + \left\{ l\rho - (\rho+1)a \right\}^2 \right\} \quad (5)$$

$$f_{x\psi} = f_{\psi x} = \frac{\alpha a}{EJl^2} \left\{ \frac{1+\rho}{3} \left\{ a^2 + l^2 + l(a+2b) + (a+2b)^2 \right\} - l^2 \right\} + \frac{2b}{EJl^2} \left\{ l^2 R - l(a+b) \left\{ (1+\rho)R + \alpha \right\} + \frac{\alpha(1+\rho)}{3} \left\{ (a+2b)^2 + a(a+2b) + a^2 \right\} \right\} + \frac{R}{EJ_x l^2} \left\{ \left\{ l - a(1+\rho) \right\} \left(\frac{lR}{2} - \alpha a \right) + \left\{ l\rho - (\rho+1)a \right\} \left\{ a(l-a) - \frac{lR}{2} \right\} \right\} \quad (6)$$

$$f_{\theta x} = f_{x\theta} = f_{\varphi x} = f_{x\varphi} = f_{\theta\psi} = f_{\psi\theta} = f_{\varphi\psi} = f_{\psi\varphi} = 0 \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{2b}{J} + \frac{R}{J_x} \right)}{\frac{l}{3J} + \frac{R(a^2 + (l-a)^2)}{l^2 J_x}} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\frac{3Rb}{lGJ_y} + \frac{R^2}{lEJ_x}}{\frac{l}{3EJ} + \frac{2bR^2}{l^2GJ_y} + \frac{R\{a^2+(l-a)^2\}}{l^2GJ_y} + \frac{2R^2}{3l^2EJ_x}} \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{\frac{l}{6EJ} + \frac{2Ra(l-a)}{l^2GJ_y} - \frac{2R^2}{3l^2EJ_x} - \frac{2bR^2}{l^2GJ_y}}{\frac{l}{3EJ} + \frac{2bR^2}{l^2GJ_y} + \frac{R\{a^2+(l-a)^2\}}{l^2GJ_y} + \frac{2R^2}{3l^2EJ_x}} \quad (10)$$

$$\rho = \frac{\frac{l}{6J} + \frac{2Ra(l-a)}{l^2J_x}}{\frac{l}{3J} + \frac{R\{a^2+(l-a)^2\}}{l^2J_x}} \quad (11)$$

(1)~(7)式을 利用하여 撓性마트릭스(Flexibility matrix)를 만들고 그의 逆마트릭스, 即 剛性마트릭스(Stiffness matrix)를 구하면 그의 要素가 스포링剛性이다. B端을 固定하고 A端에 荷重을 加했을 경우의 剛性마트릭스 $[K_{AA}]$ 는

$$\begin{bmatrix} \frac{f_{\psi\psi}}{f_{xx}f_{\psi\psi} - (f_{x\psi})^2} & 0 & 0 & \frac{-f_{x\psi}}{f_{xx}f_{\psi\psi} - (f_{x\psi})^2} \\ 0 & \frac{f_{\varphi\varphi}}{f_{\theta\theta}f_{\varphi\varphi} - (f_{\theta\varphi})^2} & \frac{-f_{\theta\varphi}}{f_{\theta\theta}f_{\varphi\varphi} - (f_{\theta\varphi})^2} & 0 \\ 0 & \frac{-f_{\varphi\theta}}{f_{\theta\theta}f_{\varphi\varphi} - (f_{\theta\varphi})^2} & \frac{f_{\theta\theta}}{f_{\theta\theta}f_{\varphi\varphi} - (f_{\theta\varphi})^2} & 0 \\ \frac{-f_{\psi x}}{f_{xx}f_{\psi\psi} - (f_{x\psi})^2} & 0 & 0 & \frac{f_{xx}}{f_{xx}f_{\psi\psi} - (f_{x\psi})^2} \end{bmatrix} = [K_{AA}] \quad (12)$$

B端에 있어서의 反力마트릭스 $[K_{BA}]$ 는 系AB에 있어서의 外力의 平衡條件으로부터 求한다. A端을 固定하고 B端에 荷重을 加하는 경우의 剛性마트릭스 $[K_{BB}]$, $[K_{AB}]$ 는 위의 方法을 되풀이 하거나, 또는 $[K_{AA}]$, $[K_{BA}]$ 와 그의 絶對值가 같고 符號만 다른것에 着眼하여 求한다.

中間軸系에 對하여서는 y, z軸둘레의 運動을 無視하고 2自由度の 單純보로써 剛性마트릭스를 計算한다.

마지막으로 軸系全體를 船體에 固定하고 있는 推力軸受의 剛性係數를 求하는 것은 現在의 段階에 있어서 船體와의 結合狀態가 一定하지 않기 때문에 理論的 計算은 거의 不可能하고 따라서 實測에 의한다. ¹¹⁾

四. 振動方程式의 解法

前節에서 論한 方法에 의하여 軸系各部의 慣性모우먼트와 質量 및 剛性係數를 求한 다음 이것을 매트릭스形式으로 쓰면 다음과 같이 單純한 形式의 線形微分方程式으로 된다.

$$[M]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (13)$$

여기서 $[M]$, $[K]$ 는 各各 慣性모우먼트 또는 質量의 매트릭스와 剛性마트릭스이며 正方對角 또는 對稱마트릭스이다. $\{x\}$, $\{\dot{x}\}$ 는 各質點의 座標 및 이것을 時間에 關하여 2回微分한 것의 列벡터를 나타낸다. (13)式은 그의 解를 $\{x\} = \{\bar{x}\}e^{i\omega t}$ 과 假定하여 풀수있으며 이것을 (13)式에 代入하여 整理하면

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (14)$$

로 된다. 여기서 $\{\bar{x}\}$ 는 振巾마트릭스, ω 는 角振動數, t 는 時間을 意味한다. (14)式은 ω^2 , 即 固有

(11) 現在까지 實測된 資料에 의하면 中, 大形船의 경우 大體로 $0.150 \times 10^7 \text{kg/cm} \sim 0.500 \times 10^7 \text{kg/cm}$ 의 範圍 內에 있다.

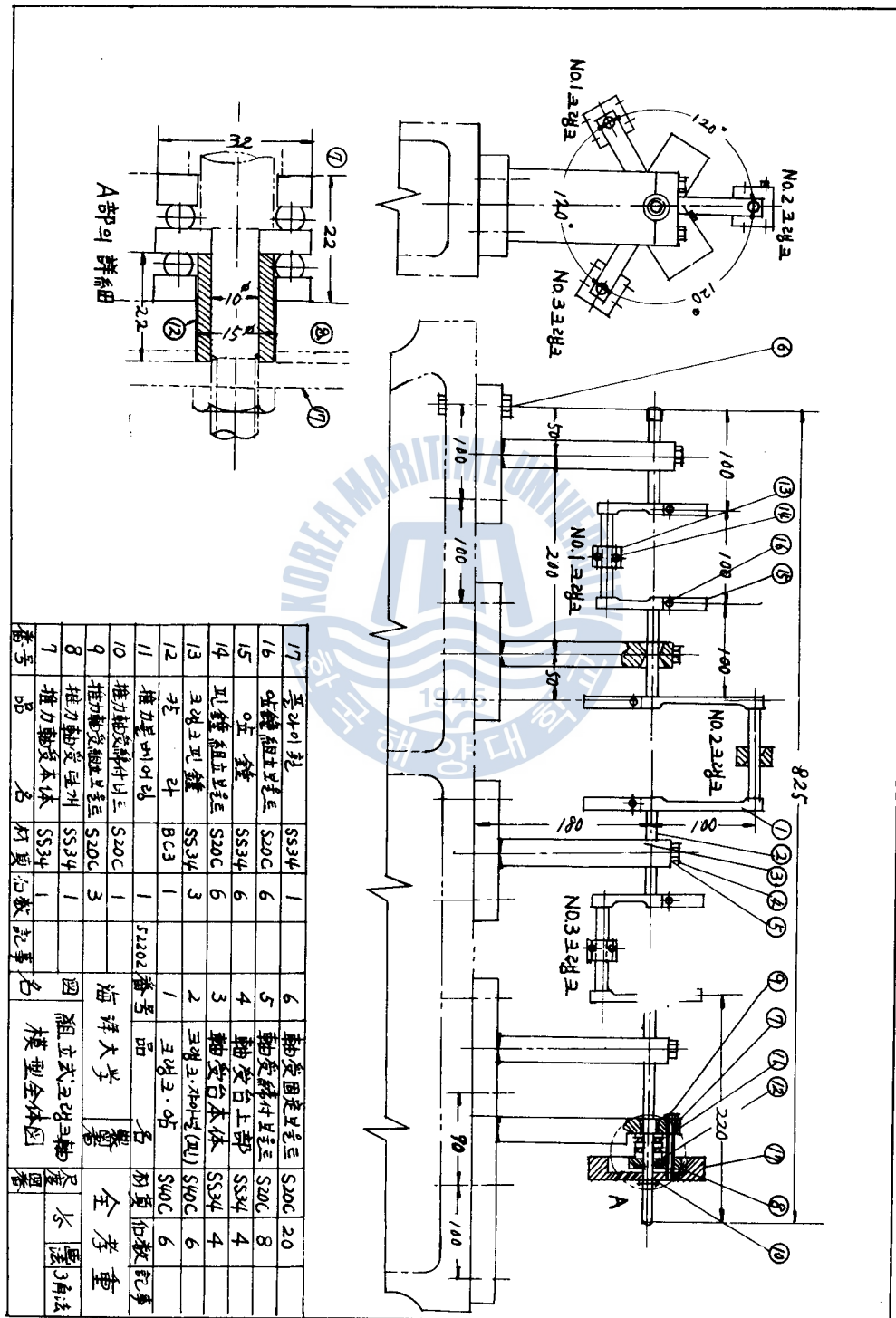


그림2 模型 crank의 組立圖

值에 對한 固有方程式이며 振動方程式을 푸는 것은 固有值를 求하는 問題에 歸着한다.

固有值의 計算에는 많은 方法이 提議되고 있으나 船用크랭크軸系에서는 方程式의 次數가 50內外로 되기 때문에 (14)式을 展開하여 多項式을 만들고 이것에 의하여 ω^2 을 求하는 方法은 電子計算機를 使用하여도 絶望的이다. 마트릭스演算에 의하는 方法中에서 累乘法(Power method)과 같이 筆算에 의하는 경우에도 때때로 使用되는 方法은, 電子計算機에 의하는 때도 適合하나 固有值가 零으로 되는 경우나 兩固有值가 近接하고 있는 경우에는 計算에 支障이 있다. 이러한 缺點이 없고 精度나 計算時間을 犧牲하지 않으며 電子計算法에 適合한 Jacobi回轉法이 가장 適合하다고 生覺되었기 때문에 著者는 이 方法을 適用하였다.

五. 模型크랭크에 의한 實驗

그림 2는 模型크랭크의 組立圖이다. 3個의 드로우를 가지며 각드로우는 120°의 等角으로 配置되어 있다. 各핀과 牙아널의 徑은 8m/m이며 압과의 結合은 螺糸式으로 하여 銀膠으로 固定하며 推力軸受側에는 플라이휠을 設置한다. 各 主軸受와 牙아널과의 接觸部는 理論的 假定에 接近시키기 위하여 Knife edge狀으로 加工되어 있으며 慣性體와 핀과의 接觸部도 같은 形狀으로 加工하였다. 推力軸受로서는 複式드러스트볼베어링을 使用하였다.

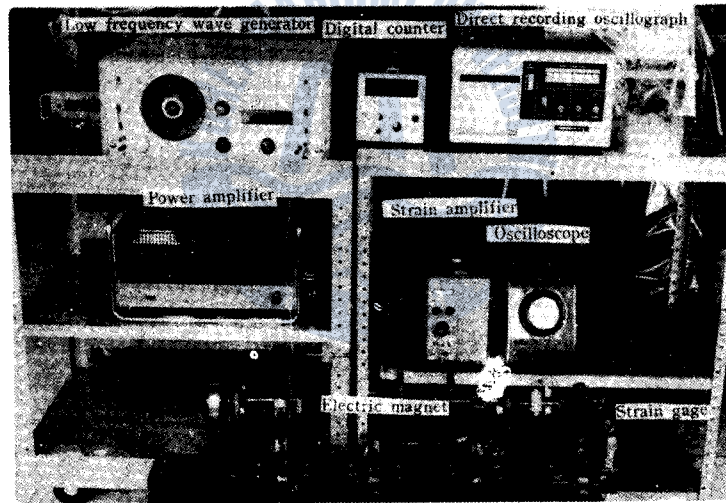


그림3 實驗裝置의 配置圖

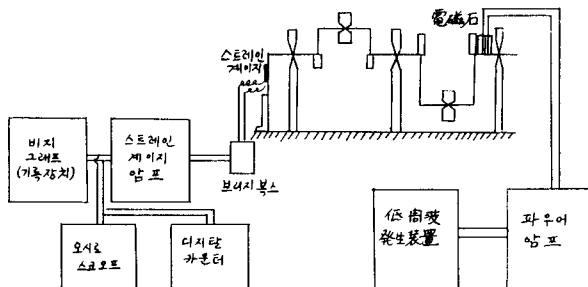


그림4 模型크랭크實驗裝置의 系統圖

그림 3은 實驗裝置全體의 配置圖이고 그림4는 系統圖이다.

強制振動을 誘發하기 위하여 低周波發振器(日本國, 菊水電波社製, Model 453)에 의한 正弦波電流를 Audio用 Power amplifier (日本國, Lux社製, MB8A, Hi-Fi Amp)로서 增巾한 다음 電磁石에 加한다. 그의 磁力은 2倍의 振動數로 No. 2크랭크 드로우의 플라이휠側의 平衡錘를 잡아

다린다.

測定系로서는 模型크랭크先端側에 Strain gage (日本國, 共和電業社製, KP-10-A1-11)를 附着한

磷青銅板을 接觸시켜 Bridge box를 經由하여 Strain amplifier(日本國, 橫河電機社製, EM-B11)에 連絡하고 Oscilloscope(日本國, 東芝社製, ST-1612B)에 의한 觀測과 直記式電磁 Oscillograph(日本國, 三榮測器社製, FR-201)에 의한 記錄을 交互로 行하였다. 또한 Oscilloscope를 使用하는 경우에는

Digital counter(日本國, Takeda理研社製, TR-3824X)를 併用하였다.

그림5(A), (B), (C), (D)는 가장 낮은 自由振動數4個에 對한 Oscillograph의 測定記錄으로서 各各 15 C. P. S., 29 C. P. S., 38 C. P. S. 및 45 C. P. S를 나타내고 있다. 振動數가 높게 되에 따라서 振幅은 작게되며 Strain gage를 接着한 磷青銅板의 固有振動의 影響이 나타난다. 5次以上の 共振點 計測에는 聽覺과 觸感도 利用하였다.

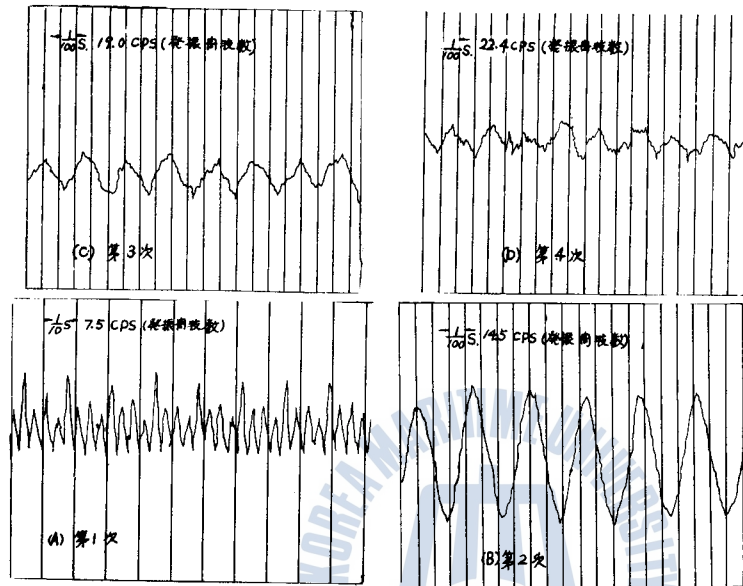


그림5 直記式-電磁Oscillograph에 의한 模型크랭크의 振動記錄
(갈바노미터 G-300A, 종이速度 50 cm/sec)

六. 模型크랭크의 計算

模型크랭크를 그림6과 같이 單純化 한 다음, 計算한 各部의 質量 또는 慣性모우먼트는 表1과 같다.

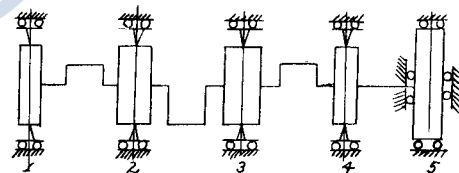


그림6 單純化한 模型크랭크

表 1. 模型크랭크의 質量 및 慣性모우먼트

質點	$M_x \times 10^{-3} (\text{kg sec}^2 \text{ cm}^{-1})$	$I_x \times 10^{-1} (\text{cm kg sec}^2)$	$I_y \times 10^{-1} (\text{cm kg sec}^2)$	$I_z \times 10^{-1} (\text{cm kg sec}^2)$
1	0.4477473	0.2024202	0.1012101	0.1012101
2	0.8604113	0.4077533	0.2038767	0.2038767
3	0.8604113	0.4077533	0.2038767	0.2038767
4	0.4856226	0.2024420	0.1012210	0.1012210
5	—	0.2696121	—	—

表 2. 模型크랭크軸의 各種스프링剛性

k_{xx} (kg/cm)	$k_{\theta\theta}$ (rad/cm kg)	$k_{\psi\psi}$ (rad/cm kg)
0.5090888×10^2	0.2079365×10^4	0.2937872×10^4
$k_{\psi\psi}$ (rad/cmkg)	$k_{\theta\phi}$ (rad/cm kg)	$k_{\psi x}$ (rad/cm kg)
0.4539587×10^4	-0.1037174×10^4	-0.2545444×10^3

表2는 各드로우의 各種스프링剛性이며 (1)~(12)式을 프로그램化하여 電子計算機로 計算한 結果의 一部이다.

表3은 4節에서 論한 方法으로 振動方程式을 프로그램化하여 電子計算機로 計算한 結果이다.

表 3 計算에 의한 模型크랭크의 自由振動數

Circular frequencies and normalized vibration modes of the model crankshaft

TRACE OF $B^{-1/2}PRIME * A * B^{-1/2} = 0.3008444E+09$

EIGENVALUE 1	0.2898206E+09	Circular frequency 2710.331C. P. S	162619.868 C. P. M
EIGENVALUE 2	0.2954178E+07	273.358	16401.487
EIGENVALUE 3	0.2841614E+07	268.213	16092.752
EIGENVALUE 4	0.9870280E+06	158.117	9487.030
EIGENVALUE 5	0.9486999E+06	155.019	9301.141
EIGENVALUE 6	0.5223949E+06	114.989	6899.339
EIGENVALUE 7	0.4815399E+06	110.438	6626.306
EIGENVALUE 8	0.4670561E+06	108.763	6525.765
EIGENVALUE 9	0.4307342E+06	104.450	6267.021
EIGENVALUE 10	0.3878792E+06	99.130	5947.775
EIGENVALUE 11	0.3194762E+06	89.961	5397.679
EIGENVALUE 12	0.2443378E+06	78.665	4719.906
EIGENVALUE 13	0.1525823E+06	62.152	3729.119
EIGENVALUE 14	0.1056899E+06	51.744	3104.633
EIGENVALUE 15	0.8541909E+05	46.510	2790.614
EIGENVALUE 16	0.5599595E+05	37.663	2239.783
EIGENVALUE 17	0.3053372E+05	27.795	1667.719
EIGENVALUE 18	0.8878143E+04	14.996	899.765
EIGENVALUE 19	-0.1308290E-01	-0.018	-1.089

SUM OF EIGENVALUES = 0.3008446E+09

七. 結 論

表4는 最低次數의 自由振動數10個에 對하여 計算値와 實測値를 比較한 것이다. 計算値와 實測値의 近似度는 매우 良好하다. 따라서 이 方法을 船用機關크랭크軸系의 振動計算에 지금까지 주로 使用하여 오는 Holzer 法代身에 利用할 수 있으며, 特히 單獨으로 發生하는 비틀림振動이나 세로 振動뿐만 아니라 Holzer法으로는 計算이 不可能한 세로비틀림聯成振動의 計算이 可能하다. 今後의 課

表 4. 計算에 의한 自由振動數와 實測值와의 比較

順 位	實 測	計 算	計 算	順 位	實 測	計 算	計 算
			實測				實測
1	C. P. S. 15	C. P. S. 15.0	1.00	6	C. P. S. 65	C. P. S. 62.2	0.96
2	29	27.8	0.96	7	74	78.7	1.06
3	38	37.7	1.00	8	84	90.0	1.07
4	45	46.5	1.03	9	106	99.1	0.94
5	55	51.7	0.94	10	110	104.5	0.94

題로서는 實船의 機關크랭크軸系에 이 方法을 適用하여 그의 誤差의 程度를 確認하는 同時에 現在로서는 實測에 依存할 수 밖에 없는 推力軸受剛性係數의 理論的 計算法을 確立해야 할것이다. 그렇게 함으로써 名實 共히 設計段階에서 利用할 수 있는 實用的 解法이 될 것이다.

한가지 難點은 이 方法이 電子計算機를 利用하는 境遇에는 가장 便利한 方法이기는 하나 筆算에 의한 計算이 困難하다는 點이다. 그러나 이 點에 對하여서도 計算機가 오늘날과 같은 趨勢로 普及되어 간다면 實用上 何等の 不便을 느끼지 않을 것이다.

