

밝기성분 기반의 광원추정을 이용한 칼라영상 복원

(안강식 1) 조석제 2)

Color Image Recovery using the Illumination Estimation based on the Lightness Components

K. S. Ahn, S. J. Cho

Abstract

This paper proposes a new color image recovery method based on the color constancy algorithm. This method uses a color constancy model which represents the characteristics of human visual system. The most important process of color constancy model is the estimation of the spectral distributions of illuminant of an input image. To estimate of the spectral distributions of illuminant of an input image, we use the brightest pixel values and the values of surface reflectance of an input image using a principal component analysis of the given munsell chips. We estimate a CIE tristimulus values of an input image using the estimated spectral distributions of illuminant and recover an image by scaling it regularly. From the experimental results, the proposed method was effective in recovering the color images.

1. 서 론

물체를 비추는 빛의 종류에 따라 반사되는 빛의 성질은 많이 달라진다. 같은 물건도 햇빛에서 볼 때와 백열등 아래에서 볼 때 서로 다른 색을 띤다. 카메라에서는 이러한 색을 그대로 표현하지만, 인간의 시각시스템에서는 빛의 종류가 서로 다르더라도 빛의 영향을 상쇄시켜 물체 고유색을 인지하는 능력이 있다^[1]. 그래서, 카메라에서 얻은 영상을 인간의 시각시스템과 유사하게 빛의 영향을 상쇄시켜 물체 고유색으로 표현하고자 하는 연구가 계속되고 있다. 본 논문에서는 서로 다른 광원에서 얻어진 칼라영상을 햇빛(태양광) 아래에서 얻어진 영상으로 복원하는데 관점을 두고 있다.

영상복원이란 원영상이 열화되었을 때 열화현상에 대한 사전지식을 이용하여 열화된 영상

1) 한국해양대학교 대학원

2) 한국해양대학교 기계·정보공학부

을 원영상으로 재구성하는 것을 말한다^[2]. 그러므로 대부분의 영상복원기법들은 원영상을 복원하기 위해 열화현상을 모델링하고 역변환과정을 수행한다. 칼라영상은 광원(illumination), 물체 표면반사함수(surface reflectance function) 및 센서 민감도 함수(sensitivity function)의 복잡한 상호 작용으로 표현된다^[3]. 영상의 칼라는 광원의 종류에 따라 서로 다르게 나타날 수 있는데 광원의 종류에 관계없이 영상에 일정한 칼라를 부여하는 것을 칼라 항상성(color constancy)이라고 한다^[3-9]. 영상복원은 칼라 항상성을 기반으로 하여 영상의 광원을 추정한 후 이를 이용하여 행해진다. 기존의 칼라 항상성 알고리즘은 gamut mapping을 이용한 방법^[7], Bayesian 접근방법^[8] 그리고 선형 및 겹선형(linear and bilinear) 모델을 이용한 방법^[3-6] 등으로 크게 분류할 수 있다^[9].

특히, 선형 및 겹선형 모델을 이용한 방법은 gamut mapping을 이용한 방법이나 Bayesian 접근방법과는 달리 영상에 직접적으로 이용할 수 있어서 많이 사용되는 방법으로 칼라영상을 광원, 물체 표면반사함수 그리고 센서의 민감도 함수의 곱으로 가정하고 칼라영상의 광원을 추정하는 방법이다. 이 방법으로 광원을 추정하기 위해서는 물체 표면반사함수를 추정해야 한다. Maloney^[4] 등과 D'Zmura^[5]는 이차원 모델을 이용하여 영상 내의 모르는 광원으로부터 물체 표면반사함수를 추정하였다. 그러나 이 방법은 모든 상황에 적용할 수 있을 만큼 정확하지 않고 실행시간이 많이 걸리는 단점이 있다. Cheng^[3] 등은 광원과 물체 표면반사함수를 기반으로 하여 칼라 항상성을 표현한 최대분광값 방법(maximum spectral value method)을 제안하였다. 그러나 이 방법은 물체 표면반사함수를 추정하기 위하여 영상에 백색점이 없는 경우에도 백색점에 해당하는 CIE(Commission Internationale de l'Eclairage: 국제조명위원회) 3자극치^[10]를 이용하기 때문에 영상을 제대로 복원할 수 없다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 선형 및 겹선형 모델을 이용하여 칼라 항상성을 구현하고 이를 이용하여 칼라영상을 복원하는 새로운 방법을 제안한다. 제안한 칼라영상 복원 방법은 먼저 영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 CIELAB 칼라좌표계^[10] 각 채널 값과 문셀조각의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값을 이용하여 반사광의 분광분포(spectral distribution of reflected light)를 추정한다. 그리고 이 화소에 대응하는 물체 표면반사함수는 주요성분해석(PCA, principal component analysis)을 통하여 추정하는데 여기서 CIE 3자극치는 칼라영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 red, green 그리고 blue 값 중에서 가장 큰 값을 찾은 후 이 값을 다시 red, green 그리고 blue 각각의 값으로 대체하고 이를 변환하여 사용한다. 이렇게 구해진 물체 표면반사함수와 반사광의 분광분포를 이용하여 광원을 추정한다. 추정된 광원을 이용하여 입력영상의 CIE 3자극치를 구한 후 이를 일정하게 스케일링하여 영상을 복원한다. 제안한 칼라영상복원 방법은 칼라영상에 백색점이 없는 경우에도 영상을 제대로 복원할 수 있다. 실험을 통하여 본 방법의 우수성을 확인하였다.

2. 선형 및 겹선형 모델

칼라영상은 광원, 물체 표면반사함수 그리고 센서의 민감도 함수에 의한 각 수광체의 응답(the response of photoreceptor)으로 표현할 수 있다. 먼저, 반사광의 분광분포 $L(\lambda)$ 는 식 (1)과 같이 광원의 분광분포 $E(\lambda)$ 와 물체 표면반사함수 $R(\lambda)$ 의 곱으로 나타난다^[3-6].

$$L(\lambda) = E(\lambda)R(\lambda) \\ = \left[\sum_{i=1}^m e_i E_i(\lambda) \right] \left[\sum_{j=1}^n r_j R_j(\lambda) \right] \quad (1)$$

여기서 $E_i(\lambda)$ 와 $R_j(\lambda)$ 는 각각 광원과 물체 표면반사함수의 기저함수(basis function)이고, e_i 와 r_j 는 각 기저함수에 대응하는 가중치(weight)이다. 만약, 시각시스템에 k 개의 수광체가 있다면, 각 수광체의 응답 q_k 는 식 (2)와 같다.

$$q_k = \int Q_k(\lambda) L(\lambda) d\lambda \\ = \int Q_k(\lambda) \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n e_i r_j E_i(\lambda) R_j(\lambda) \right] d\lambda \quad (2)$$

여기서 k 는 수광체의 개수를 나타내고, $Q_k(\lambda)$ 는 1931 CIE 표준관측자(standard observer)의 칼라매칭함수(color matching function)이다^[10]. 만약, 영상 내의 광원인 $E(\lambda)$ 가 추정되었다면 q_k 는 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$q_k = \int Q_k(\lambda) E(\lambda) \left[\sum_{j=1}^n r_j R_j(\lambda) \right] d\lambda \quad (3)$$

수광체의 개수가 세 개라면, k 는 3이 되고, 이 선형 및 겹선형 모델을 풀기 위한 m 과 n 도 3이 된다^[4]. 식 (3)을 행렬 또는 벡터로 표현하면 식 (4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}, \\ q = Br \quad (4)$$

여기서, B 는 임의의 광원에서 얻은 변환행렬이며 요소 b_{ij} 는 $\int Q_k(\lambda) E(\lambda) R_j(\lambda) d\lambda$ 이다. 만약, 추정된 광원에서 얻은 변환행렬을 B_{ill} , q_k 를 q_{ill} 로 나타내면, CIE표준광원 D_{65} 에서의 영상의 q_{D65} 는 식 (5)을 이용하여 구할 수 있다.

$$q_{D65} = B_{D65}r = (B_{D65}B_{ill}^{-1})q_{ill} \quad (5)$$

여기서, B_{D65} 는 D_{65} 광원에서 얻은 변환행렬이다.

위와 같이 서로 다른 광원에서 얻은 영상을 CIE표준광원 D_{65} 아래에서의 영상으로 복원하는 일련의 과정들은 영상 내의 광원 $E(\lambda)$ 가 추정되었다는 가정 하에서 이루어진다. 결국 칼라의 선형 및 겹선형 모델에서 CIE 표준광원 D_{65} 아래에서의 영상으로 복원하기 위해서는 모르는 광원에서 얻은 영상의 광원을 추정하는 것이 가장 큰 문제가 된다.

3. 제안한 칼라영상 복원방법

본 논문에서는 선형 및 겹선형 모델을 기반으로 한 칼라 항상성 알고리즘을 이용하여 칼라영상을 복원하는 새로운 방법을 제안한다. 제안한 칼라영상복원 방법은 그림 1과 같이 반사광의 분광분포 추정, 밝기성분을 이용한 물체 표면반사함수 추정 그리고 이 두 성분을 이용한 광원추정과 영상복원의 과정으로 이루어진다.

먼저 반사광의 분광분포 추정방법은 모르는 광원에서 얻어진 영상에서 명도값이 가장 큰

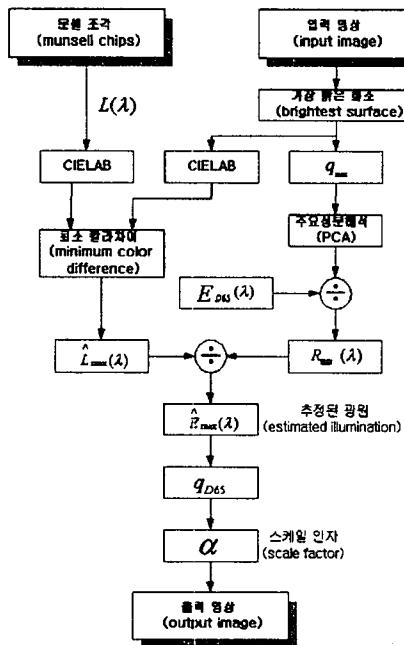


그림 1. 제안한 칼라영상 복원방법의 순서도

화소의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값과 1250개의 문센조각의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값 중 가장 유사한 칼라값을 이용한다. 여기서 가장 유사한 문센조각의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값에 대응하는 분광분포를 반사광의 분광분포로 대치한다.

이 화소에 대응하는 물체 표면반사함수는 주요성분해석을 통하여 추정한다. 여기서, CIE 3자극치를 최대분광값 방법에서는 영상의 백색점에서 구하였는데, 영상에 백색점이 없는 경우에는 광원추정이 제대로 이루어지지 않는다. 제안한 방법에서는 영상에 백색점이 없는 경우에도 광원추정을 제대로 하기 위하여 칼라영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 RGB 칼라좌표계 각 채널값 중에서 가장 큰 값을 각 채널값으로 대체하고 이를 CIE 3자극치로 변환하여 사용한다. 이렇게 구해진 물체 표면반사함수와 반사광의 분광분포를 이용하여 광원을 추정한다. 추정된 광원을 이용하여 입력영상의 각 화소의 CIE 3자극치를 구한 후 이를 일정하게 스케일링하여 영상을 복원한다.

3.1 반사광의 분광분포 추정

칼라 입력영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 반사광의 분광분포는 이 화소의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값과 가장 유사한 값을 문센조각에서 찾는다. 칼라 입력영상과 문센조각을 CIELAB 칼라좌표계로 변환한 다음 칼라차이(color difference)가 가장 작은 문센조각을 선택한다. 그리고 이 문센조각의 분광분포를 반사광의 분광분포로 대치한다. 이 과정은 식 (6)과 같다.

$$\hat{L}_{\max}(\lambda) = \min(d_s, d_{\bar{s}}), \quad \text{단}, \quad 1 \leq i, j \leq N, \quad i \neq j \quad (6)$$

여기서, d_m 는 칼라차이를 나타내는 값으로 $\sqrt{(L_s^* - L_m^*)^2 + (a_s^* - a_m^*)^2 + (b_s^* - b_m^*)^2}$ 이고, L_s^*, a_s^*, b_s^* 과 L_m^*, a_m^*, b_m^* 은 칼라 입력영상에서 명도값이 가장 큰 화소와 문셀조각의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값이다. 그리고 N 은 문셀조각의 개수를 나타낸다.

3.2 밝기성분을 이용한 물체 표면반사함수 추정

칼라 입력영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 물체 표면반사함수 $R_{\max}(\lambda)$ 는 식 (7)을 이용하여 추정할 수 있다.

$$R_{\max}(\lambda) = \frac{L_{\max}(\lambda)}{E_{\text{used}}(\lambda)} \quad (7)$$

여기서, $L_{\max}(\lambda)$ 는 문셀조각을 주요성분해석을 통하여 추정한 기저함수와 가중치로 나타낸 영상 내의 가장 밝은 점에서의 반사광의 분광분포이고, $E_{\text{used}}(\lambda)$ 는 문셀조각의 분광분포 측정 시 사용한 광원이다.

영상 내의 가장 밝은 점에서의 반사광의 분광분포 $L_{\max}(\lambda)$ 로 표현하면 식 (8)과 같다.

$$L_{\max}(\lambda) = \sum_{k=0}^m I_{\max} L_k(\lambda) \quad (8)$$

여기서, $L_k(\lambda)$ 는 반사광의 기저함수이고, I_{\max} 는 가중치이다. 반사광의 기저함수 $L_k(\lambda)$ 는 문셀조각의 분광분포를 이용하여 고유값과 고유함수를 구한 뒤, 값이 가장 큰 처음 세 개의 고유값에 해당하는 고유함수를 사용한다. 고유성분해석을 통하여 기저함수와 고유치를 구하는 과정은 식 (9)과 같다^[11,12].

$$MM^T I_h = \lambda_h I_h, \quad h=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

여기서, M 은 문셀조각의 분광분포를 나타낸 행렬, λ_h 는 고유값 그리고 N 은 문셀조각의 개수이다. I_h 는 기저함수로 식 (10)과 같다.

$$I_h = [L_h(\lambda_1) \quad L_h(\lambda_2) \quad \dots \quad L_h(\lambda_{61})]^T \quad (10)$$

각 기저함수의 가중치 I_{\max} 는 다음의 과정으로 구할 수 있다. 먼저 식 (8)에서 얻은 기저함수를 이용하면 각 수광체의 응답은 식 (11)과 같다.

$$q_k = \int Q_k(\lambda) [\sum_{h=1}^3 I_h L_h(\lambda)] d\lambda = \sum_{h=1}^3 [I_h \int Q_k(\lambda) L_h(\lambda)] d\lambda \quad (11)$$

식 (11)을 행렬 또는 벡터 형태로 표현하면 식 (12)와 같다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}, \quad q = CI \quad (12)$$

영상의 가장 밝은 점에 해당하는 화소의 CIE 3차극치를 q_{\max} 로 표현하면, 여기에 해당하는 반사광의 기저함수의 가중치 I_{\max} 는 식 (13)으로 구할 수 있다.

$$I_{\max} = C^{-1} q_{\max} \quad (13)$$

영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 a_{\max} 를 구하는 과정은 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} a_{\max} &= \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{255} \times \begin{bmatrix} 0.588 & 0.179 & 0.183 \\ 0.290 & 0.606 & 0.105 \\ 0.000 & 0.068 & 1.021 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} rgb_{\max} \\ rgb_{\max} \\ rgb_{\max} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, rgb_{\max} 는 영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 RGB 칼라좌표계 각 채널값 중에서 가장 큰 값으로 $\max \{red, green, blue\}$ 이다. 이렇게 구해진 기저함수와 가중치로 영상에서 명도값이 가장 큰 화소에서의 반사광의 분광분포를 구할 수 있으며, 이를 이용하여 물체 표면반사함수를 구할 수 있다.

3.3 광원추정과 영상복원

위에서 추정한, 영상의 명도값이 가장 큰 화소의 반사광의 분광분포 $\hat{L}_{\max}(\lambda)$ 와 물체 표면반사함수 $R_{\max}(\lambda)$ 를 이용하여 광원의 분광분포를 추정한다.

$$\hat{E}(\lambda) = \frac{\hat{L}_{\max}(\lambda)}{R_{\max}(\lambda)} \quad (15)$$

식 (15)로 추정된 광원의 분광분포를 식 (5)에 적용하여 CIE표준광원 D_{65} 아래에서의 각 수광체의 응답을 구한다. 여기서 CIE 3자극치를 RGB 칼라좌표계 각 채널값으로 변환할 때 식 (16)을 이용하여 일정하게 스케일링한다.

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \alpha \times \begin{bmatrix} 1.971 & -0.549 & -0.297 \\ -0.954 & 1.936 & -0.027 \\ 0.064 & -0.129 & 0.982 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서, α 는 스케일 인자(scale factor)로 $1/rgb_{\max}$ 이다. 이렇게 구한 RGB 칼라좌표계 각 채널값을 이용하여 칼라영상을 표현하면 이 칼라영상이 복원영상이 된다. 열화영상의 명도값이 가장 큰 화소에 대한 광원의 분광분포를 백색점에서의 광원의 분광분포로 사상하기 위해서 사용한 값이 α 이다. 이 값에는 영상 내에 백색점이 포함되어 있을 경우에는 1의 값이 주어지며, 그렇지 않을 경우에는 가장 밝은 화소의 명도값에 따라 일정한 값을 주게 된다.

4. 실험 및 고찰

제안한 방법의 성능을 평가하기 위하여 본 논문에서는 1250개 문셀조각의 반사광의 분광분포 $L(\lambda)$ 와 CIE표준광원(A, C, Yellow 그리고 Green 광원)에서 얻은 영상을 이용하여 실험하였다. 제안한 방법을 이용하여 각 광원에서 얻은 칼라영상을 CIE표준광원 D_{65} 아래에서의 칼라영상으로 변환하고, 선형 및 겹선형 모델을 이용한 가장 최근에 연구된 Cheng의 최대분광값 방법^[3]과 비교하였다. 각 문셀조각은 400[nm]에서 700[nm]까지 5[nm]의 간격으로 양자화되어 있다.

그림 2는 1250개 문셀조각의 주요성분 중에서 처음 세 개의 값을 나타낸다. 세 개의 주요

성분 중에서 첫 번째 주요성분은 대체로 일정하게 분포하지만, 이 그래프에서는 높은 파장에서 더 큰 값을 가진다. 이는 붉은 색 계통의 문셀조각을 더 많이 사용하였기 때문으로 사료된다.

그림 3은 실험에 사용한 광원의 값을 그래프로 나타낸 것이다. 그림 4는 실험에 사용한 정경이고, 그림 5는 각 광원에서 얻은 칼라영상이다.

그림 6은 각 광원에서 얻은 칼라영상을 최대분광값 방법으로 복원한 칼라영상을, 그림 7은 제안한 방법으로 복원한 칼라영상을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 최대분광값 방법은 각 광원에서 얻은 영상의 칼라를 원영상의 칼라로 제대로 복원하지 못하는데 이는 영상에 백색점이 없는 경우에도 백색점에 해당하는 가상의 화소를 만들어 물체 표면반사함수를 추정하기 때문이다. 이렇게 추정된 물체 표면반사함수로 인하여 잘못된 광원추정이 이루어지고 영상의 칼라를 제대로 복원하지 못하는 문제점이 발생한다. 그러나, 제안한 방법에 의한 칼라영상 복원방법은 영상에 백색점이 없는 경우에도 명도값이 가장 큰 화소를 이용하기 때문에 적합한 물체 표면반사함수를 구할 수 있다. 즉, 반사광의 분광분포 추정과 물체 표면반사함수 추정은 같은 화소에서 이루어져야 그 화소에 대한 광원추정이 제대로 이루어지기 때문이다. 그리고 칼라 입력영상의 명도값이 가장 큰 화소에서 백색점까지의 오차를 보상해주는 스케일 인자를 사용하기 때문에 영상을 자연스럽게 복원한다.

표 1은 원영상과 복원영상의 CIELAB 칼라좌표계에서의 칼라차이를 나타낸다. 제안한 방법으로 복원한 영상의 칼라차이가 최대분광값 방법보다 더 작게 나오는데 이는 제안한 방법으로 영상을 복원할 경우, 정경과의 차이가 더 작음을 의미한다.

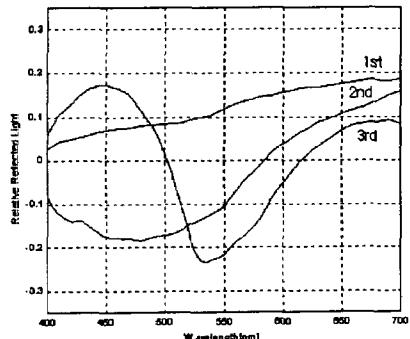


그림 2. 문셀조각의 주요성분

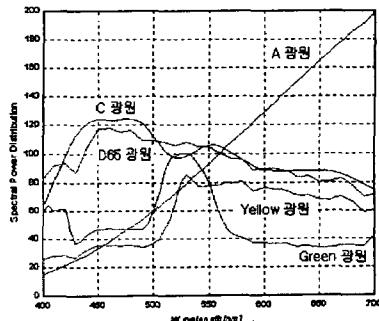


그림 3. 실험에 사용한 CIE 표준광원

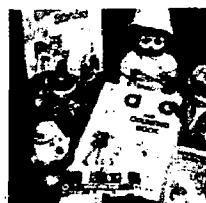
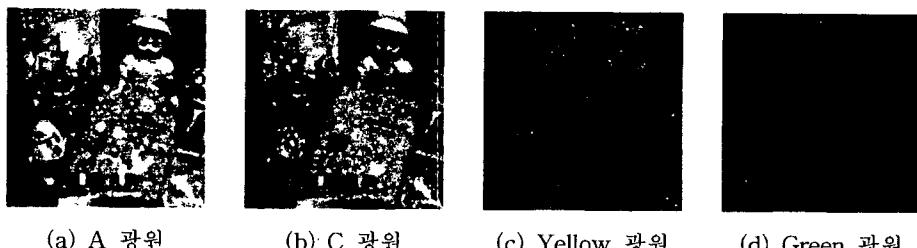


그림 4. 원 정경



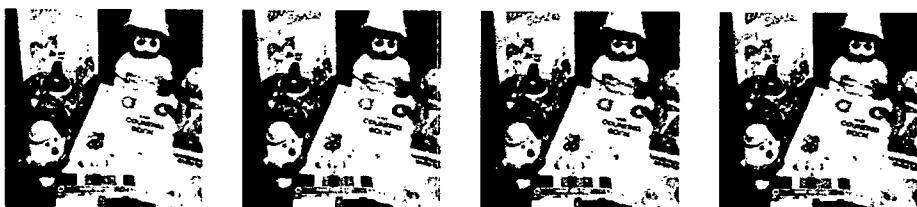
(a) A 광원 (b) C 광원 (c) Yellow 광원 (d) Green 광원

그림 5. 각각의 광원에서 얻어진 영상



(a) A 광원 (b) C 광원 (c) Yellow 광원 (d) Green 광원

그림 6. 최대분광값 방법으로 복원한 영상



(a) A 광원 (b) C 광원 (c) Yellow 광원 (d) Green 광원

그림 7. 제안한 방법으로 복원한 영상

표 1. 정경과 복원영상의 칼라차이

	A 광원	C 광원	Green 광원	Yellow 광원
최대분광값 방법	0.0892	0.0538	0.0699	0.0525
제안한 방법	0.0562	0.0228	0.0357	0.0226

5. 결 론

본 논문에서는 반사광의 분광분포와 밝기성분을 이용한 물체 표면반사함수의 선형 및 겹선형 모델을 이용하여 칼라 항상성 알고리즘을 구현하고 이를 이용하여 칼라영상을 복원하는 새로운 방법을 제안하였다. 제안한 칼라영상 복원방법은 먼저 영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 CIELAB 칼라좌표계 각 채널값과 1250개의 문셀조각을 이용하여 반사광의 분광

분포를 추정하였다. 그리고 이 화소에 대응하는 물체 표면반사함수는 주요성분해석을 통하여 추정하는데 여기서 CIE 3자극치는 칼라영상에서 명도값이 가장 큰 화소의 red, green 그리고 blue 값 중에서 가장 큰 값을 찾은 후 이 값을 다시 red, green 그리고 blue 각각의 값으로 대체하고 이를 변환하여 사용한다. 이렇게 구해진 물체 표면반사함수와 반사광의 분광분포를 이용하여 광원을 추정한다. 추정한 광원을 이용하여 입력영상에서 각 화소에서의 CIE 3자극치를 구한 후 이를 일정하게 스케일링하여 영상을 복원하였다.

실험을 통하여 선형 및 겹선형 모델을 이용하여 Cheng이 최근에 제안한 최대분광값 방법에서 영상에 백색점이 없는 경우에 광원추정을 잘못하여 영상을 제대로 복원할 수 없는 문제점을 해결하였다.

참고 문헌

- [1] M. D. Fairchild, *Color Appearance Models*, Addison-Wesley, 1997.
- [2] R. C. Gonzales, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley, 1992.
- [3] F. H. Cheng, "Recovering colors in an image with chromatic illuminant," *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 7, No. 11, pp. 1524-1533, Nov. 1998.
- [4] L. T. Maloney and B. A. Wandell, "Color Constancy : A method for recovering surface spectral reflectance," *J. Optical Soc. Am. A*, Vol. 3, No. 1, pp. 29-33, Jan. 1986.
- [5] M. D'Zmura, "Color constancy : surface color from changing illumination," *J. Optical Soc. Am. A*, Vol. 9, No. 3, pp. 490-493, Mar. 1992.
- [6] M. D'Zmura and P. Lennie, "Mechanisms of Color Constancy," *J. Optical Soc. Am. A*, Vol. 3, No. 10, pp. 1662-1672, Oct. 1986.
- [7] D. A. Forsyth, "A Novel Algorithm for Color Constancy," *International Journal of Computer Vision*, Vol. 5, No. 1, pp. 5-36, 1990.
- [8] D. Brainard and W. T. Freeman, "Bayesian Color Constancy," *J. Optical Soc. Am. A*, Vol. 14, No. 7, pp. 1393-1411, July 1997.
- [9] G. Sapiro, "Color and Illuminant Voting," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 21, No. 11, Nov. 1999.
- [10] F. W. Billmeyer, *Principles of Color Technology*, John Wiley & Sons, 1981.
- [11] J. Parkkinen, J. Hallikainen, and T. Jaaskelainen, "Characteristic Spectra of Munsell Colors," *J. Optical Soc. Am. A*, Vol. 6, No. 2 pp. 318-322, Feb. 1989.
- [12] T. Jaaskelainen, J. Parkkinen, and S. Toyooka, "Vector-Subspace Model for Color Representation," *J. Optical Soc. Am. A*, Vol. 7, No. 4, pp. 725-730, Apr. 1990.