

半導體레이저의 大信號解析

芮 秉 德

The Large Signal Analysis of Semiconductor Laser

Byeng-deok Ye

目 次

Abstract
Nomenclature
1. 序 論
2. Rate 方程式과 大信號 解析
2.1 Rate 方程式
2.2 大信號 解析
3. Fourier 變換
3.1 Fourier 變換에 대한 考察
3.2 電流波形에 對한 Fourier 變換
4. 外部回路에 依한 緩和振動의 抑制
4.1 過渡現象
4.2 檢 討
5. 結 論
參考文獻

Abstract

Since semiconductor laser diode(LD) are a nonlinear light source, its large signal characteristics are very different from the small signal one, as the modulation frequency approaches to the resonance frequency (f_0) of LD. In this research, the large signal analysis has been carried out for the frequency characteristics near f_0 by numerical analysis in order to make clear the mechanism generating the relaxation oscillation in the light output in high speed pulse modulation.

Comparing this analysis with computer simulation for an experimental result on the suppression of the relaxation oscillation with a method using an electrical resonance circuit, following results were obtained;

- (1) The relaxation oscillation in the case of large signal and high speed modulation is caused by the two frequency components included in the input current pulse, that is, one is of f_0 and the other is one half of f_0 .
- (2) In order to suppress the relaxation oscillation by the single electrical resonance circuit, its resonance frequency should be less than one half of f_0 .

Nomenclature

- n : Carrier density
 J : Injection current density
 e : Absolute electron charge
 d : Thickness of active layer
 δ : Internal quantum efficiency
 R_{sp} : Total spontaneous emission rate
 D_i : Diffusion constant
 Γ_i : Photon confinement factor
 $\Phi(E_i)$: Number of modes per unit volume and energy
 S_i : Photon number in the i th mode
 φ_i : Normalized complex photon amplitude function
 r_{sp} : Spontaneous emission rate per unit of volume and unit of photon energy E_i
 r_{st} : Stimulated emission rate per unit of volume and unit of photon energy E_i
 τ_{pi} : Photon life time in the i th mode
 τ_s : Spontaneous carrier lifetime

1. 序 論

만 옛날부터 빛은 一次의인 通信手段으로서 利用되어 왔지만 그것은 自然 그대로의 것으로서 甚단한 情報의 전달에만 使用되었었다.

文明이 발달함에 따라 通信의 媒體로서 電磁波가 利用되게 되었고 情報量의 急增에 依하여 電磁波는 極超短波의 領域으로 發展해 갔다.

이러한 研究와 開發은 結局 通信의 媒體를 빛의 領域에 까지 擴張하게 되었으며 이렇게 하여 生成된 빛은 一般的인 意味의 빛과는 相異한 것으로서 물라울 만한 單色性和 指向性을 具備한 것이었다.¹⁾

Laser(Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)는 오늘날 氣體, 液體, 固體, 半導體 등을 媒質로 하는 많은 種類가 개별되어 있으며, 軍事, 醫學, 産業, 通信 등 廣範圍를 分野에서 應用되고 있다. 特히 반도체 레이저는 小型, 輕量, 高效率, 大量生産可能 등의 이라기까 利點을 가져다 주었을 뿐만 直接變調가 可能하다는 特性으로 인하여 새로운 通信方式인 光通信의 光源으로서 脚光을 받게 되었다.²⁾

直接變調라 함은 반도체 레이저를 구동하는 電流에 信號를 같이 주어 出力光의 光量을 調節하는 方法으로서 變調방법으로써는 가장 原始的인 方法이라 할 수 있다. 따라서 이 방법을 가장 簡便하면서도 數 GHz이상의 高速變調를 할 수 있으며, 變調效率의 높은 때문에 現在 光通信의 最良의 變調방법을 위하여 이 直接變調방법을 택하고 있다.

그러나 반도체 레이저는 活性領域内部로 注入되는 電荷와 發生되는 光子자이에 共振現狀을 가지고 있기 때문에 入力電流의 周波數가 共振周波數에 가까워지면 輻출력은 다른 주파수에 이 보다 甚히 커지게 된다.³⁾ 이 현상을 이용한다면 數 GHz이상의 光發振器 또는 數百 psec이하의 光펄스發振器를 제작할 수 있을지도 모르겠으나, 直接變調光通信이라는 觀點에서 본다면 이 현상을 바람직할 것이 되지 못한다. 즉, 現在 多重通信에 있어서 變調方式의 주요를 이루고 있는 變조편조에 있어서는 이 共振現狀에 依하여 甚한 緩和振動이 일어나기 때문에 이는 雜音의 發生 및 變調帶域幅制限의 主原因이 된다.

따라서 이러한 共振狀現象을 除去하기 위하여 다음과 같은 여러가지 方法들이 제안되었다.

1. 序 論

만 옛날부터 빛은 一次의인 通信手段으로서 利用되어 왔지만 그것은 自然 그대로의 것으로서 간단한 情報의 전달에만 使用되었었다.

文明이 발달함에 따라 通信의 媒體로서 電磁波가 利用되게 되었고 情報량의 急增에 依하여 電磁波는 極超短波의 領域으로 發展해 갔다.

이러한 研究와 開發은 結局 通信의 媒體를 빛의 領域에 까지 擴張하게 되었으며 이렇게 하여 생성된 빛은 一般的인 意味의 빛과는 相異한 것으로서 물라를 위한 單色性과 指向性을 가진 것이었다.¹⁾

Laser(Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)는 오늘날 氣體, 液體, 固體, 半導體 등을 媒質로 하는 많은 種類가 개발되어 있으며, 軍事, 醫學, 産業, 通信 등 廣範圍인 分野에서 應用되고 있다. 特히 반도체 레이저는 小型, 輕量, 高效率, 大量生産可能 등의 여러가지 利點을 가지고 있음을 물론 直接變調가 可能하다는 特性으로 인하여 새로운 通信方式인 光通信의 光源으로서 脚光을 받게 되었다.²⁾

直接變調라 함은 반도체 레이저를 구동하는 電流에 信號를 같이 주어 出力光의 光量을 調節하는 方法으로서 이 方法은 變調의 原始的인 方法이라 할 수 있다. 따라서 이 方法을 적용 調整하면 數 GHz이상의 高速變調를 할 수 있으며, 變調效率가 높기 때문에 現在 光通信의 發達에 큰 功을 세우는 方法이 되고 있다.

그런데 반도체 레이저는 活性領域內部로 注入되는 電荷와 發生되는 光子 사이에 共振狀을 가지고 있기 때문에 大力電流의 周波數가 共振周波數에 가까워지면 輻출력은 다른 주파수에서 보다 高하게 커지게 된다.³⁾ 이 현상을 이용한다면 數 GHz이상의 光發振器 또는 數百 pscc이하의 光원소發振器를 제작할 수 있을지도 모르겠으나, 直接變調光通信이라는 觀點에서 본다면 이 현상을 바람직스럽지 않게 생각할 수 있다. 즉, 現在 多重通信에 있어서 變調方式의 종류를 이루고 있는 펄스모드에 있어서는 이 共振現狀에 依하여 생긴 緩和振動이 일어나기 때문에 이는 雜音의 發生 및 變調帶域幅制限의 主要原因이 된다.

따라서 이러한 共振狀現象을 除去하기 위하여 다음과 같은 여러가지 方法들이 제안되었다.

i) 外部로부터 發振波長, 鄰近의 自然放出光을 注入시켜서 緩和振動을 制去하는 方法⁴⁾

가장 간단한 方法이기는 하나 이를 위하여 別個의 光源이 필요하므로 非經濟的인 한편 消光比가 작기 때문에 變調效率가 작다는 단점을 가지고 있다.

ii) 일관 레이저에서 나온 光을 外部反射鏡을 사용하여 緩和振動과 逆位相이 되도록 歸還시켜 주는 方法⁵⁾

機械적으로 外部反射鏡을 調節하여 주어야 하므로 實用上으로는 甚정 어려운 方法이라 할 수 있다.

iii) 磁氣效果를 이용하여 注入되는 電荷의 共振器內의 一域에 集結시켜 流動을 막아 주므로써 共

振現狀을 제거하는 方法⁶⁾

KGauss이상의 高磁場이 要求되기 때문에 실용상 문제가 있다. 그러나 최근에는 電流가 흐르는 棒을 數 μm 이하(즉, 電荷의 확산거리 이하)로 集結시켜 똑같은 효과를 내게하는 方法이 개발되었다.⁷⁾⁸⁾ 따라서 실용상으로는 가장 타당성이 있는 方法이라고 볼 수 있으나 이러한 레이저를 제작하는데 있어서는 高度의 기술이 필요하기 때문에 레이저의 단가가 비싸다는 단점을 지니고 있다.

iv) 電氣的인 外部共振器를 달아줌으로써 共振周波數 近處의 電流成分들을 밴드리미트(band limit; 帶域制限) 시킴으로써 光出力上的 緩和振動을 제거시키는 方法⁹⁾

가장 경제적인 방법이기도 하나 공진주파수조절(Tuning)이 容易하지 않은 단점을 가지고 있다.

本 研究에서는 위에서 언급한 여러가지 방법중 경제적인 측면에서 實用可能性이 엿보이는 方法 iv)에 대하여 考察하였다. 이 方法의 原理에 대해서는 文獻⁹⁾에 소개되어 있으나 小信號와 單位階段 函數의 入力에 대한 應答에 대한 理論解析을 行하여 緩和振動을 抑制시킬 수 있는 外部回路定數들을 選定하고 있으므로 實在 波形과는 多小間의 差異가 예상된다.

따라서 本 研究에서는 理論解析方法으로써 動作特性을 定量的으로 檢討해 나갈 수 있는 大信號 解析方法을 擇하였으며, 한편 實際의 入力펄스電流에 對한 波形解析을 行하여 이 속에 포함되어 있는 周波數成分들 中 光出力上的 緩和振動을 誘發시키는 成分들을 分析해 내어 이들을 濾過시킴으로써 緩和振動을 抑制시킬 수 있는 電氣共振回路의 回路定數 값들을 발견하고자 시도하였다. 그 結果 大信號의 高速펄스變調時에 일어나는 緩和振動은 小信號 解析에서 얻어지는 共振周波數에 해당하는 電流成分뿐만 아니라 그에 折半인 周波數成分에 依해서도 일어난다는 것을 발견할 수가 있었고, 單一電氣共振回路만을 利用하여 緩和振動을 抑制시킬려면 共振回路의 共振周波數는 小信號 理論에서 假定하고 있는 共振周波數의 折半 以下여야 함을 알 수 있었다.

本 論文의 構成과 內容은 다음과 같다.

우선 제2장에서는 本 研究의 數值解析에 使用될 반도체레이저의 運動方程式을 소개하는 한편 수치해석을 행하는 방법과 주파수특성상에 나타나는 小信號 解析과 大信號 解析上的 차이점을 지적한다. 제3장에서는 入力電流信號에 대한 푸리에변환(Fourier Transform)을 행하고 實在電流波形에 대하여 레이저의 共振을 誘發시키는 電流成分들을 分析해 냄으로써 이를 제거하는 共振回路의 定數들을 찾아내고자 한다. 제4장에서는 過渡現狀에 관한 컴퓨터 시뮬레이션을 行하고 제2장과 3장에서 얻은 結果를 利用하여 緩和振動을 抑制시킬 수 있는 回路定數값들에 대하여 論하는 한편 外部共振回路를 利用하여 緩和振動을 抑制시킬 수 있는 限界點을 指摘하였다.

2. Rate Equations (大信號 近似)

2.1 Rate Equation

레이저 動力學의 理論解析을 위한 簡易한 方程式은 Stutz와 Mars에 의하여 이차의 量子化 非線形 레이저에 대한 Rate 방정식의 最初는 Lasher와 Stern에 의하여 發見된 自然放出과 誘導放出에 대한 量子力學的인 理論解析으로 볼 수 있다.

그후 이 簡易한 方程式은 繼續 補充되어 自然放出에 의한 效果, Carrier 擴散에 의한 效果 등이 添加되어 오늘날과 같은 形態의 方程式이 成立되었다.

반도체 레이저에 대한 Rate 방정식은 다음과 같은 非線形聯立偏微分方程式으로 나타내지고 있다.⁷⁾

$$\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = \frac{J(x, y, t)}{ed} - \frac{1}{\delta} R_{sp}(n) + D\nabla^2 n(x, y, t) - \frac{1}{d} \sum_i \frac{\Gamma_i}{\Phi(E_i)} S_i(t) |\varphi_i(x, y)|^2 \tau_{si}(E_i, n) \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_i(x, y, t)}{\partial t} = -\frac{S_i(t)}{\tau_{pi}} + \frac{\Gamma_i}{\Phi(E_i)} \int |\varphi_i(x, y)|^2 \tau_{sp}(E_i, n) dx dy + \frac{\Gamma_i}{\Phi(E_i)} S_i(t) \int |\varphi_i(x, y)|^2 \tau_{si}(E_i, n) dx dy \quad (2)$$

(1), (2)式은 理論解析을 하기 위하여 使用하기에는 너무 複雜하며 다른 項에 비하여 充分히 무시할 수 있는 項도 包含되어 있으므로 專用 簡易한 考慮한 簡易한 形態의 方程式으로 바꾸어서 解析에 利用하는 것이 바람직하다.

本 論文에서는 다음과 같은 假定을 통하여 理論解析에 使用할 方程式을 誘導하였다.

a. 單一모우드에서 發振한다.

이 假定에 의하여 (1), (2)式의 i 는 모두 생략할 수 있다.

b. Carrier와 Photon의 空間分布는 活性層에서 均一하다.

이 假定에 의하여 $\frac{1}{d} |\varphi(x, y)|^2$ 은 $\frac{1}{V} \int |\varphi(x, y)|^2 dx dy$ 는 1로 대치할 수 있다.

c. 이득은 Carrier의 1층에 比例한다.

d. 内部 量子效率은 100%이다.

c, d에 의하여 $\frac{1}{\delta} R_{sp}(n) \approx \frac{n}{\tau_s}$, $\frac{\Gamma}{\Phi(E_s)} \tau_{sp}(E_s, n) \approx \frac{C_n}{\tau_s}$ 으로 근사화 시킬 수 있다.

e. 注入電荷의 확산효과를 無視한다.

e에 의하여 $D\nabla^2 n(x, y, t)$ 를 생략할 수 있다.

따라서 (1), (2)式은 다음과 같은 簡易한 形態의 方程式으로 된다.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} - gns \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dt} = gns - \frac{S}{\tau_p} + C \frac{n}{\tau_s} \quad (4)$$

여기서
 n : 注入 Carrier 密度
 s : 레이저공진기內 光子密度
 J : 電流密度
 e : 電荷
 d : 레이저 공진기의 有效 두께
 τ_s : Carrier의 自然放出光 壽命
 τ_p : 레이저 공진기內 光子壽命
 g : 光利得定數
 C : 自然放出光 係數

定數狀態를 考慮할 境遇 (3), (4)式的 좌변은 0가 되고, (3)式的 마지막 項은 發振直前에는 S 의 값이 매우 작아서 無視할 수 있으므로

$$J_{th} = \frac{ed}{\tau_s} n_{th} \quad (5)$$

와 같이 되며, (4)式的 마지막 項은 發振光에 包含되어 나오는 自然放出光의 數를 意味하는 것으로서 레이저의 發振作用과는 直接的인 關係가 없으므로 이를 無視하면

$$n_{th} = \frac{1}{g\tau_p} \quad (6)$$

과 같이 된다.

(5), (6)式을 利用하여 (3), (4)式을 規格化시키면

$$\frac{d\bar{n}}{dt'} = \bar{J} - T\bar{n}\bar{S} - \bar{n} \quad (7)$$

$$\frac{d\bar{S}}{dt'} = T\bar{n}\bar{S} - T\bar{S} + C\bar{n} \quad (8)$$

과 같이 되며, 이때 $\bar{n} = n/n_{th}$, $\bar{S} = S/n_{th}$, $\bar{J} = J/J_{th}$, $t' = t/\tau_s$, $T = \tau_s/\tau_p$ 를 意味한다.⁹⁾

本 論文에서는 規格化된 (7), (8)式을 使用하여 解析을 行한다.

2.2 大信號 解析

반도체 레이저의 動特性을 表現하는 Rate 방정식은 (7), (8)式과 같은 非線形聯立微分方程式의 形態를 하고 있으므로 一般的인 方法으로는 解析이 不可能하다. 따라서 이러한 方程式의 解析을 위한 方法들이 提示되어 왔으며 이들은 크게 小信號 解析과 大信號 解析으로 區分할 수 있다.

小信號 解析이란 반도체 레이저에 注入되는 變調電流가 바이아스電流보다 매우 작다는 假定下에서 非線形要素가 包含된 項들을 無視하고 解析을 行하는 方法이다.

즉, 변조전류를 \bar{J}_m , 바이아스전류를 \bar{J}_0 라 하면 이에 대한 Carrier와 Photon의 應答은

$$\bar{J} = \bar{J}_0 + \bar{J}_m$$

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \bar{n}_0 + \bar{n}_m \\ \bar{S} &= \bar{S}_0 + \bar{S}_m \end{aligned} \tag{9}$$

와 같이 표현된다. 여기에서 $\bar{J}_m \ll \bar{J}_0$ 라고 假定함으로써 $\bar{n}_m \ll \bar{n}_0$, $\bar{S}_m \ll \bar{S}_0$ 가 되고, 이러한 結果를 (7) (8)式에 代入하면 非線形要素인 $\bar{n}_m \cdot \bar{S}_m$ 이 포함된 項은 다른 項보다 充分히 작은 값이 되어 생략할 수 있으므로 結局 (7), (8)式은 二階線形微分方程式으로 歸着된다.

이러한 解析方式은 變調電流가 充分히 작다는 假定下에 成立된 變調電流의 크기에 따라 그 誤差가 急増한다.

大信號 解析은 非線形要素들을 無視하지 않고 그대로 解析의 나가는 方法으로서 實際로 일어나는 現象을 보다 잘 說明할 수 있는 方法이며, 數值解析을 利用하는 것과 Fourier級數展開를 利用하는 것 등이 알려져 있다.

本 論文에서는 Runge-Kutta法을 利用한 數值解析法으로 (7), (8)式을 電算機로 計算하여 理論解析을 行하였다.

Fig. 1은 小信號 解析에 依한 光出力特性의 周波數特性을 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 共振周波數 近處에서 光出力이 急増하는 共振狀現象이 나타나고 있는데, 이때 共振周波數는 Bias電流의 크기에 依하여 變化함을 알 수 있다.

Fig. 2는 大信號 解析에 依한 光出力의 周波數特性을 나타내고 있다. 그림에서 光出力의 共振周波數는 變調率 η 에 依해서 變化하고 있음을 알 수 있는데 이때

$$\eta = \frac{I_m}{I_b - I_{th}} \times 100(\%) \tag{10}$$

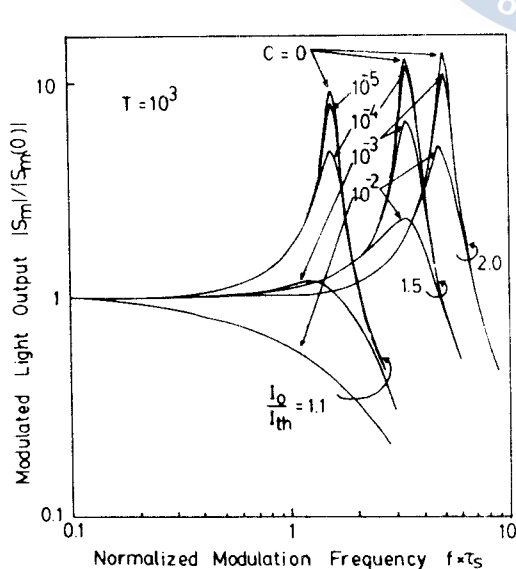


Fig. 1. Frequency Characteristics of Laser Diodes (Small Signal)

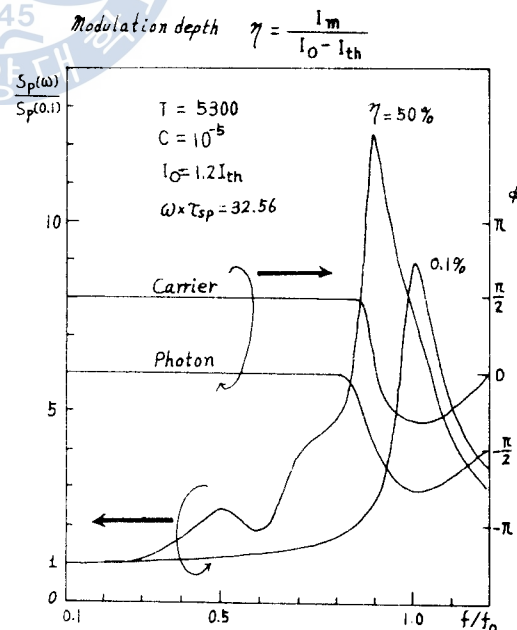


Fig. 2. The Frequency Characteristics of Laser Diode (Large Signal)

로서 定義된 것이다.¹⁰⁾ 그림에서는 $\eta=0.1\%$, 즉, 變調電流가 Bias電流에 比해서 充分히 작아 小信號라고 할 수 있는 境遇와 $\eta=50\%$ 로서 大信號에 該當되는 境遇가 表示되어 있는데 $\eta=0.1\%$ 일 境遇의 光出力特性은 小信號 解析일 때와 큰 差異가 없지만 $\eta=50\%$ 일 境遇에는 共振周波數가 低周波數領域으로 遷移해 감을 알 수 있으며 또한 小信號 解析에 依한 共振周波數의 1/2되는 部分에 또 하나의 共振點이 存在함을 알 수 있다.

Fig. 2에서는 Carrier와 Photon의 變調電流에 對한 位相差도 나타내고 있는데, Carrier의 位相은 低周波數領域에서는 變調電流의 位相과 同相을 이루고 있으나 共振周波數 部近에서 急變하며 共振周波數에서는 變調電流의 位相에 90° 뒤지게 되며 Photon의 位相은 Carrier의 位相에 恒常 90° 늦고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3에서는 光出力의 時間特性을 나타내고 있는데 右側은 大信號 解析에 該當하는 $\eta=50\%$, 左側은 小信號 解析에 該當하는 $\eta=0.1\%$ 일 境遇를 比較해서 表示하고 있다. $\eta=0.1\%$ 일 境遇에 光出力은 變調電流의 周波數變化에 의하여 커다란 變化가 없음을 알 수 있으며, 變調電流의 周波數가 共振周波數가 되면 심한 緩和振動을 하고 있다. 反面, $\eta=50\%$ 일 境遇에는 周波數變化에 依한 光出力의 變化는 매우 심하게 된다. 그림에서 보이는 바와 같이 주파수가 共振周波數의 1/2에 該當하는 곳에서 Multi-peak現象이 나타나고 있으며, 共振周波數의 0.9倍가 되는 곳에서는 最大의 振幅

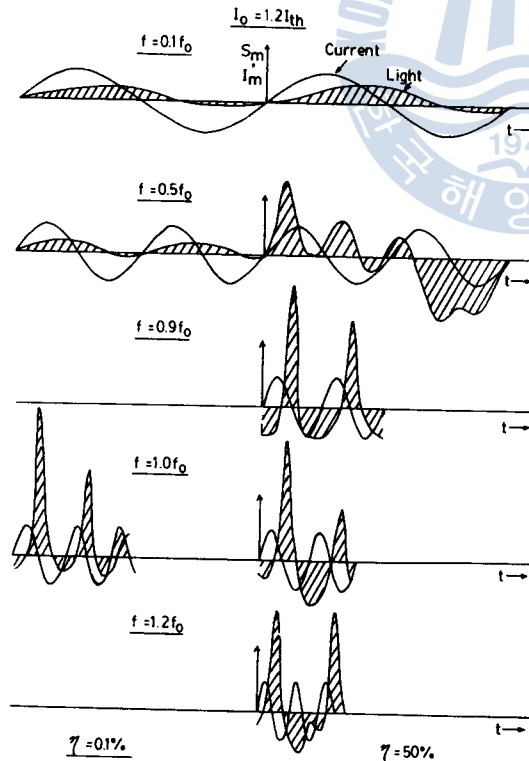


Fig. 3. The Modulated Light Output (Sinusoidal Responses)

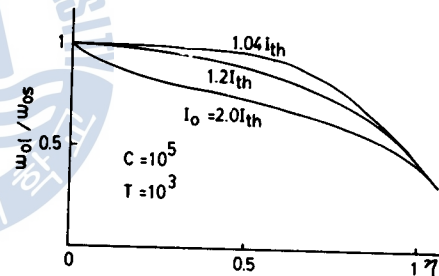


Fig. 4. Large Signal Resonance Frequency(ω_{01}) vs. Small Signal Resonance Frequency(ω_{0s})

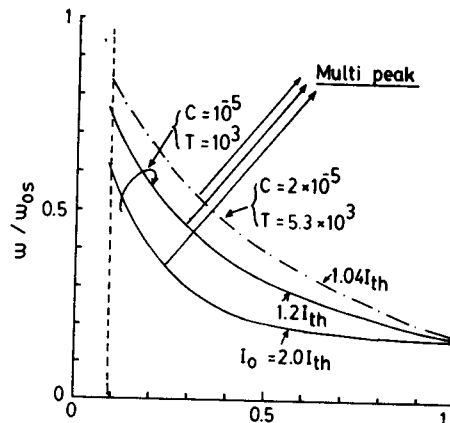


Fig. 5. The Multi peak Regions in Sinusoidal Response

을 보인다. 卽 이 周波數가 $\eta=50\%$ 일 境遇의 共振周波數임을 알 수 있다. 變調電流의 周波數가 小信號 解析에 依한 共振周波數와 같아지는 곳에서는 光出力의 位相이 變調電流의 位相에 比하여 인 지히 낮아지고 있으며, 共振周波數의 1.2배가 되는 곳에서는 sub-harmonics이 發生하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4에서는 變調率 η 와 bias電流의 變化에 따른 共振周波數의 變化를 나타내고 있다. 그림에서 나타낸 바와 같이 共振周波數는 bias電流가 클수록 그 變化가 심해지며 $\eta=100\%$ 일 境遇에는 bias電 流에 關係없이 共振周波數가 小信號 解析에 依한 共振周波數의 1/2이 됨을 알 수 있다.

Fig. 5에서는 Multi-peak가 存在하는 部分을 圖示하고 있으며, 이 部分은 심한 非線形特性을 보 이고 있으므로 小信號 解析에 依한 解析이 不可能하다.



3. Fourier Transform

3.1 Fourier Transform에 관한 考察

Fourier Transform은 電氣回路, 에너지의 變換과 制御, 안테나 또는 전기시스템의 要素들을 研究하는 境遇에 서로 다른 分野의 問題들을 서로 관련지어 單一化시킬 수 있는 數學的인 接近方法을 제시하며, 이러한 方法은 電氣通信, 無線電波傳播 等에도 適用시킬 수 있다.¹²⁾

반도체 레이저에 있어서 直接變調를 할 境遇 注入되는 電流는 펄스파의 形態이며, 이때 반도체 레이저의 共振周波數와 같은 펄스상의 周波數成分에 依하여 緩和振動이 일어나게 되는 것이다. 그런데 前章에서 言及한 바와 같이 반도체 레이저의 周波數應答特性은 變調電流의 振幅에 依하여 그 양상이 심하게 달라진다. 따라서 本章에서는 入力電流에 대한 Fourier 스펙트럼을 考察하고 實際 入力波形에 包含되어 있는 共振周波數 電流成分의 크기가 어느 정도의 η 에 해당하는지를 評價하고자 한다.

3.2 電流波形에 대한 Fourier Transform

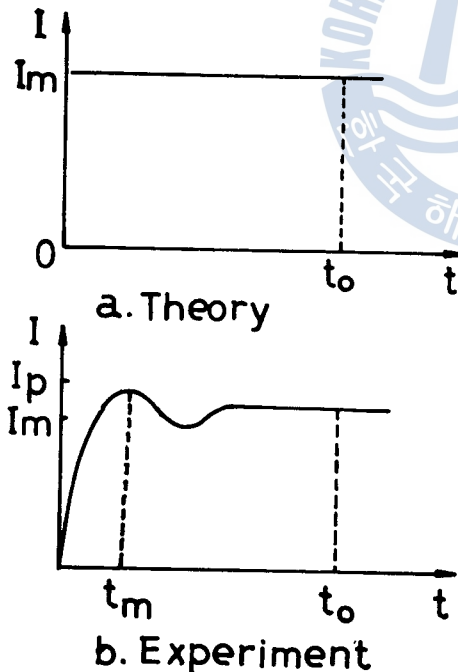


Fig. 6, Injection current Form

로 된다. 여기서 $F_1(\omega)$ 와 $F_2(\omega)$ 는 각각 $F(\omega)$ 의 實數部와 虛數部를 나타내는 것으로서

Fig. 6은 계단형으로 주어지는 電流波形의 形態를 表示한 것으로서 a는 理想的인 境遇의 波形을, b는 실제의 電氣回路에서 發生하는 波形을 나타내고 있다.

b에서 I_m 과 I_p 가 결정되면 rising time t_m 과 펄스폭 t_0 에 의한 스펙트럼의 變化가 예상되므로 이에 대하여 考察하고자 한다.

b의 波形을 數式으로 表現하면

$$f(t) = I_m(1 - e^{-\beta t} \cos \omega_m t), \quad 0 < t < t_0 \quad (11)$$

와 같이 되며, 여기서 $\beta = \frac{t_m \left(\frac{I_p - I_m}{I_m} \right)}$ 이다.

함수 $f(t)$ 의 Fourier Transform은

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (12)$$

이며, (11)식에 (12)식을 적용하면

$$\begin{aligned} F(\omega) &= I_m \int_0^{t_0} e^{-j\omega t} dt - I_m \int_0^{t_0} e^{-\beta t} \cos \omega_m t e^{-j\omega t} dt \\ &= F_1(\omega) + jF_2(\omega) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 F_1(\omega) &= I_m \left[\frac{\sin \omega t_0}{\omega} - \frac{1}{2} \frac{\beta}{\beta^2 + (\omega - \omega_m)^2} - \frac{1}{2} \frac{\beta}{\beta^2 + (\omega + \omega_m)^2} \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} e^{-\beta t_0} \left\{ \frac{\beta}{\beta^2 + (\omega - \omega_m)^2} \cos(\omega - \omega_m)t_0 - \frac{\omega - \omega_m}{\beta^2 + (\omega - \omega_m)^2} \sin(\omega - \omega_m)t_0 \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\beta}{\beta^2 + (\omega + \omega_m)^2} \cos(\omega + \omega_m)t_0 - \frac{\omega + \omega_m}{\beta^2 + (\omega + \omega_m)^2} \sin(\omega + \omega_m)t_0 \right\} \right] \\
 F_2(\omega) &= I_m \left[\frac{\cos \omega t_0 - 1}{\omega} + \frac{1}{2} \frac{\omega - \omega_m}{\beta^2 + (\omega - \omega_m)^2} + \frac{1}{2} \frac{\omega + \omega_m}{\beta^2 + (\omega + \omega_m)^2} \right. \\
 &\quad - \frac{1}{2} e^{-\beta t_0} \left\{ \frac{\omega - \omega_m}{\beta^2 + (\omega - \omega_m)^2} \cos(\omega - \omega_m)t_0 + \frac{\beta}{\beta^2 + (\omega - \omega_m)^2} \sin(\omega - \omega_m)t_0 \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\omega + \omega_m}{\beta^2 + (\omega + \omega_m)^2} \cos(\omega + \omega_m)t_0 + \frac{\beta}{\beta^2 + (\omega + \omega_m)^2} \sin(\omega + \omega_m)t_0 \right\} \right]
 \end{aligned}$$

이다. (13)식에서 ω 는 電流波形에 包含되어 있는 角周波數成分을 나타내는 것이며, 이 ω 에 대한 스펙트럼成分은

$$|F(\omega)| = \sqrt{F_1(\omega)^2 + F_2(\omega)^2} \tag{14}$$

와 같이 된다. (13), (14)식을 살펴보면 周波數成分에 대한 스펙트럼은 t_m 과 t_0 에 의하여 變化함을 알 수 있다.

Fig. 7은 (14)식에 實驗에 使用된 電류파형의 I_m 과 I_p 를 代한 후 t_m 과 t_0 의 變化에 따른 스펙트럼의 變化를 나타낸 것이다.

그림에서의 縱軸은 $I_m \times t_0 / \tau_s$ 로 規格化한 $|F(\omega)|$ 를 나타낸다. t_m 과 t_0 의 값에 따라 스펙트럼은 상당한 차이를 보이고 있으나 이들을 $|F(\omega)|$ 로 환원시키면 스펙트럼의 프락선은 $\omega \times \tau_s \leq 2$ 인 영역에서 만 크게 차이가 나고 $\omega \times \tau_s \geq 2$ 인 영역에서는 거의 같아진다.

Fig. 8에서는 Fig. 7에 依하여 周波數의 變化에 對한 η 의 變化를 나타내고 있다. 이때 rising time t_m 과 變調電流 振幅 I_m 및 最大振幅 I_p 는 各各 $0.33 \times \tau_s$, $0.05 I_{th}$, $0.06 I_{th}$ 로서 實驗에 使用된 電流와 같은 數值를 代한 것이다. $\omega \times \tau_s \approx 15$ 일 境遇 $\eta \approx 13\%$ 程度임을 알 수 있다.

Fig. 9(a)에서는 半導體레이저의 瞬時應答特性에 關하여 實驗한 結果와 外部共振回路를 連結시켜 實驗한 結果를 圖示하고 있으며 (b)에서는 實驗에서와 같은 電流波形에 對하여 大信號 解析에 依한

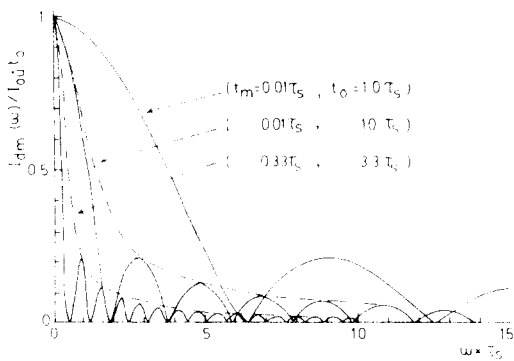


Fig. 7. Fourier Spectrum of Input Current Pulse

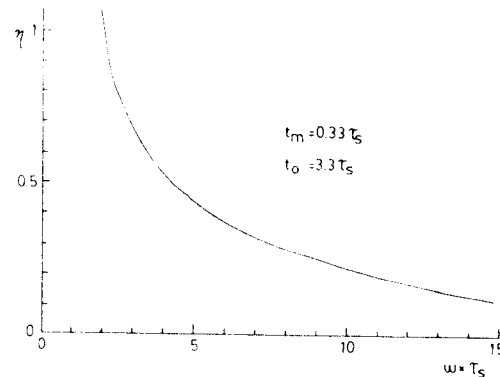


Fig. 8. Modulation Depth of Frequency Components of Input Current Pulse

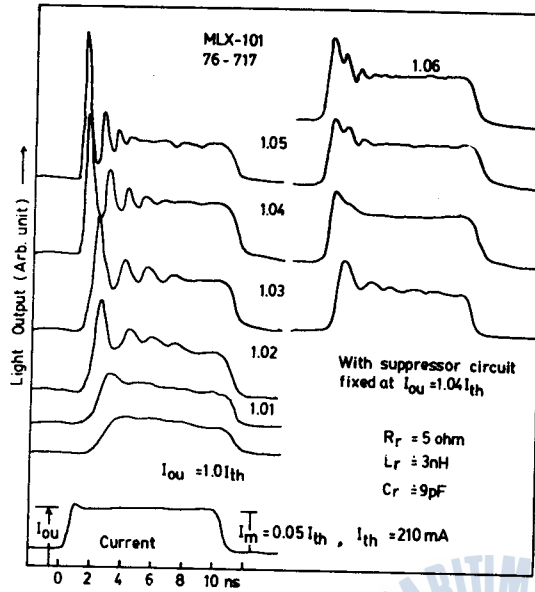


Fig. 9a. An Experimental Example of Suppression of Relaxation Oscillation with Electric Resonance Circuit

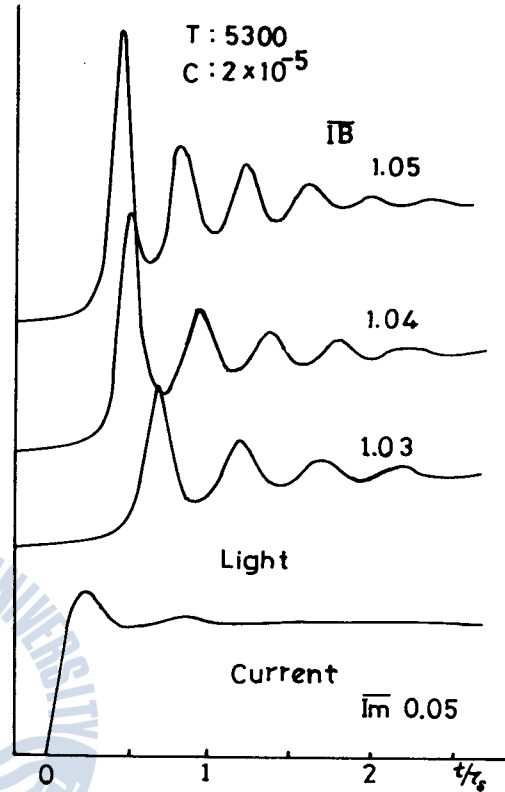


Fig. 9b. The Computer Simulation Result of Fig. 9a

電算機 시뮬레이션 결과가 나타나 있다. (a)의 實驗曲線과 잘 一致하는 (b)曲線을 얻기 위한 各係數值를 찾아 본 結果 $\tau_{sp}/\tau_{ph}=5300$, $C=2 \times 10^{-5}$ 임을 알 수 있었다. 이 曲線에 依하여 $I_{ou}=1.04I_{th}$ 인 境遇의 光出力周波數를 조사하면 $\omega_0 \times \tau_{sp} \approx 14.8$ 이 되며 이 주파수에 대한 η 는 Fig. 8에서 약 12% 程度임을 알 수 있다.

그런데 實驗에서는 바이아스電流 $I_0=0.99 I_{th}$ 이며, 펄스電流의 上端이 $I_{ou}=1.04 I_{th}$, 펄스의 振幅은 $0.05 I_{th}$ 이므로 이러한 경우의 η 는 $I_0 \geq I_{th}$ 인 경우의 η 에 比하여 $I_m/(I_{ou}-I_{th})$ 倍 增加하는 것이다. 따라서 이 例에서는 η 가 15% 程度에 該當된다.

또한 Fig. 2에서는 共振周波數의 1/2이 되는 周波數에서도 共振狀現象이 나타나고 있음을 알 수 있으며 같은 方法으로 이 共振을 誘發시키는 變조도가 $\eta \approx 30\%$ 임을 알 수 있다.

4. 外部回路에 依한 緩和振動의 抑制

4.1 過渡特性

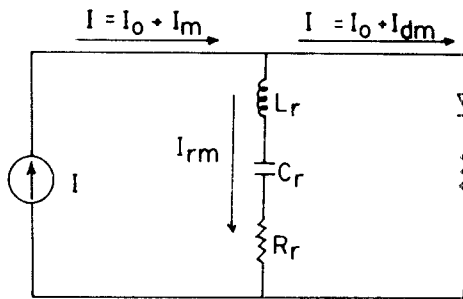


Fig. 10. Suppressor Circuit

Fig. 10에는 半導體 레이저의 緩和振動을 抑制할 外部共振回路가 圖示되어 있다.

半導體 레이저는 電氣素子로 表現하러던 L, C, R 等 여러가지 素子의 複合體로서 나다나지만 總 Impedance보다 充分히 큰 等價抵抗을 連結하여 代置할 수 있다.

Fig. 10의 回路方程式은

$$L_r \frac{d^2 I_{rm}}{dt^2} + R_r \frac{dI_{rm}}{dt} + \frac{1}{C_r} I_{rm} = R_d \frac{dI_{dm}}{dt} \quad (15)$$

$$I_{rm} + I_{dm} = I_m$$

와 같이 되는데, 여기서 L_r 은 外部回路의 인덕턴스, R_r 은 外部回路의 抵抗, C_r 은 外部回路의 커패시턴스, I_{rm} 은 外部回路에 흐르는 電流, I_{dm} 은 반도체 레이저에 注入되는 電流 中 變調電流, I_m 은 回路에 흐르는 變調電流를 意味한다.¹³⁾

(15)式을 半導體레이저의 等價抵抗 R_d , Carrier 壽命 τ_s , threshold 電流 I_{th} 로 規格化 시키면 다음과 같이 된다.

$$\bar{L}_r \frac{d^2 \bar{I}_{rm}}{dt'^2} + \bar{R}_r \frac{d\bar{I}_{rm}}{dt'} + \frac{1}{\bar{C}_r} \bar{I}_{rm} = \frac{d\bar{I}_{dm}}{dt'} \quad (16)$$

$$\bar{I}_{rm} + \bar{I}_{dm} = \bar{I}_m$$

여기서

$$\bar{L}_r = L_r / (\tau_s \cdot R_d), \quad \bar{C}_r = C_r R_d / \tau_s,$$

$$\bar{R}_r = R_r / R_d, \quad \bar{I}_{rm} = I_{rm} / I_{th},$$

$$\bar{I}_{dm} = I_{dm} / I_{th}, \quad \bar{I}_m = I_m / I_{th},$$

$$t' = t / \tau_s$$

(16)式을 Laplace變換을 利用하여 풀면 半導體 레이저에 흐르는 電流는 다음과 같이 求해진다.

$$I_d = I_b + I_m \left[1 - e^{-\beta t} \cos \omega_m t - \frac{\omega_0(A-1)}{Q_r \omega_d} e^{-\alpha t} \sin \omega d t \right. \\ + \frac{\omega_0(A-1)}{Q_r} \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\cos \omega d t - \frac{\alpha}{\omega_d} \sin \omega d t \right) \left(e^{-\beta t} \left(\frac{-(\beta-\alpha) \cos(\omega_d + \omega_m)t}{(\beta-\alpha)^2 + (\omega_d + \omega_m)^2} \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{(\omega_d + \omega_m) \sin(\omega_d + \omega_m)t}{(\beta-\alpha)^2 + (\omega_d + \omega_m)^2} + \frac{-(\beta-\alpha) \cos(\omega_d - \omega_m)t}{(\beta-\alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} + \frac{(\omega_d - \omega_m) \sin(\omega_d - \omega_m)t}{(\beta-\alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} \right) \right] \right. \\ \left. \left. + e^{-\alpha t} (\beta - \alpha) \left(\frac{1}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d + \omega_m)^2} + \frac{1}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} \right) \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[\left(\sin \omega d t + \frac{\alpha}{\omega_d} \cos \omega d t \right) \left(e^{-\beta t} \left(\frac{-(\beta-\alpha) \sin(\omega_d + \omega_m)t}{(\beta-\alpha)^2 + (\omega_d + \omega_m)^2} \right. \right. \right. \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{(\omega_d + \omega_m) \cos(\omega_d + \omega_m)t}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d + \omega_m)^2} + \frac{-(\beta - \alpha) \sin(\omega_d - \omega_m)t}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} - \frac{(\omega_d - \omega_m) \cos(\omega_d - \omega_m)t}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} \\
& + e^{-\alpha t} \left(\frac{\omega_d + \omega_m}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} + \frac{\omega_d - \omega_m}{(\beta - \alpha)^2 + (\omega_d - \omega_m)^2} \right) \Big] \quad (17)
\end{aligned}$$

여기서 $A = \frac{R_d}{R_r}$, $\alpha = \omega_0 \cdot A / (2 \cdot Q_r)$, $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, $\omega_m = \pi / t_m$.

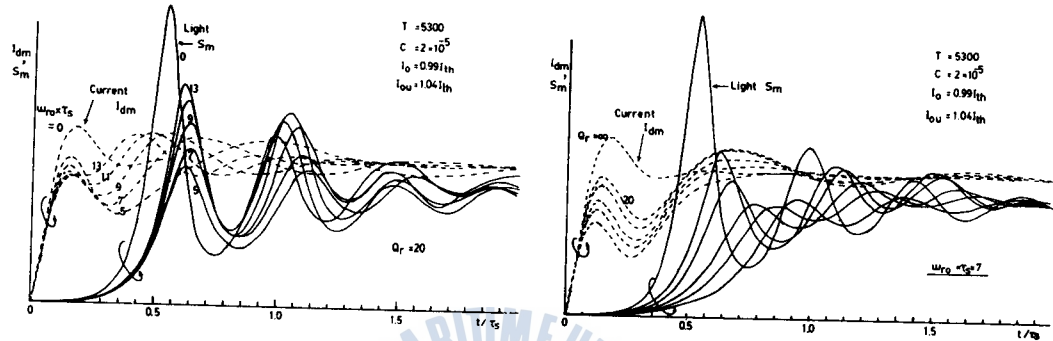


Fig. 11. The Computer simulation results on the suppression of relaxation oscillation with suppressor circuit

Fig. 11(a)(b)는 (17)式에서 ω_0 와 Q_r 을 변화시키면서 Runge-Kutta法으로 시뮬레이션을 한 결과이다. (a)에서는 먼저 Q_r 을 20에 고정시켜 놓고 ω_0 를 변화시킨 것인데緩和振動의抑制은 $\omega_0 \times \tau_s$ 가 약 7~8程度の範圍에서 잘 이루어지고 있다. (b)에서는 (a)에서 구한 $\omega_0 \times \tau_s$ 의最適值部附近인 7에 $\omega_0 \times \tau_s$ 를 고정시키고 Q_r 을 변화시킨 것으로서 $Q_r \approx 8$ 程度에서緩和振動이 거의 사라지고 있다.

따라서緩和振動의抑制을 위한外部電氣回路는 $\omega_0 \times \tau_s \approx 7$, $Q_r \approx 8$ 이 되어야 한다.

4.2 檢 討

① 外部電氣回路를 이용한緩和振動의抑制을 위해서는 $\omega_0 \times \tau_s \approx 7$, $Q_r \approx 8$ 이 됨을前절에서 알게 되었다. Fig. 9에依하면 $\omega_0 \times \tau_s \approx 7$ 일境遇 변조율 $\eta \approx 30\%$ 程度이며, 이結果를 Fig. 5에適用하면小信號解析이 가능한周波數는共振周波數의 $\frac{1}{2}$ 이하임을 알 수 있다.

即, 그以上에서는 Multi-peak 내지는 심한位相變化 등의 강한非線形特性이 나타나므로線形回路인電氣回路를緩和振動의抑制에利用할 수 없음을 나타내고 있다.

② (1), (2)式을簡單하게 하기 위해서 Carrier의 확산現象을無視한다는假定을行하였다. 그러나 문헌⁸⁾에依하면 Carrier의 확산으로 인하여共振狀現象의 peak值가 줄어들므로 이效果를考慮하면電氣回路를使用한抑制可能領域이擴張될 것으로 기대된다.

5. 結 論

外部電壓回路를 利用하여 半導體 레이저의 緩和振動을 抑制하기 위한 理論解析과 小信號의 小信號解析과 單位階段函數로서의 入力電流가 使用되어 왔으며, 이 結果 實驗에 依한 抑制現象과는 상당한 差異가 있었고 아직까지 定性的인 考察만이 可能하였다.

本 研究에서는 理論解析을 위하여 大信號 解析과 實際 電流波형을 使用되었으며, 이 結果 結論과 같은 結論을 得었다.

1) 大信號 解析에 依하여 Rate方程式을 計算하여서 時間軸上의 Multi-beak 및 Sub-harmonic이 存在하는 領域의 實을 得었고 이 領域에서는 非線形性의 強하므로 線形理論으로서의 解析의 不可能함을 指摘했다.

2) 電流波형을 解析하여 共振狀現象을 일으키는 電流成分이 變조전류의 振幅의 50% 미만임을 得었다.

3) Laplace變換을 利用하고 半導體레이저에 注入되는 電流를 求하고 이것을 利用하여 計算하여서 得은 結果와 實驗을 比較하여 變조率 $\gamma \approx 30\%$, 공진회로의 공진주파수 $f_0 = \frac{1}{2}f_0$ (f_0 : 半導體레이저의 共振周波數)인 境遇에 最適抑制가 可能함을 알았다. 小信號 解析을 利用한 解析에서는 $f_0 = f_0$ 에서 緩和振動이 抑制된다는 假定을 하여 回路定數들을 選定하였으나 이것은 實驗事實과는 큰 差異가 있는 것이었다. 즉, f_0 에서인 $0.5f_0$ 附近에서도 共振狀現象이 나타나므로 注入電流가 $0.5f_0$ 의 周波數를 가질 때에도 光出力이 增加하며, 따라서 外部回路의 周波數를 f_0 에 固定시키는 것만으로써는 緩和振動의 抑制를 達할 수 없음을 확인하였다.

參 考 文 獻

- 1) John M. Carroll, "The Story of Laser", E. P. Dutton & Co., Inc., 1977.
- 2) 오 명, 강민호: "Laser應用", 청문각, 1984.
- 3) H. Kressel, J. K. Butter, "Semiconductor Lasers and Heterojunction LEDs," Academic Press, 1977.
- 4) R. Lang and K. Kobayashi, "Suppression of the relaxation oscillation in the modulated output of semiconductor lasers", IEEE J. Quantum Electronics, Vol. QE-12, pp.194~196, Mar. 1976.
- 5) T. L. Paoli, J. E. Ripper, A. C. Morosini, and N. B. Pald, "Suppression of intensity self-pulsation in CW junction lasers, by frequency-selective optical feedback", IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-11, pp.525~527, July 1975.
- 6) 三木, 宇高, 加藤, 清水, "接合レーザの緩和振動の外部磁場による抑壓", 日本 第23回 應用物理學全國文獻, 30a-p-3,, pp.326, Mar. 1976.
- 7) M. Maeda, K. Nagano, I. Kushina, M. Tanaka, K. Saito, and R. Ito, "Burried heterostructure lasers for wideband linear optical sources", Proc. of 3rd European Conf. on Opt. Commun., Munchen, 1977, pp.120~122.
- 8) K. Furuya, Y. Suematsu, and T. Hong, "Reduction of resonancelike peak in direct modulation due to carrier diffusion in injection lasers", Appl. Optics, vol.17, pp. 1949, June 15, 1978.
- 9) 홍창희, 김동일, "自然放出光係數와 反轉分布 Carrier係數가 半導體레이저의 直接變調에 미치는 影響".
- 10) Tchang-hee Hong and Yasuharu Suematsu, "Harmonic Distortion in direct Modulation" of injection Lssers", IECE of JAPAN vol E62, pp.142~147. Mar, 1979.
- 11) A. E. Fitzgerald, David E. Higginbothan, and Arrin Gabel, "Basic Electrical Engineering", 5th Edition, McGraw-Hill Book Company, 1981.
- 12) Ronald. N. Bracewell, "The Fourier Transform and its Applications", 2nd. Edition, McGraw-Hill Book Company.
- 13) 洪彰禧, "注入形 半導體 레이저의緩和振動の抑制に關する研究".