

박용 원자로의 안정성에 관한 연구

On the Stability of a Marine Nuclear Reactor



지도교수 차進吉

강정원 · 김미연 · 권재호

목 차

1. 서론
2. 본론
 - 2-1. 원자로의 동특성 방정식
 - 가. 원자로의 전달함수
 - 나. Feed-back 전달함수
 - 2-2. 원자로의 안정성
 - 가. Hurwitz 조건
 - 나. Nyquist 조건
 - 다. 순임용 원자로의 안정성
3. 결론

Abstract

The stability of a marine nuclear reactor with two feedback effects is examined by means of Hurwitz and Nyquist stability criterion in the control engineering.

The stability of nuclear reactors can be easily determined when their parameters are known. It becomes clear in this paper that there is the possibility of instability in the reactors such as GCR, FBR, and BWR in analysis of the general stability criteria of the reactor systems but PWR of marine vessels is most stable.



기호 설명

- C_m, C_f ; 감속재 및 핵연료의 열용량
 $C_i (t)$; i 종 지발중성자의 핵종농도
 $G_F (s)$; feed-back 전달함수
 $G_P (s)$; 원자로의 전달함수
 $G_R (s)$; 임계출력 원자로의 전달함수
 H ; 열 전달 계수
 H_f, H_m ; 각각 τ_m 과 τ_f 에 상응하는
feed-back 전달함수의 이득정수
 K ; $\frac{\beta}{\lambda}$ 로 정의된 시정수
 K_m, K_f ; feed-back 효과의 이득정수
 k_{eff} ; 유효 증배율
 l ; 중성자 수명
 $m (t)$; 중성자의 농도
 p ; 원자로의 출력
 u_m, u_f ; 출력 비
 α_m, α_f ; 핵연료 및 감속재의 온도계수
 β_i ; i 종 지발중성자 비율
 $1 - \beta$; 즉발중성자 비율
 τ_1 ; $1/\lambda$ 로 정의된 시정수
 τ_2 ; $1/[(\beta/l) + \lambda]$ 로 정의된 시정수
 λ_i ; i 종 지발중성자의 붕괴정수
 ρ, ρ_c, ρ_f ; 원자로의 반응도
 α_m, α_f ; 감속재 및 핵연료의 온도

1. 서론

원자로의 안정성은 원자로에 있어 필수조건이며 원자로의 출력변동과 더불어 2가지의 피드백 전달 요소를 가지고 있으며 이들의 증감에 따라 안정성이 결정된다. 특히 선박용 원자로의 사용상의 여건 때문에 더욱 안정성이 요구된다.

설계할때 원자로의 안정성을 알아보는 것은 그의 동특성이 복잡하기 때문에 정확하게 이를 알기가 힘들지만 여기서는 제어공학에서 많이 사용되는 Hurwitz 조건과 Nyquist 조건을 이용하여 원자로의 일반적인 안정성을 사전에 검토하고 이들로부터 선박용 원자로에 대해서도 이를 분석해 보고져 한다.

2. 기본

원자로의 안정성을 알아보려면 이에 대한 동특성의 분석이 앞서야 한다. 원자로의 동특성을 나타내는 방정식은 제어공학에서 사용하는 전달함수로 구하고 이들로부터 노의 안정성을 분석 검토해 보고져 한다.

2.1 원자로의 전달함수와 BLOCK 선도

핵연료 내에서 핵분열을 할때 발생하는 지발중성자를 모두 취급하여 중성자 및 지발중성자 핵종의 동특성 방정식을 아래와 같이 표현할수 있다

가. 원자로의 전달함수

어떤 시간 t 에서 $n(t)$ 및 $C_i(t)$ 의 변화율은 다음과 같다^(*)

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{n(t)}{\ell} \left\{ (1-\beta)k_{\text{eff}} - 1 \right\} + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) + S(t) \dots (1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{k_{\text{eff}}}{\ell} \beta_i n(t) - \lambda_i C_i(t) \dots \dots \dots (2)$$

중수감속도를 제외한 원자로에서는 지발중성자가 6 종류이나 이를 한 종류로 취급하여도 동특성에서의 오차는 공학적으로 무시할수 있을 만큼 적다. 또 임계에 가까운 원자로에서는 $k_{\text{eff}} \rightarrow 1$ 이므로 $k_{\text{eff}}(t) - 1 \doteq \rho(t)$ 이다. 따라서 임계에 가까운 원자로의 동특성 방정식은 근사적으로 아래와 같다.

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(\rho(t) - \beta)}{\ell} n(t) + \lambda C(t) + S(t) \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\ell} n(t) - \lambda C(t) \dots \dots \dots (4)$$

위 식들에서 중성자 농도 $n(t)$ 는 원자로의 출력 $P(t)$ 에 비례하며, 이들의 정상치로부터 변화분만을 고려하여 이를 라프라스 변환 한후 정리하면 일종의 지발중성자만을 고려했을때의 임계중립원자로의 전달함수 $G_R(s)$ 를 얻는다^(**)

$$G_R(s) = \frac{\delta P(s)}{\delta P(s)} = \frac{P_0(s + \lambda)}{\ell s(s + (\beta/\ell) + \lambda)} = \frac{K P_0(1 + \tau_1 s)}{s(1 + \tau_2 s)} \dots (5)$$

위에서 $\tau_1 = 1/\lambda$ $\tau_2 = 1/\ell [(\beta/\ell) + \lambda]$

$$K = \frac{\tau_2}{\ell \tau_1}$$

지보 증성자 생성비율 $\beta = 0$ 로 두면 지보 증성자가 있을 경우의 원자로의 전달함수를 얻는다.

$$G_R(s) = \frac{\delta P(s)}{\delta P(s)} = \frac{K_P}{s} \text{ --- (6)}$$

나. Feed-back 전달함수

출력을 내린 것은 원자로의 Feed-back 효과는 핵연료 및 증성자 감속재의 온도 변화에 의한 반응도 변동으로 크게 두가지로 나누어진다. 이들에 대한 동특성 방정식은 아래와 같이 표현된다.^(9,10)

$$C_f \frac{d\theta_f}{dt} = U_f P(t) + H (\theta_m - \theta_f) \text{ --- (7)}$$

$$C_m \frac{d\theta_m}{dt} = U_m P(t) + H (\theta_f - \theta_m) \text{ --- (8)}$$

(7)식 및 (8)식을 미분하고 라플라스 변환한후 정리하면

$$\frac{\delta \theta_f(s)}{\delta P(s)} = \frac{U_f}{C_f s + H} = \frac{U_f/H}{C_f/H s + 1} = \frac{K_f}{T_f s + 1} \text{ --- (9)}$$

$$\frac{\delta \theta_m(s)}{\delta P(s)} = \frac{U_m}{C_m s + H} = \frac{U_m/H}{C_m/H s + 1} = \frac{K_m}{T_m s + 1} \text{ --- (10)}$$

여기에서 T_f 및 T_m 은 핵연료 및 감속재의 시정수이며 (9)식 및 (10)식에 온도 제너를 곱하면 feed-back 전달함수를 아래와 같이 얻는다.

$$-P_R(s) = \alpha_f \delta \theta_f + \alpha_m \delta \theta_m = \left(\frac{\alpha_f K_f}{T_f s + 1} + \frac{\alpha_m K_m}{T_m s + 1} \right) \delta P(s) \text{ --- (11)}$$

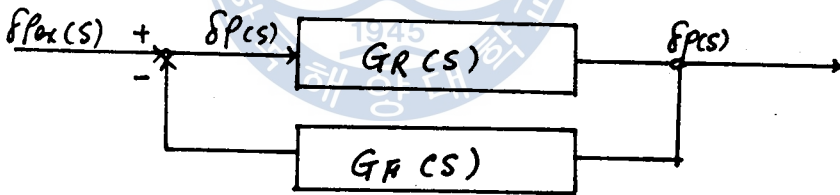
$$G_F(s) = \frac{-P_F}{\delta P(s)} = \frac{\alpha_f K_f}{\tau_f s + 1} + \frac{\alpha_m K_m}{\tau_m s + 1} = \frac{H_f}{\tau_f s + 1} + \frac{H_m}{\tau_m s + 1} \quad \text{--- (12)}$$

여기에서 H_f 와 H_m 로 나타내진 이득정수는 핵 반응 온도계수 α_f 와 α_m 에 모든 이득계수 K_f 와 K_m 을 곱한 것이다.

실제 운전 중인 원자로의 반응도 변화 $\delta P(s)$ 는 제어봉의 움직임에 의한 반응도 변화 $P_{ex}(s)$ 에서 feed-back의 반응도 변화를 뺀 것이다.

$$\delta P(s) = \delta P_{ex}(s) - P_F(s) \quad \text{--- (13)}$$

(6), (12), (13) 식의 관계를 그림으로 표시하면 그림 2.1과 같이 출력중인 원자로의 Block 선도를 나타낸다.

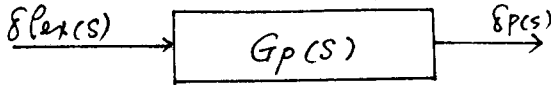


(그림 2.1) 원자로의 Block Diagram

위 식을로부터 출력 반응중인 원자로의 동특성을 나타내는 원자로의 전체 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$G_P(s) = \frac{\delta P(s)}{\delta P_{ex}(s)} = \frac{G_R(s)}{1 + G_R(s)G_F(s)} \quad \text{--- (14)}$$

이를 Block 선도로 표시하면 (그림 2.2)와 같다.



(그림 2.2) 간섭화된 원자로의 Block 선도

2.2. 원자로의 안정성

자동 제어 공학에서 선형계통의 안정성 관별에는 여러 방법이 있으나 여기에서는 전달함수의 특성방정식의 모든 근이 음이어야 안정하나 방정식의 차수가 높을 경우 근을 구하는 것이 용이하지 않으므로 근을 계산하지 않고 근들의 양의 값을 가지는 것이 없는지 여부를 알아내는 Hurwitz 방법과 개회로 전달함수 $G_R(s) \cdot G_F(s)$ 에 있어서 $s = j\omega$ 라 놓고 $\omega = +0 \sim +\infty$ 에 대한 벡터궤적을 그려서 안정성을 알아보는 Nyquist 방법을 이용하여 안정성을 검토해 보겠다.

가. Hurwitz 조건

지발중성자가 없을 경우의 특성방정식을 (6), (12), (14) 식으로부터

$$1 + G_R(s)G_F(s) = 1 - \frac{Kp_0}{s} \left(\frac{H_f}{1 + \zeta_f s} + \frac{H_m}{1 + \zeta_m s} \right) = 0 \quad \text{--- (15)}$$

$$\text{다시 쓰면 } a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0 \quad \text{--- (16)}$$

$$\text{여기에서 } a_0 = \zeta_f \zeta_m, \quad a_1 = (\zeta_f + \zeta_m)$$

$$a_2 = 1 - Kp_0 (H_f \zeta_m + H_m \zeta_f)$$

$$a_3 = -Kp_0 (H_f + H_m)$$

Hurwitz 조건을 적용하면

(1) $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$

(2) $\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$

위 조건 (1), (2)를 만족하면 이 원자로는 안정하다.

$\zeta_f > 0, \zeta_m > 0$ 이므로 $a_0 > 0, a_1 > 0$ 을 자동적으로 만족하며 $a_2 > 0$ 의 조건에서 $Kp_0 > 0$ 이므로

$$1 - Kp_0 (H_f \zeta_m + H_m \zeta_f) > 0 \text{ --- (17)}$$

(17) 식은 $\frac{H_f}{\zeta_f} + \frac{H_m}{\zeta_m} < 0$ 이면 만족한다.

$a_3 > 0$ 의 조건에서도 $Kp_0 > 0$ 이므로 $(H_f + H_m) < 0$ 이어야 원자로는 안정하다.

Hurwitz 제2조건에서

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} &= a_1 a_2 - a_0 a_3 = (\zeta_f + \zeta_m) \{ 1 - Kp_0 (H_f \zeta_m + H_m \zeta_f) \} \\ &\quad - \zeta_f \zeta_m (H_f + H_m) \\ &= (\zeta_f + \zeta_m) - Kp_0 (H_f \zeta_m^2 + H_m \zeta_f^2) > 0 \end{aligned} \text{ --- (18)}$$

위 식은 $Kp_0 > 0$ 이므로 다음식이 성립하면 만족된다.

$$\frac{H_f}{\zeta_f^2} + \frac{H_m}{\zeta_m^2} < 0 \text{ --- (19)}$$

(19) 식 및 (18) 식에서 원자로는 안정하기 위한 최소중립을 구해 보면

$$P_0 < P_{01} = \frac{1}{K(H_f Z_m + H_m Z_f)} = \frac{1}{(H_f Z_m + H_m Z_m)}$$

$$P_0 < P_{02} = \frac{(Z_f + Z_m)}{K(H_f Z_m^2 + H_m Z_f^2)} = \frac{1(Z_f + Z_m)}{H_f Z_m^2 + H_m Z_f^2}$$

따라서 원자루가 안정하기 위한 출력 P_0 는 P_{01} 과 P_{02} 중 작은 값을 취하여야 안정하다.

나. Nyquist 조건

Hurwitz 조건은 안정과 불안정의 관별밖에 할수가 없으나 Nyquist 조건은 제로의 Gain 원자루에서는 출력의 크기에 의한 안정성의 관별도 가능한 장점이 있다.

은 Feed-back 효과를 가지는 원자루의 개폐로 전압함수 $G_F(s)$ $G_{RC}(s)$ 는 양의 극 (pole) 을 가지지 않으므로 Nyquist 궤적이 $(-1, 0j)$ 점만 에워 싸지 않으면 이 원자루는 안정하다. (간단한 Nyquist 안정조건)

Hurwitz 조건에서는 원자루는 피발증성자를 가지지 않는 것으로 하여 안정조건을 구하였으나 Nyquist 조건에서는 이를 1군으로 보아 궤적을 구하기로 한다.

실제로 Parameter의 값을 정하고 ω 를 0에서 ∞ 까지 대입하여 궤적을 구하면 종이나 안정성만을 관별하려면 대강의 개형만 알면 충분히 안정성을 분석할수 있어서 편리하다.

$$G_R(j\omega) G_F(j\omega) = \operatorname{Re}\{G_R(j\omega) G_F(j\omega)\} + j \operatorname{Im}\{G_R(j\omega) G_F(j\omega)\} \quad \dots (20)$$

따라서

$$\operatorname{Im}\{G_R(j\omega) G_F(j\omega)\} = \frac{a_1 \omega^4 + a_2 \omega^2 + a_3}{(1 + \omega^2 \tau_f^2)(1 + \omega^2 \tau_m^2)(1 + \omega^2 \tau_z^2) \omega} \quad \dots (21)$$

$$\operatorname{Re}\{G_R(j\omega) G_F(j\omega)\} = \frac{b_1 \omega^4 + b_2 \omega^2 + b_3}{(1 + \omega^2 \tau_f^2)(1 + \omega^2 \tau_m^2)(1 + \omega^2 \tau_z^2)} \quad \dots (22)$$

판

$$a_1 = \tau_f \tau_m (H_f \tau_m + H_m \tau_f) (\tau_1 - \tau_2) + (H_f \tau_m^2 + H_m \tau_f^2) \tau_1 \tau_2$$

$$a_2 = (H_f \tau_m^2 + H_m \tau_f^2) + (H_f + H_m) \tau_1 \tau_2 + (H_f \tau_f + H_m \tau_m) (\tau_1 - \tau_2)$$

$$a_3 = H_f + H_m$$

$$b_1 = (H_f \tau_m + H_m \tau_f) \tau_1 \tau_2 \tau_f \tau_m$$

$$b_2 = (H_f \tau_m^2 + H_m \tau_f^2) (\tau_2 - \tau_1) + (H_f \tau_f + H_m \tau_m) \tau_1 \tau_2 + (H_f \tau_m + H_m \tau_f) \tau_f \tau_m$$

$$b_3 = (H_f + H_m) (\tau_2 - \tau_1) + (H_f \tau_f + H_m \tau_m)$$

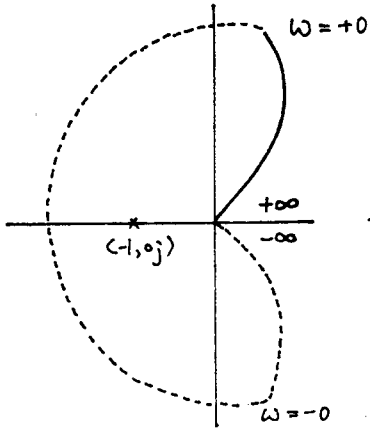
Hurwitz 조건과 Nyquist 조건에 따라 일반 4차로의 안정 판별표를 만들면 < 표 1 > 과 같다.

(21)식 및 (22)식에서 $\omega = +0 \sim +\infty$ 의 값을 대입하였을 때

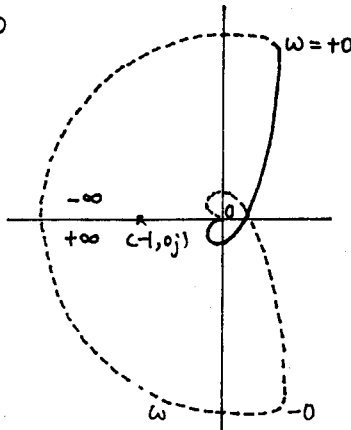
$\operatorname{Re}\{G_R(j\omega) G_F(j\omega)\} = 0$ 를 만족하는 점은 Nyquist 궤적이 실축을 지나는 점이며, $\operatorname{Im}\{G_R(j\omega) G_F(j\omega)\} = 0$ 를 만족하는 점은 Nyquist 궤적이 실축을 통과하는 점이다.

< 표 1 > 음압상태의 임계 안정성 기준

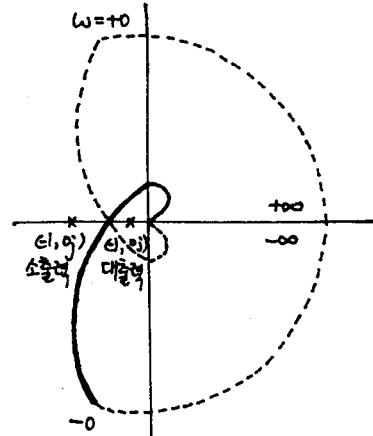
$H_f + H_m > 0$	$H_f/z_f + H_m/z_m > 0$	Type 1-1	무조건 안정	
	$H_f/z_f + H_m/z_m < 0$			Type 1-2
$H_f + H_m < 0$	$H_f/z_f + H_m/z_m > 0$	Type 2	저조각 : 안정 고조각 : 불안정	
	$H_f/z_f^2 + H_m/z_m^2 < 0$		Type 3	
	$H_f/z_f + H_m/z_m < 0$ $H_f/z_m^2 + H_m/z_m^2 > 0$	$a_1 > 0$	Type 4-1	저조각 : 안정 고조각 : 불안정
		$a_2 < 0$		Type 4-2
$H_f/z_f + H_m/z_m < 0$ $H_f/z_m^2 + H_m/z_m^2 > 0$	$a_1 < 0$ $a_2 > 0$	Type 4-3	고·저조각 : 안정 중간조각 : 불안정	
	$a_2^2 - 4a_1a_3 > 0$			
	$a_2^2 - 4a_1a_3 < 0$	Type 4-4	무조건 : 안정	



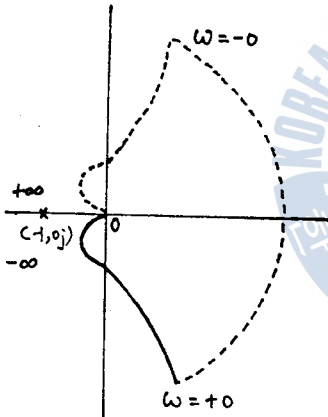
Type 1-1



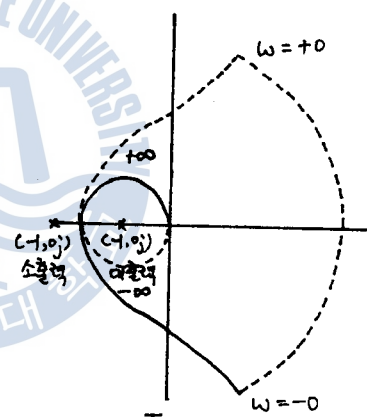
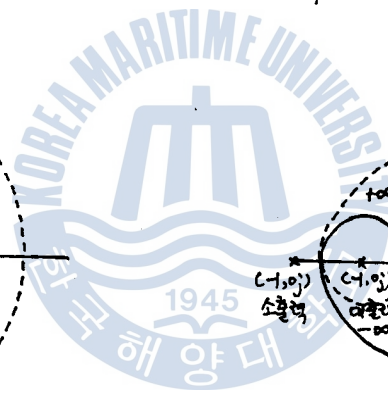
Type 1-2



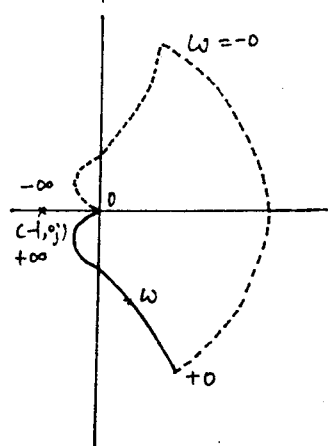
Type 2



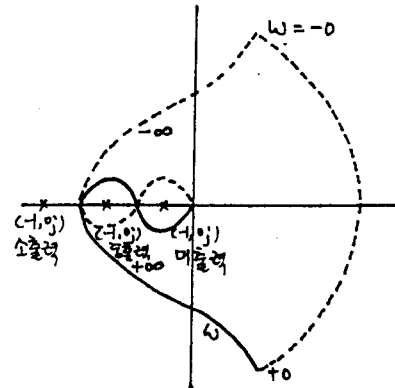
Type 3



Type 4-1



Type 4-2
Type 4-4



Type 4-3

< 그림 2-3 > $G_R(s) \cdot G_F(s)$ 의 벡터 제곱

또 ω 의 크기에 따라 실수 및 허수의 값이 양의 값인가 음의 값인가를 가려 각 조건에서의 Nyquist 제약을 그리면 (그림 2.3) 과 같다.

여기에서 주의하여 보면 지보 증성자가 없을 경우에는 $H_f + H_m < 0$, $H_f/\tau_f + H_m/\tau_m < 0$, $H_f/\tau_f^2 + H_m/\tau_m^2 > 0$ 이면 Hurwitz의 안정조건을 만족시키지 못하므로 원자로는 불안정 하였으나 지보 증성자가 있을 경우에는 $a_1 < 0$ 및 $a_2 < 0$ 이거나 $a_1 < 0$, $a_0 > 0$, $a_2^2 - 4a_1a_3 < 0$ 의 조건을 만족하면 원자로는 절대 안정하며 $a_1 > 0$ 혹은 $a_1 < 0$, $a_2 > 0$, $a_2^2 - 4a_1a_3 > 0$ 인 경우에도 일부 출력에서만 불안정하다는 것이 밝혀졌다. 이는 지보 증성자가 원자로의 안정성에 상당히 기여하고 있음을 알 수 있다.

다. 산업용 원자로의 안정성 검토

사용중인 산업용 원자로 중 박용 원자로로 많이 사용되는 PWR을 $H_f + H_m < 0$ 이고 $\frac{H_f}{\tau_f^2} + \frac{H_m}{\tau_m^2} < 0$ 이므로 (표 1)과 (그림 2.3)에서 Type 3 조건에 해당하며 출력과 관계없이 무조건 안정하므로 가장 안정성이 큰 노형이다.

BWR은 압력효과에 의하여 GCR은 핵연료의 연소가 진행되면 H_m 가 포의 값을 가지는 수가 있으며 만약 Type 2, Type 4-1, Type 4-3 조건이 만족하면 일부 부하에서, Type 1의 경우에는 부하에 관계없이 불안정한 경우가 생기므로 설계시에 주의하여야 함을 알 수 있다.

NA 냉각 EBR에서는 출력이 증가하며 연료봉의 온도가



$Z_m = 1.0 \sim 1.000 \text{ sec}$ 의 값을 ^{※2)} 가지므로 TYPE 2 의 조건을 만족시키지 못하는 경우가 많으므로 특히 손실로의 설계시에는 안정성에 주의하여야 함을 알 수 있다.

3. 결론

2가지의 Feed back 효과를 가지는 원자로의 일반안정성을 검토한 결과 산업용 원자로중 선박용으로



또 ω 의 크기에 따라 실수 및 허수의 값이 양의 값인가 음의 값인가를 가려 각 조건에서의 Nyquist 궤적을 그리면 (그림 2.3) 과 같다.

여기에서 주의하여 보면 지보동성자가 없을 경우에는 $H_f + H_m < 0$, $H_f/\tau_f + H_m/\tau_m < 0$, $H_f/\tau_f^2 + H_m/\tau_m^2 > 0$ 이면 Hurwitz의 안정조건을 만족시키지 못하므로 원자로는 불안정 하였으나 지보동성자가 있을 경우에는 $a_1 < 0$ 및 $a_2 < 0$ 이거나 $a_1 < 0$, $a_0 > 0$, $a_2 - 4a_1 a_3 < 0$ 의 조건을 만족하면 원자로는 절대 안정하며 $a_1 > 0$ 혹은 $a_1 < 0$, $a_2 > 0$, $a_2 - 4a_1 a_3 > 0$ 인 경우에도 일부 출력에서만 불안정하다는 것이 밝혀졌다. 이는 지보동성자가 원자로의 안정성에 상당히 기여하고 있음을 알 수 있다.

다. 산업용 원자로의 안정성 검토

사용중인 산업용 원자로중 박용원자로로 많이 사용되는 PWR을 $H_f + H_m < 0$ 이고 $\frac{H_f}{\tau_f^2} + \frac{H_m}{\tau_m^2} < 0$ 이므로 (표1)과 (그림 2.3)에서 Type 3 조건에 해당하며 출력과 관계없이 무조건 안정하므로 가장 안정성이 큰 노형이다.

BWR은 압력효과에 의하여 GCR은 핵연료의 연소가 진행되면 H_m 가 포의 값을 가지는 수가 있으며 만약 Type 2, Type 4-1, Type 4-3 조건이 만족하면 일부 부하에서, Type 1의 경우에는 부하에 관계없이 불안정한 경우가 생김으로 설계시 주의하여야 함을 알 수 있다.

NA 냉각 EBR에서는 출력이 증가하며 연료봉의 온도가 높아지면 H_f 가 양의 값을 가지며 보통 $\tau_f = 0.1 \sim 10 \text{ sec}$.

$T_m = 1.0 \sim 1.000 \text{ sec}$ 의 값을 ^{*)2)} 가지므로 Type 2의 조건을 만족시키는 경우가 많으므로 특히 손실로의 설계시에는 안정성에 주의하여야 함을 알 수 있다.

3. 결론

2가지의 Feed back 효과를 가지는 원자로의 일반안정성을 검토한 결과 산업용 원자로중 선박용으로 많이 사용하는 PWR은 출력과 관계없이 가장 안전한 노형이므로, 선박용 원자로로서 적당함을 알 수 있다.

BWR, GCR, FBR는 출력의 크기에 의해 불안정 현상도 있으므로 설계시 꼭 안정성을 검토하여야 하며 운전시에도 출력변동에 주의해야 한다.

<참고 문헌>

1) J MIIDA and SUDA

"General stability Criteria for Nuclear Reactor
with Two Feedback paths of Single Time Constant"
Nuclear Science and Engineering, 11. 55~60, 1961

2) 須田信英 "原子炉の動特性と制御"
同文書院, 1972.

3) 朴逸吉 "沸騰輕水型原子炉의 安定性에 對한 研究"
海大論文集, 15, 1980.



