

船用 디이젤機關 크랭크軸系의 縱振動 起振力에 關한 研究

金 永 柱

A Study on the Axial Vibration Exciting Force of
Marine Diesel Engine Crankshaft

Kim Yungjoo

<目 次>

- | | |
|---------------------------|---------|
| 1. 緒 論 | 5. 結 論 |
| 2. 船用 디이젤機關의 크랭크軸系 縱振動 概要 | 參 考 文 獻 |
| 3. 크랭크軸의 縱起振力 | 附 錄 |
| 4. 크랭크軸 縱起振力의 harmonics | |

Abstract

The diesel engine has a unique working component, named crankshaft, which converts the reciprocating motion to propulsive rotating motion. Especially in the marine engine, the axial stiffness of crankshaft has been reduced due to increased output per cylinder by high supercharging, design modification of exhausting, cooling passages and elongation of working stroke.

Owing to these results, the axial vibration problem of crankshaft as well as torsional vibration has become severe.

Therefore, large marine diesel engine manufactures and designers are urged to investigate the axial vibration problems of crankshaft. But there has not appeared until today any conclusive and convenient calculation methods for the axial vibration of crankshaft, and calculation theories of engine manufacturers and investigators are different from each other.

In this paper, a theoretical calculating formula that converts the radial gas force to axial force through crank-throw, is derived and the harmonics of radial gas force is also studied.

The calculation results of derived formula which is used to convert the radial force to axial force, are compared with those of measured ones and manufacturer's assumed ones, and they show fairly good coincidence.

Nomenclature

- P_{me} : Mean effective pressure, Kg.Cm⁻²
 P_g : Combustion gas force in cylinder, Kg.
 P_R : Radial force, Kg.
 θ : Angle of crankshaft, Rad.
 ϕ : Angle between cylinder centerline and connecting rod, Rad
 λ : Ratio of crank radius and connecting rod ($\lambda=R/L$)
 $M_{r.e.}$: Mass of reciprocating parts, Kg.Sec².Cm⁻¹
 F_P : Inertia force of reciprocating parts, Kg.
 P_A : Axial force of Crankshaft, Kg.
 α_P : Acceleration of reciprocating parts. Cm.Sec⁻²
 M : Reactive moment of axial force, Cm.Kg.
 M' : Reactive moment of radial force, Cm.Kg.
 J_1 : Sectional moment of inertia of crank journal, Cm⁴
 J_2 : Sectional moment of inertia of crank pin, Cm⁴
 J_3 : Sectional moment of inertia of crank arm, Cm⁴
 E : Modulus of elasticity, Kg.Cm⁻²
 G : Modulus of rigidity, Kg.Cm⁻²
 a : Length of crank journal, Cm
 b : Length of crank pin, Cm
 w : Width of crank arm, Cm
 h : Thickness of crank arm, Cm
 d_{jo} : Outside diameter of crank journal, Cm
 d_{po} : Outside diameter of crank pin, Cm
 d_{ji} : Inside diameter of crank journal, Cm
 d_{pi} : Inside diameter of crank pin, Cm
 ℓ : Distance between cylinders, Cm
 R : Crank radius, Cm
 Δ_{XX} : Axial displacement by radial force, Cm
 Δ_{XY} : Axial displacement by axial force, Cm
 f_R : Influence number of radial force, Cm.Kg⁻¹
 f_A : Influence number of axial force, Cm.Kg⁻¹
 θ_L : Left side crank angle to adjacent crank, Rad,
 θ_R : Right side crank angle to adjacent crank, Rad.
 M_L : Left side reactive moment of axial force, Cm.Kg
 M_R : Right side reactive moment of axial force, Cm.Kg
 M'_L : Left side reactive moment of radial force, Cm.Kg
 M'_R : Right side reactive moment of radial force, Cm.Kg
 X_R : Radial component of inertia force, Kg
 P_C : Radial component of gas pressure, Kg.Cm⁻²
 P_{RO} : Integrated radial Pressure, Kg.Cm⁻²
 X_P : Travelling distance of piston, Cm

- A_0 : Fourier coefficient of mean value
- A_n : Fourier coefficient of cosine component at Nth order
- B_n : Fourier coefficient of sine component at Nth order
- C_n : Fourier coefficient of integrated component at Nth order



1. 緒 論

內燃機關으로서 船舶用 推進機關에 가장 많이 使用되고 있는 디젤機關은 往復運動을 回轉運動으로 바꾸게 하는 크랭크機構가 裝置되어 있는데 最近의 디젤機關 製作動向은 低質油 使用을 有利하게 하고 燃燒效率을 改善시키기 위해 通給方式을 定壓通給으로 하고 피스톤行程을 길게하여 燃燒壓力을 높게 함으로써 氣筒當 出力을 크게 增加시키고 있다. Table 1에서 알수있는 바와 같이 지난 10年 동안에 平均有效壓力은 130%, 피스톤 行程은 120%, 氣筒當 出力은 110~140%로 從前에 비해 훨씬 上昇하고 있다. 그러나 이러한 要素들은 크랭크軸系에 있어서 굽힘振動, 비틀림振動을 發生시키는 勿論 半徑力을 크게하고 크랭크軸의 縱剛性係數를 낮추는 原因이 되어 縱振動의 發生을 促進시키는 結果를 招來하고 있다.

機關의 氣筒當 出力을 높게하고 低質油 使用을 容易하게 함은 機關의 設置面積을 縮少하고 燃料費를 低減한다는 點에 있어서는 有利하나 機關部品の 材質強度 補強, 整備維持費의 增加, 騒音·振動發生 等の 短點이 따르게 된다.

振動解析에 있어서 크랭크軸系의 비틀림振動은 오래 前부터 活發하게 研究되어온 結果 그 解析方法은 比較的 信賴할 수 있고 이미 實用化 段階에 있으나 縱振動問題는 現在까지 研究發表된 理論이나 解析方法이 많지않고 機關製作者나 關係專門家마다 그 主張하는 바가 一貫性이 없는것 등으로 아직까지 實用化 段階에 들어가지 못하고 있다. 크랭크軸系 縱振動問題는 漸次 重要視 되고 있으며 最近에 이르러 船舶用 機關의 境遇 世界 各 船級協會 및 關係團體는 機關製作者에게 機關設計段階부터 크랭크軸系 縱振動 計算書의 作成을 要求하고 있다. 國內 大形機關의 國產化率은 이미 50%에 到達하고 있어 디젤機關의 크랭크軸系 縱振動 解析을 위한 理論 및 技術의 確立과 이를 土着化함이 매우 時急하다고 볼수 있다.

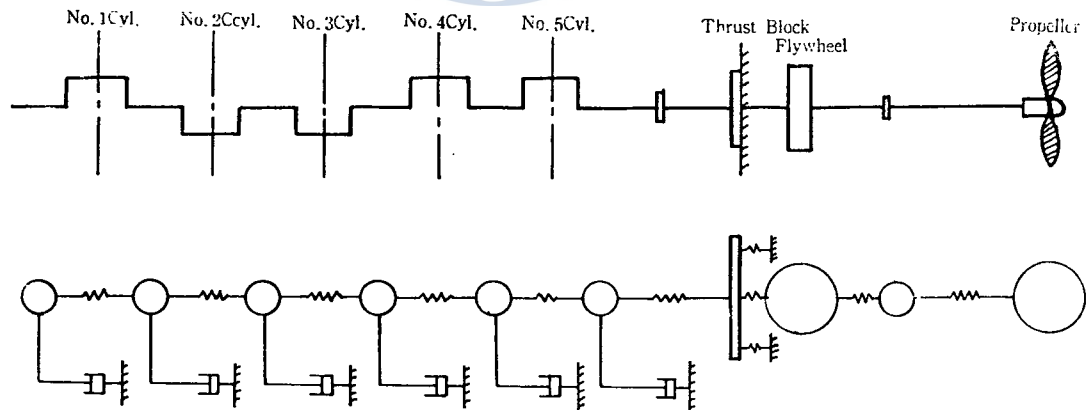


Fig. 1. Equivalent mass-spring system of marine diesel engine shafting.

本 研究에서는 디젤機關의 크랭크軸系 縱振動 解析에 있어 가장 重要한 課題中的의 하나인 縱振動 起振力 算出에 必要한 半徑力의 推力變換率 計算式을 誘導하고 이를 模型實驗을 通하여 確認하

영으로써 그 결과를 機關製作자들이 提示한 값들과 比較檢討했다. 또한 各種 大型機關의 指標線圖를 擧取하여 이로부터 半徑力 하모닉스線圖를 作成하였다.

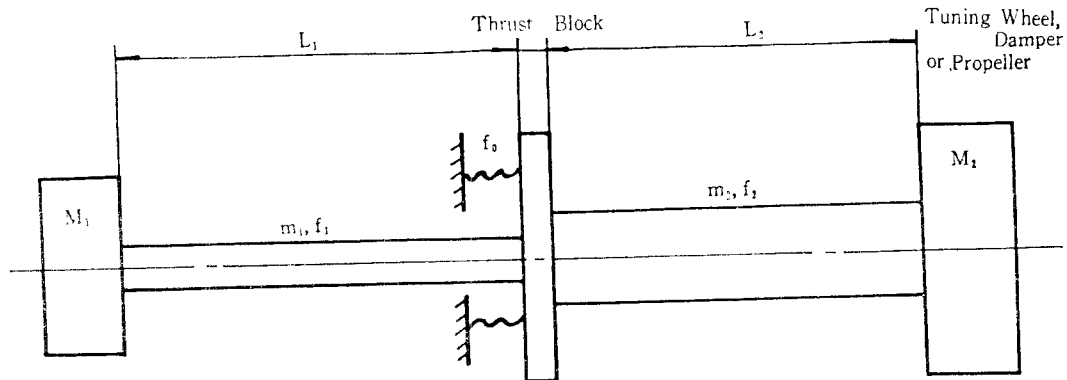


Fig. 2. Equivalent mass system of marine diesel engine shafting

Table 1. Increasing trends of output

Engine type	P_{me} (Kg/Cm ²)	Output (BHP/Cyl)	Stroke (mm)
Sulzer RND	10.8	2900	1550
RNDM	12.5	3350	1550
RLA	13.7	3350	1900
RLB	14.3	4000	1900
Increasing rate(%)	(132)	(138)	(123)
B&W KGF	11.8	3410	1800
LGFC	11.8	3410	2180
LGFCA	13.2	3945	2180
Increasing rate(%)	(112)	(116)	(121)
MAN KSZA	11.6	3210	1600
KSZBL	14.8	3670	1600
KSZCL	14.4	3740	1900
Increasing rate(%)	(124)	(117)	(119)
UEC UECD	11.9	1033	1050
UECDS	13.6	1200	1250
UECE	15.4	1333	1050
Increasing rate(%)	(129)	(129)	(119)

2. 船用 디젤기관 크랭크軸系의 縱振動概要

船用 디젤기관의 크랭크軸系 縱振動은 크랭크핀에 半徑方向으로 作用하는 燃燒개스壓力 및 往復·回轉物體의 慣性力, 推進器의 推力變動, 비틀림振動과의 聯成振動 등에 의한 強制力이 軸方向으로 作用하기 때문에 發生하고 機關, 軸系, 推力베어링, 推進器 등의 減衰力에 의하여 減衰한다.

Anderson, Kleiner 등은 縱振動 解析에 比較的 값이 큰 起振力인 크랭크半徑力과 推進器의 推力

만을 考慮하고 있다.^{1,3)}

縱振動의 起振力과 減衰力, 軸系 縱剛性係數의 計算을 위해서는 크랭크스로우의 半徑力 調和成分과 推進器推力變動, 機關 및 推進器의 減衰係數, 軸系 및 스러스트베어링의 剛性係數, 質點系의 質量 등을 算定해야 한다. 이들에 의한 軸系 振動解析을 위해서는 質點系를 Fig.1에 보이는 바와 같이 強制減衰多質點系로 置換하거나 Fig.2와 같이 스러스트베어링을 中心으로 機關軸系와 推進器 및 軸으로 分配한 二質點系로 取扱하기도 한다. 또한 近似 計算法으로는 Holzer法이나 Lewis法을 利用한다.

(1) 強制力

半徑力 計算理論은 Lang, Kleiner 等이 發表한 文獻에 比較的 자세하게 記述되어 있지만 이들이 作成한 하모닉스線圖는 燃燒壓力(平均有效壓力)의 高·低位 領域에서 半徑力 調和成分 誤差가 많은 것 같다.^{3,4)} 大形機關의 크랭크 스로우 推力變換率은 大概 0.2~0.4의²³⁾ 範圍를 擇하고 있으며 推進器의 推力變動은 推進器의 날개수, 推進器의 設置位相角에 따라 달라진다. 이에 對해서는 Manner, Kleiner 等의 實驗結果가 發表되고 있다. 推進器의 推力變動率은 單一推進器의 境遇 推進器翼數次에 따라 2~13%, 雙推進器의 境遇 3.5~6.5%로 推定하고 있다.^{10,11)}

(2) 減衰力

減衰要素로는 機關의 潤滑機構, 運動部의 摩擦力으로 圖한 機關減衰, 軸系의 히스테리시스 減衰, 推進器 減衰를 檢討해야 한다. 여기에는 Johnson, Bradbury, Lazan, Draminsky, Kane 等이 提案한 理論式이나 計算曲線이 利用되고 있지만 現在까지는 理論의으로 正確히 究明되고 있지않는 實情이다.

經驗의인 스러스트 베어링의 粘性減衰係數比는 0.023, 機關減衰比는 0.03~0.085, 推進器減衰力은 $(0.11\sim0.4)\times 10^3\text{kg}\cdot\text{sec}\cdot\text{cm}^{-1}$ 의 範圍를 擇하고 있다.¹¹⁾

(3) 剛性係數

軸系의 剛性係數 計算理論은 Dorey, Draminsky & Warning, Anderson & Olsson, Guglielmotti & Magiotta, Johnson & Maclimont, Linden, Vissor, Jeon 等에 의해 經驗式과 理論式이 各各 相異하게 提示되고 있으며 世界的인 大形디젤機關製作者인 Sulzer, B&W, MAN, Götaverken社에서는 大部分 Anderson이 提案한 計算式을 若干修正하여 使用하고 있는 形便이다.^{1,15)} 한편 스러스트베어링의 剛性係數로는 機關의 크기, 形狀 및 軸系의 配置에 따라 다르지만 Goodwin, Urushihara는 推進器의 數가 1個일때 $(2.5\sim3.1)\times 10^6\text{kg}\cdot\text{cm}^{-1}$, 2個 以上일때 $(0.8\sim1.1)\times 10^6\text{kg}\cdot\text{cm}^{-1}$ 로 하였고 大形디젤機關의 境遇 Anderson은 $(1.5\sim2.5)\times 10^6\text{kg}\cdot\text{cm}^{-1}$, Sulzer社의 RND機關에서는 $(2.2\sim2.6)\times 10^6\text{kg}\cdot\text{cm}^{-1}$ 推進器를 間接驅動하는 境遇 $(2\sim2.5)\times 10^6\text{kg}\cdot\text{cm}^{-1}$ 로 推定하고 있다.¹¹⁾

(4) 慣性質量

縱振動 等價質量系에는 크랭크軸의 各 크랭크스로우의 質量, 스러스트軸의 스러스트칼라, 軸, 推進軸系의 推進器, 軸 以外에 驅動기어, 튜닝휠의 質量과 防振댐퍼가 設置된 境遇에는 댐퍼의 質量等이 包含된다. 이들의 各 質點 사이에는 縱方向스프링이나 境遇에 따라서는 減衰機構로 連結되

Fig. 3, 4에서 P_g 개스壓力, L 連接棒길이, R 크랭크半徑, Q 連接棒에 作用하는 힘, T 크랭크핀의 接線力, ϕ 連接棒과 실린더 中心線間의 角度, θ 크랭크 回轉角, $\lambda (=R/L)$ 크랭크半徑에 對한 連接棒과의 比라고 할때 $\sin \phi = \lambda \sin \theta$ 이므로 半徑力 P_R 은

$$P_R = Q \cos(\theta + \phi) = P_g \sec \phi \cdot \cos(\theta + \phi) = P_g \{\cos \theta - \lambda \sin^2 \theta (1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{-1/2}\} \quad (1)$$

$\lambda = 1/5 \sim 1/3$ 이므로 $(1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{-1/2}$ 項을 Maclaurin 級數로 展開하여 λ^3 以上の 項을 省略하면

$$P_R = P_g (\cos \theta - \lambda/2 + \lambda/2 \cdot \cos^2 \theta) \quad (2)$$

한편 往復質量에 의한 慣性力 F_P 는 피스톤變位 x_P 가

$$x_P = (L + R) - (L \cos \phi + R \cos \theta) = R \{ (1 - \cos \theta) + 1/\lambda \{ 1 - (1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \} \} \quad (3)$$

이므로 피스톤加速度 a_P 는

$$a_P = \frac{d^2 x_P}{dt^2} = R \omega^2 \{ \cos \theta + (\lambda + \lambda^3/4 + 15\lambda^5/128 + \dots) \cos 2\theta - (\lambda^3/4 + 3\lambda^5/256 + \dots) \cos 4\theta + (9\lambda^5/128 + \dots) \cos 6\theta + \dots \} \quad (4)$$

여기서 λ^3 項 以上을 省略하면 피스톤과 함께 往復運動하는 질량 m_{rec} 의 慣性力 F_P 는

$$F_P = -m_{rec} \cdot a_P = -m_{rec} \cdot R \omega^2 (\cos \theta + \lambda \cos 2\theta) \quad (5)$$

따라서 往復慣性力 F_P 의 半徑方向成分 X_R 은 (2)式을 利用하여

$$\begin{aligned} X_R &= -\{m_{rec} R \omega^2 (\cos \theta + \lambda \cos 2\theta)\} (\cos \theta - \lambda/2 + \lambda/2 \cdot \cos^2 \theta) \\ &= -m_{rec} R \omega^2 \{ (1/2 + \lambda^2/4 + \lambda/2 \cdot \cos \theta - 1/2 \cdot (1 + \lambda^2) \cdot \cos 2\theta \\ &\quad + 3\lambda/4 \cdot \cos 3\theta + \lambda^2/4 \cdot \cos 4\theta) \} \end{aligned} \quad (6)$$

크랭크 핀에 作用하는 全體 半徑力은 (2), (6)式의 개스壓力과 慣性力에 의한 半徑力을 合成한 것이며 이로부터 縱起振力을 얻기 위해서는 推力變換率을 求해야 한다.

3.2 半徑力의 推力變換率 計算

一端固定, 他端單純支持인 單一 크랭크스트로우에서 縱彈性係數 E , 저어널 兩端길이 a_1, a_2 , 크랭크 핀 길이 $2b$, 크랭크半徑 R , 저어널, 핀, 암의 斷面二次 모우멘트를 各各 J_1, J_2, J_3 라 한다. 軸方向을 X 軸, 크랭크암 方向을 Y 軸으로 취한다. 推力 P_A , 半徑力 P_R 에 의한 反力모우멘트와 縱方向變形量 Δ_{xx}, Δ_{xy} 를 求한다. P_A, P_R 에 의한 影響係數 $f_A (= \Delta_{xx}/P_A)$, $f_R (= \Delta_{xy}/P_R)$ 로부터 推力變換率 f_R/f_A 를 算定할 수 있다.^{7, 8)}

이를 위해 假想일의 定理과 Castigliano 變形에너지 定理을 利用하여 變位量 Δx 를 구하면 (7)式과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta x &= \int \frac{N_x \cdot \bar{N}_x}{EA} dx + \int k \frac{V_x \cdot \bar{V}_x}{GA} dx + \int \frac{M_x \cdot \bar{M}_x}{EJ} dx \\ &= \int \frac{N_x^2}{EA} dx + \int k \frac{V_x^2}{GA} dx + \int \frac{M_x^2}{EJ} dx \end{aligned} \quad (7)$$

다만 여기서 N_x, V_x, M_x 는 單位荷重狀態의 壓縮力, 剪斷力, 彎曲모우멘트, $\bar{N}_x, \bar{V}_x, \bar{M}_x$ 는 假想

단위변위에 의한 단위력, 단위모멘트, 彎曲모우멘트, A 軸斷面積, J 斷面二次 모우멘트, E 縱彈性係數, G 橫彈性係數, k 軸系中各軸의 있어서 慣性力과 平衡力과의 비(變形 $k=6/5$, 角形 $k=10/9$)라 한다.

크랭크스로우의 慣性力과 平衡力의 의한 變位量의 畧은 크랭크軸의 彎曲모우멘트에 의한 變位量에 비해 작기 때문에 畧은 變位量計算에서 略하고 彎曲모우멘트에 의한 變位量만을 考할 事이다.

(1) 軸力에 의한 變位量

多氣筒 다이얼機械의 各 크랭크스로우에 있어서 크랭크핀에 作用하는 慣性力의 推力變換係數를 計算하기 爲해서 軸系의 單位力 $P_A=1$ 에 作用할때의 變位量 $J_{xx} P_A = J_{xx}/1 = f_x$ 와 單位力 $P_B=1$ 에 作用할때의 變位量 $J_{xx} P_B = J_{xx}/1 = f_x$ 를 求할 必要가 있다. 任意의 크랭크스로우 兩端에 作用하는 力을 拘束 모우멘트 M_L, M_R 을 爲해 크랭크스로우의 傾角의 θ_L, θ_R 가 0일때 最大이며 180°일 때 最少이므로 最大拘束 모우멘트를 M 라 하면 $M_L = M \cos^2 \frac{\theta_L}{2}, M_R = M \cos^2 \frac{\theta_R}{2}$ 이 된다. 又 多氣筒機械의 크랭크軸의 前部의 拘束모우멘트는 0이므로 前部 傾角의 左側 傾角의 θ_L 을 180°, 軸後 端部의 境界는 스프링에 의한 影響을 받지 爲해서 傾角의 右側 傾角의 θ_R 을 90°로 算한다.

軸方向의 單位力 $P_A=1$ 에 의한 變位量 f_x 는 力모우멘트 計算의 境界와 같은 方法으로 求하면 (附錄 1參照) Fig. 5로 부터

$$f_x = \frac{1}{EJ} \int_0^{a_1} \left\{ \frac{(M_R - M_L)}{\ell} x + M_L \right\}^2 dx + \frac{1}{EJ} \int_0^R \left\{ \frac{(M_R - M_L)}{\ell} (a_1 + M_L - y) \right\}^2 dy + \frac{1}{EJ} \int_{a_1}^{a_1+R} \left\{ \frac{(M_R - M_L)}{\ell} (x - M_L - R) \right\}^2 dx + \frac{1}{EJ} \int_0^{a_2} \left\{ \frac{(M_R - M_L)}{\ell} (a_2 - M_R + y) \right\}^2 dy - \frac{1}{EJ} \int_{a_2}^{\ell} \left\{ \frac{(M_R - M_L)}{\ell} (x - M_L) \right\}^2 dx \quad (8)$$

이것을 畧한

$$f_x = \frac{1}{EJ} \left[\frac{(M_R - M_L)}{3\ell} \{ a_1^3 + \ell^3 - (\ell - a_2)^3 \} + \frac{M_L(M_R - M_L)}{\ell} \{ a_1^3 + \ell^3 - (\ell - a_2)^3 \} + M_L^3 \{ a_1 + a_2 \} \right] + \frac{1}{EJ} \left[\frac{R}{\ell^3} \{ (M_R - M_L)^2 (a_1^2 - a_2^2) + 2\ell(M_R - M_L) \cdot (M_L a_1 + M_R a_2) - \ell(M_L^2 + M_R^2) \} + \frac{R^3}{\ell} \{ M_R - M_L \} (a_1 - a_2) - \ell(M_L - M_R) \cdot \frac{2}{3} R \right] - \frac{1}{EJ} \left[\frac{(M_R - M_L)^2}{3\ell^3} \{ (\ell - a_1)^3 - a_1^3 \} + \frac{(M_R - M_L)(M_L - R)}{\ell} \{ (\ell - a_1)^2 - a_1^2 \} + 2b(M_L - R)^2 \right] \quad (9)$$

$a_1 = a_2 = a, J_1 = J_2 = J$ 이면

$$f_x = \frac{1}{EJ} \left[\frac{\ell}{3} (M_R - M_L) - \frac{(M_L - M_R)}{\ell} \{ M_R \cdot \ell^2 - R(a + 2b)^2 + Ra^2 \} + 2aM_L^2 - 2b(R - M_L) \right] + \frac{1}{EJ} \left[\frac{R}{\ell} \{ 2a(M_L - M_R)(a - \ell) + \ell^2(M_L^2 + M_R^2) - R^2(M_L + M_R) + \frac{2}{3} R^3 \} \right] \quad (10)$$

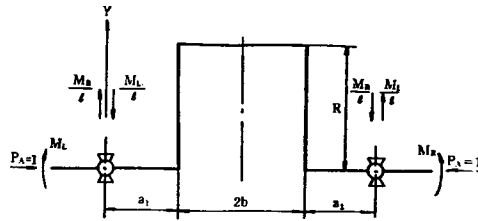


Fig. 5. Crank reduction by axial force.

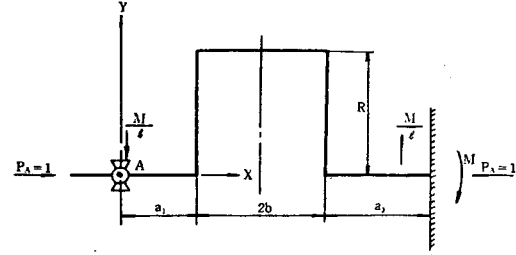


Fig. 6. Reactive moment by axial force

單氣筒機關에서는 $\theta_L = \theta_R = 180^\circ$, $M_L = M_R = 0$ 이므로 上記 (10) 式의 f_A 는

$$f_A = \frac{2bR}{EJ} + \frac{2R^3}{3EJ_c} \tag{11}$$

兩端支持點에서의 拘束 모우멘트는 隣接 크랭크와 接續角이 零일때 最大이고 180° 일때 零이므로 最大 모우멘트 M 는 Fig. 6과 같이 一端固定, 他端單純支持狀態에서의 固定端 모우멘트로서 求하여 진다.

지금 Fig. 6의 크랭크스로우 單純支持端 A 點에 單位力 $P_A=1$ 이 作用할때 固定端 B 點의 反力모우멘트 M 을 Castigliano의 變形에너지 定理를 利用하여 求하면(附錄 1 參照)

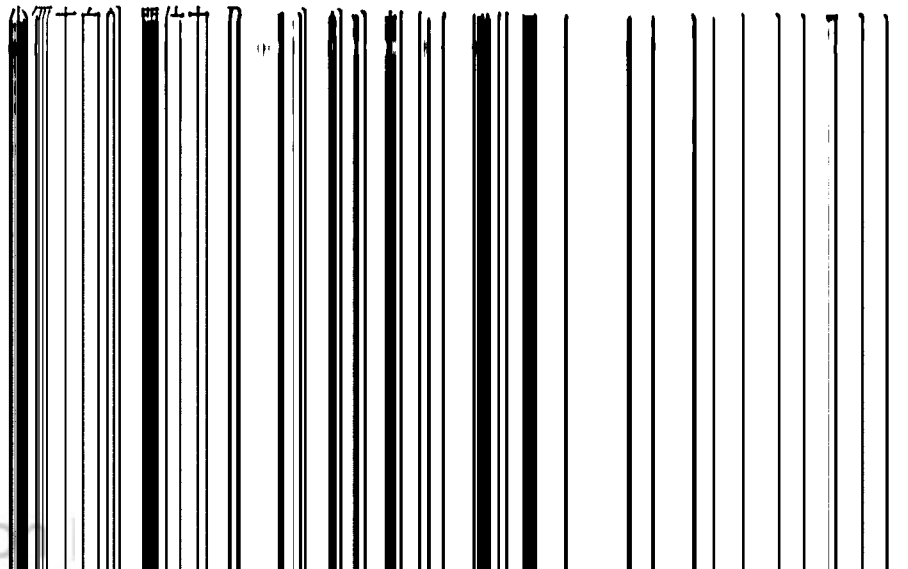
$$M = \frac{\frac{a_1 \cdot R^3}{2J_c \cdot l} + \frac{(\ell - a_2)R^3}{2J_c \cdot l} + \frac{R}{2J_2 \cdot l} \{(\ell - a_2)^2 - a_1^2\}}{\frac{a_1^3}{3J_1 \cdot \ell_2} + \frac{a_1^2 \cdot R}{J_2 \cdot \ell^2} + \frac{(\ell - a_2)^3 - a_1^3}{3J_2 \cdot \ell^2} + \frac{\ell^3 - (\ell - a_1)^3}{3J_1 \cdot \ell^2}} \tag{12}$$

$a_1 = a_2 = a$, $J_1 = J_2 = J$ 이면

$$M = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{R}{J_c} + \frac{2b}{J} \right)}{\frac{\ell}{3J} + \frac{R}{J_c \cdot \ell^2} \{a^2 + (\ell - a)^2\}} \tag{13}$$

(2) 半徑力에 依한 變位置

Fig. 7에서 任意의 크랭크스로우가 兩端 單純支持로 되어 있다고 보고 假想軸力 $P_A=1$ 에 의한 兩端의 左右拘束 모우멘트를 M_L, M_R , 半徑力 $P_R=1$ 에 의한 左右拘束 모우멘트를 M'_L, M'_R 라 한다.



단위 변위에 의한 단축력, 전단력, 휨곡모우멘트, A 軸의面積, J 軸面二次 모우멘트, E 縱彈性係數, G 橫彈性係數, k 軸에 대한軸에 있어서 剪斷력과 彎曲력과와 的(矩形 $k=6/5$, 圓形 $k=10/9$)이다 한다.

크랭크軸系의 縱振動에 있어서의 變位量의 總數는 크랭크軸의 휨曲모우멘트에 의한 變位量과 其他 各 部에 있어서의 總 變位量計數에 의 行路하고 휨曲모우멘트에 의한 變位量만을 多算한 事.

(1) 軸力에 의한 變位量

多氣筒 다이얼機關의 各 크랭크스로우에 있어서 크랭크핀에 作用하는 軸力의 換力變換係數를 計算하기 爲하러는 假令 單位力 $P_1=1$ 에 作用할때의 變位量 $J_{xx} P_1=J_{xx} \cdot 1=f$ 와 單位力 $P_2=1$ 에 作用할때의 變位量 $J_{xx} P_2=J_{xx} \cdot 1=f$ 를 求할 必要가 있다. 前項의 크랭크스로우 兩端에 作用하는 軸力 拘束 모우멘트를 M_L, M_R 을 設치 크랭크스로우의 傾角의 θ_L, θ_R 이 0° 일때 最大이며 180° 일때 最少이므로 設치 拘束 모우멘트를 M 과 하면 $M_L=M \cos \frac{\theta_L}{2}, M_R=M \cos \frac{\theta_R}{2}$ 이 된다. 亦即 多氣筒機關의 크랭크軸의 兩端部의 拘束모우멘트는 0 이므로 前項 設치力의 傾角 變位角 θ 를 180° , 軸後 兩端部의 變位角 크랭크軸에 있어서의 影響을 算기 爲하러는 假令 設치力의 右端 傾角의 θ_R 을 90° 로 한 事.

軸力同의 單位力 $P_1=1$ 에 의한 變位量 f_A 는 軸力모우멘트 計算의 境遇와 같은 方法으로 求하면 (附錄 1參照) Fig. 5로 하더

$$\begin{aligned} f_A &= \frac{1}{EJ} \int_0^{\ell} \left\{ \frac{M_R - M_L}{\ell} (x + M_L) \right\} dx - \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left\{ \frac{M_R - M_L}{\ell} (a_1 + M_L - y) \right\} dy \\ &= \frac{1}{EJ} \int_0^{\ell} \left\{ \frac{M_R - M_L}{\ell} (x + M_L - R) \right\} dx + \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left\{ \frac{M_R - M_L}{\ell} (a_1 - M_R + y) \right\} dy \\ &= \frac{1}{EJ} \int_0^{\ell} \left\{ \frac{M_R - M_L}{\ell} (x - M_L) \right\} dx \end{aligned} \quad (8)$$

이것을 算出

$$\begin{aligned} f_A &= \frac{1}{EJ} \left[\frac{M_R - M_L}{3\ell} \{ a_1^2 + \ell^2 - (\ell - a_1)^2 \} + \frac{M_L (M_R - M_L)}{\ell} \{ a_1^2 + \ell^2 - (\ell - a_1)^2 \} \right. \\ &\quad \left. + M_L^2 (a_1 + a_2) \right] + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{R}{\ell} \{ (M_R - M_L)^2 (a_1^2 - a_1^2) + 2\ell (M_R - M_L) \cdot \right. \\ &\quad \left. (M_L a_1 + M_R a_2) + \ell^2 (M_L^2 + M_R^2) \} + \frac{R^2}{\ell} \{ (M_R - M_L) (a_1 - a_2) - \ell (M_L + M_R) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} R^2 \right] + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{(M_R - M_L)^2}{3\ell^2} \{ (\ell - a_1)^2 - a_1^2 \} + \frac{(M_R - M_L)(M_L - R)}{\ell} \right. \\ &\quad \left. \{ (\ell - a_1)^2 - a_1^2 \} + 2b(M_L - R)^2 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$a_1 = a_2 = a, J_1 = J_2 = J$ 이면

$$\begin{aligned} f_A &= \frac{1}{EJ} \left[\frac{C}{3} (M_R - M_L) - \frac{(M_L - M_R)}{\ell} \{ M_R \cdot \ell^2 - R(a + 2b)^2 + Ra^2 \} + 2aM_L^2 \right. \\ &\quad \left. + 2b(R - M_L)^2 \right] + \frac{1}{EJ} \left[\frac{R}{\ell^2} \{ 2a(M_L - M_R)(a - \ell) + \ell^2 (M_L^2 + M_R^2) \right. \\ &\quad \left. + R^2 (M_L + M_R) + \frac{2}{3} R^3 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

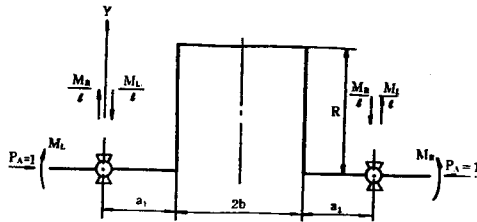


Fig. 5. Crank reduction by axial force.

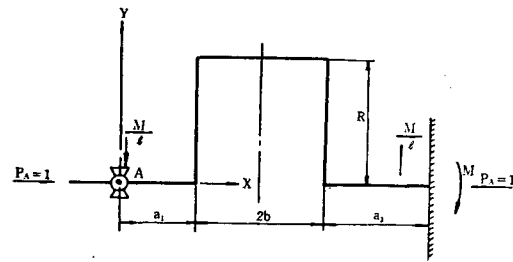


Fig. 6. Reactive moment by axial force

單氣筒機關에서는 $\theta_L = \theta_R = 180^\circ$, $M_L = M_R = 0$ 이므로 上記 (10) 式의 f_A 는

$$f_A = \frac{2bR}{EJ} + \frac{2R^3}{3EJ} \quad (11)$$

兩端支持點에서의 拘束 모우멘트는 隣接 크랭크의 接續角이 零일때 最大이고 180° 일때 零이므로 最大 모우멘트 M 는 Fig. 6과 같이 一端固定, 他端單純支持狀態에서의 固定端 모우멘트로서 求하여 진다.

지금 Fig. 6의 크랭크스로우 單純支持端 A 點에 單位力 $P_A=1$ 이 作用할때 固定端 B 點의 反力모우멘트 M 을 Castigliano의 變形에너지 定理를 利用하여 求하면(附錄 1 參照)

$$M = \frac{\frac{a_1 \cdot R^2}{2J_1 \cdot \ell} + \frac{(\ell - a_2)R^2}{2J_2 \cdot \ell} + \frac{R}{2J_2 \cdot \ell} \{(\ell - a_2)^2 - a_1^2\}}{\frac{a_1^3}{3J_1 \cdot \ell_2} + \frac{a_1^2 \cdot R}{J_1 \cdot \ell^2} + \frac{(\ell - a_2)^2 - a_1^2}{3J_2 \cdot \ell^2} + \frac{\ell^3 - (\ell - a_1)^3}{3J_1 \cdot \ell^2}} \quad (12)$$

$a_1 = a_2 = a$, $J_1 = J_2 = J$ 이면

$$M = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{R}{J} + \frac{2b}{J} \right)}{\frac{\ell}{3J} + \frac{R}{J \cdot \ell^2} \{a^2 + (\ell - a)^2\}} \quad (13)$$

(2) 半徑力에 依한 變位量

Fig. 7에서 任意的 크랭크스로우가 兩端 單純支持로 되어 있다고 보고 假想軸力 $P_A=1$ 에 의한 兩端의 左右拘束 모우멘트를 M_L , M_R , 半徑力 $P_R=1$ 에 의한 左右拘束 모우멘트를 M'_L , M'_R 라 한다.

半徑方向의 單位力 $P_R=1$ 에 의한 軸方向 變位量 $\Delta_{xV} = f_R$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f_R = & \frac{1}{EJ_1} \int_0^{a_1} \left\{ \left(\frac{-M'_R + M'_L + a_2 + b}{\ell} \right) \cdot x - M'_L \right\} \left\{ \left(\frac{M_R - M_L}{\ell} \right) \cdot x + M_L \right\} dx \\ & + \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left\{ \left(\frac{-M'_R + M'_L + a_2 + b}{\ell} \right) \cdot a_1 - M'_L \right\} \left\{ \left(\frac{M_R - M_L}{\ell} \right) \cdot a_1 + M_L - y \right\} dy \\ & + \frac{1}{EJ_2} \int_{a_1}^{a_1+b} \left\{ \left(\frac{-M'_R + M'_L + a_2 + b}{\ell} \right) \cdot x - M'_L \right\} \left\{ \left(\frac{M_R - M_L}{\ell} \right) \cdot x + M_L - R \right\} dx \\ & + \frac{1}{EJ_2} \int_{a_1+b}^{\ell-a_2} \left\{ \left(\frac{-M'_R + M'_L + a_2 + b}{\ell} \right) \cdot x - x + a_1 + b - M'_L \right\} \left\{ \left(\frac{M_R - M_L}{\ell} \right) \cdot x + M_L - R \right\} dx \\ & + \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left\{ \left(\frac{-M'_R + M'_L - a_1 - b}{\ell} \right) \cdot a_2 + M'_R \right\} \left\{ \left(\frac{M_R - M_L}{\ell} \right) \cdot a_2 - M_R + y \right\} dy \\ & + \frac{1}{EJ_1} \int_{\ell-a_2}^{\ell} \left\{ \left(\frac{-M'_R + M'_L + a_2 + b}{\ell} \right) \cdot x - x + a_1 + b - M'_L \right\} \left\{ \left(\frac{M_R - M_L}{\ell} \right) \cdot x + M_L \right\} dx \quad (14) \end{aligned}$$

이것을 풀면

$$\begin{aligned}
 f_R = & \frac{1}{EJ_1} \left\{ \frac{(M'_R + M'_L + a_2 + b)(M_R - M_L)}{3\ell^2} \cdot a_1^3 + \frac{M_L(-M'_R + M'_L + a_2 + b)}{2\ell} \cdot a_1^2 \right. \\
 & - \left. \frac{M'_L(M_R - M_L)}{2\ell} \cdot a_1^2 - a_1 \cdot M_L \cdot M'_L \right\} + \frac{1}{EJ_2} \left\{ \frac{(-M'_R + M'_L + a_2 + b)(M_R - M_L)}{\ell^2} \cdot a_1^2 \cdot R \right. \\
 & + \frac{(-M'_R + M'_L + a_2 + b)M_L}{\ell} \cdot a_1 \cdot R - \frac{(M_R - M_L)M'_L}{\ell} \cdot a_1 \cdot R - \frac{(M'_R + M'_L + a_2 + b)}{2\ell} \cdot a_1 \cdot R^2 \\
 & + \frac{M'_L \cdot R^2}{2} - M_L \cdot M'_L \cdot R \left. \right\} + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{(-M'_R + M'_L + a_2 + b)(M_R - M_L)}{3\ell^2} \{ (a_1 + b)^3 - a_1^3 \} \right. \\
 & - \frac{(-M'_R + M'_L + a_2 + b)M_L}{2\ell} \{ (a_1 + b)^3 - a_1^3 \} - \frac{(M_R - M_L)M'_L}{2\ell} \{ (a_1 + b)^2 - a_1^2 \} \\
 & - \left. \frac{(-M'_R + M'_L + a_2 + b)R}{2\ell} \{ (a_1 + b)^2 - a_1^2 \} - b \cdot M_L \cdot M'_L + M'_L \cdot b \cdot R \right] \\
 & + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{(-M'_R + M'_L - a_1 - b)(M_R - M_L)}{3\ell^2} \{ (\ell - a_1)^3 - (a_1 + b)^3 \} + \frac{(-M'_R + M'_L - a_1 - b)}{2\ell} \right. \\
 & \cdot (M_L - R) \{ (\ell - a_1)^3 - (a_1 + b)^3 \} + \frac{(a_1 + b - M'_L)(M_R - M_L)}{2\ell} \{ (\ell - a_1)^2 - (a_1 + b)^2 \} \\
 & + (a_1 + b - M'_L)(M_L - R)b \left. \right] + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{(-M'_R + M'_L - a_1 - b)(M_R - M_L)}{\ell^2} \cdot a_1^3 \cdot R \right. \\
 & - \frac{(M'_R + M'_L - a_1 - b)M_R}{\ell} \cdot a_2 \cdot R + \frac{(M_R - M_L)M'_R}{\ell} \cdot a_2 \cdot R - M_R \cdot M'_R \cdot R \\
 & + \frac{(-M'_R + M'_L - a_1 - b)a_2 \cdot R^2}{2\ell} + \frac{M'_R \cdot R^2}{2} \left. \right] + \frac{1}{EJ_1} \left[\frac{(-M'_R + M'_L - a_1 - b)(M_R - M_L)}{3\ell^2} \right. \\
 & \cdot \{ \ell^3 - (\ell - a_1)^3 \} + \frac{(-M'_R + M'_L - a_1 - b)M_L}{2\ell} \{ \ell^2 - (\ell - a_1)^2 \} + \frac{(M_R - M_L)(a_1 + b - M'_L)}{2\ell} \\
 & \cdot \{ \ell^2 - (\ell - a_1)^2 \} + (a_1 + b - M'_L)a_2 \cdot M_L \left. \right] \quad (15)
 \end{aligned}$$

$a_1 = a_2 = a, J_1 = J_2 = J$ 이면

$$\begin{aligned}
 f_R = & \frac{1}{EJ} \left\{ -\frac{l}{6} (M_R \cdot M'_L + M_L \cdot M'_R) - \frac{l}{3} (M_L \cdot M'_L + M_R \cdot M'_R) + \frac{l^2}{16} (M_R - 3M_L) \right. \\
 & + bR(M'_R + M'_L) + \frac{l^2 M_L}{4} - \frac{Rl^2}{8} + \frac{a^2 R}{2} \left. \right\} + \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{2aR(a-l)}{l^2} \cdot (M_L \cdot M'_R + M_R \cdot M'_L) \right. \\
 & - \frac{R}{l} \left(2b + \frac{2a^2}{\ell} \right) (M_R \cdot M'_R + M_L \cdot M'_L) + \frac{aR}{2} (M_R + M_L) + \frac{R^2}{2} (M'_R + M'_L) \\
 & \left. - \frac{aR^2}{2} \right\} \quad (16)
 \end{aligned}$$

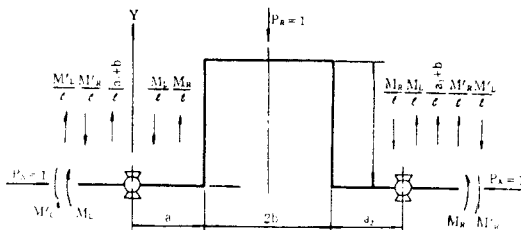


Fig. 7 Crank reduction by radial force

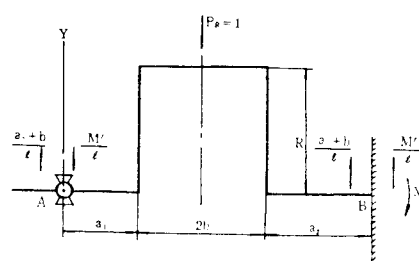


Fig. 8. Reactive moment by radial force

單氣筒機關에서는 f_A 의 境遇와 마찬가지로 $\theta_L = \theta_R = 180^\circ$, $M_L = M_R = 0$, $M'_L = M'_R = 0$ 이므로

$$f_R = \frac{R}{2EJ} \left\{ -\frac{l^2}{4} + a^2 \right\} - \frac{aR^2}{2EJ} \quad (17)$$

M' 의 값은 M 의 境遇와 마찬가지로 方法으로 Fig. 9에서 半徑方向의 單位力 $P_R = 1$ 이 作用할때 固定端 B点的 反力모우멘트로서 이를 求하면 (附錄 2 參照)

$$M' = \frac{\frac{(a_1+b)a_1^3}{3J_1l^2} + \frac{(a^2+b)a_1^2 \cdot R}{J_1 \cdot l^2} + \frac{(a_1+b)\{(a_1+b)^3 - a_1^3\}}{3J_2 \cdot l^2} - \frac{(a_1+b)\{l-a_2\}^3 - (a_1+b)^3}{3J_2 \cdot l^2}}{-\frac{a_1^3}{3J_1l^2} + \frac{a_1^2 \cdot R}{J_1 \cdot l^2} + \frac{(a_1+b)^3 - a_1^3}{3J_2 \cdot l^2} + \frac{\{l-a_2\}^3 - (a_1+b)^3}{3J_2 \cdot l^2}} \quad *$$

$$* \frac{\frac{(a_1+b)\{(l-a_2)^2 - (a_1+b)^2\}}{2J_1 \cdot l} + \frac{(a_1+b)(l-a_2)a_2 \cdot R}{J_1 \cdot l^2} - \frac{(a_1+b)\{l^3 - (l-a_2)^3\}}{3J_1 \cdot l^2} + \frac{(a_1+b)\{l^2 - (l-a_2)^2\}}{2J_1 \cdot l}}{-\frac{a_2 \cdot R(l-a_2)}{J_1} + \frac{(l-a_2)R \cdot l}{J_1 \cdot l^2} + \frac{l^3 - (l-a_2)^3}{3J_1 \cdot l^2}} \quad (18)$$

$a_1 = a_2 = a$, $J_1 = J_2 = J$ 이면

$$M' = \frac{\frac{l^2}{16J} + \frac{R \cdot a}{2J_1}}{\frac{l}{3J} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{J_1 \cdot l^2}} \quad (19)$$

위의 計算式 (9), (15)式, 혹은 (10), (16)式으로 부터 求해진 f_A , f_R 을 가지고 半徑力의 推力에 對의 變換率을 計算하면 이는 半徑方向과 軸方向의 單位力 $P_R = P_A = 1$ 에 의한 變位量의 比 f_R/f_A 와 같다.

3.3 模型 實驗

推力變換率(f_R/f_A) 計算式의 信賴性을 確認하기 위해 Fig. 9 및 Table 2에 보이는 模型軸의 軸方向 影響係數 f_A 와 半徑方向 影響係數 f_R 의 測定實驗을 Fig. 10, 11과 같이 行하고 이로부터 算出된 推力變換率과 計算式으로 부터 얻은 推力變換率을 比較檢討하고자 한다.

模型軸(A)는 크랭크 저어널과 핀이 中實軸이며 材質은 一般構造用鋼 SB41이다. 鞍部와 저어널 및 핀을 分離製作하여 接續部를 熔接 組立하였다. 模型軸(B)는 크랭크 저어널과 핀의 中心이 同心으로 加工된 中空軸이며 材質은 鍛造鋼 SF45로서 一體型 構造이다.

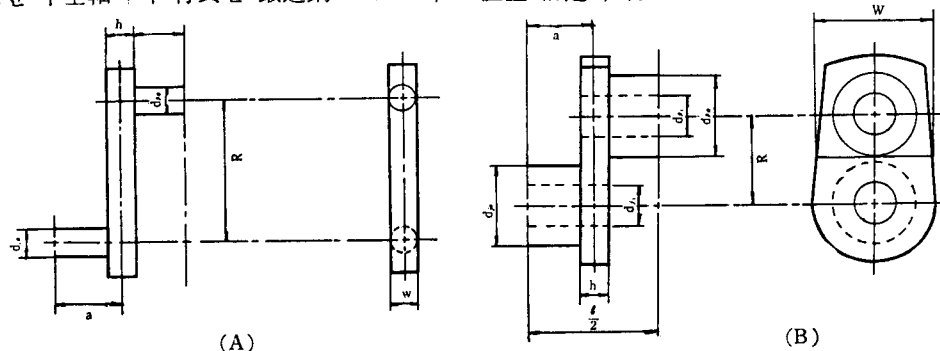


Fig. 9. Dimensions of model crank throws

變位는 測定實驗은 Schenck社 製品인 120kg 容量의 小形 材料試驗機를 利用하여 變形이 荷重에 比例하는 範圍에서 3회씩 反復實驗을 行하였으며 그 結果를 平均하였고 變位の 읽음은 1/1000mm 눈금의 千分尺까지 두개를 軸兩端에 附着하여 求하였다. 그 結果는 Fig.12, 13 및 Table.3과 같고 이상의 實驗値는 計算値에 比해 模型(A) +4.6%, 模型(B)가 -1.7%의 差가 있었다.

Table.2. Dimensions of model crank throws

Item	Symbol	Model(A)	Model(B)
Length between Cyl.	ℓ	10cm	5.6cm
Length of crank journal	2a	5cm	3.2cm
Length of crank pin	2b	5cm	2.4cm
Length of crank arm	R	5cm	2.6cm
Thickness of crank arm	h	3cm	3.5cm
Width of crank arm at $(R - \frac{dp}{2})$	W	1cm	1.2cm
O.D of journal	djo	2cm	2 cm
O.D of pin	dpo	2cm	2 cm
I.D of journal	dji	—	1.6cm
I.D of pin	dpi	—	1.6cm
Build up method		Welded	Full built
Moment of inertia of journal	J	0.785cm ⁴	0.68cm ⁴
Moment of inertia of arm	Jz	0.25cm ⁴	0.504cm ⁴

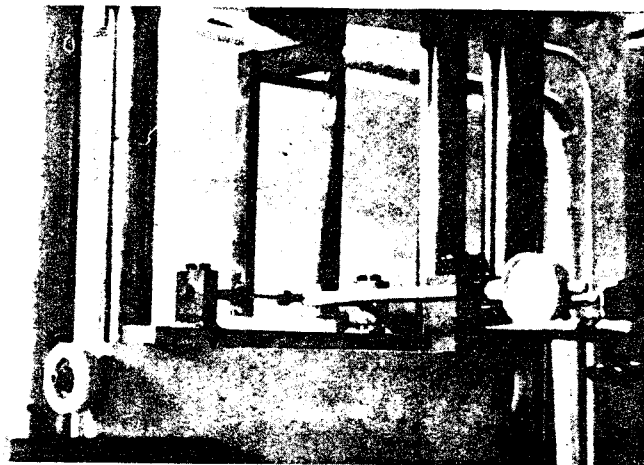


Fig.10. Photo. of displacement test for model A

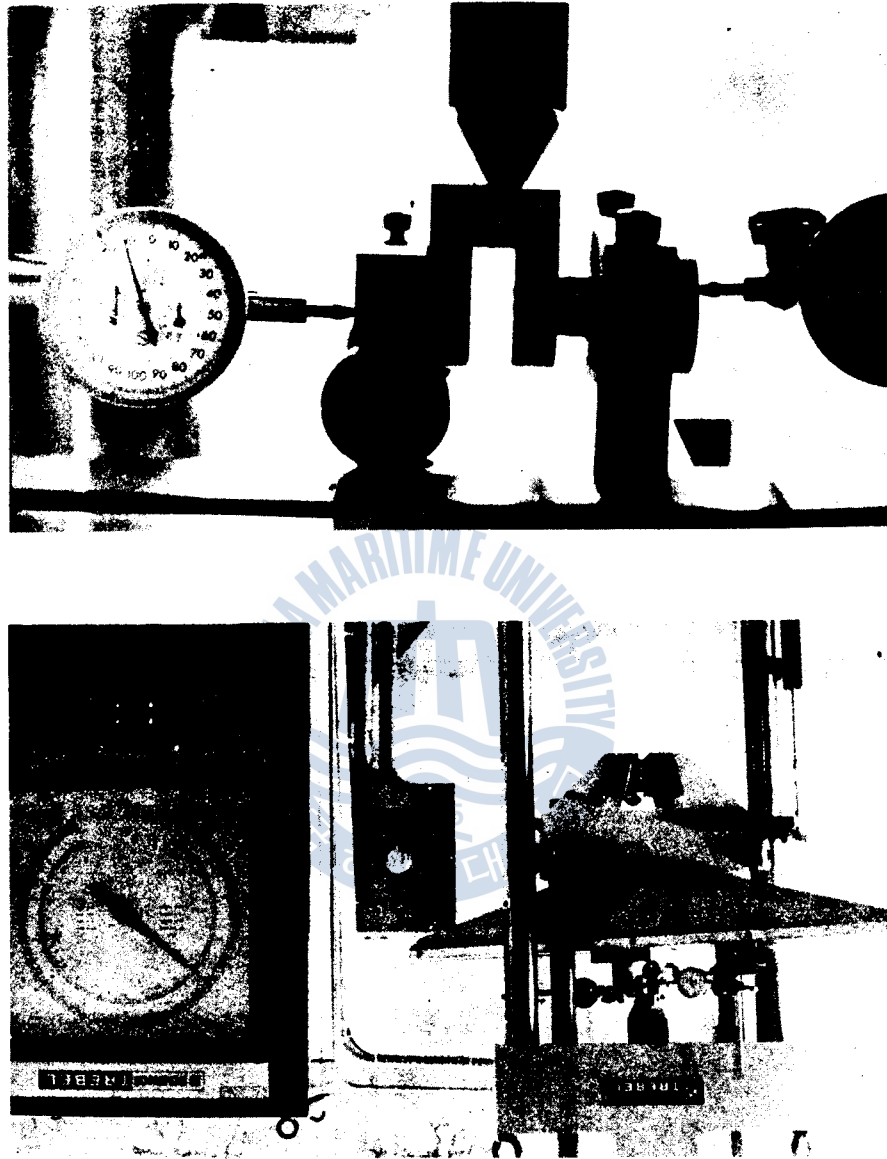


Fig. 11. Photo. of displacement test for Model-B

Table 3. Conversion factor of radial force to axial force

Crankthrow	Measured value			Calculated value			Meas. / Cal.	Diff (%)
	$f_R \times 10^{-3}$	$f_A \times 10^{-3}$	f_R/f_A	$f_R \times 10^{-3}$	$f_R \times 10^{-3}$	f_R/f_A		
Model(A)	0.35	1.35	0.259	0.35	1.29	0.271	1.046	+4.6
Model(B)	0.06	0.165	0.363	0.05	0.14	0.357	0.982	-1.7

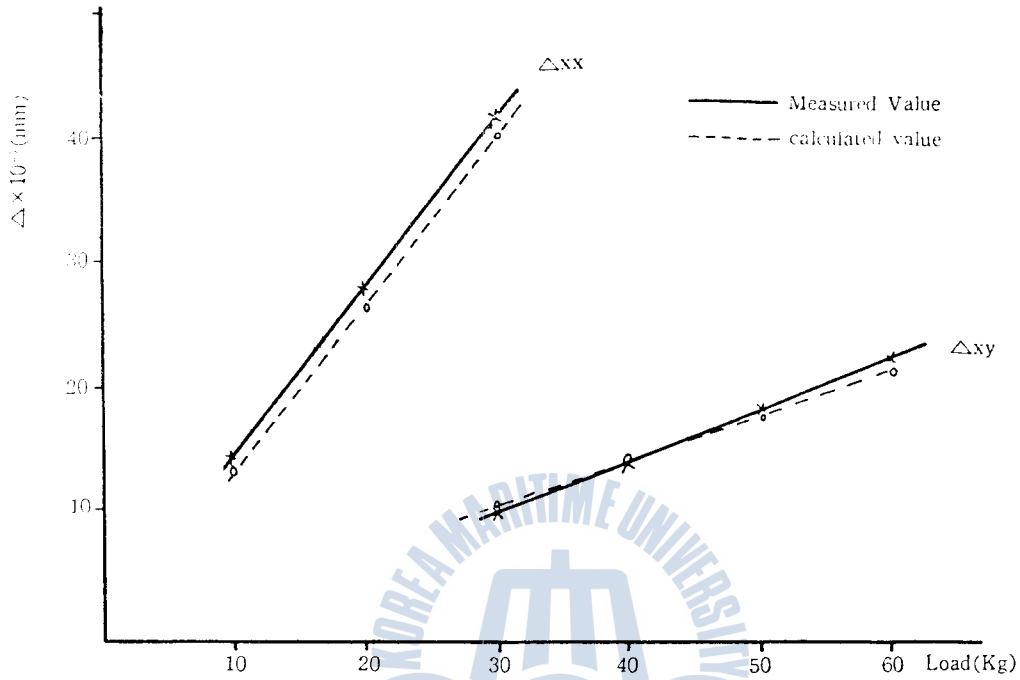


Fig. 12. Experimental results of influence number (Model A)

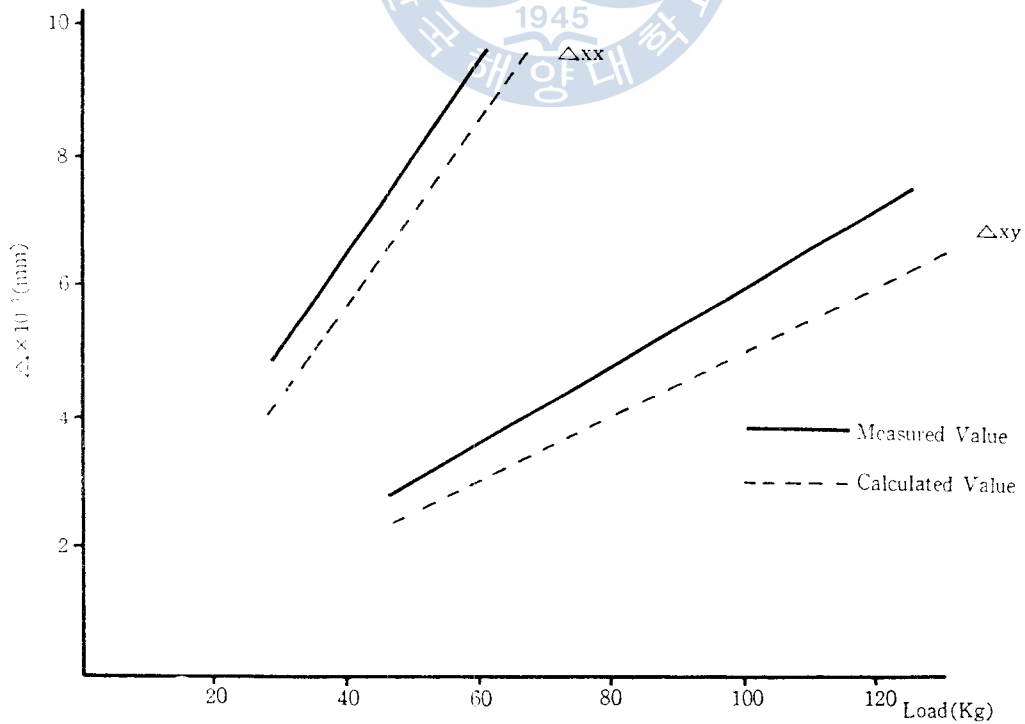


Fig. 13. Experimental results of influence number (Model B)

軸方向 影響係數의 實驗値가 計算値보다 모두 크게 나타난 것은 模型軸을 垂直方向으로 세워놓고 荷重을 加한 結果 크랭크軸兩端의 支持點에 있어서 軸과 支持臺 사이의 接觸條件이 달라진데 原因이 있는 것으로 生覺되며 實驗値와 計算値와의 推力變換率 差는 模型軸(A)가 材質 및 形狀으로 볼 때 模型軸(B)에 비해 柔軟性이 크고 模型軸(B)의 境遇는 堅固한 形狀이지만 '크기가 작기 때문에 다 이알게이지에 의해서 微細한 變位量을 正確히 읽을 수 없는데 基因된 것으로 推定된다.

3.4 推力變換率 計算例

크랭크軸 半徑力의 推力變換率은 機關型式이나 氣筒數에 따라 크게 달라지고 있는데 大形디젤 機關 製作者들이 提示한 값들을 보면 Sulzer社의 境遇 0.15~0.4²³⁾, B & W와 MAN社는 0.2~0.3으로 氣筒數가 增加함에 따라 다소 작아지고 있다. 그러나 이들은 理論的 計算値가 아니고 모두 經驗에 의한 推定値이다. Table 4에 보이는 機種의 推力變換率을 前述한 理論的 計算式으로 求하였던 바 Table 5, 6과 같다.

氣筒數가 작을 수록, 크랭크 저어널이나 핀의 中心部를 中空軸으로 加工한 크랭크스로우數가 적을 수록 計算値와 機關製作者들이 提示한 經驗値와의 差가 작게 나타나고 있다.

Table 4. Crankshaft dimensions of various types engine

Engine/Symbol	K7SZ70/125BL	K8SZ70/125BL	K9SZ70/125BL	K10SZ70/125BL	7L67GFCA
Firing order	1 6 3 4 5 2 7	1 8 2 6 4 5 3 7	1 7 5 2 8 4 6 3 9	1 10 4 7 2 9 5 3 8 6	1 5 3 4 2 6
Length between cylinder	1 130cm	130cm	130cm	130cm	114cm
Journal Out. diameter	djo 55	55	55	55	63
Journal In. diameter	dji 7.2	7.2	7.2	7.2	11.5
Pin Out. dia.	dpo 55	55	55	55	63
Pin In. Dia.	dpi 12	12	12	12	18.7(#1) 29.2(#3,4)
Length of journal	a 34	34	34	34	28
Length of pin	2b 62	62	62	62	58
Thick. of arm	h 31	31	31	31	28
Width of arm	w 70	70	70	70	127.5
Crank radius	R 62.5	62.5	62.5	62.5	85
Sect. moment of inertia(journal)	J1 4.49×10 ⁵ cm ⁴	4.49×10 ⁵ cm ⁴	4.49×10 ⁵ cm ⁴	4.49×10 ⁵ cm ⁴	7.72×10 ⁵ cm ⁴
" (pin)	J2 4.48	" 4.48	" 4.48	" 4.48	" 7.67(#1), 7.73 (#2, 5, 6), 7.38 (#3, 4) "
" (arm)	Jz 1.74	" 1.74	" 1.74	" 1.74	" 2.46 "

Table 5.1 Calculation result of influence number(K7SZ70/125 BL)

Cyl. No.	Adjacent angle(Deg.)		Reactive moment(Cm. Kg)				Influence number 10^{-3} (Cm/Kg)		f_R/f_A
	θ_L	θ_R	M_L	M_R	M'_L	M'_R	f_A	f_R	
1	180	102.8	0	19.07	0	7.51	0.5	0.17	0.34
2	102.8	154.2	19.07	2.44	7.51	0.96	0.46	0.16	0.348
3	154.2	51.4	2.44	39.79	0.96	15.67	0.43	0.09	0.212
4	51.4	51.4	39.79	39.79	15.67	15.67	0.28	0.03	0.107
5	51.4	154.2	39.79	2.44	15.67	0.96	0.26	0.09	0.346
6	154.2	102.8	2.44	19.07	0.96	7.51	0.47	0.16	0.34
7	102.8	90	19.07	24.5	7.51	9.65	0.31	0.07	0.226
Total/ Mean	796.8 / 113.8	706.8 / 101.0	122.6 / 17.1	142.1 / 21.0	48.28 / 6.9	57.93 / 8.3	2.71	0.77	0.284

Table 5.2 Calculation result of influence number(K8SZ70/125 BL)

Cyl. No.	Adjacent angle(Deg.)		Reactive moment(Cm. Kg)				Influence number 10^{-3} (Cm/Kg)		f_R/f_A
	θ_L	θ_R	M_L	M_R	M'_L	M'_R	f_A	f_R	
1	180	90	0	18.2	0	7.7	0.55	0.17	0.309
2	90	90	18.2	18.2	7.7	7.7	0.32	0.09	0.281
3	90	90	18.2	18.2	7.7	7.7	0.32	0.09	0.281
4	90	36.87	18.2	32.76	7.7	13.86	0.27	0.05	0.185
5	36.87	90	32.76	18.2	13.86	7.7	0.28	0.05	0.179
6	90	180	18.2	0	7.7	0	0.5	0.17	0.34
7	180	90	0	18.2	0	7.7	0.51	0.17	0.333
8	90	90	18.2	18.2	7.7	7.7	0.32	0.09	0.281
Total/ Mean	846.87 / 105.86	756.87 / 94.61	123.76 / 15.4	141.96 / 17.75	52.36 / 6.55	60.06 / 7.51	3.27	0.88	0.287

Table 5.3 Calculation result of influence number(K9SZ70/125)

Cyl. No.	Adjacent angle(Deg.)		Reactive moment(Cm. Kg)				Influence number 10^{-3} (Cm/Kg)		f_R/f_A
	θ_L	θ_R	M_L	M_R	M'_L	M'_R	f_A	f_R	
1	180	129.67	0	8.86	0	3.49	0.59	0.23	0.39
2	129.67	152.33	8.86	2.8	3.49	1.1	0.55	0.21	0.382
3	152.33	74	2.8	31.25	1.1	12.31	0.42	0.11	0.262
4	74	132.16	31.25	8.06	12.31	3.17	0.36	0.09	0.25
5	132.16	162.49	8.06	1.14	3.17	0.45	0.58	0.22	0.379
6	162.49	166.34	1.14	0.69	0.45	0.27	0.68	0.27	0.4
7	166.34	108.33	0.69	16.8	0.27	6.62	0.51	0.18	0.353
8	108.33	169.33	16.8	0.42	6.62	0.17	0.51	0.18	0.353
9	169.33	90	0.42	18.2	0.17	7.7	0.5	0.17	0.34
Total/ Mean	1274.65 / 141.63	1184.65 / 131.63	70.02 / 7.78	88.22 / 9.80	27.58 / 3.06	35.28 / 3.29	4.10	1.66	0.353

Table 5.4 Calculation result of influence number(K10 SZ 70/125)

Cyl. No.	Adjacent angle(Deg.)		Reactive moment(Cm. Kg)				Influence number $10^{-6}(\text{Cm/Kg})$		f_R/f_A
	θ_L	θ_R	M_L	M_R	M'_L	M'_R	f_A	f_R	
1	180	136.5	0	6.73	0	2.65	0.61	0.24	0.393
2	136.5	110	6.73	16.12	2.65	6.35	0.4	0.15	0.375
3	110	177.83	16.12	0.018	6.35	0.007	0.52	0.18	0.346
4	177.83	150.17	0.018	3.25	0.007	1.28	0.66	0.2	0.379
5	150.17	102.33	3.25	19.27	1.28	7.59	0.29	0.12	0.414
6	102.33	154.67	19.27	2.36	7.59	0.93	0.46	0.16	0.348
7	154.67	176.33	2.36	0.05	0.93	0.02	0.67	0.27	0.403
8	176.33	110.16	0.05	16.06	0.02	6.32	0.52	0.19	0.365
9	110.16	144.34	16.06	4.59	6.32	1.81	0.46	0.16	0.348
10	144.34	90	4.59	24.5	1.81	9.65	0.41	0.14	0.341
Total/ Mean	1442.93/ 144.29	1532.33/ 135.52	97.69/ 9.77	92.95/ 9.29	26.96/ 2.70	36.61/ 3.66	5.00	1.81	0.362

Table 5.5 Calculation result of influence number(6L67 GFCA)

Cyl. No.	Adjacent angle(deg.)		Reactive moment (Cm. Kg)				Influence number $10^{-6}(\text{Cm/Kg})$		f_R/f_A
	θ_L	θ_R	M_L	M_R	M'_L	M'_R	f_A	f_R	
1	180	120	0	16.76	0	4.54	0.82	0.18	0.220
2	120	120	16.76	16.76	4.54	4.54	0.59	0.12	0.203
3	120	90	16.84	33.68	5.55	11.07	0.57	0.08	0.14
4	90	120	33.68	16.84	11.07	5.55	0.41	0.12	0.293
5	120	120	16.76	16.76	4.54	4.54	0.59	0.12	0.203
6	120	90	16.76	33.52	4.54	9.03	0.47	0.07	0.149
Total/ Mean	750/ 125	660/ 110	100.8/ 16.8	134.32/ 22.39	30.24/ 5.04	39.27/ 6.55	3.45	0.68	0.197

Table 6. Calculation results of radial force conversion factor

Engine	Conversion Factor f_R/f_A		(2)/(1)
	Calculated value (1)	MAN, B&W (2)	
K 7 SZ 70/125 BL	0.284	0.3	1.056
K 8 SZ 70/125 BL	0.287	0.2	0.697
K 9 SZ 70/125 BL	0.353	0.2	0.566
K10 SZ 70/125 BL	0.362	0.2	0.552
6L 67 GFCA	0.197	—	—

4. 크랭크軸 縱起振力의 하모닉스

crank shaft의 復原力의 慣性力에 의한 半徑力을 Fourier級數로 展開하여 各 次數의 成分을 合成한 半徑力에 對하여 動力 變換을 行하면 各次數에 對한 縱振動 起振力을 計算할 수 있다.

4.1 개스壓力에 의한 半徑力의 하모닉스

4.1.1 半徑力의 表示式

crank shaft의 개스 力에 의한 半徑力(P_R)은 週期的으로 反復되는 힘이기 때문에 이를 Fourier級數로 表示할 수 있다. 이 P_R 은 θ 의 函數이므로

$$P_R(\theta) = A_0 + A_1 \cos \theta + A_2 \cos 2\theta + A_3 \cos 3\theta + \dots + A_n \cos n\theta + \dots + B_1 \sin \theta + B_2 \sin 2\theta + B_3 \sin 3\theta + \dots + B_n \sin (n\theta) + \dots \tag{20}$$

여기서 $P_R(\theta)$ 의 1차이항에 對한 平均値인 A_0 , n 次에 있어서의 cosine 成分係數 A_n 및 n 次에 있어서의 sine 成分係數 B_n 은

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_R(\theta) d\theta \\ A_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_R(\theta) \cdot \cos n\theta d\theta \\ B_n &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_R(\theta) \sin n\theta d\theta \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

機關狀態이나 負荷狀態에 따라 개스壓力에 의한 半徑力을 그 때마다 計算하는 번거로움을 피하기 위해 陸上試運轉中에 撮取한 各 負荷의 指標線圖를 利用하여 하모닉스線圖를 作成하여 두면 便利하다. 半徑力의 調和成分 가운데 3次까지는 慣性力의 影響이 커서 無視할 수 없다. 따라서 하모닉스線圖를 作成할 때에는 이들을 合成할 때의 便宜를 위하여 1~3次의 cosine, sine 成分을 別途로 作成하고 4次 以上은 合成成分으로 表示한다.

이를 위해 (21)式의 $0 \sim 2\pi$ 區間을 有限個數 $2n$ 個로 等分하고 各區間의 半徑力 $P_R(\theta)$ 의 값이 주어 진다면 (21)式의 A_0, A_n, B_n 및 cosine, sine 成分의 合成成分 C, φ_n 을 (22)式에 의하여 近似的으로 求할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2n} \sum_{m=1}^{2n} P_R(\theta) \\ A_n &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{2n} P_R(\theta) \cos \frac{km\pi}{n}, k=1, 2, 3, \dots, n \\ B_n &= -\frac{1}{n} \sum_{m=1}^{2n} P_R(\theta) \sin \frac{km\pi}{n}, k=1, 2, 3, \dots, n-1 \\ C_n &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\ \varphi_n &= \tan^{-1}(B_n/A_n) \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

(2) 半徑力 調和分析을 위한 電算프로그램

Table 7.에 보인 大形다이젤 機關의 개스壓力에 의한 半徑力의 調和成分을 計算하고 이로부터 하모닉스線圖를 作成 하고자 한다. 우선 이들의 指壓線圖를 各各 36等分하여 各點의 개스壓力을 求하고 (22)式의 電算프로그램을 附錄 3에 보이는 바와 같이 作成한다. 電算 프로그램 作成을 위한 프로우차트는 Fig.13과 같고 이들의 記號와 計算順序를 說明하면 아래와 같다.

(1) 入力 데이터

調和成分 次數, 크랭크 回轉角 10度 마다의 燃燒壓力, 連接棒 길이와 크랭크 半徑과의 比, 機關名稱, 平均有效壓力

(2)~(3) 크랭크軸 回轉角 10度 마다의 燃燒壓力에 의한 半徑力 計算

$X(I)$: 燃燒개스壓力의 半徑力

RAD : Radian

(4)~(5) 크랭크軸 回轉角 10度 마다의 Fourier級數의 cosine成分 計算

AX : Fourier 級數의 cosine 成分

D : Degree

(6) 每次數 마다의 cosine 成分의 Fourier 級數係數 計算

(7) Fourier 級數의 sine 成分 計算

BX : Fourier 級數의 sine 成分

(8) 每 次數 마다의 sine 成分의 Fourier 級數係數 計算

(9) Fourier 級數의 sine 成分과 cosine 成分의 合成係數 計算

(10) 平均有效壓力, 連接棒길이와 크랭크半徑과의 比, 機關名稱, 每 次數 마다의 cosine, sine 成分의 級數係數 및 이들의 合成值, 位相角 및 級數係數의 平均值 計算結果 印刷

B & W 7L55GF 機關의 개스壓力에 의한 半徑力의 調和成分을 計算하는 例를 들어보면 陸上試運轉中 撮取한 Fig. 15에 보이는 指壓線圖로 부터 피스톤 上死點을 基點으로 하여 크랭크 回轉角 每 10度 마다의 燃燒개스壓力을 Table 8.과 같이 求한다. 이들을 利用하여 附錄 3에 보이는 平均有效壓力 $12.27\text{kg}\cdot\text{cm}^{-2}$ 인 全負荷 狀態의 境遇를 計算한 結果는 Table 9.와 같다.

Table 7. Engine specifications for measured indicator diagrams

Engine Type	BHP	RPM	Stroke(mm)	$\lambda=R/L$	
Sulzer	6RND76	12,000	122	1,550	0.267
	7RND68	11,550	150	1,250	0.271
	7RND90	20,300	122	1,550	0.269
B & W	7L55GF	9,380	150	1,380	0.335
	VT2BF160	10,500	119	1,600	0.25
	9L67GFCA	15,200	123	1,700	0.335
	6L80GFCA	18,400	106	1,950	0.335
MAN	K10SZ70/125BL	20,650	145	1,250	0.278

이와 같은 要領으로 Table 7.에 보이는 全機種의 各 負荷狀態에서의 調和成分을 計算하였으며 그 結果를 가지고 作成한 하모닉스線圖는 Fig. 16, 17과 같다. 여기서 11次 以上の 成分은 그 값이 작기 때문에 省略하였다.

Fig. 14. Fourier analysis program flow chart of radial force

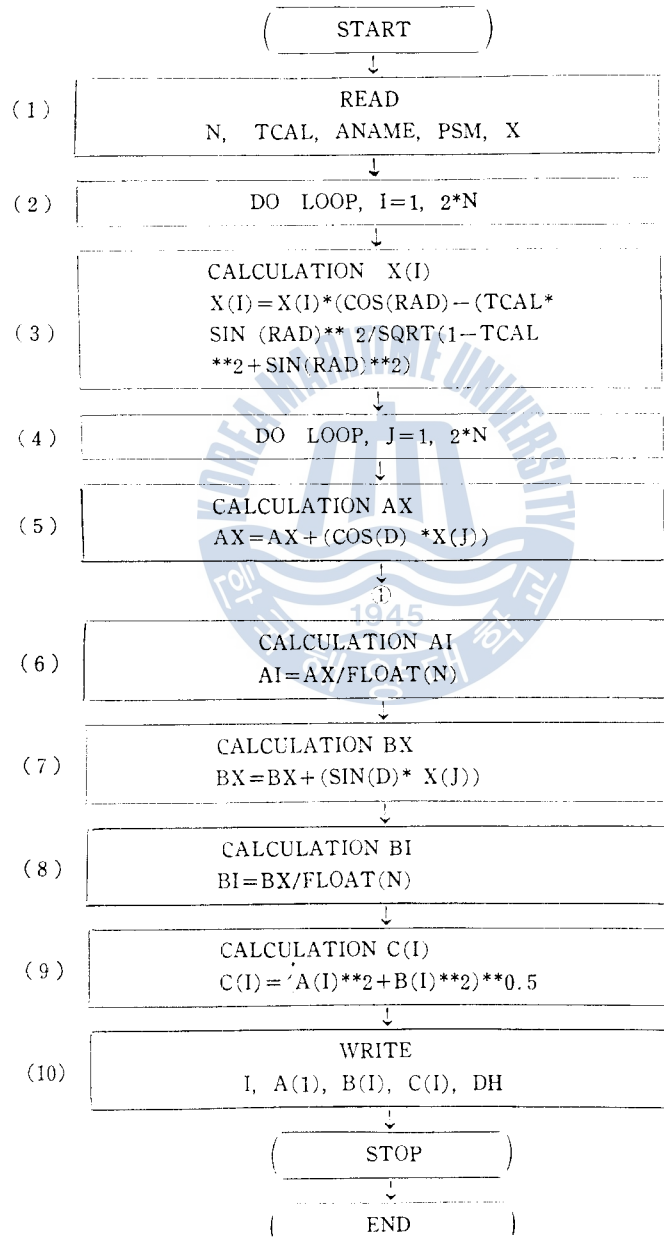


Fig. 15 B&W 7L55GF (9380BHP×180RPM) indicator diagram

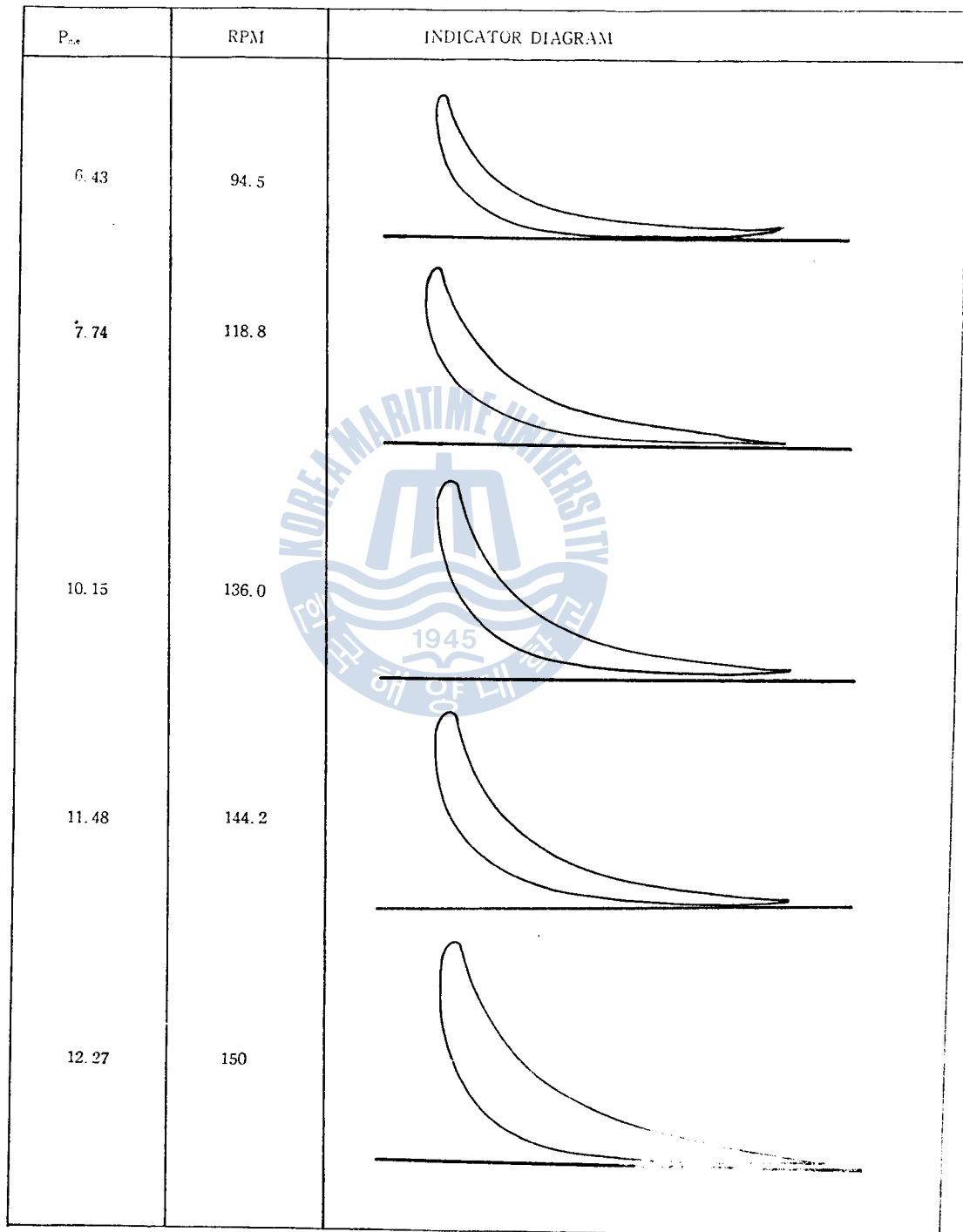


Table 8. B & W 7L55GF combustion pressure

rpm	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
6.43	57	47	34	24.5	18	15	12	7	6.5	6	5	4	3	2	1.6	1.2	1	1
	1	1.2	1.2	1.5	1.7	1.8	2	2.5	4	5	7	10	15	22	32	38	50	56
7.74	66	54	40	30	21	17	12	10.5	8	6	5.5	4	3	2	1.8	1.2	1	1
	1	1.2	1.5	1.7	1.8	1.8	2	3	4	6	8	12	15	24	33	40	54	64
10.15	84	62	47	34	24	19.5	15.5	13	10	8.5	7	5	3	2.2	1.9	1.2	1	1
	1	1.2	1.5	1.7	1.8	2.5	3	3.8	4.5	6	8.5	13	20	30	42	58	74	82
11.48	84	62	47	34	24	19.5	15.5	13	10	8.5	7	5	3	2.2	1.9	1.2	1	1
	1	1.2	1.5	1.7	1.8	2.5	3	3.8	4.5	6	8.5	13	20	30	42	58	74	82
12.27	86	82	66	46	33	25	19	15.5	12.5	10.5	8	6	3.5	2.2	2	1.5	1	1
	1	1.2	1.5	1.7	1.8	2.5	3	4	6	9	14	21	34	34	50	59	74	82

Table 9. Calculation result of harmonic coefficient for B & W 7L55GF

PSM=12.270
TCAL=0.335
ANAME=7L55GF

OPDER	COS	SIN	ATAN	C	AO
1	28.45164	0.55570	-1.11853	28.46706	11.41805
2	21.68690	2.95915	-7.76995	21.88785	11.41805
3	11.80731	2.96974	-14.11803	12.17506	11.41805
4	5.49462	1.71883	-17.37077	5.75719	11.41805
5	2.27600	1.42139	-31.98520	2.68338	11.41805
6	0.38539	1.24971	-72.85137	1.30779	11.41805
7	-0.33829	0.81348	67.41970	0.88102	11.41805
8	-0.30601	0.56588	61.59719	0.65332	11.41805
9	-0.30652	0.32866	46.99598	0.44942	11.41805
10	-0.06756	0.03922	30.13510	0.07812	11.41805
11	0.05694	-0.04944	40.96809	0.07541	11.41805
12	0.05073	-0.80753	76.26349	0.21364	11.41805
13	0.05760	-0.20818	74.53307	0.21600	11.41805
14	-0.09738	-0.18089	-61.70592	0.20544	11.41805
15	-0.20252	-0.16565	-39.28222	0.26164	11.41805
16	-0.26333	-0.09252	-19.35856	0.27910	11.41805
17	-0.31302	-0.04057	-7.38535	0.31564	11.41805
18	-0.38227	-0.00018	-0.02763	0.38227	11.41805

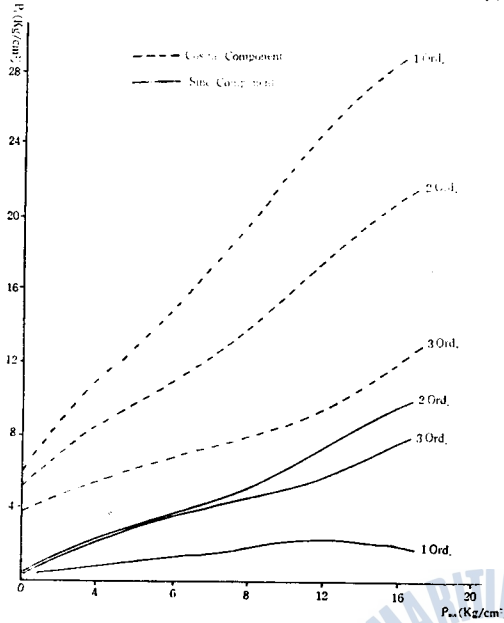


Fig. 16. Radial force harmonics diagram for two stroke diesel engine

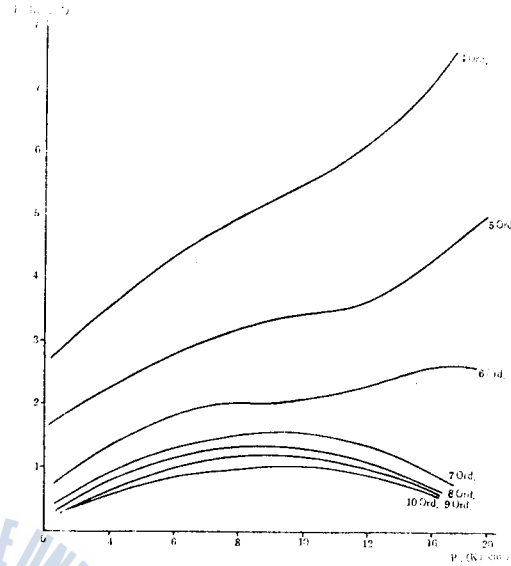


Fig. 17. Radial force harmonics diagram for two stroke diesel engine(integrated component)

4.2 往復慣性力の 하모닉스

往復質量的 慣性력에 의한 半徑力 $X_R(\theta)$ 式으로부터 求하면

$$X_R = E_0 + E_1 \cos \theta + E_2 \cos 2\theta + E_3 \cos 3\theta + E_4 \cos 4\theta \tag{23}$$

$$\text{여기서 } E_0 = - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \lambda^2 \right) \cdot m_{rec} \cdot R \cdot \omega^2$$

$$E_1 = - \frac{\lambda}{2} \cdot m_{rec} \cdot R \cdot \omega^2$$

$$E_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{2} \right) \cdot m_{rec} \cdot R \cdot \omega^2$$

$$E_3 = - \frac{3}{4} \lambda \cdot m_{rec} \cdot R \cdot \omega^2$$

$$E_4 = - \frac{\lambda^2}{4} \cdot m_{rec} \cdot R \cdot \omega^2$$

(24)

E_0, E_1, E_2, E_3, E_4 는 실린더全體에 作用하는 힘의 係數이므로 실린더의 單位面積當 힘으로 나타내려면 이들 係數를 $\frac{\pi d^2}{4}$ 으로 나누어야 한다. 다만 d 는 실린더 直徑이다.

往復物體의 慣性력에 의한 半徑力 X_R 을 縱起振力으로 換算하기 위해서는 개스壓力的 境遇와 같이 推力變換率을 곱해야 한다.

한편 개스壓력과 慣性력에 의한 合成半徑力 P_{R0} 는 개스壓力的 n 次 cosine 成分係數 A_n , 개스壓力的 n 次 sine 成分係數 B_n , 실린더 單位面積當 慣性力の n 次 cosine 成分係數 E'_n 라 할때

$$P_{R0} = C_0 + C_1 \cos(\theta + \varphi_1) + C_2 \cos(2\theta + \varphi_2) + C_3 \cos(3\theta + \varphi_3) + \dots + C_n \cos(n\theta + \varphi_n) \tag{25}$$

$$\left. \begin{aligned} C_n &= \sqrt{(A_n + E'_n)^2 + B_n^2} \\ \varphi_n &= \tan^{-1}\{-B_n / (A_n + E'_n)\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

5. 結 論

本研究에서는 船用 디젤기관의 크랭크軸系 縱振動起振力인 게스爆發壓력과 往復慣性力の 半徑力計算式 및 이들 半徑力의 推力變換率 計算式을 誘導하였다. 또한 이것을 模型軸에 適用하여 實測値와 計算値를 比較하였고 實船機關의 크랭크軸에 대해서는 機關制作者가 提示한 값들과 比較하였다. 또 各種 機關의 指壓線圖를 가지고 半徑力의 하모닉스線圖를 作成하였다. 이들 結果로 부터 다음과 같은 事實이 確認되었다.

- (1) 推力變換率의 理論的 計算이 本研究에서 처음 試圖되었으며 模型實驗値와 計算値의 差가 5% 以內인 것으로 보아 만족할만하다.
- (2) 實船 크랭크軸의 推力變換率 計算結果는 氣筒數가 적거나 크랭크 저어널과 핀의 斷面 二次모우멘트가 類似的한 境遇는 機關制作者들이 提示한 값들과 비슷하지만 저어널과 핀의 斷面形狀이 달라 질수록 크게 나타났다.
- (3) 本 論文에서 提示한 하모닉스線圖는 現在까지 斷片的으로 發表된 것들에 비해 相當히 改善되었다.
- (4) 本 研究에서 開發된 電算 프로그램을 利用하면 指壓線圖로 부터 各 負荷狀態에 있어서의 게스壓력으로 인한 半徑力 調和成分을 容易하게 求할수 있다.

本 研究에서 提示한 推力變換率 計算式의 妥當性을 좀더 正確히 再確認하기 위해서 實際 크기의 크랭크軸이나 이에 가까운 치수의 模型軸으로 補充實驗을 行함이 바람직하며 하모닉스 線圖의 境遇 最近 機關製作 傾向이 平均 有效壓力을 14kg·cm² 以上으로 높이고 있는 것으로 보아 이에 對한 檢討가 要된다.

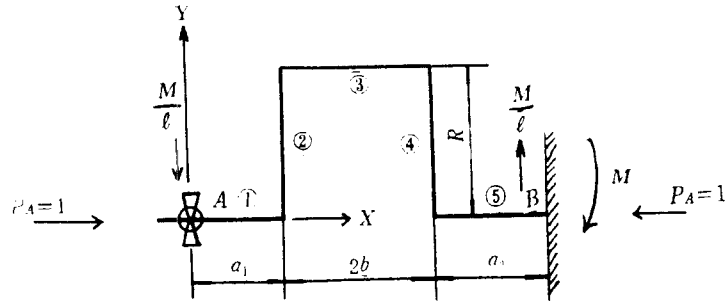
參 考 文 獻

1. G. Anderson : Axial Vibrations and Measurements of Stress in Crankshafts, International Shipb. Progress, Vol. 10, 1973/3
2. D. Van Dort & N.J. Visser : Crankshaft Coupled Free Torsional Axial Vibration of Ship's Propulsive System, International Shipb. Progress, Vol. 10, 1963/9
3. A. Ebleiner : Axial Vibration of the Crankshaft and Propeller Shifting of Motorships, International Shipb. Progress, Vol. 11, 1964/9
4. A. Umshing : A Theoretical Consideration on the Axial Vibrations of Crankshaft, MESJ, Vol. 1, No. 5, 1956/9
5. Van Der Laan : The Axial Stiffness of Marine Diesel Engine Crankshafts, Part II, New Zealand Ship Research Center (NZS) Report No 103 M, 1967, pp 7~17

6. N.J. Vissor : The Axial Stiffness of Marine Diesel Engine Crankshafts, Part I, Netherlands Ship Research Center TNO, Report No.102 M, 1967
7. H. Jeon & K. Tsuda : Theoretical Analysis of the Undamped Coupled Torsional-Axial Vibration of Marine Diesel Engine Shafting, MESJ, Vol.4, No.7, 1969
8. H. Jeon : Theoretical Analysis of the Coupled Torsional-Axial Forced Vibration of the Marine Diesel Engine Shafting, MESJ, Vol.5, No.3, 1970/3
9. C. Van Der Linden : Torsional-Axial Vibration of a Ship's Propulsion System Part I, Netherlands Ship Research Center TNO, Report No.116M, 1969
10. I.K. Motti & B. Mech E : Design Aspects of Marine Propulsion Shafting System
11. A.J.H. Goodwin : The Design of a Resonance Changer to Overcome Excessive Axial Vibration of Propeller Shafting, YARD, pp.37~78
12. 三木・松本 : 船用 大形ディーゼル機関の縦振動に関する 考察, MESJ, Vol.2, No.4., 1974.4.
13. V. Maleev : Internal Combustion Engines Theory and Design, 2nd ed. Macgraw-Hill
14. O.R. Lang : Triebwerke Schnellaufender Verbrennungsmotoren Grundlagen zur Berechnung und Konstruktion, Konstruktions Bücher Vol.22, Springer Verlag
15. H. Jeon & U. Kim : The Axial Vibration of Internal Combustion Engine Crankshaft, Part I, KSME, Vol.5, No.1, 1981/4
16. 金極天・全孝重 : 推進軸系 振動, 大韓造船學會, 1974/8, pp.107~112
17. H. Jeon : Analyzing Method of Forced Damped Torsional Vibration of Marine Diesel Engine Shafting, KSME, Vol.4, No.2, 1980/4
18. S. Timoshenko & D. Young : Engineering Mechanics, Macgraw-Hill, 1956
19. S.P. Timoshenko & Gere : Mechanics of Materials, Littion Educational Publishing, 1972.
20. J.P. Den Hartog : Mechanical Vibrations, Marple Press, 1956
21. 全孝重 : 機械力學, 太和出版社, 1979
22. 谷口修 : 機械力學, 裳華房, pp.157~179
23. A. Urushihara : Axial Vibration of Marine Large Diesel Engine Crankshaft, MESJ, Vol.4, No. 37, 1965/7
24. 日本海事協會 : 船用 2サイクル大形ディーゼル主機関のクランク軸系の縦振動について(第2報—き裂進展の實例), 1972/11
25. 日本海事協會 : 船用 2サイクル大形ディーゼル機関のクランク軸系の縦振動について(第3報—運轉時のクランク軸端振幅とフライレット應力振幅の同時測定記録) 1974/5

附 錄

1. 反모우멘트 M의 計算



$$\int_0^{a_1} \frac{T_1}{EJ_1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial M} \cdot dx + \int_0^R \frac{T_2}{EJ_2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial M} \cdot dy + \int_{a_1}^{\ell-a_2} \frac{T_3}{EJ_2} \cdot \frac{\partial T_3}{\partial M} \cdot dx + \int_0^R \frac{T_4}{EJ_2} \cdot \frac{\partial T_4}{\partial M} \cdot dy + \int_{\ell-a_2}^{\ell} \frac{T_5}{EJ_1} \cdot \frac{\partial T_5}{\partial M} \cdot dx = 0$$

$$T_1 = -\frac{M}{\ell} \cdot x, \quad T_2 = -\frac{M}{\ell} \cdot a_1 + y, \quad T_3 = -\frac{M}{\ell} \cdot x + R, \quad T_4 = -\frac{M}{\ell} \cdot a_2 - y + M, \quad T_5 = -\frac{M}{\ell} \cdot x \quad \text{이}$$

므로

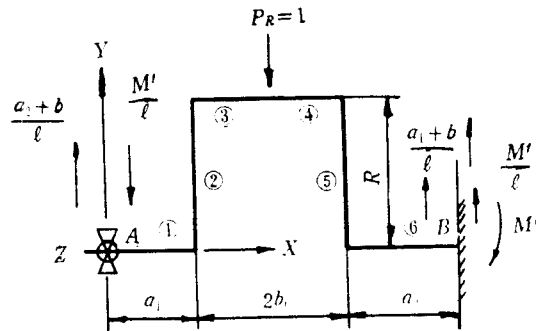
$$\begin{aligned} & \int_0^{a_1} \frac{1}{EJ_1} \left(-\frac{M}{\ell} \cdot x\right) \left(-\frac{x}{\ell}\right) dx + \int_0^R \frac{1}{EJ_2} \left(-\frac{M}{\ell} \cdot a_1 + y\right) \left(-\frac{a_1}{\ell}\right) dy + \int_{a_1}^{\ell-a_2} \frac{1}{EJ_2} \left(-\frac{M}{\ell} \cdot x + R\right) \left(-\frac{x}{\ell}\right) dx + \int_0^R \frac{1}{EJ_2} \left(-\frac{M}{\ell} \cdot a_2 - y + M\right) \left(1 - \frac{a_2}{\ell}\right) dy + \int_{a_1}^{\ell-a_2} \frac{1}{EJ_2} \left(-\frac{M}{\ell} \cdot x\right) \left(-\frac{x}{\ell}\right) dx \\ &= \frac{M \cdot a_1^3}{3EJ_1} + \frac{1}{EJ_2} \left(\frac{M \cdot a_1^2 \cdot R}{\ell} - \frac{a_1^3 \cdot R^2}{2\ell} \right) + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{M}{3\ell} \{ (\ell - a_2)^3 - a_1^3 \} \right. \\ & \quad \left. - \frac{R}{2\ell} \{ (\ell - a_2)^2 - a_1^2 \} \right] + \frac{1}{EJ_2} \left\{ \frac{(\ell - a_2)^2}{\ell^2} \cdot R \cdot M - \frac{(\ell - a_2)}{2\ell} \cdot R^2 \right\} \\ & \quad + \frac{1}{EJ_1} \left[\frac{M}{3\ell^2} \{ \ell^3 - (\ell - a_2)^3 \} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$M = \frac{\frac{a_1 \cdot R^2}{2E \cdot J_2 \cdot \ell} + \frac{(\ell - a_2) R^2}{2E \cdot J_2 \cdot \ell} + \frac{R \{ (\ell - a_2)^2 - a_1^2 \}}{2E \cdot J_2 \cdot \ell}}{\frac{a_1^3}{3EJ_1 \ell^2} + \frac{a_1^2 \cdot R}{EJ_2 \ell^2} + \frac{(\ell - a_2)^2 - a_1^2}{3E \cdot J_2 \cdot \ell^2} + \frac{R(\ell - a_2)^2}{E \cdot J_2 \cdot \ell^2} + \frac{\ell^3 - (\ell - a_2)^3}{3E \cdot J_1 \cdot \ell^2}}$$

$a_1 = a_2 = a, \quad J_1 = J_2 = J$ 이면

$$M = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{R}{J_2} + \frac{2b}{J} \right)}{\frac{\ell}{3J} + \frac{R \{ a^2 + (\ell - a)^2 \}}{J_2 \cdot \ell^2}}$$

2. 反모우멘트 M'의 計算



$$\int_0^{a_1} \frac{T'_1}{EJ_1} \cdot \frac{\partial T'_1}{\partial M'} \cdot dx + \int_0^R \frac{T'_2}{EJ_2} \cdot \frac{\partial T'_2}{\partial M'} \cdot dy + \int_{a_1}^{a_1+b} \frac{T'_3}{EJ_2} \cdot \frac{\partial T'_3}{\partial M'} \cdot dx + \int_{a_1+b}^{\ell-a_2} \frac{T'_4}{EJ_2} \cdot \frac{\partial T'_4}{\partial M'} \cdot dx + \int_0^R \frac{T'_5}{EJ_1} \cdot \frac{\partial T'_5}{\partial M'} \cdot dy + \int_{\ell-a_2}^{\ell} \frac{T'_6}{E \cdot J_1} \cdot \frac{\partial T'_6}{\partial M'} \cdot dx = 0$$

$$T'_1 = -\frac{M'}{\ell} \cdot x + \frac{(a_2+b)}{\ell} \cdot x, \quad T'_2 = -\frac{M'}{\ell} \cdot a_1 + \frac{(a_2+b)}{\ell} \cdot a_1,$$

$$T'_3 = -\frac{M'}{\ell} \cdot x + \frac{(a_2+b)}{\ell} \cdot x, \quad T'_4 = -\frac{M'}{\ell} \cdot x + \frac{(a_2+b)}{\ell} \cdot x - x + a_1 + b,$$

$$T'_5 = -\frac{M'}{\ell} \cdot a_2 + \frac{(a_2+b)}{\ell} \cdot a_2 + M', \quad T'_6 = -\frac{M'}{\ell} \cdot x + \frac{(a_1+b)}{\ell} \cdot x - x + a_1 + b \quad \text{므로}$$

$$\frac{1}{E \cdot J_1} \int_0^{a_1} \frac{(-M' + a_2 + b)}{\ell} \cdot x \cdot \left(-\frac{x}{\ell}\right) dx + \frac{1}{E \cdot J_2} \int_0^R \frac{(-M' + a_2 + b)}{\ell} \cdot a_1 \cdot \left(-\frac{a_1}{\ell}\right) dy$$

$$+ \frac{1}{E \cdot J_2} \int_{a_1}^{a_1+b} \frac{(-M' + a_2 + b)}{\ell} \cdot x \cdot \left(-\frac{x}{\ell}\right) dx + \frac{1}{E \cdot J_2} \int_{a_1+b}^{\ell-a_2} \left\{ \frac{(-M' + a_2 + b)}{\ell} \cdot x - x \right.$$

$$\left. + (a_1 + b) \right\} \left(-\frac{x}{\ell}\right) \cdot dx + \frac{1}{E \cdot J_2} \int_0^R \left\{ \frac{-(M' + a_1 + b)}{\ell} \cdot a_2 + M' \right\} \left(\frac{\ell - a_2}{\ell}\right) \cdot dy$$

$$+ \frac{1}{E \cdot J_1} \int_{\ell-a_2}^{\ell} \left\{ \frac{(-M' + a_2 + b)}{\ell} \cdot x - x + a_1 + b \right\} \left(-\frac{x}{\ell}\right) \cdot dx = 0$$

$$M' = \frac{\frac{(a_1+b)a_1^2}{3EJ_1\ell^2} + \frac{(a_2+b)a_1^2 \cdot R}{EJ_2\ell^2} + \frac{(a_2+b)}{3EJ_2\ell^2} \{(a_1+b)^3 - a_1^3\} - \frac{(a_1+b)}{3EJ_2\ell^2} \{(\ell-a_2)^3 - (a_1+b)^3\}}{\frac{a_1^3}{3E \cdot J_1 \cdot \ell^2} + \frac{a_1^2 \cdot R}{EJ_2\ell^2} + \frac{(a_1+b)^3 - a_1^3}{3EJ_2\ell^2} + \frac{(\ell-a_2)^3 - (a_1+b)^3}{3EJ_2\ell^2} - \frac{a_2 \cdot R \cdot (\ell-a_2)}{EJ_2}} \quad \text{※}$$

$$\text{※} \frac{\frac{(a_1+b)}{2EJ_2\ell} \{(\ell-a_2)^2 - (a_1+b)^2\} + \frac{(a_1+b)(\ell-a_2)a_2 \cdot R}{EJ_2\ell^2} - \frac{(a_2+b)\{\ell^3 - (\ell-a_2)^3\}}{3EJ_1\ell^2} + \frac{(a_1+b)\{\ell^2 - (\ell-a_2)^2\}}{2EJ_1\ell}}{\frac{(\ell-a_2)R \cdot \ell}{EJ_2\ell^2} + \frac{\ell^3 - (\ell-a_2)^3}{3EJ_1\ell^2}}$$

$a_1 = a_2 = a, \quad J_1 = J_2 = J$ 이면

$$M' = \frac{\frac{\ell^2}{16J} + \frac{R \cdot a}{2J_2}}{\frac{\ell}{3J} + \frac{R\{a^2 + (\ell-a)^2\}}{J_2 \cdot \ell^2}}$$

3. 調和成分計算 프로그램

PANAFACOM UMOS/D E004 FORTRAN V01/L05 760101

```

ISN   STNO.   SOURCE STATEMENT
      HARMONIC CALCULATION
1     REAL*8 ANAME
2     DIMENSION(36), A(36), B(36), C(36)
3     READ(7, 100)N
4     M=2*N
5     PAI=3.14159
6     Y=0.0
7     1 CONTINUE
8     DEG=10.0
9     READ(7, 201) PSM, TCAL, ANAME
10    READ(7, 101) (X(I), I=1, M)
11    RAD=(360.*PAI)/180.
12    STORE=X(1)*(COS(RAD)-(TCAL*SIN(RAD)**2/SQRT(1-TCAL**2*SIN
(RAD)1**2)))
13    DEG=20.0
14    DO, 5 I=2, M
15    RAD=(DEG*PAI)/180.
16    X(I)=X(I)*(COS(RAD)-(TCAL*SIN(RAD)**2/SQRT(1-TCAL**2*SIN
(RAD)1**2)))
17    DEG=DEG+10.0
18    5 X(1)=STORE
19    Y=0.0
20    DO 10 I=2, M
21    Y=Y+X(I)
22    10 CONTINUE
23    AO=Y/FLOAT(2*N)
24    DO 57 I=1, N
25    AX=0.0
26    DO 13 J=1, M
27    D=FLOAT(I*J)*180./(FLOAT(N)*57.29583)
28    CX=COS(D)
29    AX=AX+(CX*X(J))
    
```

```

30      13 CONTINUE
31          A(I) = AX/FLOAT(N)
32      57 CONTINUE
33          DO 14 I=1, N
34              BX=0.0
35          DO 15 J=1, M
36              D = FLOAT(I*J)*180./(FLOAT(N)*57.29583)
37              SX = SIN(D)
38              BX = BX + (SX*X(J))
39      15 CONTINUE
40          B(I) = BX/FLOAT(N)
41          C(I) = (A(I)**2 + B(I)**2 + B(I)**2**0.5)
42      14 CONTINUE
43          WRITE(8, 105)PSM, TCAL, ANAME
44      105 FORMAT(/, 5X, 'PSM=', F6.3, /, 5X, 'TCAL=', 1F6.3, /, 5X, 'ANAME
         =', A8)
45          WRITE(8, 102)
46          WRITE(8, 103)
47          DO16 I=1, N 48 DH=ATAN(-B(I)/A(I))*57.29583
49          WRITE(8, 104) I, A(I), B(I), DH, C(I), AO
50      16 CONTINUE
51      100 FORMAT(15)
52      101 FORMAT(10F8.0)
53      102 FORMAT(/////, 30X, 'HARMONIC COEFFICIENT')
54      103 FORMAT(/, 20X, 'OPDER', 7X, 'COS', 9X, 'SIN', 8X, 'ATAN', 10X, 'C'
         1, 8X, 'AO', //)
55      104 FORMAT(20X, 15, 5(2X, F10.5))
56      201 FORMAT(2F6.3, A8)
57          GO TO 1
58          STOP
59          END

```