

마트릭스算法에 의한 推進器軸系配置의 計算에 관한 研究

全 孝 重 · 李 鍾 元*

Propeller Shaft Alignment Calculation by the Matrix Method

Hiojung Jeon · Jongwon Lee

目 次

- | | |
|---------------------|---------------------------|
| 1. 序 言 | 不等斷面보의 節点方程式의 解法 |
| 2. 軸系配置에 있어서의 問題点 | 3.3 反力影響係數의 計算 |
| 2.1 推進器軸의 問題点 | 4. 計算例 |
| 2.2 中間軸의 問題点 | 4.1 計算要目 |
| 2.3 減速齒車의 問題点 | 4.2 計算結果 |
| 2.4 새로운 軸系配置 問題 | 4.3 計算結果의 吟味와 適正 支持狀態의 計算 |
| 3. 支持反力과 反力影響係數의 計算 | 5. 結 論 |
| 3.1 基本式의 誘導 | 參考文献 |
| 3.2 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 | |

Abstract

The authors have developed a calculating method of propeller shaft alignment by the matrix method.

The propeller shaft is divided into finite elements, which can be treated as uniform section bars. For each element, the nodal point equation is derived from the stiffness matrix, the external force vector and the section force vector. Then, the overall nodal point equation is derived from the element nodal point equation.

The deflection, offset, bending moment and shearing force of each nodal point are calculated from the overall nodal point equation by the digital computer. Reactions and deflections of supporting points of the straight shaft are calculated and also the reaction influence number is derived. All other data will be calculated from such results.

* 船舶海洋研究所 機械機關研究室

All results of calculation are compared with those of Det norske Veritas, which has developed a computer program based on the three-moment theorem of the strength of materials.

The authors' matrix methods has shown good results and will be used effectively to design the propeller shaft alignment.

1. 序 言

1950年代 後半부터 美國海軍에서 始作된 艦艇의 軸系配置에 관한 研究는 점차 商船에 까지 擴大되어 1960年代 後半부터 1970年代 初半에 걸쳐 各造船所, 船級協會를 비롯하여 造船, 造機와 關係를 갖는 研究團體에서 이에 관한 研究가 活潑히 進行되어 왔다.¹⁻¹¹⁾

最近에 이르러 基本的인 研究는 거의 完成되었으며 現在로서는 實際的 條件을 反影하는 方向으로 研究가 繼續되고 있는 形便이다.⁹⁻¹¹⁾

새로운 軸系配置에 관한 研究는 電子計算機의 도움없이 始作된 것이지만 現在の 狀態로서는 電子計算機의 利用없이 所要資料를 計算하는 것은 事實上 不可能하며 電子計算機의 利用이 이의 研究開發에 決定的인 役割을 하여왔다.

지금까지의 軸系配置에 관한 計算의 根幹은 材料力學의 古典的 定理의 하나인 三連모우먼트의 定理이며 이에 의하여 水平支持狀態에서의 各支持點의 反力, 모우먼트 및 支持點의 單位 變位에 대한 反力과 모우먼트, 即 反力影響係數를 구한 다음 이 값들을 利用하여 最適 軸系配置 狀態를 決定하고 나아가서 軸系施工에 必要한 資料까지도 얻고 있는 것이다.¹¹⁾

本研究의 目的은 이와같은 軸系配置에 관한 諸資料를 比較的 最近에 開發된 有限要素法의 基礎가 되는 매트릭스算法을 利用하여 算出하고자하는 데 있다.

研究는 먼저 理論的 計算式과 이의 解法을 誘導하고 이 數式을 電算處理하는 過程에서 發生하는 몇가지 問題點을 究明한 다음 電算프로그램을 開發하였다.

끝으로 開發된 電算프로그램을 點檢하기 위하여 이미 開發되어 利用하고 있는 三連모우먼트 定理에 의한 電算프로그램 計算結果와 比較檢討하였다. 매트릭스算法에 의한 경우 計算이 規格化¹²⁾되기 때문에 電算處理에 適合하게 될 뿐만 아니라 結果의 一部는 軸系振動計算에도 利用할 수 있으므로 軸系配置를 靜的으로 뿐만 아니라 動的으로 檢討하는데 있어 매우 便利한 方法이다.¹²⁻¹³⁾

2. 軸系配置에 있어서의 問題點

船舶에 있어서의 推進軸系는 다음과 같은 三大要素에 의하여 構成되는 것이 보통이다.

推進器를 包含하는 推進器軸

推力軸을 包含하는 中間軸

減速齒車裝置

이들 三者가 結合되어 軸系의 根幹을 이루고 있으나 設計上 이들에게 要求되는 事項은 各各 다른 內容을 갖고있다.

2.1 推進器軸의 問題點

이 部分에 있어 解決하여야 할 問題點들은 특히 振動, 支持베어링의 異常摩滅, 船尾글랜드패킹의 異常摩滅과 海水의 漏洩, 油浴베어링에 있어서의 過熱과 潤滑油의 漏洩등이다.

이러한 問題點들은 주로 軸端의 推進器에 의하여 일어나고 있으며 推進器軸의 機關室側 베어링荷重이 너무 적거나 경우에 따라서는 無荷重狀態로 되는 경우가 發生한다. 그 外에도 推進器推力的 偏心등이 重大한 影響을 미치고 있으나 아직 이에 대한 情報은 確實하지 않다.

2.2 中間軸의 問題點

이 部分에 있어서의 問題點은 支持베어링의 數와 設置位置에 관한 것들이다. 荷重이 걸리지 않는 베어링이 있을 경우에는 軸系橫振動의 固有振動數를 低下시켜서 支障을 招來하게 되고 特定베어링의 荷重이 클 경우에는 過熱을 일으키기도 한다.

이러한 中間軸베어링에 관해서는 現在도 그릇된 設計指針이나 無意味한 設計方法이 취하여지고 있는 일이 많은데 例를 들면 다음과 같은 것들이다.

① 各軸마다 두個의 베어링을 配置하되 兩軸端의 커플링의 變位가 自由狀態에서 零이 되도록 한다.

② 各軸의 길이는 같게 하고 베어링配置는 對稱이 되도록 한다.

③ 中間軸베어링의 設置場所는 船舶의 構造나 다른 機器配置에 支障을 주지 않도록 마련한다.

④ 어떤 베어링, 가령 推進器軸 船首側베어링과 같은 것은 慣習이나 規定에 따라 配置한다.

위와같은 事項들의 잘못된 軸系全體가 하나의 機能을 갖는 裝置라는 것을 無視한데 있다. 이러한 指針에 의하여 設計된 軸系裝置는 一般의으로 베어링數가 너무 많고 그 結果 軸系全體는 매우 역세며 各베어링의 荷重이 不均一하게 되기 쉽고 軸系中心의 어긋남에 대하여 매우 敏感하게 된다.

2.3 減速齒車의 問題點

주로 蒸汽터빈에 局限되나 最近에는 디젤機關에 있어서도 減速齒車を 갖는 경우가 있다.

減速齒車에 대한 問題는 齒面に 있어서 齒와 齒의 接觸이 均一하지 않을 경우 接觸面に 損傷을 일으키고 結局 齒를 破損시키게 되는 점이다. 따라서 이 部分에 있어서의 障害는 過度하거나 不均一하게 發生하는 齒面の 摩滅, 齒의 破損, 지나친 騒音과 振動 및 너무 높거나 낮은 베어링荷重등이다.

齒車製作者는 齒車支持베어링의 荷重과 兩側베어링荷重差를 提示하여야 할 것이며 이 荷重差는 運轉中에 있어서의 값이어야 하고 靜止中의 冷却狀態에 있어서도 合理的인 값이어야 할 것이다.

齒車齒이 運轉中에 어느 程度 膨脹할 것인가는 解析의으로 決定할 수 없고 實驗에 의하여 決定되어야 할 것이다. 實際의 값은 齒車齒의 種類나 크기에 따라 달라지나 經驗에 의하면은 大体로 0.25~1.0mm(0.010~0.040in)範圍內에 있다고 한다.

2.4 새로운 軸系配置 問題

從來에 있어 軸系는 모든 베어링에 의하여 一直線上에 支持되었으므로 現在도 이와같은 方法은

중중 採擇되고 있다. 그러나 船體는 溫度의 變化, 出入渠, 積荷狀態, 速度變化, 經年等에 따라 變形을 일으키고 이에 따라 軸系베어링의 位置도 變化를 일으킨다. 더구나 推進器軸베어링으로서 리그넘바이티베어링을 使用하는 경우는 摩滅에 따른 支持點의 變化가 크다. 그러나 이러한 경우에 있어서의 軸系變形은 斷續的으로 發生하는 것이 아니고 自然曲線(faired curve)에 따라 變化를 일으킨다.

새로운 軸系配置理論은 이 “自然曲線”現象에 基礎를 두고 있다.⁴⁻⁸⁾ 軸系를 一直線上에 配置하는 경우 直線도 一種의 自然曲線으로 看做할 수 있으나 많은 경우 直線配置에 있어서는 베어링荷重配分이 고르지 않고 베어링의 垂直方向調節이 必要하게 된다. 即, 베어링을 내리면 그 베어링의 荷重은 減少하고 隣接베어링의 荷重은 增加하게 된다. 이 때의 荷重變化量은 軸의 剛性和 베어링垂直方向 變化量, 베어링間距離에 따라 決定되며 이를 理論的으로 事前에 計算하고 貯하는 것이다.

“自然曲線”設計의 目的은 그릇된 軸系配置에 敏感하지않은 自然曲線을 취하도록하는데 있다.

一般的으로 베어링의 數를 줄이고 베어링間隔을 크게 할 수 록 軸系配置의 變化에 鈍感하게 되어 軸系는 安定하게 된다. 다만 이 때에 각베어링에 걸리는 荷重은 增加하게 되므로 許容베어링 支持荷重以內가 되도록 決定하여야 할 것이다.

軸系에 있어 豫想되는 여러가지 變動狀態에 대하여 荷重과 모우먼트의 크기를 檢討하고 언제나 安全한 範圍內에 있도록 設計段階에서 베어링의 上下와 길이方向의 位置 및 그의 數를 決定한다.

이를 위해서는 一直線上에 配置하였을 때의 荷重分配, 모우먼트크기를 計算하고 各支持베어링을 單位距離만큼 變化시켰을 때의 荷重變化量, 即 反力影響係數(reaction influence number, RIN로 略記)를 計算할 必要가 있다.

3. 支持反力과 反力影響係數의 計算

3.1 基本式의 誘導

(1) 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 不等斷面보의 節點方程式

最近 프레임(frame)이나 連續體의 構造力學的 解法으로서 有限要素法이 크게 脚光을 받고 있는데 이것의 基礎가 되는 것은 剛性마트릭스(stiffness matrix)이다.

지금 Fig.1(a)와 같은 不等斷面보를 等斷面으로 看做할 수 있을 程度까지 微細한 區間으로 細分하고 各區間마다 剛性마트릭스를 비롯하여 外力의 벡터, 斷面力의 벡터등을 구하여 節點方程式을 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} f_{a1} &= k_{aa1}U_{a1} + k_{ab1}U_{b1} + f_{fa1} \\ f_{b1} &= k_{ba1}U_{a1} + k_{bb1}U_{b1} + f_{fb1} \\ f_{a2} &= k_{aa2}U_{a2} + k_{ab2}U_{b2} + f_{fa2} \\ f_{b2} &= k_{ba2}U_{a2} + k_{bb2}U_{b2} + f_{fb2} \\ f_{a3} &= k_{aa3}U_{a3} + k_{ab3}U_{b3} + f_{fa3} \\ f_{b3} &= k_{ba3}U_{a3} + k_{bb3}U_{b3} + f_{fb3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

다만 여기서 $f_{a1}, f_{b1}, \dots, f_{b3}$ 은 各節點에 作用하는 外力, k_{aa1} 은 $a1$ 點에 單位變位를 일으키

기 위하여 a_1 점에 加하여야할 힘, U_{a1} 은 a_1 点的 變位, k_{ab1} 은 b_1 점에 單位變位를 일으키기 위하여 a_1 점에 加하여야할 힘, U_{b1} 은 b_1 点的 變位이다. f_{fa1} 은 a_1 端의 固定端 斷面力(兩端 a, b 를 固定하였을 때 作用外力에 의하여 ab 端에 生기는 斷面力)이다. 餘他の 式에서도 同一하게 定義된다.

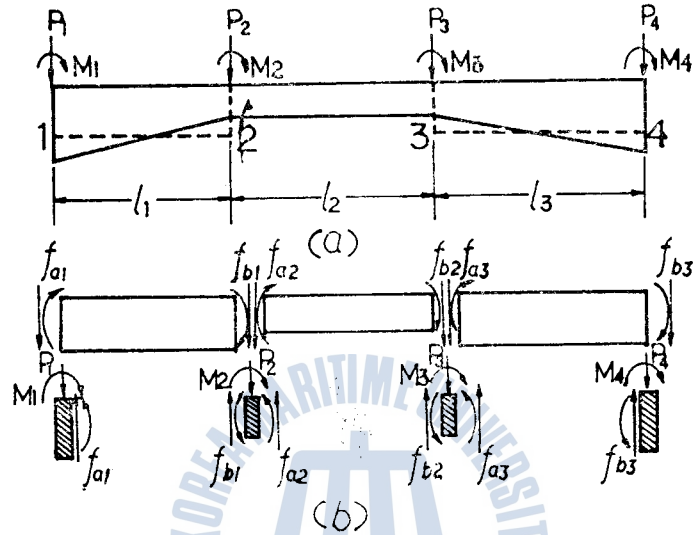


Fig. 1 Beam of variable cross section.

Fig. 1(b)를 參照하면

$$f_{a1}=P_1, f_{b1}+f_{a2}=P_2, f_{b2}+f_{a3}=P_3, f_{b3}=P_4 \dots \dots \dots (2)$$

또한 部材端의 變位는 이것이 連結되는 節点의 變位에 같으므로

$$U_{a1}=U_{P1}, U_{b1}=U_{a2}=U_{P2}, U_{b2}=U_{a3}=U_{P3}, U_{b3}=U_{P4} \dots \dots \dots (3)$$

여기서 $P_1 \sim P_4$ 는 節点에 作用하는 外力, $U_{P1} \sim U_{P4}$ 는 節点의 變位로서 각각 f_a, f_b 와 U_a, U_b 와 같은 内容의 成分을 갖는 벡터이다.

(1)式을 (2)式에 代入하면

$$\begin{aligned} k_{aa1}U_{a1}+k_{ab1}U_{b1} &= P_1 - f_{fa1} \\ k_{ba1}U_{a1}+k_{bb1}U_{b1}+k_{aa2}U_{a2}+k_{ab2}U_{b2} &= P_2 - f_{fa2} - f_{fb1} \\ k_{ba2}U_{a2}+k_{bb2}U_{b2}+k_{aa3}U_{a3}+k_{ab3}U_{b3} &= P_3 - f_{fa3} - f_{fb2} \\ k_{ba3}U_{a3}+k_{bb3}U_{b3} &= P_4 - f_{fb3} \end{aligned}$$

上式의 U_{a1}, U_{b1}, \dots 을 (3)式을 利用하여 $U_{P1} \sim U_{P4}$ 로 置換하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} k_{aa1} & k_{ab1} & 0 & 0 \\ k_{ba1} & k_{bb1}+k_{aa2} & k_{ab2} & 0 \\ 0 & k_{ba2} & k_{bb2}+k_{aa3} & k_{ab3} \\ 0 & 0 & k_{ba3} & k_{bb3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{P1} \\ U_{P2} \\ U_{P3} \\ U_{P4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_{fa1}+0 \\ f_{fa2}+f_{fb1} \\ f_{fa3}+f_{fb2} \\ 0+f_{fb3} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (4)$$



(4)式이 Fig.1(a)의 보의 節点方程式이다.

右邊의 最初의 벡터는 節点에 作用하는 外力이고 第2의 벡터는 各部材의 固定端 斷面力을 節点마다 모은것으로서 各部材의 中間에 作用하는 外力을 節点荷重으로 變換한 것이다. 左邊의 係數行列은 보全體의 剛性마트릭스이다. (4)式을 $U_{P1} \sim U_{P4}$ 에 대하여 풀면 各節点的 變位를 얻을 수 있다. 또한 이 結果를 (3)式을 利用하여 變形한 (1)式에 代入하면 各部材의 部材端斷面力 $f_{fa1} \sim f_{fb8}$ 등을 구할 수 있다.

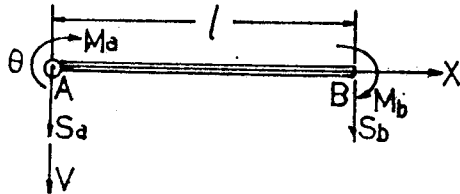


Fig. 2 Coordinate system of beam-element and forces of end-section

(2) 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 보의 剛性마트릭스

지금 部材AB에 대하여 Fig.2와 같이 座標系를 定하고 座標의 方向과 部材에 作用하는 斷面力의 方向을 一致 시킨다.

보의 長이를 l , 縱彈性係數를 E , 斷面2次모우먼트를 I 라 하면 剛性마트릭스는 (5)式과 같다.

本計算은 Castigliano의 定理와 Maxwell-Betti의 相反定理¹⁴⁾를 利用하면 比較的 簡單하게 行할 수

있다. ¹²⁻¹³⁾

$$\frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ \theta_a \\ v_b \\ \theta_b \end{pmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

따라서 橫荷重(S_a, S_b)와 모우먼트荷重(M_a, M_b)을 받는 基本式은

$$\begin{pmatrix} S_a \\ M_a \\ S_b \\ M_b \end{pmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ \theta_a \\ v_b \\ \theta_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{fa} \\ M_{fa} \\ S_{fb} \\ M_{fb} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

또는

$$\begin{pmatrix} f_a \\ f_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_{fa} \\ f_{fb} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

連續보를 任意의 部材로 n 分割하였을 때 各部材에 대하여 (5)式을 구하고 이들을 合成하여 全體보에 대한 綜合剛性마트릭스를 구한다.

綜合剛性마트릭스는 (4)式의 左邊에 보이는 바와 같이 첫번째 部材와 두번째 部材의 剛性마트릭스를 合成하여 구한다. 이 때 첫번째 部材의 U_b 는 두번째 部材의 U_a 와 같으므로 첫번째 部材의 剛性마트릭스의 k_{bb} 와 두번째 部材의 剛性마트릭스의 k_{aa} 를 合하면 된다. 이와같이 順次的으로

結合하면 全体構造物에 대한 綜合剛性마트릭스를 구할 수 있다.

(3) 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 보의 固定端 斷面力

(6)式的 S_{fa} , M_{fa} , S_{fb} , M_{fb} 등은 다음과 같이 計算된다.^{12), 14)}

$$S_{fa} = - \int_0^l \frac{(l-x)^2(l+2x)}{l^3} P_{(x)} dx + \int_0^l \frac{6(l-x)x}{l^3} m_{(x)} dx \dots\dots\dots (8)$$

$$M_{fa} = -l \int_0^l \frac{(l-x)^2 x}{l^3} P_{(x)} dx - \int_0^l \frac{(l-x)(l-3x)}{l^2} m_{(x)} dx \dots\dots\dots (9)$$

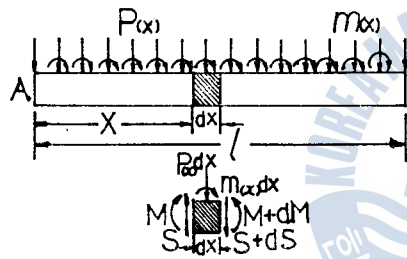
$$S_{fb} = - \int_0^l \frac{x^2(3l-2x)}{l^3} P_{(x)} dx - \int_0^l \frac{6x(l-x)}{l^3} m_{(x)} dx \dots\dots\dots (10)$$

$$M_{fb} = l \int_0^l \frac{x^2(l-x)}{l^3} P_{(x)} dx + \int_0^l \frac{x(2l-3x)}{l^2} m_{(x)} dx \dots\dots\dots (11)$$

(8), (9), (10), (11)式을 여러가지 荷重에 대하여 計算한 結果는 Table 1과 Table 2와 같다.

3.2 橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 不等斷面보의 節点方程式의 解法

(1) 節点方程式의 解法



橫荷重과 모우먼트荷重을 받는 不等斷面보를 n 分割하여 앞의 方法으로 구한 節点方程式의 次數는 $(2n+2)$ 이다. 따라서 通常의 船用機關軸系에 있어 斷面의 變化가 있는 곳과 支持點에 節点을 設置할 경우 節点方程式에 包含되는 매트릭스의 次數는 最少限 數10次로 되기 때문에 事實上 電子計算機의 도움없이 풀이가 不可能하다.

Fig. 3 Beam loaded with horizontal forces and moments.

지금 (4)式을 簡單하게

$$P = KU + f \dots\dots\dots (12)$$

라 쓰고 f 를 左邊으로 移項하여 整理하면

$$KU = P - f \dots\dots\dots (13)$$

K 의 逆 매트릭스(이것을 柔性 매트릭스(flexibility matrix)라 한다)를 左側에서 곱하면

$$U = K^{-1}(P - f) \dots\dots\dots (14)$$

上式으로부터 各節点의 變位(上下變位와 角變位)가 구하여 진다.

各支持베어링의 反力은 一般的으로 一種의 外力이므로 P 項中에 包含되며 따라서 (14)式的 結果를 (12)式에 代入하면 P 項, 即 未知의 支點反力이 구하여 진다.

(2) 支點의 處理

Fig. 4와 같이 節点1에 支點이 있는 경우에는 變位 V_1 이 零이고 支點反力 $-R_1$ (下向力을 +로 하고 있으므로 反力은 -이다) 이 생긴다. 反力도 作用外力의 一種이므로 荷重項 P 에 包含시켜야 한다. 그러나 計算初에 있어 反力은 未知數이므로 이것을 右邊에 그대로 둘 수 없으며 左邊으로 옮기다가 R_1 을 包含하는 方程式을 除去할 必要가 있다. 除去하는 것이 剛性 매트릭스가 對稱으로 되어 計算이 便利하게 된다.

本計算의 目的中 하나가 支持베어링의 反力을 아는데 있으므로 除去한 行을 刪 處에 남겨 두

Table 1 S_{ra} , S_{rb} , M_{ra} , M_{rb} (horizontal forces)

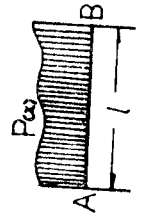
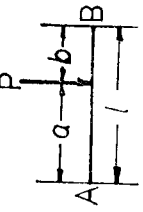
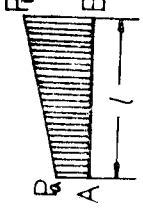
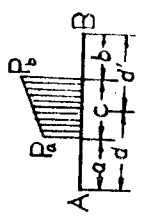
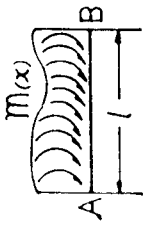
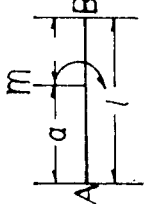
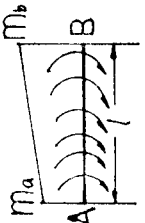
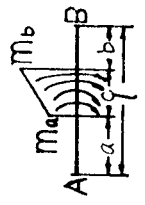
Kinds of load				 $d = a + \frac{c}{2}$, $d' = b + \frac{c}{2}$
S_{ra}	$-\int_0^l \frac{(l-x)^2(l+2x)}{l^3} P(x) dx$	$-P \left(\frac{b}{l}\right)^2 \left(1 + 2\frac{a}{l}\right)$	$-\frac{l}{20} (7P_a + 3P_b)$	$-\frac{P_a + P_b}{2} \frac{c}{l^2} \{-4d'^3 + 4d'l^2 + b(b+c)(2d' - l)\}$ $-\frac{P_b - P_a}{2} \frac{c^2}{5l^2} \{-6d'^2 + 5d'l + b(b+c)\}$
S_{rb}	$-\int_0^l \frac{x^2(3l-2x)}{l^3} P(x) dx$	$-P \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(1 + 2\frac{b}{l}\right)$	$-\frac{l}{20} (3P_a + 7P_b)$	$-\frac{P_a + P_b}{2} \frac{c}{l^3} \{-4d^3 + 4d'l + a(a+c)(2d - l)\}$ $-\frac{P_b - P_a}{2} \frac{c^2}{5l^3} \{-6d^2 + 5dl + a(a+c)\}$
M_{ra}	$-l \int_0^l \frac{(l-x)^2 x}{l^3} P(x) dx$	$-Pl \left(\frac{a}{l}\right) \left(\frac{b}{l}\right)^2$	$-\frac{l^2}{60} (3P_a + 2P_b)$	$-\frac{P_a + P_b}{2} \frac{c}{3l^2} \{-6d'^3 + 4d'l^2 + b(b+c)(3d' - l)\}$ $-\frac{P_b - P_a}{2} \frac{c^2}{30l^2} \{-18d'^2 + 10d'l + 3b(b+c)\}$
M_{rb}	$l \int_0^l \frac{x^2(l-x)}{l^3} P(x) dx$	$Pl \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(\frac{b}{l}\right)$	$\frac{l^2}{60} (2P_a + 3P_b)$	$-\frac{P_a + P_b}{2} \frac{c}{3l^2} \{-6d^3 + 4d'l + a(a+c)(3d - l)\}$ $+\frac{P_b - P_a}{2} \frac{c^2}{30l^2} \{-18d^2 + 10dl + 3a(a+c)\}$

Table 2 S_{fo} , S_{fb} , M_{fo} , M_{fb} (moments)

Kinds of load				
S_{fo}	$\frac{1}{l} \int_0^l \frac{6(l-x)x}{l^2} m(x) dx$	$\frac{m}{l} \frac{6ab}{l^2}$	$\frac{m_a + m_b}{2}$	$\frac{m_a + m_b}{2} \frac{c}{l} \left\{ 6 \frac{ab}{l^2} + \frac{c}{l} \right\} + \frac{m_b - m_a}{2} \frac{c^2}{l^2} \frac{b-a}{l}$
S_{fb}	$-\frac{1}{l} \int_0^l \frac{6x(l-x)}{l^2} m(x) dx$	$-\frac{m}{l} \frac{6ab}{l^2}$	$-\frac{m_a + m_b}{2}$	$-\frac{m_a + m_b}{2} \frac{c}{l} \left\{ 6 \frac{ab}{l^2} + \frac{c}{l} \right\} - \frac{m_b - m_a}{2} \frac{c^2}{l^2} \frac{b-a}{l}$
M_{fo}	$-\int_0^l \frac{(l-x)(l-3x)}{l^2} m(x) dx$	$-m \left(1 - 3 \frac{a}{l} \right) \left(\frac{b}{l} \right)$	$\frac{m_b - m_a}{2} \frac{l}{6}$	$-\frac{m_a + m_b}{2} c \left\{ \left(1 - 3 \frac{a}{l} \right) \frac{b}{l} + \frac{c(a+b)}{l^2} \right\} + \frac{m_b - m_a}{2} \frac{c^2}{6l} \left\{ 1 + 3 \frac{b-a}{l} \right\}$
M_{fb}	$\int_0^l \frac{x(2l-3x)}{l^2} m(x) dx$	$-m \left(1 - 3 \frac{b}{l} \right) \left(\frac{a}{l} \right)$	$-\frac{m_b - m_a}{2} \frac{l}{6}$	$-\frac{m_a + m_b}{2} c \left\{ \left(1 - 3 \frac{b}{l} \right) \frac{a}{l} - \frac{c(a+b)}{l^2} \right\} - \frac{m_b - m_a}{2} \frac{c^2}{6l} \left\{ 1 - 3 \frac{b-a}{l} \right\}$

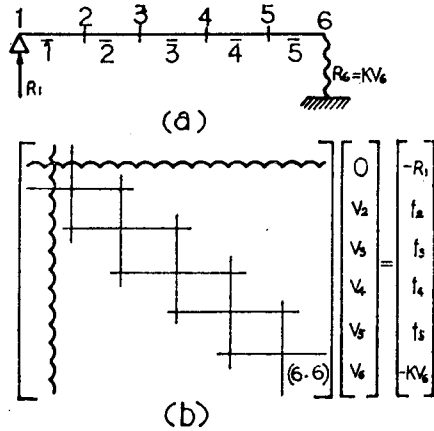


Fig. 4 Disposal of supporting points.

要素만을 1로 놓아 역마트릭스를 계산하는 것이 便利하다.

支點이 節點6과 같이 彈性支持되는 경우에는 節點의 變位에 比例하는 反力 $R_6 = KV_6$ (K 는 스프링定數)가 생긴다. 이것도 荷重項 P 에 包含시켜야 하는데 V_6 을 包含하는 項을 右邊에 둘 수 없다. 이것을 左邊으로 옮겨서 剛性마트릭스의 (6,6)要素에 K 를 合算하면 된다.

이와같은 方法으로 各 支點의 反力を 計算할 수 있다.

3.3 反力影響係數의 計算

지금 어떤 節點이 주어진 量만큼 移動하였을 경우, 다른 節點의 狀態値는 어떻게 變할 것인가 하는 問題를 思考하여 보기로 한다.

가령 軸系의 中間支點이 沈下하였을 경우 各部分의 斷面力, 또는 다른 支點의 支持荷重變化를 구하는 問題가 여기에 相當한다.

Fig. 5(a)에 보이는 바와같이 節點3이 Δ_3 만큼 變位한다고 한다. 이 變位를 일으키기 위해서는 節點3에 外力 R_3 을 作用시킬 必要가 있다. 따라서 이 경우의 (13)式은 Fig. 5(b)와 같이 된다. Δ_3 은 既知量, R_3 은 末知量이다. 既知量은 右邊으로 옮기고 末知量 R_3 을 包含하는 方程式을 除去하면 Fig. 5(c)와 같이 變形된다.

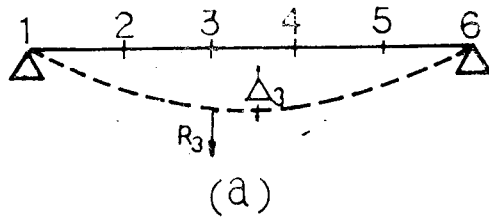
具體적으로 說明하면 (13)式의 剛性마트릭스의 第3列에 $-\Delta_3$ 을 곱하여 右邊의 荷重項을 만들어서 節點3에 대한 支點의 處理를 행하면 된다. 다만 剛性마트릭스의 3行과 3列의 要素 모두를 0으로하면 V_3 의 값(이것은 Δ_3 이 된다)이 바르게 구하여 지지 않는다. 이 矛盾을 피하기 위하여 Fig. 5(c)와 같이 剛性마트릭스의 (3,3)要素를 1, 荷重項벡터의 第3要素를 Δ_3 으로하여 풀거나 剛性마트릭스의 (3,3)要素를 0으로한채 右邊의 V_3 을 Δ_3 으로 變更하도록 한다.

이와같은 方法으로 各支點이 順次的으로 單位變位(通常 0.01cm)만큼 變化를 일으킬 경우 各支點의 支持荷重(反力)의 變化가 反力影響係數이다.

었다가 變形을 計算한 다음 이것과 剛性마트릭스를 곱하면 支點의 反력이 구하여진다.

行을 除去하는 操作은 剛性마트릭스의 第1行의 要素를 0으로 놓으면 된다 (Fig. 4(b)). 또한 變位 V_1 을 0으로하는 대신에 剛性마트릭스의 第1列을 0으로한다.

以上の 結果를 整理하면 支點의 處理는 그 支點과 같은 番號의 剛性마트릭스의 行과 列의 要素를 0으로 놓으면 된다. 이때 行과 列이 모두 0으로된 剛性마트릭스는 逆마트릭스計算이 不可能하므로 이것을 縮少시켜 逆마트릭스를 計算한 다음 다시 原狀態로 擴大하면된다. 그러나 實際 電算프로그램 作成上 이 操作은 相當히 繁雜하므로 行과 列을 0으로한 다음 對角



$$\begin{bmatrix}
 \cdot & \cdot & K_{13} & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & K_{23} & \cdot & \cdot & \cdot \\
 K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\
 \cdot & \cdot & K_{43} & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & K_{53} & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & K_{63} & \cdot & \cdot & \cdot
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1 \\
 V_2 \\
 \Delta_3 \\
 V_4 \\
 V_5 \\
 V_6
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 R_3 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\begin{bmatrix}
 \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1 \\
 V_2 \\
 V_3 \\
 V_4 \\
 V_5 \\
 V_6
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -K_{13}\Delta_3 \\
 -K_{23}\Delta_3 \\
 \Delta_3 \\
 -K_{43}\Delta_3 \\
 -K_{53}\Delta_3 \\
 -K_{63}\Delta_3
 \end{bmatrix}$$

(c)

Fig. 5 Disposal of the nodal point deflection.

의 支持点荷重, 各支持베어링을 0.1mm上下 變動시켰을 때의 支持点荷重狀態, 各分割点의 上下變位와 角變位, 反力影響係數等を 구하였다. 이 때의 所要時間은 本計算例의 경우 5分55秒였다.

위의 값以外에 支持点에서의 굽힘모우먼트와 應力등은 計算機容量關係로 計算結果를 利用하여 손으로 計算하였다.

몇가지 計算結果를 보이면 Table 3~Table 5와 같다.

* 本 計算例는 Det norske Veritas가 1975年 10月에 發行한 “Computer Program NV540 Shaft Alignment User's Manual, Preliminary Version”에 掲載된 資料를 利用하였다. Det norske Veritas가 開發한 電子 計算機 프로그램은 三連 모우먼트定理에 의하고 있다.

4. 計算例*

4.1 計算要目

Fig. 6과 같은 蒸汽터어빈軸系에 대하여 지금까지 說明한 方法에 의하여 支持荷重과 反力影響係數를 計算한다.

數值計算에 있어서는 Fig. 6에 提示된 要目 外에도 다음과 같은 條件을 考慮에 넣는다.

① 推進器의 偏心推力으로 인한 모우먼트는 $0.1263 \times 10^8 \text{cm} \cdot \text{kg}$ 이며 作用点은 船尾에서 船首로 보아 垂直面으로부터 反時計方向 322.85° 이다.

② 冷間발래스트狀態로부터 滿載 航海狀態가 됨에 따라 船體變形, 溫度上昇등으로 各支持点의 變位는 船尾로부터 각각 0, +2.1, +1.18, +0.89mm이다.

③ 船尾管 後部베어링의 支持点은 발래스트 狀態에서 베어링後端부터 0.5D, 滿載狀態에서 0.8D의 곳에 있는 것으로 본다(D는 軸外徑)

④ 齒車支持베어링의 支持荷重差는 17.5噸 未滿으로 한다.

4.2 計算結果

數值計算은 電算프로그램에 의하여 行하여졌으며 利用한 電子計算機는 FACOM U-300 이다.

軸系는 計算機의 容量關係로 15分割하였으나 本計算例의 경우 20分割程度가 바람직하다.

各分割点에 대한 末端力과 모우먼트 및 上下變位와 角變位, 水平支持狀態에 있어 4個

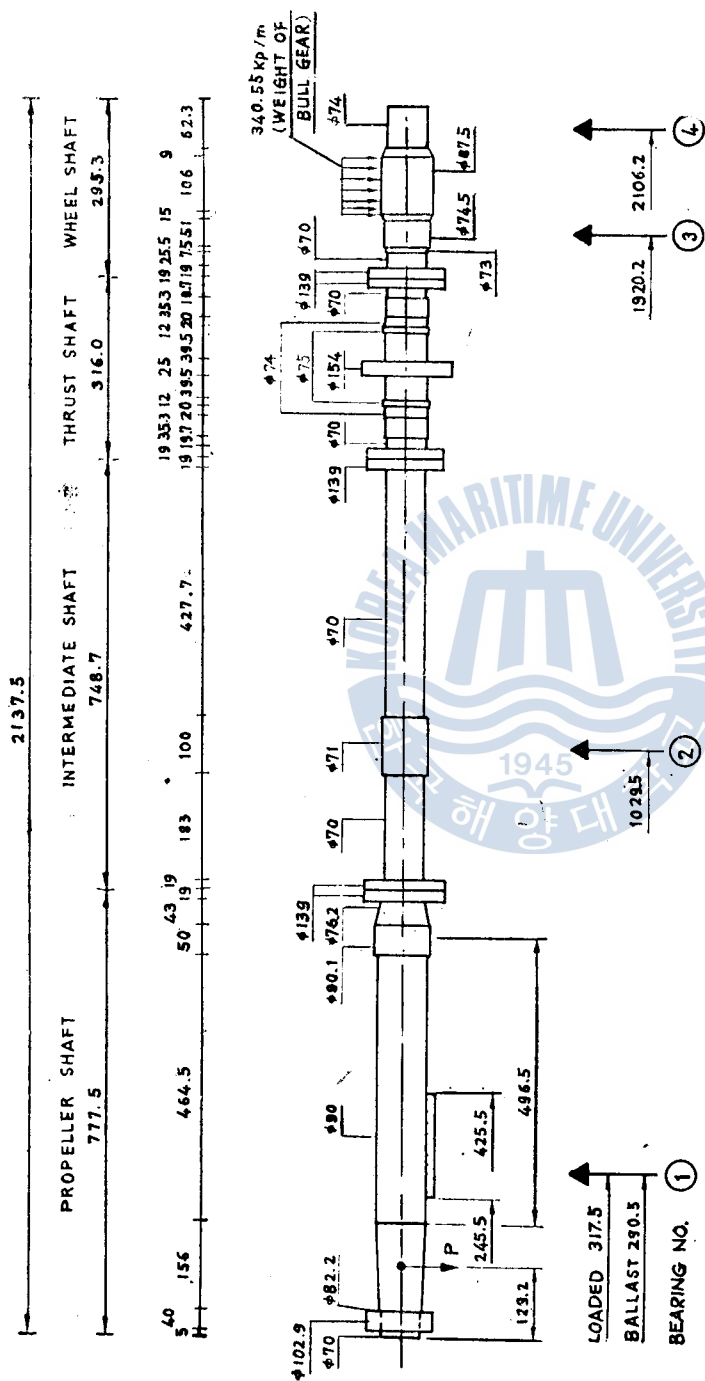


Fig. 6 Shaft arrangement of the steam turbine

Table 3 Reaction of bearings in the straight support(unit, kg)

Order of bearing	1	2	3	4
Authors' results	85576.63	29059.53	60830.13	6459.21
Det norske Veritas' results	85765.00	29144.00	60932.00	6453.00

Table 4 Reaction influence number (values in parentheses are results of Det norske Veritas) (unit, kg/0.1mm)

Order of bearing	1	2	3	4
1	115.0 (120.0)	-246.0 (-263.0)	336.0 (370.0)	-202.0 (-227.0)
2	-246.0 (-263.0)	639.0 (701.0)	-1327.0 (-1526.0)	934.0 (1089.0)
3	334.0 (370.0)	-1327.0 (-1526.0)	4399.0 (5276.0)	-3492.0 (-4120.0)
4	-202.0 (-227.0)	934.0 (1089.0)	-3497.0 (-4120.0)	2688.0 (3258.0)

Table 5 Bending moments, stresses and deflections of supporting points in the straight support (values in parentheses are results of Det norske Veritas)

Order of bearing	bending moment(kg·cm)	stress(kg/cm)	deflection(rad.)
1	2601913.0 (2547000.0)	36.36 (35.59)	-0.00002619 (-0.00002390)
2	2053375.0 (2009000.0)	58.44 (57.16)	0.00005155 (0.00004746)
3	3048239.0 (3099000.0)	75.09 (77.89)	-0.00003077 (-0.00002969)
4	16545.0 (16545.0)	0.41 (0.42)	0.00000342 (0.00000319)

4.3 計算結果의 吟味와 通正支持狀態의 計算

Table 4에 提示한 反力影響係數는 原則的으로 對稱マト릭스가 되어야 한다. 그러나 要素(1·3), (3·1)과 要素(3·4), (4·3)은 對稱이 되지않고 各各 2와 5의 差를 보여주고 있다. 이것은 計算上의 誤差에 의하는 것이며 問題視할만한 값은 아니다.

三連모우먼트定理를 利用하여 計算하고 있는 Det norske Veritas의 計算結果와 比較할 때 全般的으로 보아 若干 작은 값들을 보이고 있으나 그 差는 無視할 程度이다.

計算條件에 의할 것 같으면 齒車베어링의 支持荷重差가 17.5噸未滿이어야 한다고 規定하고 있다.

水平狀態의 支持點 荷重을 檢討하여 보면 齒車베어링의 支持荷重差는 54.37噸이나 되기 때문에 通常 採擇하고 있는 水平支持方法은 不可하다는 것을 알 수 있다.

一般的으로 齒車支持베어링은 前後가 台板과 一體로 되어있으므로 兩베어링을 同時에 調節하게 된다.

지금 兩베어링中心을 1mm내릴때 마다 各支持點荷重이 어떻게 변하는가 反力影響係數를 利用하여 計算하여 보면 다음과 같다.

Table 6 Reactions of the bearing according to the offset of supporting point.

Order of bearing	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg	offset mm	reaction kg
1	0	84246.63	0	82916.63	0	81586.63	0	82577.63	0	78575.83
2	0	32989.53	0	36919.53	0	40849.53	2.1	35132.53	2.1	46922.53
3	-1	51760.13	-2	42750.13	-3	33710.13	1.18	53790.53	-1.82	26645.83
4	-1	14529.21	-2	22639.21	-3	30669.21	0.89	8731.81	-2.11	32965.43

Table 6에 의하여 檢討하여 보면 水平支持狀態에서 減速齒車支持前後베어링을 3mm 낮추면 (6번째 列) 支持荷重差는 3.04噸으로되며 積荷狀態에서 船體가 變形을 일으키는 경우 (10번째 列)에도 支持荷重差는 6.32噸에 不過하므로 모든 경우에 대하여 滿足스러운 結果를 준다.

結局 이 軸系는 船首側 第1, 第2베어링인, 減速齒車支持베어링을 3mm 낮춘 狀態로 配置하면 適切한 支持荷重狀態가 되어 安全한 運航을 期할 수 있을 것이다.

5. 結 論

最近 連續體의 應力解析에 있어 크게 脚光을 받고 있는 有限要素法의 基礎가 되는 매트릭스 算法을 利用하여 船用 推進軸系의 配置에 必要한 計算을 行하였다. 結果는 現在 一般的으로 利用되고 있는 三連모우먼트定理에 의한 結果와 大同小異하다.

數值處理에 있어서 매트릭스算法에 의하는 本論文의 方法이 매우 單純明快함을 알 수 있다. 다만, 計算機의 所要容量과 計算時間에 있어 어느 쪽이 보다 더 有利한가는 앞으로의 研究할 課題이다.

한편, 軸系配置計算에 있어서는 提示條件에 따라 計算結果가 크게 影響을 받으므로 어떻게 하여 設計段階에서 合理的 이고 正確한 支持條件을 구하느냐하는 것이 보다 더 重要한 課題이며 最適軸系配置의 關鍵이라할 수 있을 것이다.

끝으로 本 研究를 遂行함에 있어 資料處理와 計算을 도와주신 朴進吉, 崔在星 두분에게 感謝 드립니다.

參 考 文 獻

- 1) Rudolph Michel, "A Quarter Century of Propulsion Shafting Design Practice and Operating Experience in the U.S. Navy" Naval Engineers Journal, 1959/2, p. 153.

- 2) Anderson H. C., *et al.*, "Considerations in the Design of Marine Propulsion System", SNAME, Vol. 67, 1959.
- 3) Lehr W. E., *et al.*, "Consideration in the Design of Marine Propulsion Shaft Systems", SNAME, Vol. 69, 1961. p. 555.
- 4) Graeme Mann, "Design of Propulsion Shaft Systems Using Fair Curve Alignment Theory," Navel Engineers Journal, 1964/12, p. 851.
- 5) Graeme Mann, "Analysis of Shafting Problems Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, 1965/2, p. 117.
- 6) Graeme Mann, "Shipyards Alignment of Propulsion Shafting Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, 1965/8, p. 651.
- 7) Rolf Kvamsdal, "Shaft Alignment Part 1", European Shipbuilding, 1969, p. 12.
- 8) Rolf Kvamsdal, "Shaft Alignment Part 2", European Shipbuilding, 1969, p. 20.
- 9) Wilkin T. A., *et al.*, "Some Theoretical and Practical Aspects of Shaft Alignment", IMAS 73, Group 9.
- 10) Mott I. K., *et al.*, "Design Aspects of Marine Propulsion Shafting Systems", Inst. Mar. Engrs. Trans., Vol. 79. 1967/6, p. 177.
- 11) Svenson G., *et al.*, "Computer Program NV540 Shaft Alignment User's Manual, Preliminary Version", 1975/10, Det norske Veritas Report 75-226.
- 12) 大地羊三, "マトリックス構造解析" 1977/10 コロナ社, 日本 東京
- 13) 日本鋼構造協會, "コンピユークによる構造工學講座" I /1~II /7 1971/1, 培風館, 日本 東京
- 14) S. Timoshenko, "Strength of Materials Part 1", 3rd Edition, D. van Norstrand Co., New York, 1955.

