

16. ERWIN KREYSZIG: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons, New York, pp.173-182, (1983).
17. PETER WOOD: Switching Power Converters, Van Nostrand Reinhold Co., pp.142-159, (1981).



# 마이크로프로세서를 이용한 直流電動機의 速度制御에 관한 研究

盧 永 梧

A Study on the Speed Control of Separately  
Excited DC Motor with a Microprocessor

No Young-o

〈目 次〉

Abstract	(1) 評價函數
Nomenclature	(2) 最適 피라미터 決定
1. 緒 論	4.2 미니멀 프로토타입 制御 알고리즘
2. 하아드 웨어 解析	4.3 데드비트型 制御 알고리즘
2.1 概 要	5. 시스템의 安定性 解析
2.2 마이크로프로세서	5.1 理論的 考察
2.3 信號變換器	5.2 디지털 PID 制御 시스템
2.4 電源電壓制御回路	5.3 MP型 制御시스템
2.5 直流電動機	5.4 DB型 制御시스템
2.6 速度檢出器	6. 實驗 및 結果分析
3. 시스템 傳達函數	6.1 實 驗
3.1 시스템 構成	6.2 結果分析
3.2 直流電動機의 傳達函數	7. 結 論
3.3 SCR 브릿지 全波整流器의 傳 達函數	參考文獻
3.4 速度檢出器의 傳達函數	
3.5 시스템 傳達函數	
4. 制御器의 制御 알고리즘	
4.1 디지털 PID 制御 알고리즘	

**A Study on Speed Control of A separately excited  
DC Motor with a Microprocessor**

**ABSTRACT**

The techniques of speed control of a DC motor are very important in field of process control, numerical control and robot control. The change of control methods from the analog control to the digital control with microprocessor are often utilized because of control quality. The speed control method of a DC motor are almost PID control by this time, but the digital controllers introduced the concept of modern state space are recently used in many field.

In this paper, the control characteristics of digital PID controller, minimal - proto type controller and dead-beat type controller are studied through the control experiment of DC motor speed with a 6502 microprocessor of a personal computer. Also the stability problem of control system is investigated by the root loci method.

The following results are got from the above works

1. The digital PID controller adjusted with optimal parameters shows the best response among the three controllers.
2. The transient responses of control systems can be improved by means of sampling frequency increase.
3. In the case of digital PID control, there exists the most stable region in the middle range of sampling time, while the control systems of minimal - proto type and dead-beat type become more stable by increasing sampling intervals per unit time.

## NOMENCLATURE

- $G_p(s)$  : overall transfer function of the controlled system.  
 $G_T(s)$  : transfer function of tachogenerator  
 $G_c(s)$  : transfer function of SCR bridge circuit  
 $G_m(s)$  : transfer function of DC motor  
 $G_h(s)$  : transfer function of zero order holder  
 $G(z)$  : open loop transfer function  
 $D(z)$  : transfer function of digital controller  
 $F(z)$  : closed loop transfer function  
 $z$  : variable of Z transform  
 $r$  : reference input signal  
 $c$  : output signal  
 $e$  : error signal  
 $e_1$  : input signal of digital controller  
 $e_2$  : output signal of digital controller  
 $K_p$  : gain of PID controller  
 $K_c$  : total gain of controlled system  
 $T_i$  : integral time of PID controller  
 $T_d$  : derivative time of PID controller  
 $T_c$  : time constant of DC motor  
 $T$  : sampling time  
 $L$  : inductance of motor  
 $R$  : resistance of motor  
 $N$  : rpm or sampling number  
 $\tau_e$  : electrical time constant of motor  
 $\tau_m$  : mechanical time constant of motor  
 $J$  : moment of inertia  
 $T_\ell$  : load torque  
 $T_e$  : electrical torque of motor  
 $E_c$  : control voltage for firing angle  $\theta^\circ$   
 $\phi$  : flux per pole  
 $p$  : number of pole  
 $a$  : number of armature internal circuit  
 $Z$  : total number of armature conductor

## 1. 緒 論

最近 自動制御시스템은 現代産業의 技術發展에 重大한 役割을 擔當하게 되었다. 특히 반도체산업의 急速한 發展은 마이크로컴퓨터 (Microcomputer) 의 出現을 보게 되었으며 이를 産業機械의 制御시스템에 利用함으로써 高度의 正確성과 精密성을 가져왔다.<sup>17)</sup>

産業機械 중에서 電動機의 速度를 正確히 制御하는 일은 工程制御, 數値制御 그리고 最近의 로버트技術에 있어서 重要한 意味를 갖고 있으며 制御技術도 從來의 아날로그 (Analog) 制御에서 直接 디지털制御 (Direct Digital Control) 方式으로 전환되고 있다.<sup>17)</sup>

더우기 마이크로프로세서 (Microprocessor) 를 利用한 制御方式은 계통의 하드웨어 (Hardware) 變更없이 프로그램만을 바꾸어 다른 制御方式으로 制御할 수 있으며 制御器를 小型化시킬 수 있을 뿐만 아니라 性能, 融通性, 信賴性 및 價格面 등에서 利點이 있다.<sup>21)</sup>

이제까지 소개된 制御方式들을 보면 主로 디지털 PID 制御方式이나 最近에는 現代制御技法의 特徵인 狀態空間 概念을 도입한 制御器가 發表되고 있는데 이들은 大部分이 特定한 制御알고리즘을 설계하여 實驗한 것이었으며 制御器에 對한 應答性能을 서로 比較한 것은 별로 없었다.

따라서 本研究에서는 一般 個人용컴퓨터에 內장된 마이크로프로세서를 使用하여 디지털制御方式에서 가장 기본이 되는 PID 制御法, 最小整定時間 (Minimum Settling Time) 制御 개념의 미니멀프로토<sup>21,4)</sup> (Minimal prototype) 制御法과 데드비트 (Dead beat type) 制御法을<sup>21)</sup> 선정하여 이를 直流電動機의 速度制御에 適用하기 위한 制御알고리즘을 세우고 制御시스템에 對한 安定성을 Z - 平面上에서 검토한<sup>21)</sup> 후 各制御法에 對한 過渡應答特性을 實驗을 통해 比較分析코자 한다.

## 2. 하아드 웨어 解析

## 2.1 概要

速度制御를 위한 하아드웨어에서 마이크로프로세서를 이용한 DC-서보系の 구성은 그림 1과 같다.

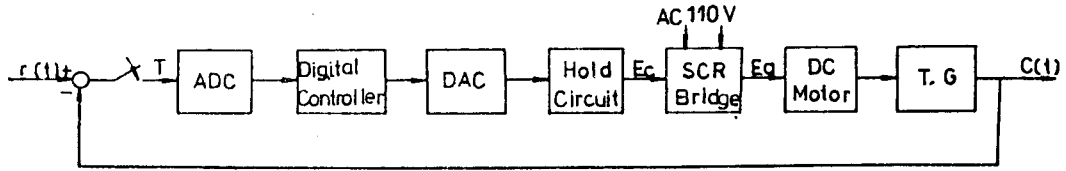


Fig.1 Block diagram of DC Motor speed control system

이는 速度를 補償하는 마이크로프로세서部, 아나로그信號와 디지털信號를 相互變換하는 A/D 및 D/A 變換部, 直流電動機를 구동하기 위한 電源電壓回路部 그리고 速度檢出을 위한 速度檢出部로 이루어져 있다.

이러한 制御回路系의 動作原理는 다음과 같다.

設定된 基準速度信號값은 電動機軸에 부착된 回轉計用發電機 (Tacho-generator)를 통해 檢出되는 實際速度信號와 비교되며 여기서 發生하는 速度편차信號는 A/D 變換器에 의해 일정한 간격으로 마이크로프로세서에 入力된다. 마이크로프로세서는 制御 알고리즘을 통해 速度편차를 보상하여 D/A 變換器에 出力시키게 되며 이 아나로그 信號電壓이 單相交流電源을 直流電源으로 全波 整流하는 SCR 브릿지 回路의 SCR 트리거 角을  $10^{\circ} \sim 170^{\circ}$  범위에서 조종하는 制御電壓이 되며 이에 의해 一定한 回轉速度를 유지하기 위한 電機子電壓을 供給함으로써 하나의 閉루우프를 形成하게 된다.

이러한 制御시스템의 構成要素의 特性은 다음과 같다.

2.2 마이크로프로세서

速度 편차신호 補償을 위해서 本 實驗에서는 Apple - II 기종인 “삼보 퍼스널 컴퓨터” (Type 20-XT)에 내장된 Synertek/Mos Technology 社의 6502 마이크로프로세서를 사용하였으며 D/A 및 A/D 變換器用 인터페이스 카드는 I/O 슬롯 8個中 슬롯 № 2에 삽입하여 사용하였다. 6502 마이크로프로세서의 특징은 表 1 과 같고 내부구조는 그림 2 와 같다.

Table 1. Characteristics of the 6502 Microprocessor

Number of instruction	56
Addressing mode	13
Register	Index register 2 (X,Y) Stack pointer (s) Status register (p)
RAM	64 K
ROM	12 K
Stack	256 Byte (H0100~H01FF)
Addressing range	$2^{16}$ (64 K)
Clock frequency	1.023 MHz

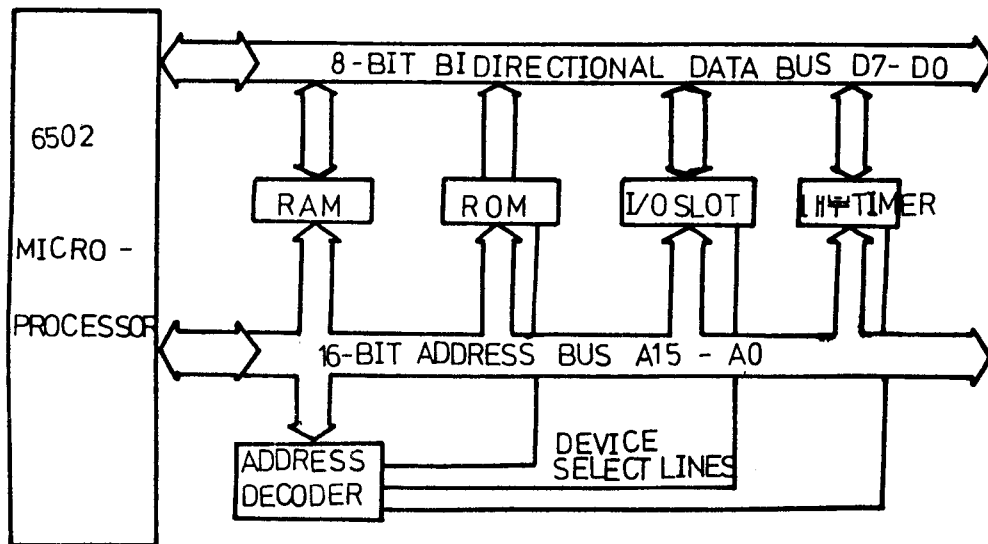


Fig 2. Block diagram of 6502 system

### 2.3 信號 變換器

마이크로프로세서의 入出力側에 필요한 信號變換器는 A/D變換器와 D/A 變換器가 單一 기판(board) 상에 설계, 제작된 Mountain Computer Co (美) 제품을 사용하였으며 A/D變換은 제 15 채널 ( \$ COAF ) 을, D/A變換은 제 13 채널 ( \$ COAD ) 을 利用하였다.

### 2.4 電源電壓 制御回路

電源電壓制御回路는 D/A變換器로부터 制御信號電壓을 받아 電動機가 一定回轉數를 유지하는데 필요한 直流電壓을 供給하는 장치이다.

즉 必要的 直流電壓은 單相交流全波整流裝置인 SCR 브릿지回路에서 SCR의 點弧角을 變化시킴으로써 얻을 수 있다. SCR의 點弧角制御回路는 그림 3과 같다.



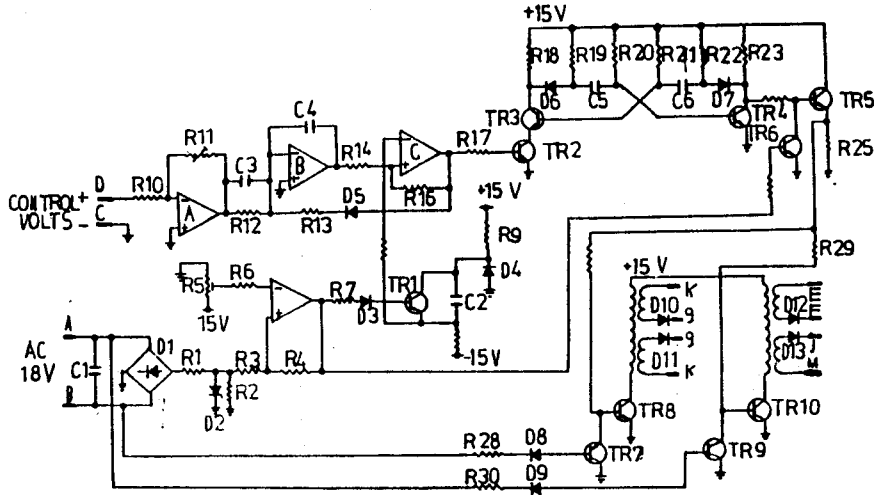


Fig 3. The trigger circuit of SCR bridge

### 2.5 直流電動機

本實驗에 使用한 直流電動機는 他勵磁方式의 分券電動機로서 NORMAND ELECTRIC Co, LTD (英)의 Frame No. 5 이며 電動機의 特性은 表 2 와 같고 D/A 變換器의 出力電壓과 電動機回轉速度의 관계는 그림 4 와 같다.

Table 2. Characteristics of the DC Motor

Rated Voltage	180 A / 215 F Volt
Rated Current	2 Amp
Rated Speed	3600 r. p. m
Rated output	1/3 Hp

### 2.6 速度 檢出器

速度檢出 및 速度 피이드백에 사용된 回轉計用 發電機는 永久磁石型으로서 回

轉數 1,000 RPM 을 直流 2 Volt 로 變換시키며 測定範圍는 0-5,000 RPM 이다.

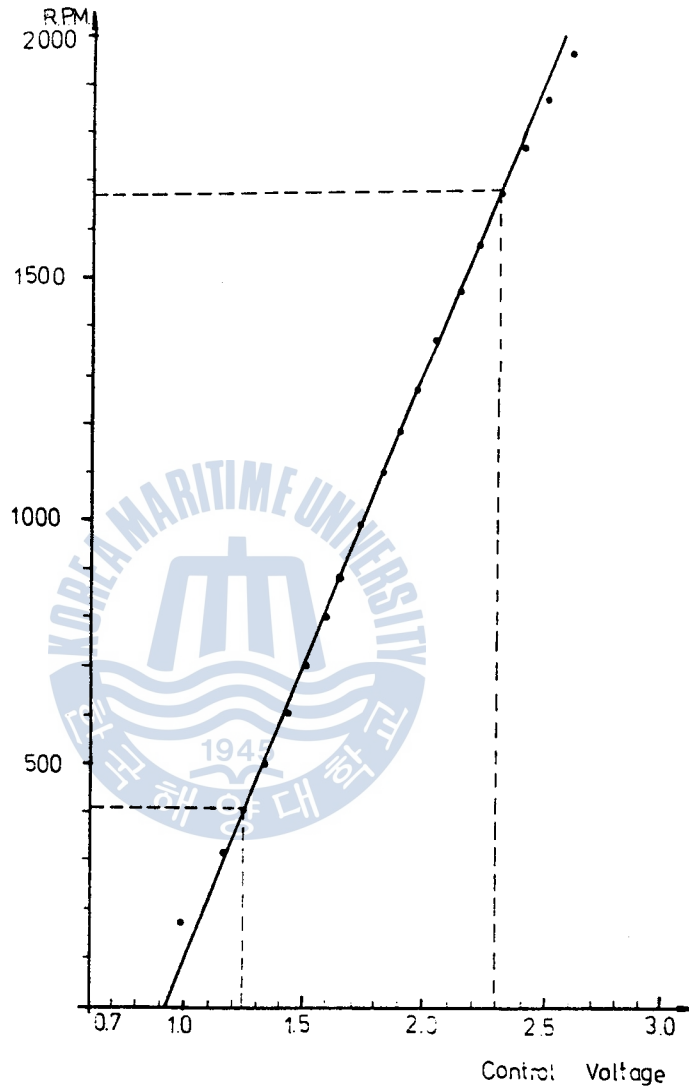


Fig 4 . Curve Fitting of Control Voltage and Motor RPM

### 3. 시스템의 傳達函數

#### 3.1 시스템의 構成

그림 1의 블록 선도를 傳達函數로 표시하면 그림 5와 같다.

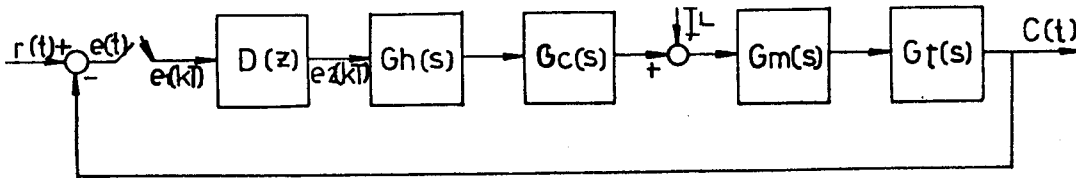


Fig 5. Transfer functions of DC motor speed control system.

#### 3.2 直流電動機의 傳達函數

直流電動機의 制御에는 電機子制御와 界磁制御의 두가지 方式이 있는데 本 研究에서는 制御特性이 좋은 電機子 制御方式을 택하였다.

電機子 制御式 直流電動機의 等價回路<sup>9)</sup>는 그림 6과 같으며, 각 변수간의 관계를 微分方程式으로 표시하면

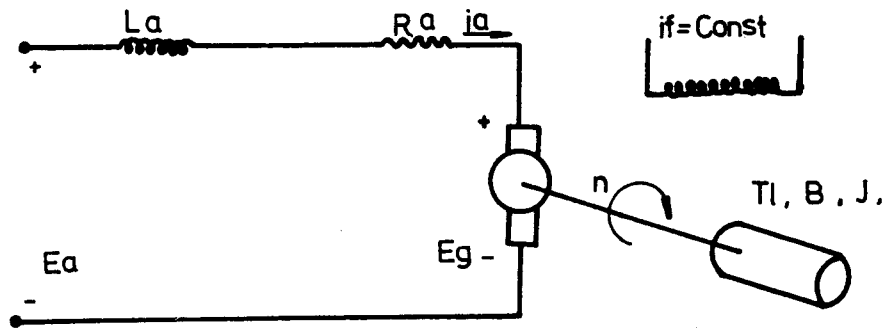


Fig 6. Schematic Diagram of separately excited d. c. Motor

$$e_a(t) = e_r(t) + i_a(t) R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} \dots\dots\dots (3.1)$$

$$e_r(t) = K_b n(t) \dots\dots\dots (3.2)$$

$$T_a(t) = T_L + Bn(t) + J \frac{dn(t)}{dt} \dots\dots\dots (3.3)$$

$$T_a(t) = K_t i_a(t) \dots\dots\dots (3.4)$$

$$\text{단, } K_b = \frac{PZ}{a} \phi \quad K_t = \frac{PZ}{2\pi a} \phi$$

式(3.1) 및 (3.3)을 라플라스 변환하여 정리하면

$$I_a(s) = \frac{E_a(s) - E_r(s)}{R_a + sL_a} = \frac{1}{R_a} \cdot \frac{E_a(s) - E_r(s)}{1 + \tau_a s} \dots\dots\dots (3.5)$$

$$\text{단, } \tau_a = L_a / R_a$$

$$N(s) = \frac{T_a(s) - T_L(s)}{B + sJ} = \frac{1}{B} \cdot \frac{T_a(s) - T_L(s)}{1 + \tau_n s} \dots\dots\dots (3.6)$$

$$\text{단, } \tau_n = J/B$$

式(3.2)를 라플라스 변환하여 (3.5)에 대입하면

$$I_a(s) = \frac{E_a(s) - K_b n(s)}{R_a(1 + \tau_a s)} \dots\dots\dots (3.7)$$

式(3.4)를 라플라스 변환하여 (3.6)에 대입하면

$$N(s) = \frac{K_t I_a(s) - T_L(s)}{B(1 + \tau_n s)} \dots\dots\dots (3.8)$$

式(3.8)에 式(3.7)을 代入하면

$$\begin{aligned} N(s) \cdot B(1 + \tau_n s) &= K_t I_a(s) - T_L(s) \\ &= K_t \frac{E_a(s) - K_b N(s)}{R_a(1 + \tau_a s)} - T_L(s) \dots\dots\dots (3.9) \end{aligned}$$

無負荷 運轉時에는  $T_L(s) = 0$  이므로 式(3.9)는

$$N(s) = \frac{K_t E_a(s)}{R_a B(1 + \tau_a s)(1 + \tau_m s) + K_t K_b} \dots\dots\dots (3.10)$$

이 되므로 電動機의 傳達函數는

$$\begin{aligned} \therefore G_n(s) &= \frac{N(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t}{R_a B(1 + \tau_a s)(1 + \tau_m s) + K_t K_b} \\ &= \frac{K_n}{JL_s s^2 + JR_s S + K_t K_b} \dots\dots\dots (3.11) \end{aligned}$$

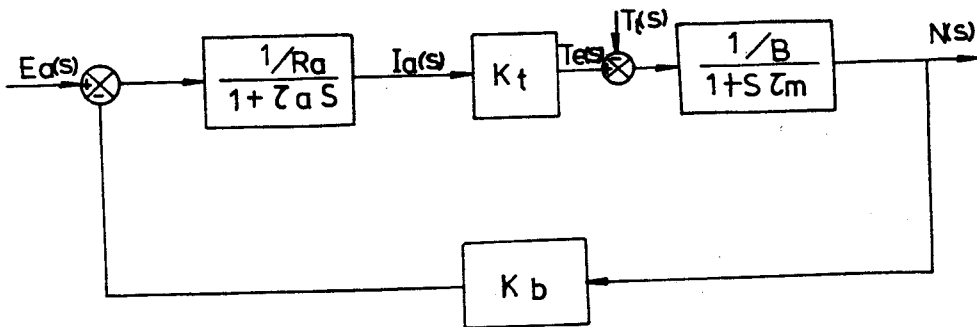
로 表示된다.

그리고, 일반적으로  $\tau_a \ll \tau_m$  이므로 式(3.11)은

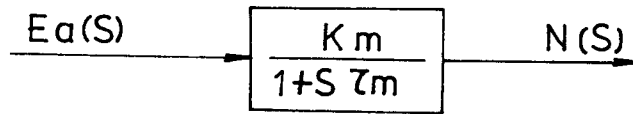
$$\begin{aligned} \frac{N(s)}{E_a(s)} &\approx \frac{K_t}{sR_a B\tau_m + R_a B + K_t K_b} = \frac{K_n}{1 + \tau_{n1} s} \\ \text{단, } \tau_{n1} &= \frac{R_a B\tau_m}{R_a B + K_t K_b}, \quad K_n = \frac{K_t}{R_a B + K_t K_b} \\ \therefore G_n(s) &= \frac{K_n}{1 + \tau_{n1} s} \dots\dots\dots (3.12) \end{aligned}$$

과 같이 一次系로 表示할 수 있다.

따라서 式(3.12)이 直流電動機의 傳達函數이며 이를 블록線圖로 나타내면 그림 7과 같다.



(a)



(b)

Fig 7. Block diagrams of DC Motor

(a) Complete block diagram of DC Motor

(b) Simplified block diagram of DC Motor

電動機의 퍼라미터를 正確히 測定하는 데는 어려운 점이 많으므로 本 研究에서 는 物理的인 特性을 보여 주는 時定數와 直流利得을 直接 測定하여  $K_m = 24.35$   $\tau_{m1} = 0.6 \text{ sec}$  을 各係數로 使用하였다.

그림 8은 直流電動機의 스텝 應答을 나타낸다.

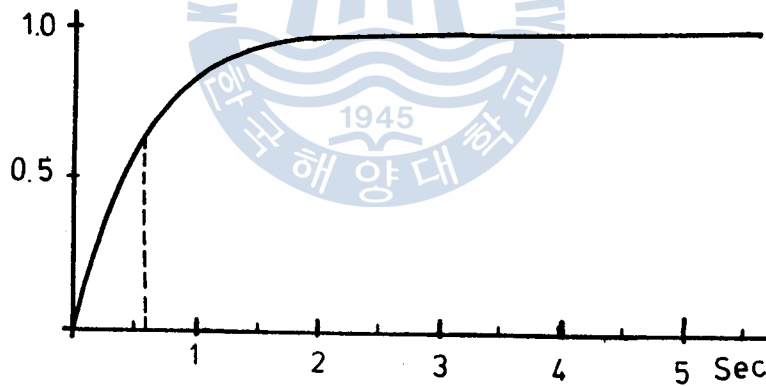


Fig 8. The Step Response of The DC Motor

### 3.3 SCR 브릿지 全波整流器의 傳達函數

單相交流 電源을 SCR 全波整流回路를 통해 直流電源으로 整流하여 電動機의 電機子 電壓을 供給하게 되는데 이때 얻어지는 電機子 電壓<sup>8)</sup>은

$$E_a = \frac{2\sqrt{2}V}{\pi} \cos\alpha = E_{max} \cos\alpha \dots\dots\dots (3.13)$$

단,  $\alpha$  = 點弧角

이므로 전달함수  $G_c(s)$ 는

$$G_c(s) = \frac{E_a(s)}{E_c(s)} = \frac{E_{max}}{\hat{E}_c} = 50.51 \dots\dots\dots (3.14)$$

단,  $\hat{E}_c$  : 點弧角  $0^\circ$ 의 制御電壓

이 된다.

### 3.4 速度檢出器의 傳達函數

速度檢出 및 速度 피이드백에 使用되는 回轉計用發電機는 回轉數 1,000 RPM 을 直流 2 Volt 로 變換시키므로

傳達函數  $G_T(s)$ 는

$$G_T(s) = \frac{E_{TG}(s)}{N(s)} = \frac{2}{1000} = 0.002 \dots\dots\dots (3.15)$$

이 된다.

### 3.5 시스템 傳達函數

위 전달함수에서 SCR 全波整流器와 速度檢出器를 線型比例 구간에서만 使用할 경우 이 전달함수는 制御對象인 電動機전달함수에 包含시켜  $G_P(s)$ 로 표시할 수 있다.

$$G_P(s) = G_c(s) G_a(s) G_T(s) = \frac{K_c}{1+T_{cs}} = \frac{2.46}{1+0.6s} \dots\dots\dots (3.16)$$

따라서 전달함수는 그림 9와 같이 간략화시킬 수 있다.

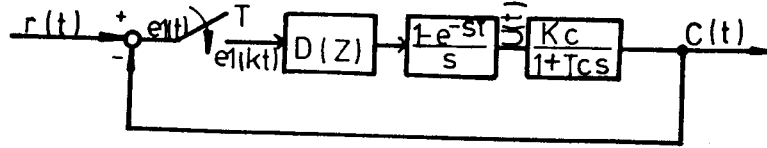


Fig 9. Simplified block diagram of speed control system

그리고 0次 호올더 ( zero order holder ) 의 전달함수 Gh(s)는

$$Gh(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-sT}) \dots\dots\dots (3.17)$$

이며 入力으로서 단위계단함수, 즉

$$R(z) = (1 - z^{-1})^{-1} = \frac{z}{z - 1} \dots\dots\dots (3.18)$$

을 취하면 이계통의 開루우프 傳達函數 G(z)와 閉루우프 傳達函數 F(z)는

$$\begin{aligned} G(z) &= D(z) Z \left\{ \left( \frac{1 - e^{-sT}}{s} \right) \left( \frac{K_c}{1 + T_c s} \right) \right\} \\ &= D(z) (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{K_c}{s(1 + T_c s)} \right\} \\ &= \frac{D(z) K_c (1 - e^{-\frac{T}{T_c}})}{z - e^{-\frac{T}{T_c}}} \\ &= \frac{D(z) K_c (1 + B_1)}{z + B_1} \dots\dots\dots (3.19) \end{aligned}$$

단,  $B_1 = -e^{-\frac{T}{T_c}}$

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)} \\ &= \frac{D(z) K_c (1 - e^{-\frac{T}{T_c}})}{(z - e^{-\frac{T}{T_c}}) + D(z) K_c (1 - e^{-\frac{T}{T_c}})} \\ &= \frac{D(z) K_c (1 + B_1)}{(z + B_1) + D(z) K_c (1 + B_1)} \dots\dots\dots (3.20) \end{aligned}$$

이 된다.



### 4. 制御器의 制御알고리즘

制御器의 制御알고리즘은 制御器의 精確한 傳達函數를 구하여 이를 差分方程式으로 變換시킴으로써 얻어진다.

#### 4.1 디지털 PID 制御 알고리즘

理想的인 PID 制御器의 入出力 關係는 式 (4.1)로 表示된다.<sup>3)</sup>

$$e_2(t) = K_P \left[ e_1(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e_1(\tau) d\tau + T_D \frac{d}{dt} e_1(t) \right] \dots\dots\dots (4.1)$$

단,  $K_P$  : 比例常數,  $T_I$  : 積分時間,  $T_D$  : 微分時間

여기서 아주 작은 샘플링時間(T)의 경우 式 (4.1)은 Trapezoidal 方法에 의해서 式 (4.2), (4.3)으로 表示할 수 있다.

$$e_2(k) = K_P \left[ e_1(k) + \frac{T}{T_I} \left( \frac{e_1(0) + e_1(k)}{2} + \sum_{i=1}^{k-1} e_1(i) \right) + \frac{T_D}{T} (e_1(k) - e_1(k-1)) \right] \dots\dots\dots (4.2)$$

$$e_2(k-1) = K_P \left[ e_1(k-1) + \frac{T}{T_I} \left( \frac{e_1(0) + e_1(k-1)}{2} + \sum_{i=1}^{k-2} e_1(i) \right) + \frac{T_D}{T} (e_1(k-1) - e_1(k-2)) \right] \dots\dots\dots (4.3)$$

式 (4.2)에서 式 (4.3)을 除하면

$$e_2(k) = e_2(k-1) + A_0 e_1(k) + A_1 e_1(k-1) + A_2 e_1(k-2) \dots\dots\dots (4.4)$$

$$\text{단, } A_0 = K_P \left( 1 + \frac{T}{2T_I} + \frac{T_D}{T} \right), A_1 = -K_P \left( 1 - \frac{T}{2T_I} + \frac{2T_D}{T} \right),$$

$$A_2 = K_P \frac{T_D}{T}$$

이 되며 式 (4.4)가 PID 제어기의 제어 알고리즘이다.

그리고 식(4.4)에서  $K_P, T_I, T_D$ 는 일정 샘플링 시간에서最適값이어야 하는데 이 3개의 퍼라미터를 여하히 선정하느냐 하는 문제는 대단히 어려우면서도 중요한 문제이다.

지금까지 널리 사용되고 있는最適퍼라미터調整法<sup>1)</sup>에는 Ziegler와 Nichols가 제안한限界感度法, 주파수應答의共振值( $M_P$ )에 의한 조정법 그리고誤差2乘面積을評價函數로 하는最適調整法이 있는데, 본 研究에서는 “Apple 컴퓨터”의良好한高解詳그래픽特性을利用하여限界感度法으로一次的인最適값을 구하고 그 주위에서誤差2乘面積을最小로 하는最終最適값을表3과 같이 구하였다.

Table 3. Optimal parameters for digital PID control

샘플링시간 퍼라미터	25 ms	50 ms	100 ms
$K_P$	10.56	4.15	3.24
$T_I$	0.12	0.2	0.35
$T_D$	0.01	0.01	0.01

그리고 불연속 制御系에서誤差2승面積을評價函數( $J$ )로 할 경우 평가함수의理論式과最適調整法은 다음과 같다.

#### 1) 評價函數

基準入力を單位階段函數로 하여 制御偏差  $e_1$ 의 2乘面積을評價函數( $J$ )로 할 경우,

$$J = \int_0^{\infty} \{ r(t) - c(t) \}^2 dt \dots\dots\dots (4.5)$$

$$= \int_0^{\infty} \{ e_1(t) \}^2 dt$$

이때, 制御對象을 微分方程式으로 表示하면

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = -\frac{1}{T_c} x(t) + \frac{K_c}{T_c} u(t) \\ c(t) = x(t) \end{cases} \dots\dots\dots (4.6)$$

이므로 式(4.6)을 풀면

$$x(kT+t) = e^{-\frac{t}{T_c}} x(kT) + \int_{kT}^{kT+t} e^{-\frac{1}{T_c}(kT+t-\tau)} \frac{K_c}{T_c} e_2(kT) d\tau$$

$$= e^{-\frac{t}{T_c}} x(kT) + K_c e_2(kT) (1 - e^{-\frac{t}{T_c}}) \dots\dots\dots (4.7)$$

단  $\begin{cases} 0 \leq \tau \leq t < T & k = 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots \\ e_2(kT) : \text{호출더회로의 入力信號} \end{cases}$

가 되는데 式(4.7)은 式(4.6)을 差分方程式으로 表示한 것이다.

한편 式(4.7)에서 호출더회로의 入力  $e_2(kT)$ 는

$$E_2(z) = E_1(z) D(z)$$

$$= (R(z) - C(z)) D(z)$$

$$= \frac{R(z)D(z)}{1+G(z)}$$

$$= \frac{z(z-1)(z+B_1)R(z)}{z(z-1)(z+B_1)+K_P(A_0z^2+A_1z+A_2)K_c(1+B_1)}$$

$$\frac{K_P(A_0z^2+A_1z+A_2)}{z(z-1)} \dots\dots\dots (4.9)$$

$$= \frac{Q_0z^3+Q_1z^2+Q_2z+Q_3}{z^3+P_1z^2+P_2z+P_3} R(z) \dots\dots\dots (4.10)$$

$$= \frac{Q_0+Q_1z^{-1}+Q_2z^{-2}+Q_3z^{-3}}{1+P_1z^{-1}+P_2z^{-2}+P_3z^{-3}} R(z) \dots\dots\dots (4.11)$$

$$\begin{aligned} \therefore e_2(k) = & Q_0 r(k) + Q_1 r(k-1) + Q_2 r(k-2) + Q_3 r(k-3) \\ & - P_1 e_2(k-1) - P_2 e_2(k-2) - P_3 e_2(k-3) \dots\dots\dots (4.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{단, } Q_0 = & K_P A_0, \quad Q_1 = K_P (A_0 B_1 + A_1), \quad Q_2 = K_P (A_1 B_1 + A_2) \\ Q_3 = & K_P A_2 B_1, \quad P_1 = K_P K_C B_2 A_0 + B_1 - 1, \quad P_2 = K_P K_C B_2 A_1 - B_1 \\ P_3 = & K_P K_C A_2 B_2, \quad B_2 = 1 + B_1 \end{aligned}$$

로 表示된다.

따라서 PID 制御時 評價函數  $J_{pid}$  는

$$J_{pid}(T, K_P, T_I, T_D) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^T \{ e_1(kT+t, K_P, T_I, T_D) \}^2 dt \dots\dots\dots (4.13)$$

$$\text{단 } \begin{cases} e_1(kT+t, K_P, T_I, T_D) = r(kT+t) - c(kT+t, K_P, T_I, T_D) \\ 0 \leq t < T \end{cases}$$

이 된다.

2) 最適 퍼래미터 決定

制御器의 최적퍼래미터는 式 (4.6) (4.7) (4.13) 의 拘速條件下에서 評價函數 ( $J_{pid}$ ) 에 대한 다음式의 解를 구함으로써 얻어진다.⁷)

$$\frac{\partial J_{pid}}{\partial P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J_{pid}}{\partial T} \\ \frac{\partial J_{pid}}{\partial K_P} \\ \frac{\partial J_{pid}}{\partial T_I} \\ \frac{\partial J_{pid}}{\partial T_D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.14)$$

$$\frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial P^2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T \partial T_I} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P^2} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P \partial T_I} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I^2} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_D \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_D \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_D \partial T_I} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_D^2} \end{pmatrix} : \text{定正 (positive definite)} \dots (4.15)$$

단,  $P^T = (T, K_P, T_I, T_D)$

4.2 미니멀 프로토타입 制御알고리즘

이 制御器는 첫 샘플링과 同時에 出力값이 基準入力값에 一致하도록 設計된 制御器로서 以下 MP 型 制御器라 한다.<sup>2)</sup>

MP 型 制御器의 傳達函數는 다음과 같이 유도된다.<sup>2)</sup>

一般的으로 多入出力 制御시스템의 경우 선형 벡터 微分方程式은

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{G} \mathbf{u} \\ \mathbf{C} = \mathbf{Y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases}$$

로 表示되며 이를 差分方程式으로 改치면

$$\begin{cases} \mathbf{X}[(k+1)T] = \mathbf{A}(T) \mathbf{X}(kT) + \mathbf{B}(T) \mathbf{r}(kT) \dots\dots\dots (4.17) \\ \mathbf{Y}(kT) = \mathbf{C} \mathbf{X}(kT) \end{cases}$$

이다. 계단入力에 對한 最小整定時間制御에 있어서 制御器의 入力傳達函數

$E_1(z)$ 는

$$E_1(z) = \sum_{k=0}^{N-1} z^{-k} [I - \sum_{\ell=0}^{k-1} \{C A^{\ell} B P(\ell)\}] \mathbf{r}_0 \dots\dots\dots (4.18)$$

出力 傳達函數  $E_2(z)$ 는

$$E_2(z) = \sum_{k=0}^{N-1} z^{-k} P(k) + P(N) \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}} \mathbf{r}_0 \dots\dots\dots (4.19)$$

이며, 式 (4.18) (4.19)에서  $P$  벡터는 다음式 (4.21)에 의해 구해진다.

$$\begin{bmatrix} CA^{N-1} B & CA^{N-2} B & \dots\dots\dots & CB & O \\ FA^{N-1} B & FA^{N-2} B & \dots\dots\dots & FB & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2(0) \\ e_2(1) \\ \vdots \\ e_2(N-1) \\ e_2(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.20)$$

$$e_2(\ell) = P(\ell) \mathbf{r}_0 \quad \text{단 } \ell = 0, 1, 2, \dots\dots\dots N \dots\dots\dots (4.21)$$

그런데 本 制御시스템은 다음과 같으므로

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \frac{-1}{T_c} \mathbf{x}(t) + \frac{K_c}{T_c} u(t) \\ c(t) = \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}[(k+1)T] = e^{-\frac{T}{T_c}} \mathbf{x}(kT) + K_c (1 - e^{-\frac{T}{T_c}}) r(kT) \\ y(kT) = \mathbf{x}(kT) \end{cases}$$

이를  $N=1$ 로 하여 式 (4.18) (4.19) (4.20)에 代入하여 계산하면

$$D(z) = \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{1 - e^{-\frac{T}{T_c}} z^{-1}}{K_c (1 - e^{-\frac{T}{T_c}}) (1 - z^{-1})} = \frac{1 + B_1 z^{-1}}{B_2 (1 - z^{-1})} \dots\dots\dots (4.22)$$

이 되며, 式 (4.22)를 差分方程式으로 變換하면 MP型 制御器의 制御알고리즘

$$e_2(k) = \frac{1}{B_1} e_1(k) + \frac{B_1}{B_2} e_1(k-1) + e_2(k-1) \dots\dots\dots (4.23)$$

이 된다.

4.3 데드비트型 制御 알고리즘

이 制御器는 첫 샘플링時間을 除外하고 出力값이 基準入力값에 一致하도록 設計된 制御器로서 以下 DB型 制御器라 한다.<sup>2)</sup>

DB型 制御器의 傳達函數를 구하는 方法은 MP型 制御器와 同一하며 여기서 는 N=2로 하여 계산한다.

本 研究에서는 첫 샘플링時 出力값이 基準入力값의 63.2%가 되도록 하였으며 傳達函數 D(z)는

$$\begin{aligned}
 D(z) &= \frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{B_3 + B_4 z + B_5 \frac{z^{-2}}{1-z^{-1}}}{1 + B_6 z^{-1}} \\
 &= \frac{B_3 + (B_4 - B_3) z^{-1} + (B_5 - B_4) z^{-2}}{1 + (B_6 - 1) z^{-1} - B_6 z^{-2}} \\
 &= \frac{B_3 + B_7 z^{-1} + B_8 z^{-2}}{1 + B_9 z^{-1} - B_6 z^{-2}} \dots\dots\dots (4.24)
 \end{aligned}$$

단,  $B_3 = 0.632 / (-B_1 \times B_2)$ ,  $B_4 = 0.368 / B_2$ ,  $B_5 = 1 / K_c$

$B_6 = 1 + 0.632 / B_1$ ,  $B_7 = B_4 - B_3$ ,  $B_8 = B_5 - B_4$ ,  $B_9 = B_6 - 1$

이 되며, 式(4.24)를 差分方程式으로 變換하면 DB型 制御器의 制御 알고리즘

$$e_2(k) = B_3 e_1(k) + B_7 e_1(k-1) + B_8 e_1(k-2) - B_9 e_2(k-1) + B_6 e_2(k-2) \dots (4.25)$$

이 된다.

## 5. 시스템의 安定性 解析

制御系の 安定性を 判別하는 方法에는 여러가지가 있으나 本研究에서는 Z-  
平面上에서 特性方程式의 根을 구하여 安定성을 檢討해 본다.<sup>2)</sup>

## 5.1 理論的 考察

式(5.1)과 같이 3次式으로 表示되는 閉루우프 傳達函數(F(z))의 特性方程  
式에서

$$z^3 + c_1 z^2 + c_2 z + c_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

$z = a - c_1/3$  이라 하면 式(5.1)은

$$a^3 - 3pa + 2q = 0 \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

이 되며 式(5.2)의 根은<sup>18)</sup>

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= u + v \\ a_2 &= wu + w^2v \\ a_3 &= w^2u + wv \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.3)$$

$$\text{단, } \begin{cases} u = (-q + \sqrt{q^2 - p^3})^{\frac{1}{3}} & v = (-q - \sqrt{q^2 - p^3})^{\frac{1}{3}} \\ w = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & (z^3 = 1 \text{의 複素根}) \end{cases}$$

이 된다. 만약

$q^2 - p^3 > 0$  이면  $a_1$ 은 實數根  $a_2, a_3$ 는 共軛複素根

$q^2 - p^3 = 0$  이면  $u = v$  이므로  $a_1 = -2q^{\frac{1}{3}}$ ,  $a_2 = a_3 = q^{\frac{1}{3}}$

$q^2 - p^3 < 0$  이면 3根이 모두 實數인

$$a_1 = 2\sqrt{p} \cos(\varphi/3)$$

$$a_2 = 2\sqrt{p} \cos\{(\varphi + 2\pi)/3\}$$

$$a_3 = 2\sqrt{p} \cos\{(\varphi + 4\pi)/3\} \quad \text{단, } \cos \varphi = -q/p^{\frac{3}{2}}$$



을 갖는다.

여기서 1) 根이 모두 실수이고 單位階段入力일 경우  $C(z) = F(z)R(z)$ 는

$$C(z) = \frac{b_1}{z-a_1} + \frac{b_2}{z-a_2} + \frac{b_3}{z-a_3} + \frac{z}{z-1} \dots\dots\dots (5.4)$$

로 部分分數 展開할 수 있으며 이를  $z$ -逆變換하면

$$C(kT) = b_1 a_1^{k-1} + b_2 a_2^{k-1} + b_3 a_3^{k-1} + 1 \dots\dots\dots (5.5)$$

단,  $k = 0, 1, 2, \dots\dots\dots \infty$

이 된다.

式(5.5)에서

$a_1 > 1$  이면  $C(\infty) = b_1 a_1 = \infty$  되어 不安定

$0 < a_1 < 1$  이면 単순 減衰하여 安定

$-1 < a_1 < 0$  이면 減衰振動하여 安定

2) 根中에 複素虛根이 존재할 경우  $C(z)$ 는

$$C(z) = \frac{b_1}{z-a_1} + \frac{b_2}{z-a_2+jd_2} + \frac{b_3}{z-a_2-jd_2} + \frac{z}{z-1} \dots\dots\dots (5.6)$$

이 되며 式(5.6)을  $z$ -逆變換하면

$$C(kT) = b_1 a_1^{k-1} + \alpha r^{k-1} \cos[(k-1)\theta + \varphi] + 1 \dots\dots\dots (5.7)$$

단,  $\begin{cases} r = \sqrt{a_2^2 + d_2^2} & \theta = \tan^{-1} d_2/a_2 \\ a, \varphi \text{는 경계조건에 의해 결정} \end{cases}$

이 된다. 式(5.7)에서

$r > 1$ ,  $\theta \approx \pi$  이면  $C(\infty) = \infty$ 로 發散振動하여 不安定

$r = 1$ ,  $\theta \approx \pi$  이면  $C(\infty) = \text{一定}$ 하여 임계振動

$r < 1$   $\theta = \pi$  이면 減衰振動하여 安定

$\theta = \pi$  이면 陰의 實軸上에 重根을 갖게 되어 샘플링시간과 同期되어

減衰振動하여 安定 한다.

이를 그림으로 表示하면 그림 10 과 같다.

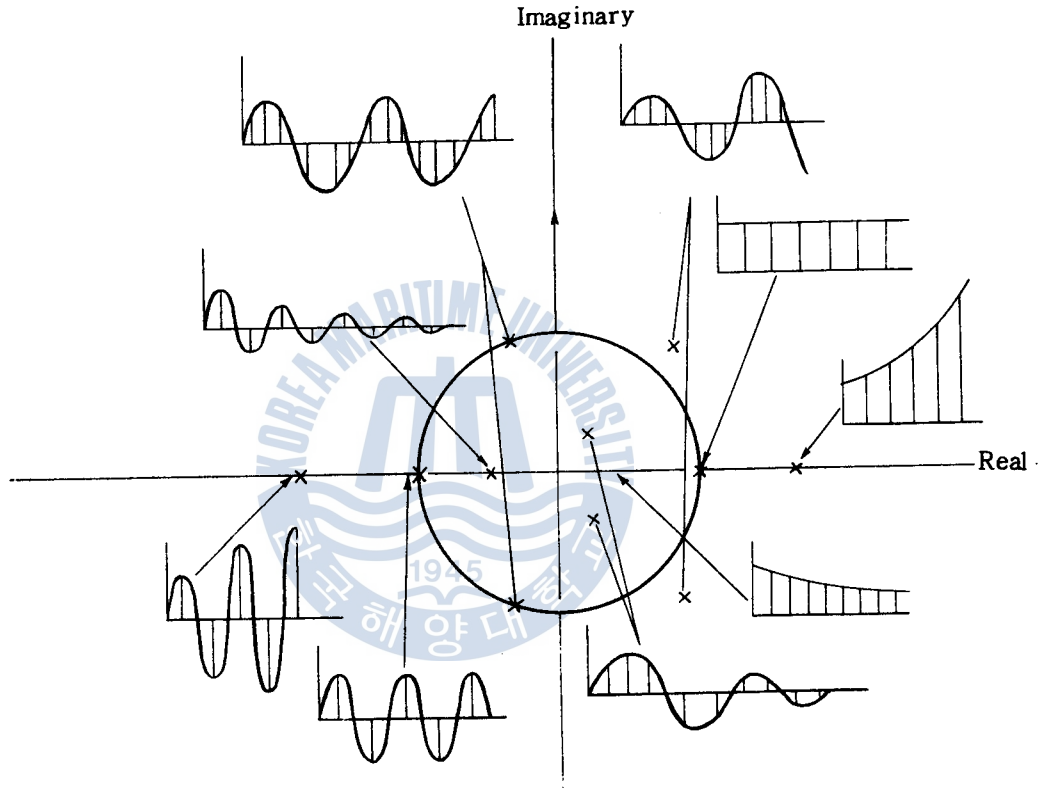


Fig10. Transient responses of various poles.

5.2 디지털 PID 制御 시스템

디지털 PID 制御器의 傳達函數는

$$D(z) = \frac{K_P (A_0 z^2 + A_1 z + A_2)}{z(z-1)} \dots\dots\dots (5.8)$$

이므로 이를 式(3.20)에 代入하면

$$F(z) = \frac{\frac{K_P(A_0 z^2 + A_1 z + A_2)}{z(z-1)}}{(z+B_1) + \frac{K_P(A_0 z^2 + A_1 z + A_2)}{z(z-1)} B_2} = \frac{K_P B_2 (A_0 z^2 + A_1 z + A_2)}{z^3 + (K_P A_0 B_2 + B_1 - 1) z^2 + (K_P A_1 B_2 - B_1) z + K_P A_1 B_2} \dots (5.9)$$

이 된다. 여기서 式(5.9)의 分母를 0으로 하는 根을 各 샘플링 時間別로 구하여 Z-平面上에 옮겨보면 모두 單位圓內에 位置하므로 安定하다.

그리고 그림 11-a,b,c,d는 샘플링時間 50 ms에서 구한 최적 퍼래미터를 個別의으로 變化시켰을 때 그것이 시스템의 安定性에 미치는 影響을 根軌跡으로 나타낸 것으로서  $K_P, T_D, T$ 는 값을 크게 할수록  $T_I$ 는 값을 적게 할수록 不安定해짐을 보여준다.

### 5.3 MP型 制御시스템

制御器의 傳達函數는

$$D(z) = \frac{z+B_1}{B_2(z-1)} \dots (5.10)$$

이므로 이를 式(3.20)에 代入하면

$$F(z) = \frac{z+B_1}{z(z+B_1)} \dots (5.11)$$

로서 그림 12에 表示한 根軌跡과 같이 샘플링時間에 관계없이 항상 安定하며 샘플링時間이 길어질수록 安定성은 향상된다.

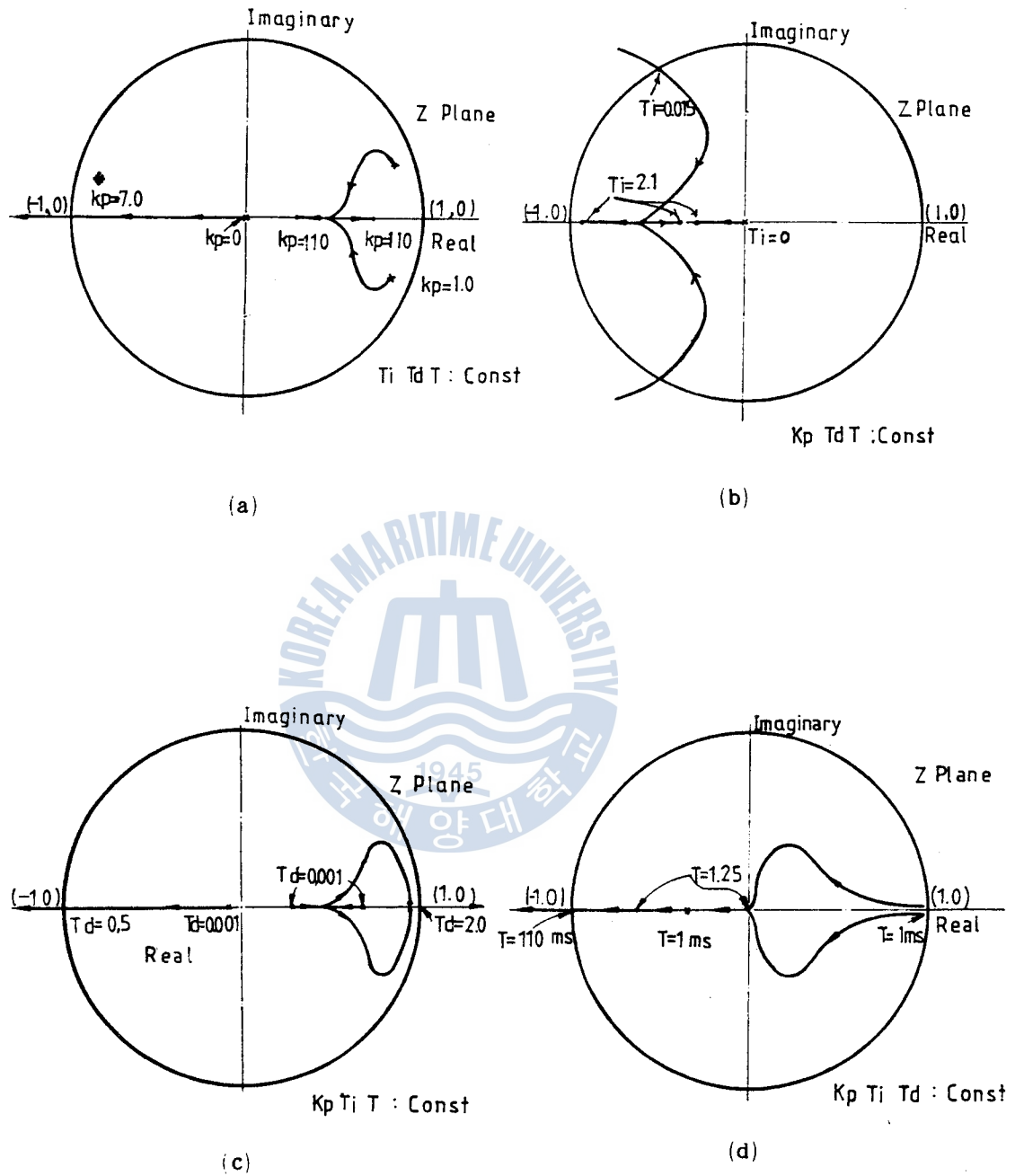


Fig 11. Root loci of the PID control system.

5.4 DB 型 制御시스템

制御器의 傳達函數는

$$D(z) = \frac{B_3 z^2 + B_7 z + B_8}{z^2 + B_9 z - B_6} \dots\dots\dots (5.12)$$

이므로 이를 式(3.20)에 代入하면

$$F(z) = \frac{B_2 B_3 z^2 + B_2 B_7 z + B_2 B_8}{z^3 + (B_2 B_3 + B_9 + B_1) z^2 + (B_2 B_9 + B_1 B_9 - B_6) z + B_2 B_8 - B_1 B_6} \dots (5.13)$$

로서 3개의 根中 하나는 그림 12에 표시한 根軌跡과 같으며 나머지 2개의 根은 原點부근에 極히 微小한 複素根을 가지므로 항상 安定하며 샘플링時間이 길어질수록 安定성은 향상된다.

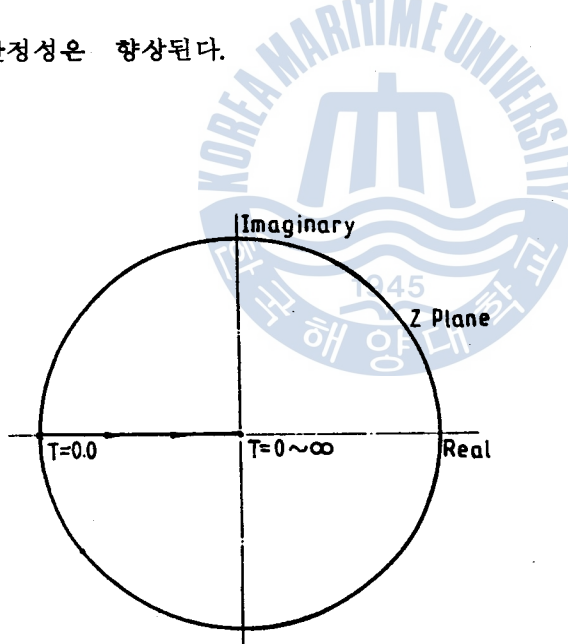


Fig 12. Root loci of MP & DB Type control system.

## 6. 實驗 및 結果分析

### 6.1 實驗

앞에서 計算된 各 制御器의 制御알고리즘을 프로그래밍하여 實驗을 行하였다.

- 1) 直流電動機의 最大回轉數는 3600 RPM 이나 主로 500 ~ 1500 RPM에서 實驗 하였으며 應答試驗은 1000 RPM 에서 하였다.
- 2) 샘플링 時間은 25 ms, 50ms 그리고 100 ms 로 구분하여 實驗하였다.
- 3) 마이크로프로세서의 演算에 있어서 陰數는 2補數化하였으며 乘算은  $8 \times 8$  bit 固定小數點方式을 擇하였고 加減算은 16 bit 처리하였다.
- 4) 그리고 制御와 直接 관련이 없는 制御誤差 2乘面積計算은 BASIC SOFT 로 行하였다.

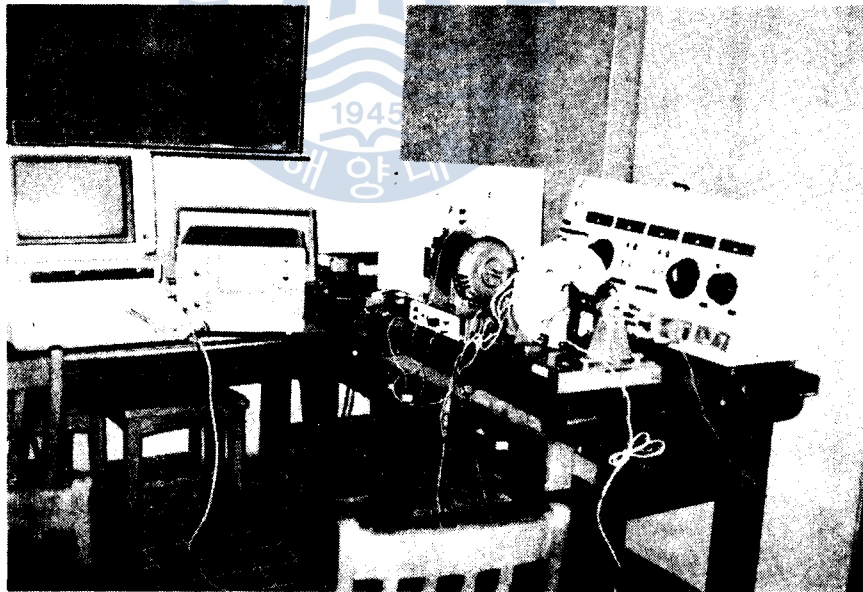


Fig 13. Overall view of experiment apparatus.

5) 그림 13은 實驗裝置의 全景이며 그림 14와 表 4는 本實驗에 使用한 制御플로우차트 (Flow Chart) 및 메모리맵 (Memory Map) 이다.

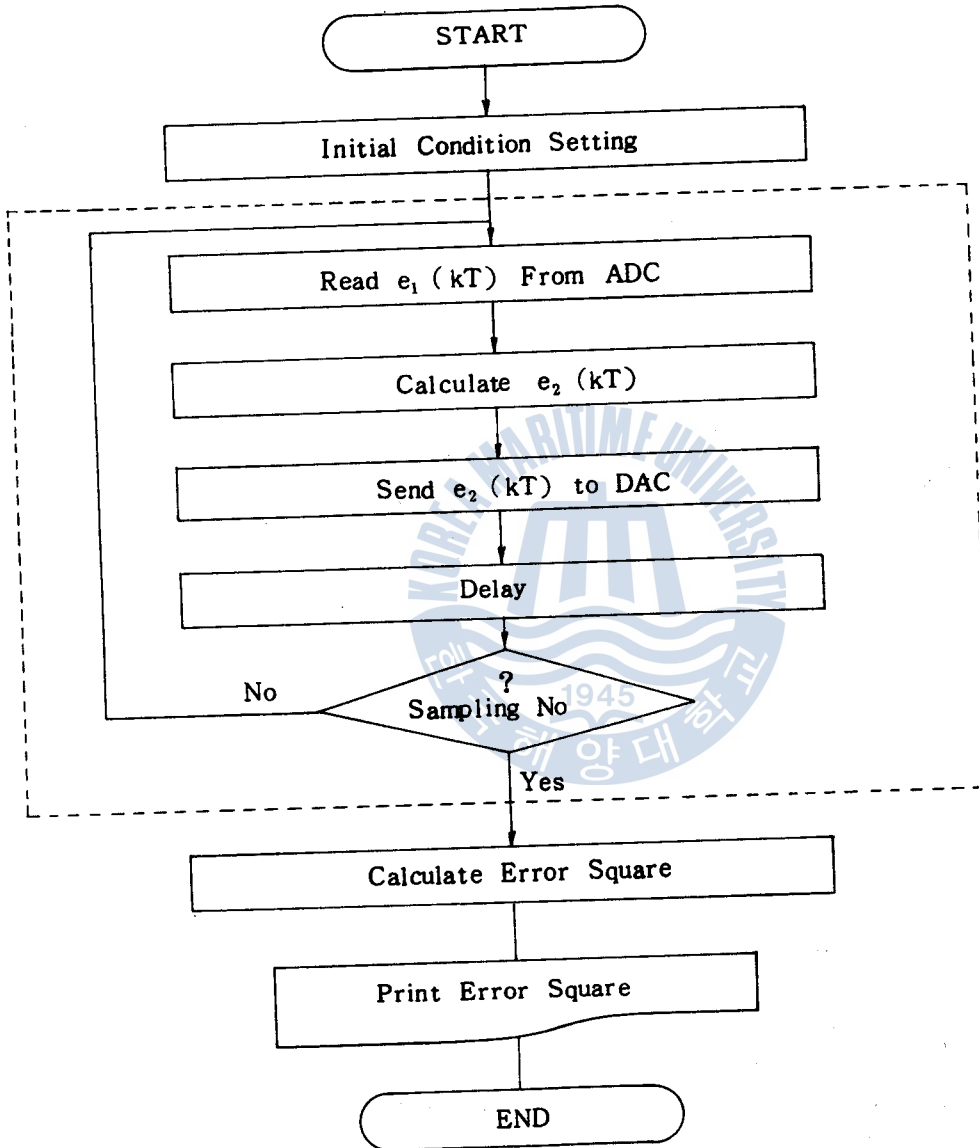
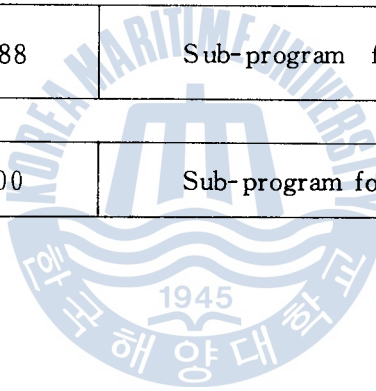


Fig 14. Flow Chart for DC Motor Control Program.

Table 4. Memory Map

Address		Memory Contents
HEX	DECIMAL	
1B00	6912	Basic work area
1FFF	8191	
2000	8191	Memory of data, constant, initial value
2201		
3000	12288	Sub-program for PID control
3200	12800	Sub-program for Minimal proto type control





5) 그림 13은 實驗裝置의 全景이며 그림 14와 表 4는 本實驗에 使用한 制御플로우차트 (Flow Chart) 및 메모리맵 (Memory Map) 이다.

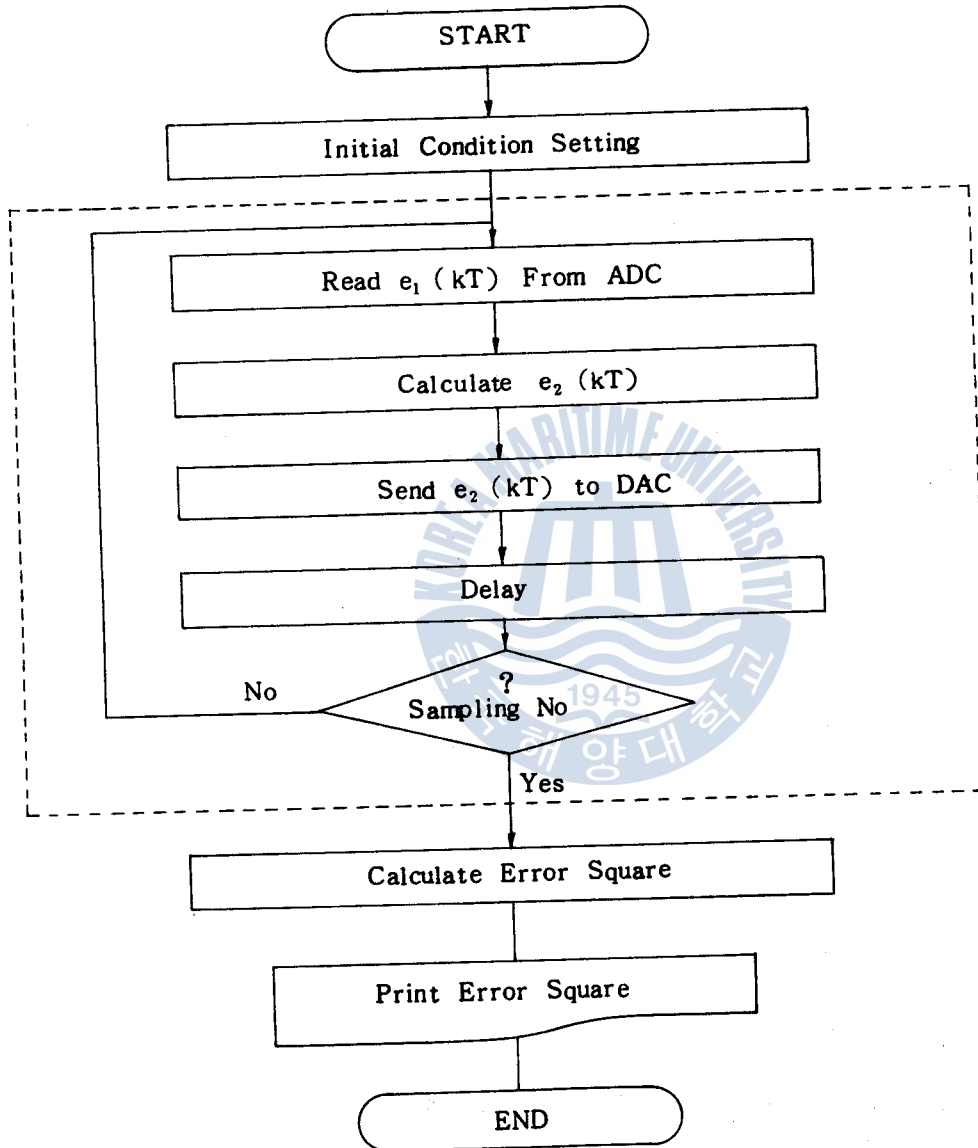


Fig 14. Flow Chart for DC Motor Control Program.

Table 4. Memory Map

Address		Memory Contents
HEX	DECIMAL	
1B00	6912	Basic work area
1FFF	8191	
2000	8191	Memory of data, constant, initial valve
2201		
3000	12288	Sub-program for PID control
3200	12800	Sub-program for Minimal proto type control
3300	13056	Sub-program for Dead beat type control
3500	13568	Sub-program for $8 \times 8$ Multiplication, Time Delay, Sampling No. counting.

## 6.2 結果分析

1) 그림 15, 16, 17은 同一制御方法에서 샘플링時間만을 變化시켰을 경우의 과도 응답을 나타낸 것으로 MP制御의 경우 오버슈트의 값이 크게 나타났으며 이에 따른 整定時間도 길어졌다. PID制御의 경우는 샘플링時間에 관계없이 전반적으로 安定된 응답을 나타내고 있다.

2) 그림 18,19,20 은 同一샘플링 時間內에서 制御方法을 서로 달리했을 경우의 응답을 比較한 것으로 샘플링時間을 크게 할수록 과도특성이 좋지 않았으며 샘플링時間 25ms의 경우는 세 制御器가 거의 비슷한 응답을 보였다. 이로 미루어볼 때 샘플링時間은 디지털 制御에서 극히 중요하며 이를 단축시키면 응답 특성이 훨씬 改善될 것으로 생각된다.

3) 실제값이 基準目標값에 도달하기 前까지의 과도응답은 制御法에 관계없이 거의 비슷하였으며 거의 같은 상승時間(Rising time)을 가졌다.

4) 本 直流電動機의 制動은 강제제동이 아닌 자체마찰에 의존하고 있어 오버슈트가 클수록 整定時間이 길어지고 있는 바 강제제동方法의 도입 또는 오버슈트의 양을 적게 하는 制御法을 병행하는 보완조치가 바람직하다.

5) 表 5는 各 샘플링時間과 制御方法을 달리했을 경우의 誤差 2 乘面積 (3초 동안)과 整定時間을 나타낸 것으로 表에서 알 수 있는 바와 같이 本實驗에서 行한 3가지 制御方法中 PID制御가 전반적으로 가장 良好한 응답을 보였으며 그 다음이 데드비트 制御法이었다.

Table 5. Integral square error and settling time

샘플링 制御法 時間	誤差 2 乘面積 (RPS <sup>2</sup> × SEC)			整 定 時 間 (SEC)		
	PID	MP 型	DB 型	PID	MP 型	DB 型
25 ms	51.2	51.5	50.5	0.8	1.3	1.2
50 ms	60.8	79.0	66.0	1.9	2.15	2.01
100 ms	87.5	106.0	98.0	2.2	2.8	2.45

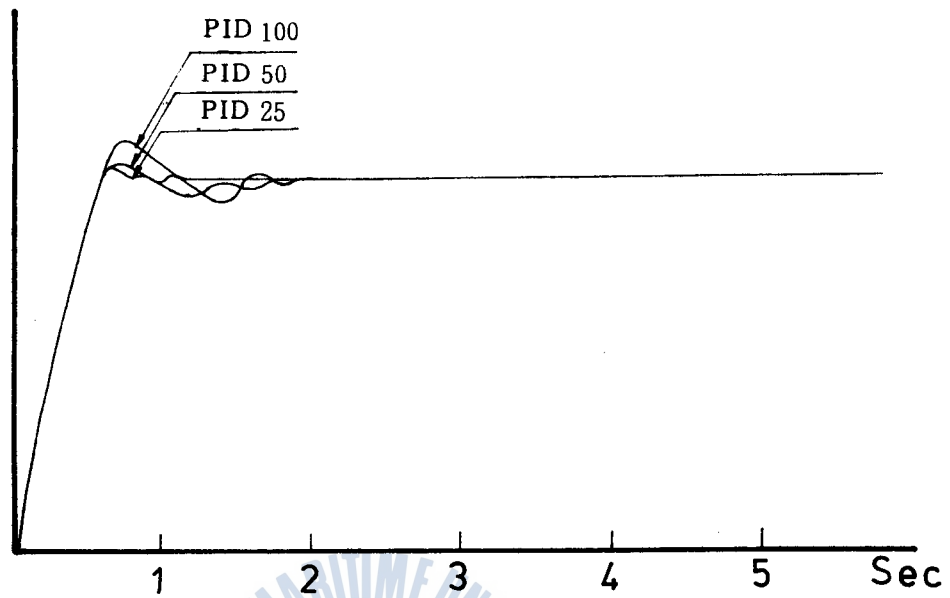


Fig 15. Step response of the PID control.

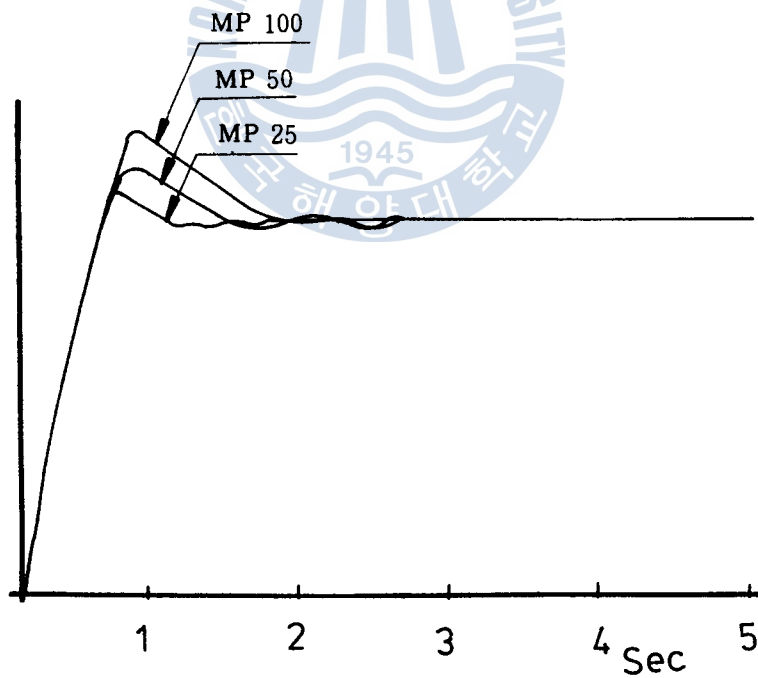


Fig.16. Step response of the Minimal proto type control.

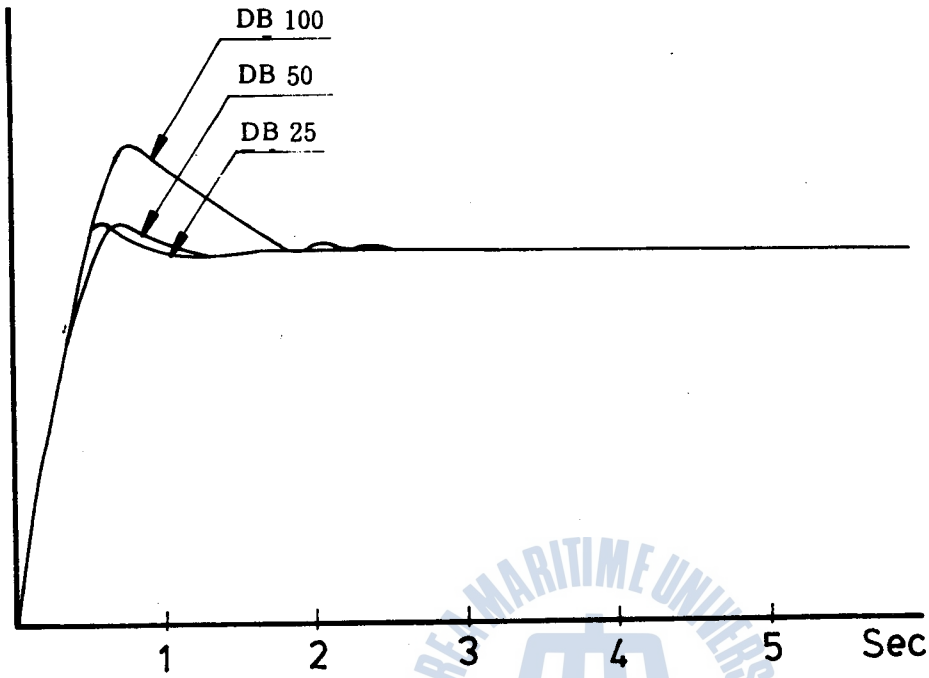


Fig 17. Step response of the Dead beat type control.

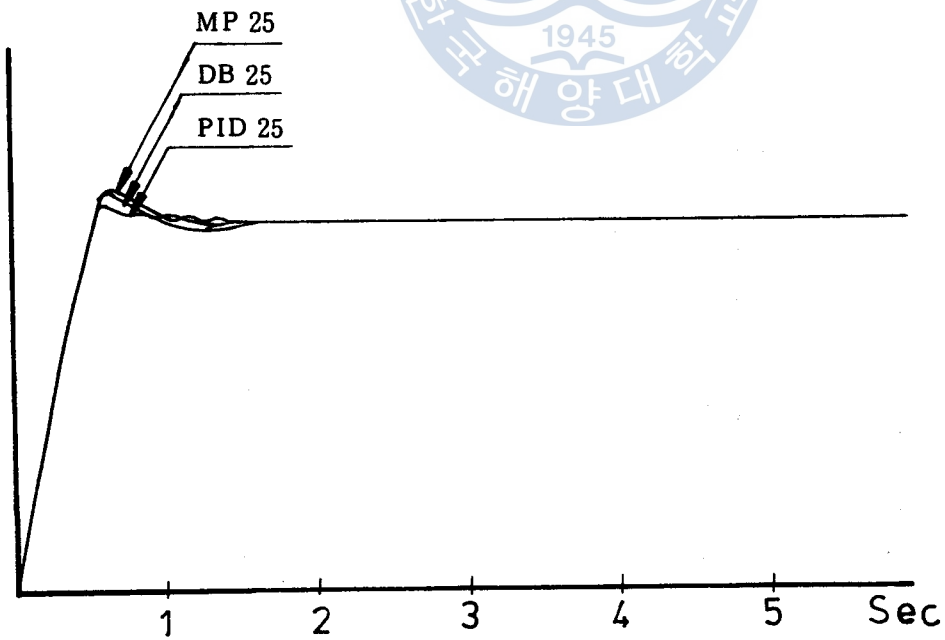


Fig 18. Step response of the 25 ms sampling time.

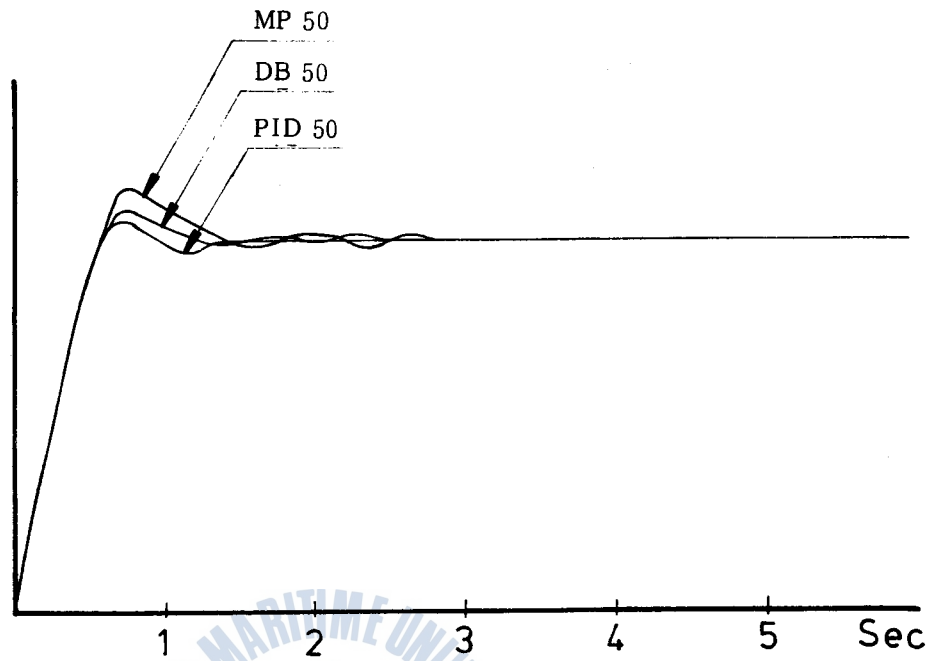


Fig 19. Step response of the 50 ms sampling time.

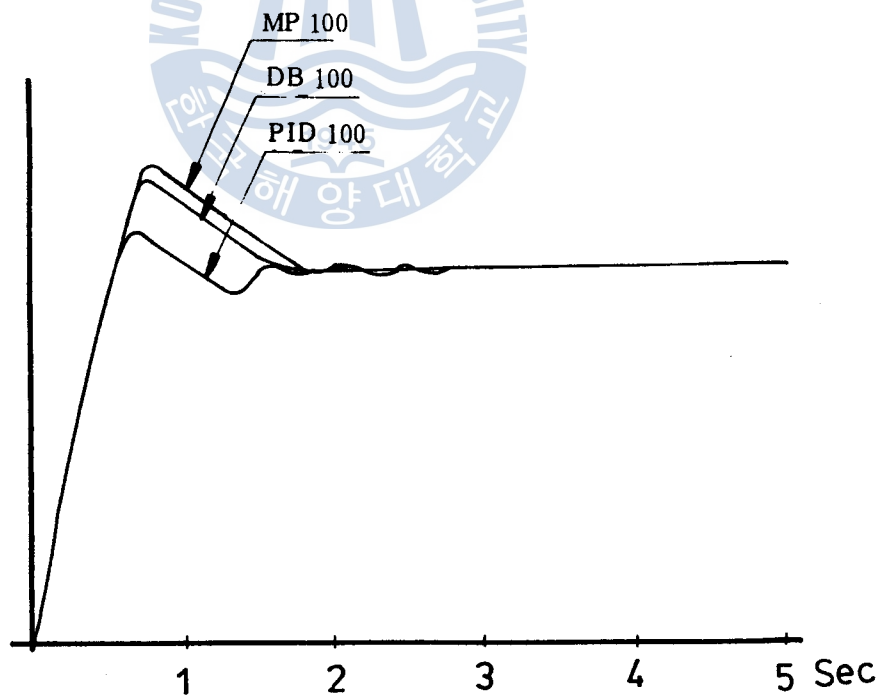


Fig 20. Step response of the 100 ms sampling time.

## 7. 結 論

위 實驗을 통하여 얻은 結論을 要約하면 다음과 같다.

- 1) 直流電動機의 速度制御에 있어서 本實驗에서 行한 3가지 制御方法中 最適퍼라미터 調整에 依한 디지털 PID制御가 가장 良好한 應答을 보였다.
- 2) 制御시스템의 過度應答은 샘플링回數를 增加시킴으로써 改善되었다.
- 3) 디지털 PID制御의 경우 샘플링時間 中間에 가장 安定한 領域이 存在하였으며 미니멀프로토타입과 데드비트型 制御의 경우는 샘플링周期를 크게 할수록 더욱 安定되었다.

本實驗을 行하면서 단순한 마이크로프로세서 만으로 실험하는것 보다는 一般 個人用컴퓨터의 마이크로프로세서를 사용하면 대량의 記憶空間과 BASIC SOFT 를 함께 利用할 수 있어 샘플링 값보관 및 結果分析에 훨씬 效果的임을 確認하였으며, 형편상 負荷運轉實驗을 行하지 못한점 아쉽게 생각하면서 今後 研究課題로 삼고자 한다.

아울러 12~16 bit 變換器를 使用하여 信號의 解詳度를 높이고, 制御알고리즘의 演算 및 데이터 處理에 있어 上位비트의 컴퓨터시스템을 使用하면 훨씬 精密한 制御가 이루어질 것으로 생각된다.

## 參 考 文 獻

- 1) 河注植：自動制御工學，韓國海洋大學 圖書出版部 (1974), p.110~112, 277~279.
- 2) James A.Cadzow, Hinrich R.Martens : Discrete-Time and Computer control Systems, Prentice-Hall Inc(1970), p.246~254, 259~263.
- 3) Rolf Iserman : Digital Control Systems, Springer-Verlag, Berlin (1981)  
p.42~43, 74~87.
- 4) Benjamin C.Kuo : Digital Control System, Holt, Rinehart and Winston Inc (1980) p.54~58, 101~108.
- 5) Richard C.Dorf : Modern Control Systems 3/e, Addison-wesley Publishing Co.
- 6) Donald E.Kirk : Optimal Control Theory, Prentice-Hall Inc (1970) p.431.
- 7) Benjamin C. Kuo : Automatic Control System (1982)
- 8) S.B.Dewan 外 : Power Semiconductor Drives , John Willey & Sons Inc.
- 9) P.C. Sen : Thyristor D.C.Drive, John Willey & Sons Inc (1980) , p.222~239.
- 10) David Burghes, Alexander Graham : Introduction to Control Theory including Optimal Control, Ellis Horwood Limited (1980)
- 11) R. Zaks, Programming the 6502, Sybex (1980)
- 12) Leventhal, Savills : 6502 Assembly Language Subroutines, Osborne McGraw-Hill (1982)
- 13) Apple II Reference Manual (1979)
- 14) Instruction Book of Motor Load Unit MLU-188, Feed back
- 15) Instruction Book of Electrical Machines Laboratory, Feed back.



- 16) 自動制御の基礎, 東京 電機大學編 (1972)
- 17) デジタル・システム制御: 成田誠之助, 昭晃堂 (1984)
- 18) 電機工學 Hand Book: 日本電機學會
- 19) Hardware 설명서: 삼보컴퓨터 (주)



# 機械的 임피던스法에 의한 船用디젤機關 推進軸系の 合成비틀림振動 計算에 관한 研究

朴 容 男

A Study on the Calculation of Synthesized Torsional  
Vibration for the Marine Diesel Engine Shafting  
by the Mechanical Impedance Method

*Park Yong-nam*

〈目 次〉

Abstract

1. 序 論
2. 船用디젤機關 推進軸系の 振動系
3. 機械的 임피던스法에 의한 合成비틀림振動 計算
4. 機械的 임피던스法에 의한 合成비틀림振動的 電算프로그램
5. 船用디젤機關 推進軸系の 計算例
6. 機械的 임피던스法과 모오드解析法の 比較
7. 結 論

參考文獻