

# 動的計画法을 利用한 高温水配管의 最適保温 設計에 관한 研究

柳 熙 漢

A Study on the Optimal Design for Heat  
Insulation of Hot water Piping Systems  
Using a Dynamic Programming

Hee-han Yoo

〈目 次〉

기호설명	
Abstract	
1. 서 론	4. 검토 및 결과 고찰
2. 이론적 고찰	4.1 계수값이 최적해에 미치는 영향
2.1 배관 시스템의 열역학적 모델링	4.1.1 $C_q$ 및 $C_v$ 의 변화 (Fig. 10 a,b,c 참조)
2.2 배관 시스템의 최적화 문제	4.1.2 $\lambda$ 의 변화 (Fig. 11a,b 참조)
2.3 동적 계획법 (Dynamic Programming)	4.1.3 $N$ 및 $r$ 의 변화 (Fig. 12 a,b 참조)
2.3.1 다단 결정 과정	4.1.4 $C_i$ 의 변화 (Fig. 13 참조)
2.3.2 최적성의 원리와 동적계획법	4.2 최적해에 대한 검토
2.4 기본적인 배관 시스템의 D.P 모델링	4.2.1 Cost의 비교 (Fig. 14 a,b 참조)
2.5 일반적인 배관 시스템의 D.P 모델링	4.2.2 최적두께의 비교 (Table 9, 10 참조)
3. 수치계산	5. 결 론
3.1 기본적인 배관 시스템	참 고 문 헌
3.2 일반적인 배관 시스템	

## 기 호 설 명

- $l_i$  : 관의 길이 (m)  
 $\Delta l$  : 미소 길이 (m)  
 $Q_i$  : 단위시간당 단관의표면 전체로부터의 방열량 (kcal / h)  
 $d_i$  : 관의 외경 (m)  
 $X_i$  : 보온재 두께 (m)  
 $q_i$  : 고온수 유량 ( $m^3/h$ )  
 $K_i$  : 열 통과율 (kcal/ $m^2h^\circ C$ )  
 $t_i$  :  $i$  번째의 배관의 입구온도 ( $^\circ C$ )  
 $t_{i0}$  :  $i$  번째의 배관의 출구온도 ( $^\circ C$ )  
 $t_e$  : 배관의 외부온도 ( $^\circ C$ )  
 $\theta_i$  :  $i$  번째 배관의 입구온도와 외부온도와의 차 ( $^\circ C$ )  
 $\theta$  :  $i$  번째 배관의 임의위치에서의 내부온도와 외부온도와의 차 ( $^\circ C$ )  
 $r$  : 고온수의 비중량 ( $kg_f/m^3$ )  
 $C$  : 고온수의 비열 (kcal /  $kg_f^\circ C$ )  
 $\lambda$  : 보온재의 열전도율 (kcal/ $mh^\circ C$ )  
 $\alpha_1$  : 고온수와 관과의 사이의 열전달율 (kcal/ $m^2h^\circ C$ )  
 $\alpha_2$  : 외부와 보온재와의 열전달율 (kcal/ $m^2h^\circ C$ )  
 $V_i$  : 보온재의 체적 ( $m^3$ )  
 $C_q$  : 열량의 단가 (원 / kcal)  
 $C_v$  : 보온재의 단가 (원 /  $m^3$ )  
 $N$  : 사용 년수 (년)  
 $H$  : 연간 사용시간 (h / 년)

- $r$  : 년간금리  
 $\alpha$  : 현가 계수  
 $R$  : 전 비용 (초기 투자비 (보온 재료비+시공비) + 열 손실비)(원)  
 $J$  : 평가 함수  
 $\mathcal{F}$  : 다단 결정과정에서의 변환을 표시하는 연산자  
 $f_i(\theta_i, \mathbf{X}_i)$  :  $i$  번째 배관의 cost 함수  
 $F_k(\theta_k)$  :  $k$  번째 배관까지의 최적 cost 함수  
 $F_{DP}$  : 동적 계획법 (D.P)의 최적 cost (원)  
 $F_P$  : 부분최적 cost (원)  
 $i$  :  $i$  번째 배관의 번호



## Abstract

Recently, the design problem of heat insulation have been reappraised in the aspect of energy saving due to the rising trend of energy cost. For example, that design problem is increasingly requested in the fields of accommodation air conditioning systems, hot water supply systems, cargo handling systems, district heating or cooling systems.

The rational design of heat insulation of piping systems can not only improve the overall efficiency of energy transfer but also give energy saving.

In this paper, the heat insulation problem of district heating systems is therefore modeled as the multi-stage decision processes, suitable for dynamic programming technique. And take the object function as the sum of heat insulation material cost involved construction cost and heat loss cost, and propose the design method to minimize the object function for overall piping systems by dynamic programming.

Effectiveness of design method presented here is proved by a computer simulation.

## 1 . 서 론

최근의 세계적인 에너지 가격의 상승에 따라 에너지를 사용하는 시스템에 있어서 여러가지 관점에서 시스템 전체의 에너지 절약화에 대한 연구<sup>1)</sup>가 활발히 되고 있는 시점에서 보온설계 문제는 에너지의 절약화의 관점에서 재검토의 필요성이 인식되기 시작하였다. 즉, 고온 또는 저온의 열매체를 수송하는 배관에 있어서 배관의 보온에 의한 에너지 수송효율의 향상을 위해 합리적인 종합적 설계수법의 개발 필요성이 기존의 각종 설계자료의 재 평가와 더불어 요청되고 있다.<sup>2)</sup>

예를 들면, 일반선박에 있어서의 거주구역 냉난방 계통 및 고온수 급수배동 배관, LPG선과 같은 특수선박에 있어서의 화물취급장치 (cargo handling system) 배관 및 육상에서의 지역 냉난방 계통 배관의 보온 보냉 설계문제를 들 수 있다. 그러나 상기 설계문제에 대한 고찰은 단관의 경우를 기준으로 한 검토가<sup>3,4)</sup> 많고 복잡한 배관시스템 전체의 보온설계 문제에 대한연구<sup>5)</sup>는 별로 없다.

따라서 본 연구에서는 이에 대한 기초연구로서, 고온수를 수송하는 배관 시스템에 대한 보온설계 문제를 다단계결정과정 (multi-stage decision process) 으로 모델링하여 시스템 공학 및 O.R분야에서 많이 이용하는 동적계획법 (Dynamic programming)을 이용하여 최적 보온설계를 행하는 수법을 제안하고자 한다.

즉, 배관 시스템의 최적 보온두께를 결정하고, 보온재의 사용년수, 열전도율, 굵기, 보온재의 단가 및 열량의 단가등의 계수변동이 최적해에 미치는 영향에 대해 고찰하기로 한다.

본 연구에서 고찰의 대상으로 하는 배관 네트워크 시스템은 전 시스템의 설비비중에서도 배관 및 보온에 대한 비용의 비율이 비교적 높은 지역 냉난방용 배관 네트워크 시스템<sup>6)</sup>을 검토하기로 한다.

지역 냉난방 시스템 배관에 있어서의 방열손실비 및 보온재료비를 저감화하는 것은 시스템 전체의 에너지 효율향상 관점에서도 중요한 설계과제라 말할 수 있다.

이하 2 장에서는 고온수를 수송하는 간단한 배관에 대한 열역학적인 기본 특성을 수식화하고, 평가함수를 배관의 보온재료비(시공비도 포함)와 방열손실비의 합으로 하여 배관 네트워크 시스템에 대한 보온설계 문제를 동적 계획법으로 수식화하여 시스템 전체의 평가함수를 최소화하는 설계수법을 제안한다.

3 장에서는 이 수법의 유효성을 검토하기 위한 최적설계에 대한 수치 계산을 행하고, 4 장에서는 이 결과에 대한 고찰을 수행하기로 한다.

## 2 . 이론적 고찰

### 2.1 배관시스템의 열역학적 모델링

본장에서는 복잡한 배관 네트워크 시스템의 설계 수행시 기본으로 되는 단관에 있어서의 열역학적 기본특성을 기술하고, 이를 모델링 한다.<sup>5~9)</sup>

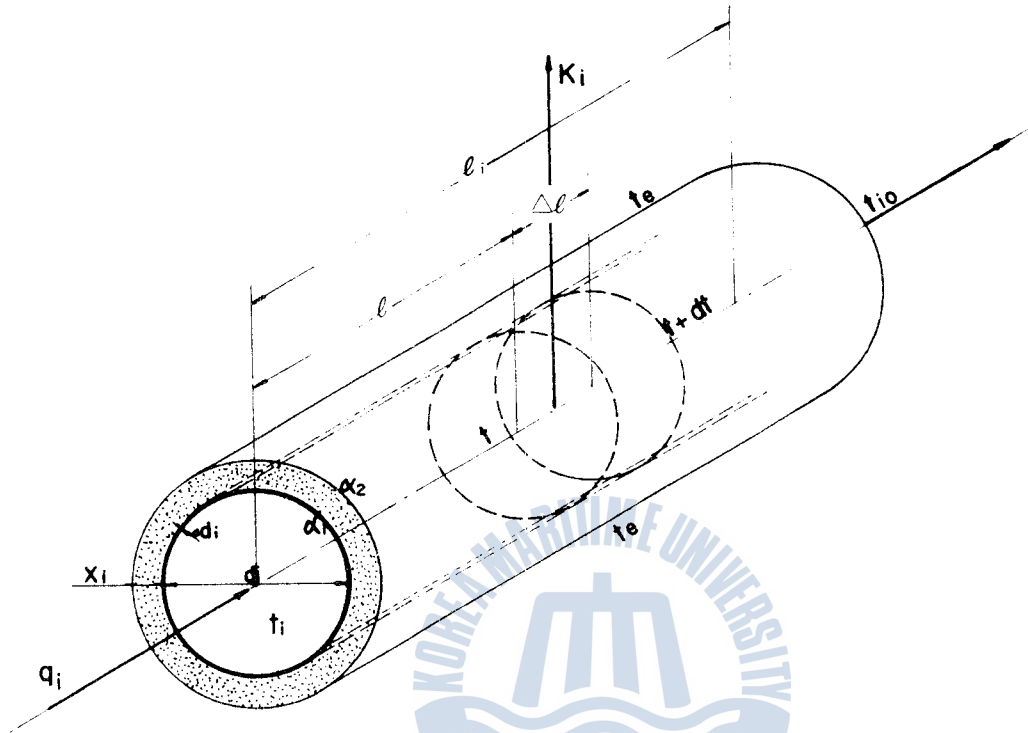


Fig. 1 Heat loss of simple pipe

고찰의 대상으로 하는 배관 시스템에 있어서 각 배관의 시설위치, 길이, 관경, 고온수의 유량 및 열공급플랜트로 부터 방출되는 고온수의 온도는 이미 주어진 것으로 한다.

위의 Fig.1 과 같은 단관에 있어서 고온수의 비열의 변화는 없으며, 또한 원주방향의 온도변화는 없는 것으로 즉, 집중정수 계통이라고 가정하여,  $l$  위치에서의 고온수 온도를  $t$  °C, 외부온도  $t_e$  °C (외부온도는 일정)라 하면 미소구간  $\Delta l$  에서

$$K_i \pi d_i \Delta l (t - t_e) = -q_i \gamma C \Delta (t - t_e)$$

여기에서, 외부와의 온도차  $(t-t_e)^\circ\text{C}$ 를  $\theta$ 라 놓으면

$$K_i \pi d_i \Delta \ell \theta = -q_i r C \Delta \theta \dots\dots\dots(2)$$

의 관계가 성립하게 된다.

이를 미분방정식으로 표시하면,

$$\frac{d\theta}{d\ell} + \frac{K_i \pi d_i}{q_i r C} \theta = 0 \dots\dots\dots(3)$$

가 성립한다. (3)식을 초기치  $\ell=0$ 일때  $\theta_i = (t_i-t_e)$ 로 놓고 풀면 다음과 같은 온도구배 관계식이 성립하게 된다.

$$\theta = \theta_i \exp \left[ -\frac{K_i \pi d_i \ell}{q_i r C} \right] \dots\dots\dots(4)$$

여기에서,  $\left| \frac{K_i \pi d_i \ell}{q_i r C} \right| \ll 1$ 을 고려해서 (4)식을 다음식으로 근사시킨다.

$$\theta \approx \theta_i \left( 1 - \frac{K_i \pi d_i \ell}{q_i r C} \right) \dots\dots\dots(5)$$

따라서, 출구에서의 온도차  $\theta_{i_0}$ 는 다음식으로 주어진다.

$$\theta_{i_0} = \theta_i \left( 1 - \frac{K_i \pi d_i \ell_i}{q_i r C} \right) \dots\dots\dots(6)$$

또한 관길이  $\ell_i$  사이의 방열량  $Q_i$ 는

$$\begin{aligned} Q_i &= \int_0^{\ell_i} K_i \pi d_i \theta d\ell \\ &= K_i \pi d_i \int_0^{\ell_i} \theta_i \exp \left[ -\frac{K_i \pi d_i \ell}{q_i r C} \right] d\ell \\ &= K_i \pi d_i \theta_i \left[ -\frac{q_i r C}{K_i \pi d_i} \exp \left[ -\frac{K_i \pi d_i \ell}{q_i r C} \right] \right]_0^{\ell_i} \\ &\approx K_i \pi d_i \theta_i \ell_i \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

로 근사적으로 표시할 수 있다.



여기에서 열통과율  $K_i$ 는 다음식으로 표시된다.<sup>5,8)</sup>

$$\frac{1}{K_i} \doteq \frac{X_i}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \dots\dots\dots(8)$$

단, 여기에서 관의두께  $\Delta d_i$ 는 무시하고, 보온재두께는 관경에 비해 작은 것으로 한다.

(8) 식에서 우변의 2,3항은 통상 제1항에 비해 미소하기 때문에 여기에서는 근사적으로

$$\frac{1}{K_i} \doteq \frac{X_i}{\lambda} \dots\dots\dots(9)$$

로 가정한다.

따라서 (6) 식의 출구에서의 온도차  $\theta_{i0}$  및 (7) 식의 방열량  $Q_i$ 는

$$\theta_{i0} = \theta_i \left( 1 - \frac{\pi d_i \lambda \ell_i}{q_i \gamma C X_i} \right) \dots\dots\dots(10)$$

$$Q_i = \frac{\pi d_i \lambda \theta_i \ell_i}{X_i} \dots\dots\dots(11)$$

으로 된다.

또한 보온재의 체적  $V_i(m^3)$ 는

$$\begin{aligned} V_i &= \frac{\pi}{4} [ (d_i + 2X_i)^2 - d_i^2 ] \ell_i \\ &= \pi X_i (X_i + d_i) \ell_i \end{aligned}$$

로 된다.

## 2.2 배관 시스템의 최적화 문제

본 절에서는 2.1 절에서 기술한 단관이  $n$ 개로 구성된 배관 시스템의 최적

보온설계 문제를 기술하도록 한다.

우선, 배관 시스템에 있어서의 전비용  $R$ 을 초기투자비(보온재료비 및 시공비)와 열손실비의 합으로 하고 열량의 단가를  $C_q$ , 보온재의 단가(시공비 포함)를  $C_v$ , 보온재의 사용년수를  $N$ , 시스템의 사용시간을  $H$ , 헨가 계수를  $\alpha$ 라 하면 다음의 관계식이 성립한다.

$$R = \sum_{i=1}^n (C_v V_i + C_q Q_i H N \alpha) \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{단, } \alpha = \frac{1+r}{Nr} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

여기에서 평가함수  $J$ 를 다음식으로 정의하도록 한다.

$$\begin{aligned} J(X_1, X_2, \dots, X_n) &= \frac{1}{\pi C_v} R \\ &= \sum_{i=1}^n [X_i(X_i + d_i) \ell_i + \frac{A_i \theta_i}{X_i} \ell_i] \dots (14) \end{aligned}$$

$$\text{단, } A_i = \frac{C_q}{C_v} \lambda d_i H N \alpha$$

따라서  $n$ 개의 단관으로 구성된 배관 시스템의 최적 보온설계 문제는 (6) 식으로 부터 얻어지는

$$\begin{aligned} \theta_{i-1} &= \theta_i \left(1 - \frac{\pi d_i \lambda \ell_i}{q_i r C X_i}\right) \\ &= \varphi_i(\theta_i, X_i) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

의 제한조건하에서 (14)식의 평가함수  $J$ 를 최소로 하는 문제로 귀착 하게 된다.

즉, 전 배관 시스템에 있어서 평가함수  $J$ 를 최소로 하는  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 을 순차적으로 결정해야 하는 다단 결정과정으로 된다.

따라서 이와같은 배관 시스템에 있어서는 D.P를 적용하면 편리하다.<sup>10~19)</sup>

### 2.3 동적계획법 ( Dynamic Programming )

본 절에는 D.P의 대상으로 되는 시스템에 있어서의 다단 결정과정에 대해 간단히 기술하고, 또한 설계하고자 하는 시스템에 적용여부를 검토하기 위하여 D.P의 개요를 소개하고자 한다.

#### 2.3.1 다단 결정과정

다단 결정과정이란 시간적 의미 뿐만 아니라 공간적인 의미에서도 유한개의 단계 (stage)로 되어있는 과정으로서, 그 과정은 결정적 (deterministic) 인가 또는 확률적 (stochastic) 인가로 나눌 수 있는데 여기서는 결정적인 과정만을 취급하도록 한다.

다단결정과정의 예로서 Fig.2,3에 표시한 과정을 보면 각 단계에 있어서의 상태변수 혹은 상태 vector 를 조작변수에 의해 변환시켜 마지막 단계에서  $\theta_{n+1}$ 로 출력되는 것을 나타내고 있다.

$\theta$  = State variable

X = Decision variable

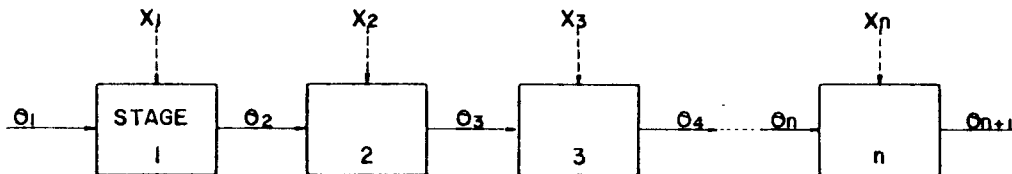


Fig. 2 Multi - stage decision process

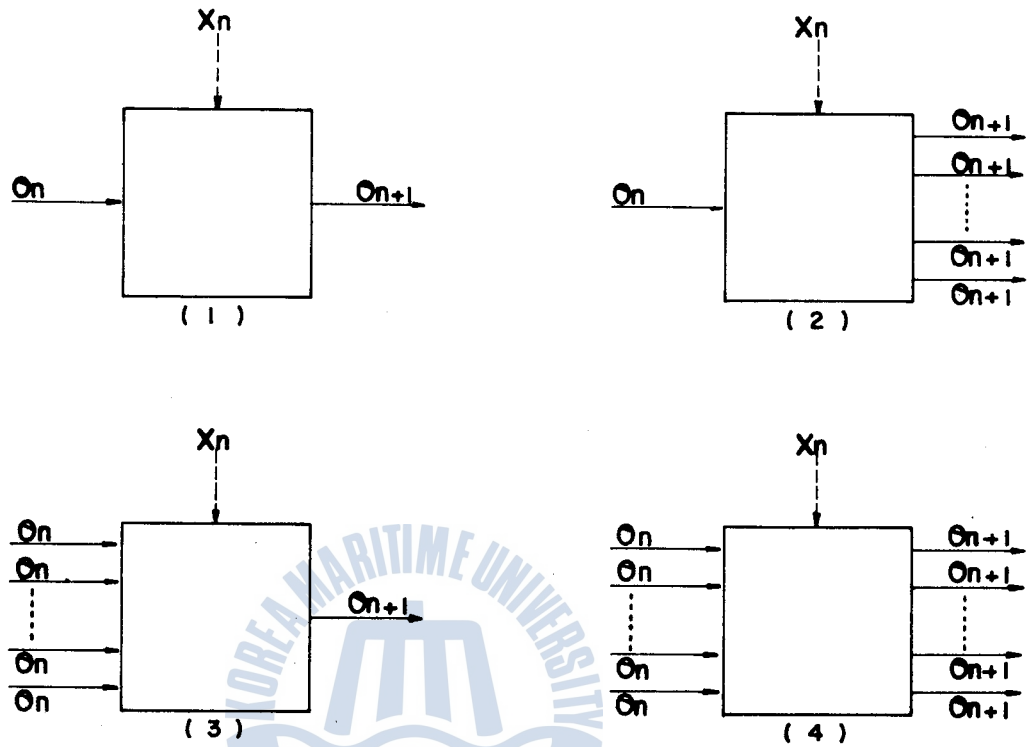


Fig. 3 General forms of Multi - stage decision process

Fig. 2와 같은 다단결정과정은 일반적으로 다음과 같은 관계식으로 표시할 수 있다.

$$\theta_{n+1} = g_n(\theta_n, X_n) \dots\dots\dots (16)$$

(16)식과 같이 표현할 수 있는 시스템을 markov 과정이라 하는데, D.P에서 취급하는 다단결정과정은 모두 단순markov 과정이다.

2.3.2 최적성의 원리와 동적계획법

본 절에서는 D.P의 기본으로 되는 최적성의 원리와 D.P와의 관계를 기술하도록 한다. 우선, Fig. 2와 같은 n단계의 다단 결정과정에 있어서의

함수

$$J = f_1(\theta_1, X_1) + f_2(\theta_2, X_2) + \dots + f_n(\theta_n, X_n) \dots \dots \dots (17)$$

를 규정하고 이것을 최소로 하는것을 고려해보자.

(17)식을 최소로 하는 조작변수  $X_1, X_2, \dots, X_n$  가 정해지면 이 조작변수들 (17)식에 대입해서 얻어진 J의 값은 시스템의 초기상태  $\theta_1$  과 단계 (stage)수만에 의한 함수이다.

이 함수를

$$F_n(\theta_1) = \min_{x_1} \min_{x_2} \dots \min_{x_n} [f_1(\theta_1, X_1) + f_2(\theta_2, X_2) + \dots + f_n(\theta_n, X_n)] \dots \dots \dots (18)$$

로 정의하면 항별 분리성 (Separation property)에 의해 다음과 같은 함수방정식으로 표현할 수 있다.

$$F_n(\theta_1) = \min_{x_1} [f_1(\theta_1, X_1) + F_{n-1}(\theta_2)] \dots \dots \dots (19)$$

다음으로, Fig. 2에 있어서 최초의 단계에서 어떠한 결정  $X_1$  을 행한 것으로 하면 최적성의 원리 (principle of optimality)에 의해 이 시스템의 전체의 최소손실은

$F_n(\theta_1) = \min_{x_1} [f_1(\theta_1, X_1) + F_{n-1}(\theta_2)]$ 로 되어 (19)식과 동일함을 알 수 있다.

즉, D.P의 함수방정식 (19)식은 최적성의 원리의 수학적 표현으로 볼 수 있다. D.P를 적용함에 있어서 최대의 주안점은 주어진 문제를 최적성의 원리에 입각해서 어떠한 형태로 이 함수방정식을 정식화 하느냐에 달려 있다 (최적성의 원리는 상당히 편리한 것이지만, 항상 성립하는게 아니라, 시스템의 인과율과 평가함수의 markov 성의 2 가지 가정이 필요하다). 또한 함수방정식을 정식화하고, 실제로 수치계산을 행할때는 일반적으로 계산량이 많아 전자계산기의 활용이 불가피하게 되는것이 보통이다.

2.4 기본적 배관 시스템의 D.P 모델링

본 절에서는 Fig. 4와 같은 기본적 배관 시스템에 대한 최적 보온설계 문제를 D.P로 모델링하여 평가함수 J를 도입하여 최적화하는 과정을 기술 하도록 한다.



Fig. 4 Basic piping system

이 시스템의 최적 보온설계 문제를 D.P를 이용하여 풀기 위해 함수  $f_i$  를 다음과 같이 정의한다.

$$f_i(\theta_i, X_i) = [ X_i(X_i + d_i) + \frac{A_i \theta_i}{X_i} ] \ell_i \dots\dots\dots (20)$$

따라서 평가함수 J는 다음식과 같이 된다.

$$J(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n f_i(\theta_i, X_i) \dots\dots\dots (21)$$

또한 K번째 배관까지의 평가함수 J를 최소로 하는 값을  $F_k(\theta_k)$ 라 하면 다음식이 성립하게 된다.

$$\begin{aligned} \min_{X_1} \dots \min_{X_k} J(X_1, X_2, \dots, X_k) &= \min_{X_1} \dots \min_{X_k} \sum_{i=1}^k f_i(\theta_i, X_i) \\ &= F_k(\theta_k) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

(21)식에서,

(i)  $n = 1$  일때

$$J(X_1) = f_1(\theta_1, X_1) = [X_1(X_1 + d_1) + \frac{A_1 \theta_1}{X_1}] \ell_1 \dots \dots \dots (23)$$

가 성립하게 된다.

따라서 (23)식을 최소로 하는 즉

$$\frac{df_1}{dX_1} = 2X_1^3 + d_1 X_1^2 - A_1 \theta_1 = 0 \dots \dots \dots (24)$$

을 만족하는  $X_1$  중 positive real root 만을 도출하여 이 값을  $n = 1$  일때의 최적값  $\widehat{X}_1$  라 두면  $\widehat{X}_1$  는  $\theta_1$  의 함수로 되어  $\widehat{X}_1 = h_1(\theta_1)$  으로 되어 다음식이 성립하게 된다.

$$\min_{x_1} f_1(\theta_1, X_1) = \min_{x_1} J(X_1) = f_1(\theta_1, X_1) = F_1(\theta_1) \dots \dots \dots (25)$$

(ii)  $n = 2$  일때

$n = 2$  일때의 평가함수  $J$ 를 최소로 하는  $F_2(\theta_2)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\min_{x_1} \min_{x_2} J(X_1, X_2) = \min_{x_2} [F_1(\theta_1) + f_2(\theta_2, X_2)] \dots \dots \dots (26)$$

여기서,  $\theta_1 = \theta_2(\theta_2, X_2)$

(26)식을 만족하는  $X_2$  를  $\widehat{X}_2$  라 하면

$$J(\widehat{X}_1, \widehat{X}_2) = \min_{x_1} \min_{x_2} \sum_{i=1}^2 f_i(\theta_i, X_i) \dots \dots \dots (27)$$

로 된다.

따라서 (i)(ii)의 관계식을 일반화하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$F_k(\theta_k) = \min_{x_k} [F_{k-1}(\theta_{k-1}) + f_k(\theta_k, X_k)] \dots \dots \dots (28)$$

단,  $\theta_{k-1} = \theta_k(\theta_k, X_k), F_0(\theta_0) = 0$

### 2.5 일반적 배관시스템의 D.P 모델링

앞절에서 제안한 방법을 확장적용하면 Fig.4에 표시한 기본적 배관 시스템의 합성으로 구성되는 임의의 일반 배관 시스템에 대한 최적 보온 설계

산을 수행할 수 있다. 여기서는 예로서 Fig.5와 같은 일반적 배관 시스템의 최적보온설계 문제에 D.P를 적용하는 방법에 대해 설명한다.

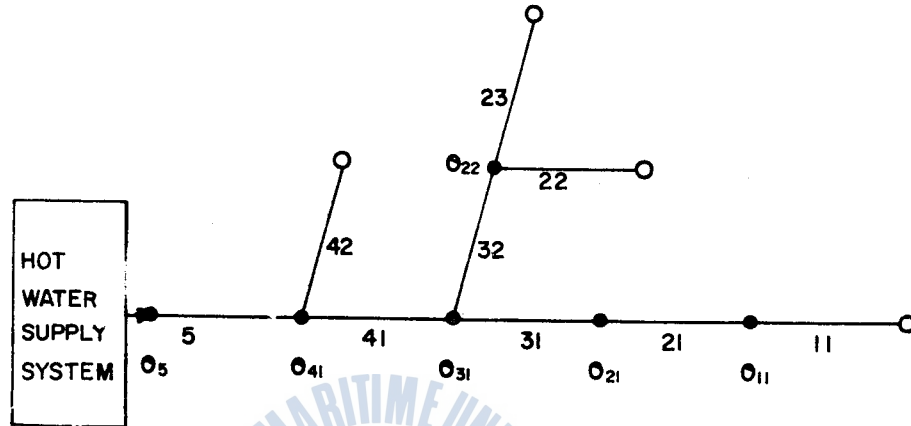


Fig. 5 Example of general piping system

Fig. 5와 같은 배관 시스템에 대해 D.P 모델링한 관계식을 표시하면 다음과 같다.

$$F_{21}(\theta_{21}) = \min_{X_{21}} [F_{11}(\theta_{11}) + f_{21}(\theta_{21}, X_{21})]$$

여기서,  $\theta_{11} = \vartheta_{21}(\theta_{21}, X_{21})$

$$F_{31}(\theta_{31}) = \min_{X_{31}} [F_{21}(\theta_{21}) + f_{31}(\theta_{31}, X_{31})]$$

여기서,  $\theta_{21} = \vartheta_{31}(\theta_{31}, X_{31})$

$$F_{32}(\theta_{32}) = \min_{X_{32}} [F_{22}(\theta_{22}) + F_{23}(\theta_{23}) + f_{32}(\theta_{32}, X_{32})]$$

여기서,  $\theta_{23} = \theta_{22} = \vartheta_{32}(\theta_{32}, X_{32})$

$$F_{41}(\theta_{41}) = \min_{X_{41}} [F_{31}(\theta_{31}) + F_{32}(\theta_{32}) + f_{41}(\theta_{41}, X_{41})]$$

여기서,  $\theta_{31} = \theta_{32} = \vartheta_{41}(\theta_{41}, X_{41})$

$$F_5(\theta_5) = \min_{X_5} [F_{41}(\theta_{41}) + F_{42}(\theta_{42}) + f_5(\theta_5, X_5)]$$

여기서,  $\theta_{41} = \vartheta_5(\theta_5, X_5)$ ,  $\theta_5 = \text{given}$ .



### 3. 수치계산

본 장에서는 배관 시스템의 보온재 재질은 glass wool 을 사용하는 것을 기준으로 Table 1에 표시한 설계자료를 이용하여 앞절에서 기술한 수법을 적용해서 배관 시스템의 최적보온설계 문제를 수행하는 프로그램을 개발 하고, 이의 유용성을 검증하기위해 기본적인 배관 시스템과 일반적 배관 시스템에 대한 수치계산을 행하도록 한다.

Table 1 Data for heat insulation design

열공급 플랜트에서의 고온수 공급온도	140 °C
배관의 외부온도	15 °C
보온재의 열전도율	* 0.02-0.06 kcal / mh °C
고온수의 비중량	926.0 kg <sub>f</sub> / m <sup>3</sup>
고온수의 비열	1.023 kcal / kg <sub>f</sub> °C
보온재의 사용년수	2 - 7년
보온재의 단가	100,000-300,900 원 / m <sup>3</sup>
열량의 단가	0.015-0.04 원 / kcal
년간금리	0.1 - 0.5
시스템의 사용시간	2160 h / year

\* 보온재의 열전도율이 이 범위내에 있는 경우, 모델링한 배관의 반경에 비해 보온재까지의 임계반경이 아주 작으므로 보온재의 임계 두께는 고려할 필요가 없다.

## 3.1 기본적 배관 시스템

본 절에서는 Fig. 6과 같은 배관 시스템에 대한 최적보온설계 문제의 최적해를 도출해 보고자 한다.

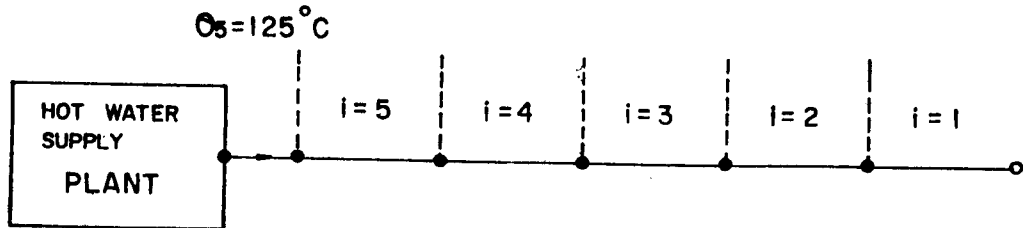


Fig. 6 Basic piping system for design

Fig. 7에는 D.P를 이용한 최적보온설계를 위한 프로그램의 흐름도를 나타 내었다.

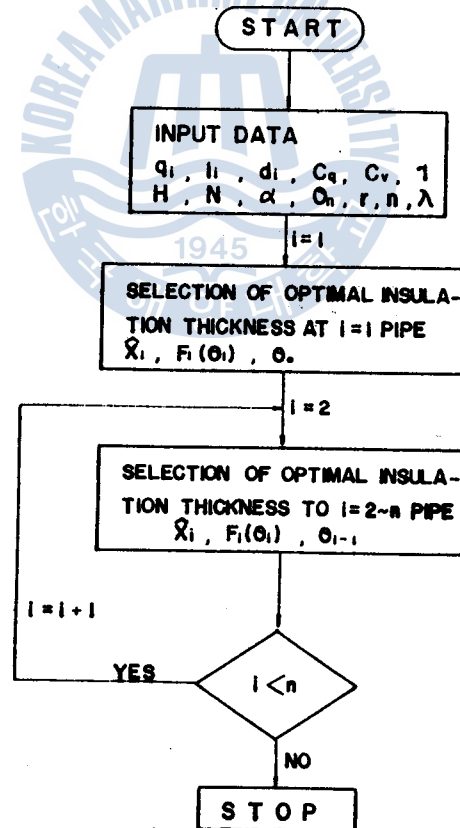


Fig. 7 Flow chart for heat insulation design of piping system

$i = 2$  까지의 배관에 있어서의 설계 계산방법을 기술하면 다음과 같다.

우선,  $i = 1$  일 경우는 (24) 식을 만족하는  $X_1$  을 Newton-Rapson method 또는 Bairstow method 를 이용하여 구한 다음 이중 positive real root 만을 도출하여 이 값을  $\widehat{X}_1$  라 하고

$i = 2$  일 경우는 (26) 식을 제한조건  $\theta_1 = \theta_2(\theta_2, X_2)$  의 제한조건하에서  $\theta_2$  의 값을 주고  $X_2$  를 어떤 적정구간 내에서 변화시켜 가면서 (26) 식을 만족하는  $X_2$  를 구하면 된다.

위와 같은 계산을  $i = n$  까지의 배관에 순차적으로 행하면 이 시스템의 평가함수를 최소로 하는 최적해를 도출해 낼 수가 있게된다.

Fig. 6 의 배관 시스템의 최적 보온 설계시에 Table 2 에 표시하는 각종 Data 는 이미 주어진 것으로 하고 이에 대한 계산결과를 Table 3, 4 에 나타내었다.

Table 3 에서의  $C_i$  는 (17) 식의  $A_i = \frac{C_s}{C_v} \lambda d_i H N \alpha$  의 관계식에서  $A_i = C_i d_i$  로 놓을때의  $C_i$  를 의미한다.

Table 2 Input data for optimal design

관 번호 $i$	고온수 유량 $q_i$ ( $m^3/h$ )	관의 길이 $l_i$ (m)	관 경 $d_i$ (m)
1	261	700	0.216
2	588	400	0.319
3	650	600	0.356
4	850	500	0.406
5	1500	1000	0.508

Table 3 Example of optimal insulation thickness calculation (IA)

$C_i$	no	optimal thickness (mm)					$F_s(\theta_s)$ $\theta_s = 125^\circ\text{C}$
		5 $\widehat{X}$	4 $\widehat{X}$	3 $\widehat{X}$	2 $\widehat{X}$	1 $\widehat{X}$	
$1 \times 10^{-6}$		11.0	11.0	11.0	11.0	10.6	27. 20942
$2 \times 10^{-6}$		15.0	15.0	15.0	15.0	14.7	38. 73613
$3 \times 10^{-6}$		19.0	19.0	18.0	18.0	17.8	47. 65904
$4 \times 10^{-6}$		21.0	21.0	21.0	21.0	20.4	55. 23839
$5 \times 10^{-6}$		24.0	24.0	23.0	23.0	22.6	61. 95647
$6 \times 10^{-6}$		26.0	26.0	26.0	25.0	24.6	68. 05117
$7 \times 10^{-6}$		28.0	28.0	27.0	27.0	26.4	73. 68301
$8 \times 10^{-6}$		29.0	30.0	29.0	29.0	28.1	78. 97131
$9 \times 10^{-6}$		32.0	31.0	31.0	31.0	29.6	83. 94013
$1 \times 10^{-5}$		33.0	33.0	32.0	32.0	31.1	88. 65841
$2 \times 10^{-5}$		46.0	45.0	45.0	44.0	42.3	127. 3165
$3 \times 10^{-5}$		55.0	54.0	54.0	53.0	50.5	157. 7065
$4 \times 10^{-5}$		63.0	62.0	61.0	60.0	57.1	183. 7159
$5 \times 10^{-5}$		70.0	68.0	67.0	66.0	62.8	206. 9484
$6 \times 10^{-5}$		76.0	74.0	73.0	72.0	67.8	228. 1956
$7 \times 10^{-5}$		81.0	79.0	78.0	77.0	72.3	247. 9367

Table 4 Example of optimal insulation thickness calculation (IB)  
YEAR=USABLE YEAR

$C_i$	no. year	Optimal thickness (mm)					$F_s(\theta_s)$ $\theta_s = 125^\circ\text{C}$
		5 $\hat{X}$	4 $\hat{X}$	3 $\hat{X}$	2 $\hat{X}$	1 $\hat{X}$	
$9.72 \times 10^{-6}$	2	33.0	32.0	32.0	32.0	30.7	87.40527
$1.85 \times 10^{-5}$	3	44.0	44.0	43.0	43.0	40.9	122.4577
$2.56 \times 10^{-5}$	4	52.0	51.0	51.0	50.0	47.6	147.9603
$3.39 \times 10^{-5}$	5	59.0	57.0	57.0	56.0	53.2	168.2451
$4.05 \times 10^{-5}$	6	64.0	59.0	61.0	61.0	57.4	185.0755

( $\lambda = 0.03 \text{ kcal} / \text{mh}^\circ\text{C}$ ,  $C_a = 0.03 \text{ 원} / \text{kg}$ ,  $C_v = 200,000 \text{ 원} / \text{m}^3$ )

### 3.2 일반적 배관 시스템

본경에서는 Fig. 8.9 와 같은 일반적 배관시스템에 대하여 Table 5,6에 표시하는 각종 Data 는 주어진 것으로 하오. 2 절에서 기술한 수법을 이용하여 최적 보온설계를 수행하여 이에 대한 계산결과를 Table 7,8에 나타내었다.

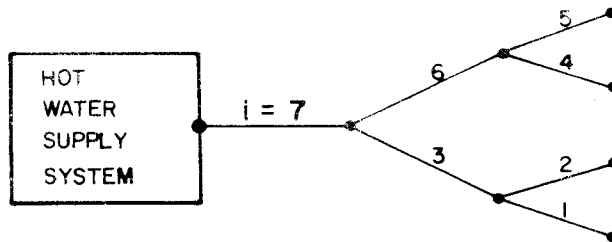


Fig. 8 Example of general piping system (IIA)

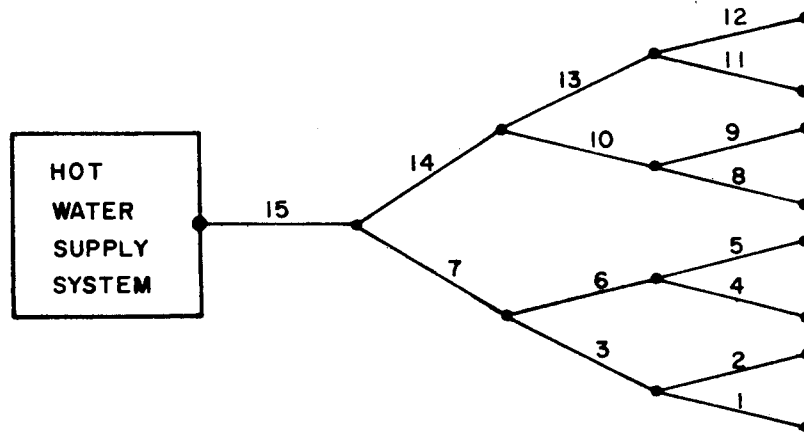


Fig. 9 Example of general piping system(IIB)

Table 5 Input data for optimal design (IIA)

PIPE NO. $i$	FLOW RATE $q_i$ ( $m^3/h$ )	PIPE LENGTH $\ell_i$ (m)	PIPE DIA. $d_i$ (m)
1	254	500	0.216
2	397	300	0.267
3	650	600	0.356
4	261	700	0.216
5	588	400	0.319
6	850	500	0.406
7	1500	1000	0.508

Table 6 Input data for optimal design (IIB)

PIPE NO. i	FLOW RATE $q_i$ ( $m^3/h$ )	PIPE LENGTH $l_i$ (m)	PIPE DIA $d_i$ (m)
1	150	600	0.165
2	104	300	0.140
3	254	500	0.216
4	143	500	0.165
5	254	800	0.216
6	397	300	0.267
7	650	600	0.356
8	107	400	0.140
9	154	800	0.165
10	261	700	0.216
11	359	600	0.267
12	230	100	0.216
13	588	400	0.319
14	850	500	0.406
15	1500	1000	0.508

Table 7 Example of optimal insulation thickness calculation (IIA)

YEAR=USABLE YEAR

NO YEAR	OPTIMAL THICKNESS (mm)							$F_7(\theta_7)$ $\theta_7 = 125^\circ C$
	$\frac{7}{\hat{x}}$	$\frac{6}{\hat{x}}$	$\frac{5}{\hat{x}}$	$\frac{4}{\hat{x}}$	$\frac{3}{\hat{x}}$	$\frac{2}{\hat{x}}$	$\frac{1}{\hat{x}}$	
5	49.0	48.0	46.7	44.7	47.0	45.8	44.7	157.6959

(  $\lambda = 0.03, C_q = 0.02, C_v = 200000$  )

Table 8 Example of optimal insulation thickness calculation (IIB)

(YEAR = USABLE YEAR)

NO YEAR	OPTIMAL THICKNESS (mm)													$F_{15}(\theta_{15})$ $\theta_{15}=125^{\circ}\text{C}$		
	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3		2	1
5	49.0	48.0	47.0	44.6	45.8	45.0	43.0	42.0	47.0	46.0	44.6	43.0	45.0	42.0	43.0	248.3408

 $(\lambda = 0.03, C_q = 0.02, C_v = 200000)$ 

#### 4. 검토 및 결과 고찰

본 장에서는 앞장에서 수행한 계산결과에 대한 검토 및 고찰을 하기 위하여  $C_q, C_v, \lambda, N, r, C_i$  등의 각 계수값들을 변화시켜 이들 각 계수들이 최적해에 미치는 영향 및 최적해에 대한 고찰을 하도록 한다.

##### 4.1 계수값이 최적해에 미치는 영향

###### 4.1.1 $C_q$ 및 $C_v$ 의 변화<sup>20)</sup> (Fig. 10a, b, c 참조)

Fig.10a에서는 열량의 단가( $C_q$ )가 상승함에 따라 최적 Cost 함수  $F$ 가 거의 직선적으로 상승 변화함을 알 수 있고,  $C_q$ 가 증가함에 따라 보온재의 최적두께도 증가함을 알 수 있다.

또한 Fig.10b, c에서는 보온재의 단가( $C_v$ )가 증가함에 따라 최적 Cost 함수와 최적두께가 감소함을 알 수 있다. 즉, 보온재의 단가가 열량의 단가보다 상대적으로 높을때는 보온재의 두께를 작게하고 방열하는 것이 유리하다는 것을 알 수 있다.

또한 Fig.10 a.b.c에 있어서  $C_q$  및  $C_v$ 의 값을 하나의 값으로 고정했을때 배관시스템의 최적 두께  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ 의 변화가 배관의 길이, 배관의



직경에 거의 영향을 받지 않고 미소 변화되고 있음을 알 수 있는데, 이는 (24) 식을

$$2X^3 + dX^2 + Cd\theta = 0 \dots\dots\dots (29)$$

으로 놓고, (29) 식의 구하고자 하는 X의 단위를 m단위에서 mm단위로 변화시키면 3 차항은 2 차항에 비해 무시할 수 있을 정도로 미소하기 때문에 (29) 식은  $10^{-6}X^2 = C\theta$ 로 볼 수 있게 되어  $X = \sqrt{C\theta} \cdot 10^3 (\text{mm})$ 로 된다.

즉, 최저누에 X는 배관의 길이 또는 배관의 직경의 변화에 영향을 미소하게 받음을 알 수 있다.

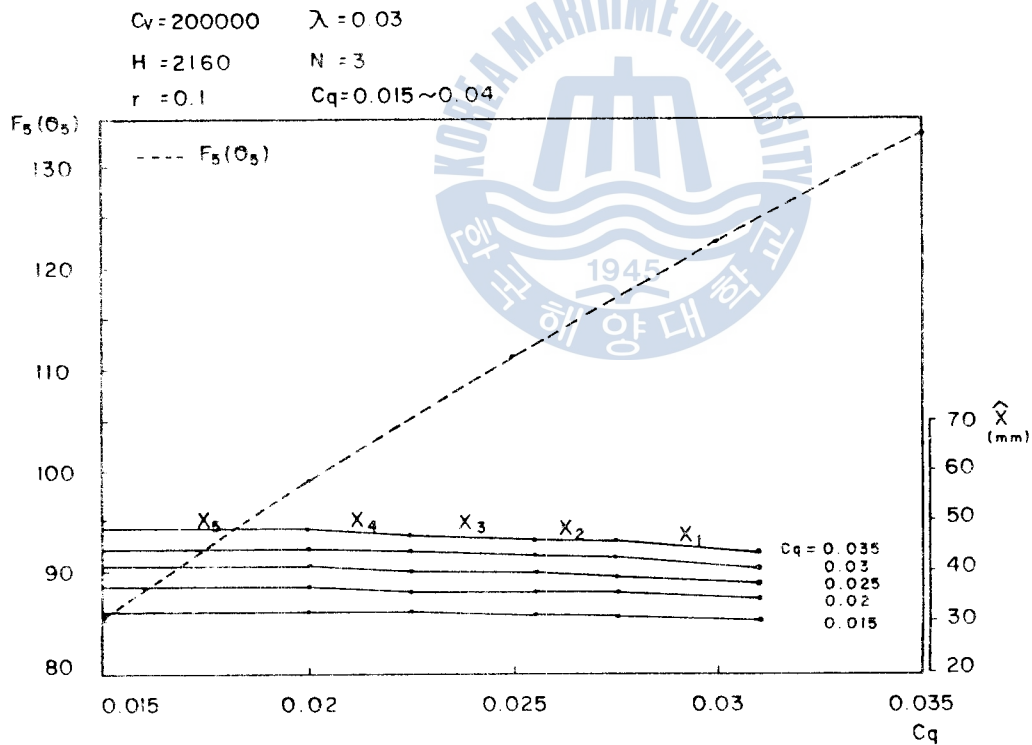


Fig.10a Aspects of unit price per calorie ( $C_q$ ) to optimal cost function ( $F$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{x}$ )

$C_v = 100000 \sim 300000$ ,  $\lambda = 0.0526$ ,  $r = 0.1$

$H = 2160$ ,  $N = 2$ ,  $C_q = 0.03$

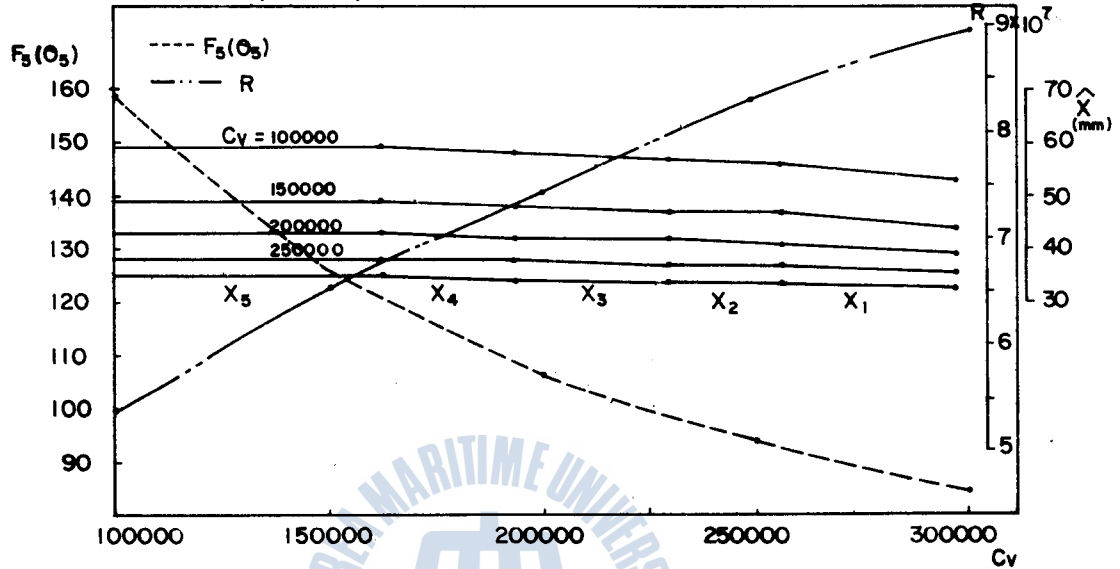


Fig.10b Aspects of unit price of insulation material involved construction cost ( $C_v$ ) to optimal cost function ( $F$ ) and total cost ( $R$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{x}$ )

$H = 2160$ ,  $N = 2$ ,  $\frac{C_q}{C_v} = 1 \times 10^7 \sim 3 \times 10^7$   
 $\lambda = 0.0526$ ,  $r = 0.1$

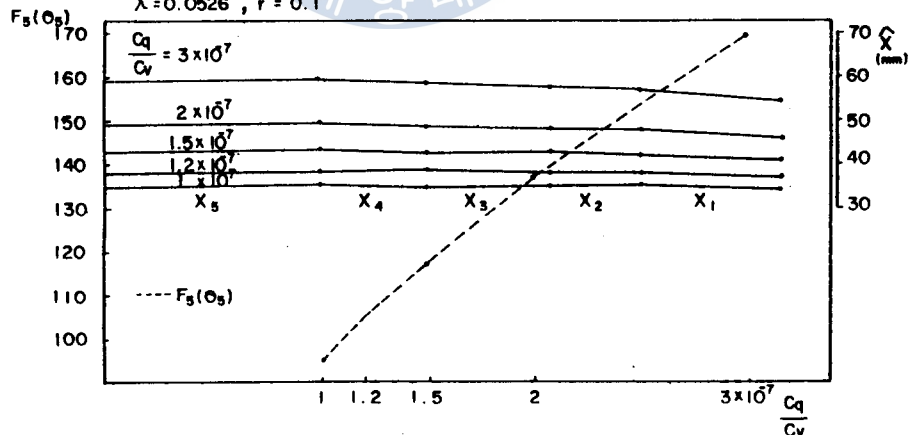


Fig.10c Aspects of unit price ratio for calory ( $C_q$ ) to unit price of insulation material involved construction cost ( $C_v$ ) to optimal cost function ( $F$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{x}$ )

4.1.2  $\lambda$ 의 변화 (Fig.11a,b 참조)

Fig.11a,b에서는 보온재의 열전도율이 증가함에 따라 보온재의 최적두께와 최적Cost 함수가 증가함을 알 수 있으며 보온재의 사용년수가 2년에서 3년으로 되면 보온재의 최적두께가 증가됨을 알 수 있다.

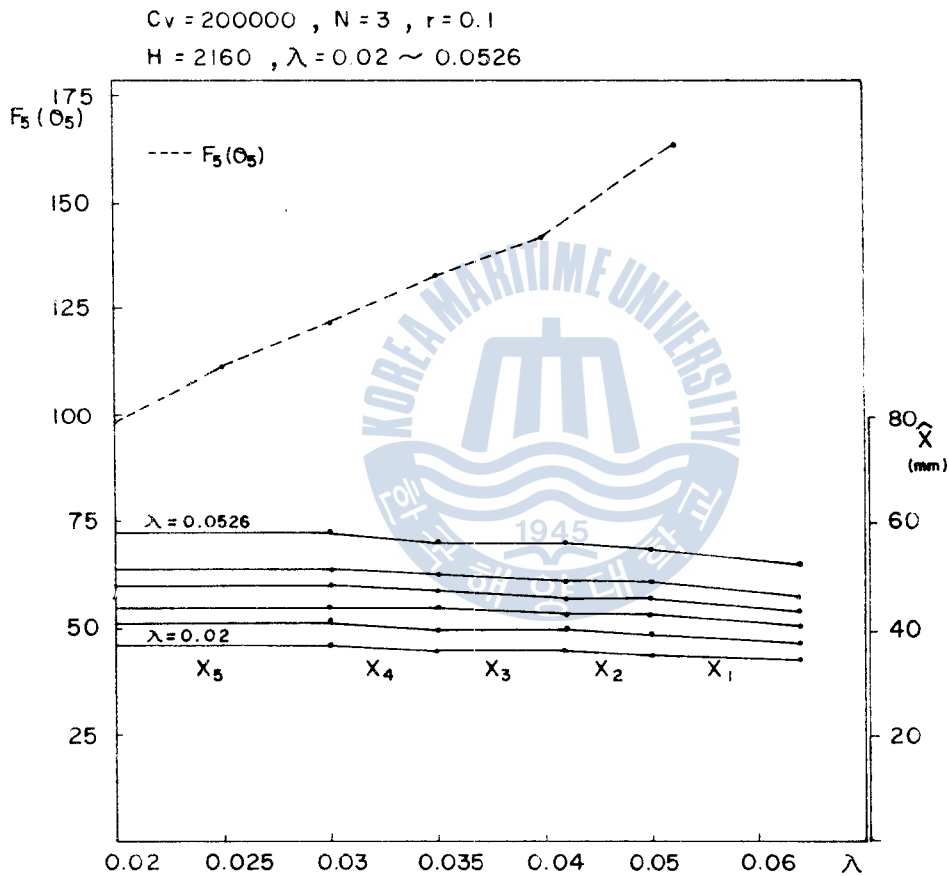


Fig.11a Aspects of thermal conductivity of heat insulation material ( $\lambda$ ) to optimal cost function (F) and heat insulation thickness( $\hat{x}$ )

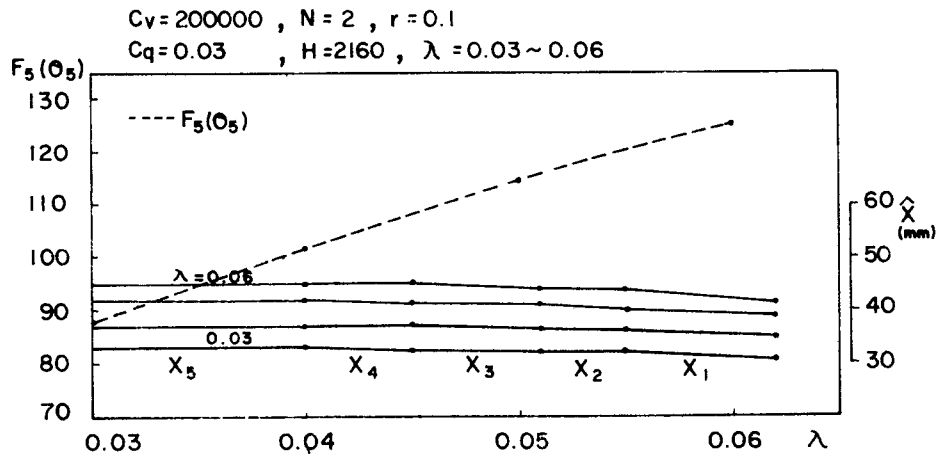


Fig.11b Aspects of thermal conductivity of heat insulation material ( $\lambda$ ) to optimal cost function ( $F$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{x}$ )

#### 4.1.3 $N$ 및 $r$ 의 변화 (Fig.12a, b 참조)

Fig.12a 에서는 보온재의 사용년수가 증가함에 따라 보온재의 최적두께와 최적 Cost 함수가 증가함을 알 수 있고 Fig.12b 에서는 연간금리의 증가에 따라 보온재의 최적두께와 최적 Cost 함수가 감소함을 알 수 있다.

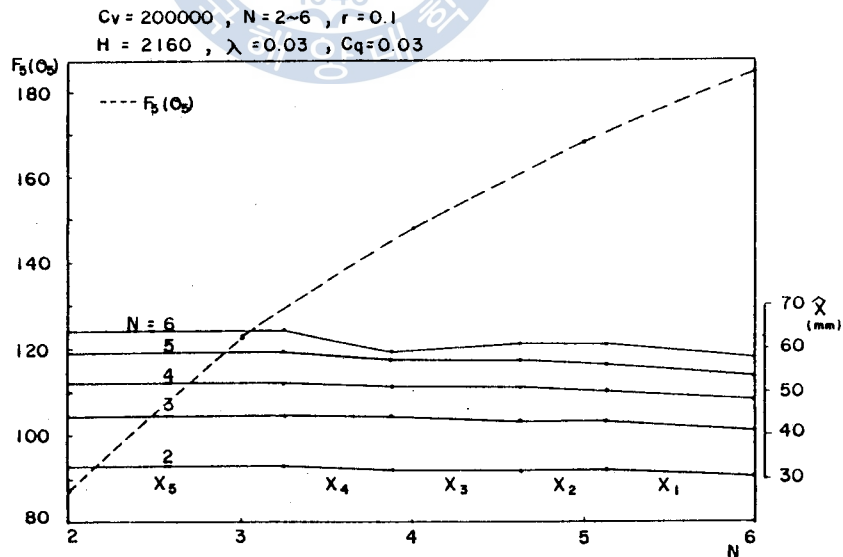


Fig.12a Aspects of usable year ( $N$ ) of heat insulation material to optimal cost function ( $F$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{x}$ )

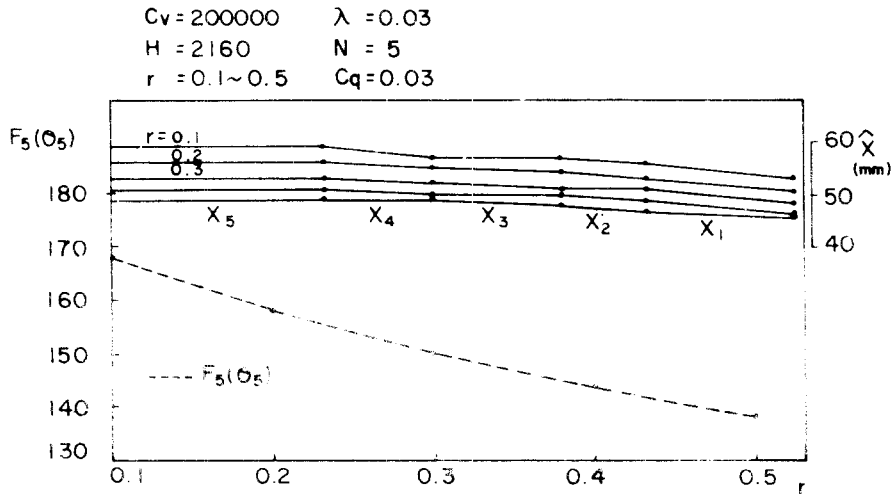


Fig.12b Aspects of annual interest ( $r$ ) to optimal cost function ( $F$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{x}$ )

4.1.4  $C_i$ 의 변화 (Fig.13 참조)

Fig.13에서는 위에서 검토한 각 계수들의 변화를 종합적 계수  $C_i$ 의 변화로 고찰한 결과  $C_i$ 의 증가에 따라 보온재의 최적두께와 최적 cost 함수가 증가함을 알 수 있다.

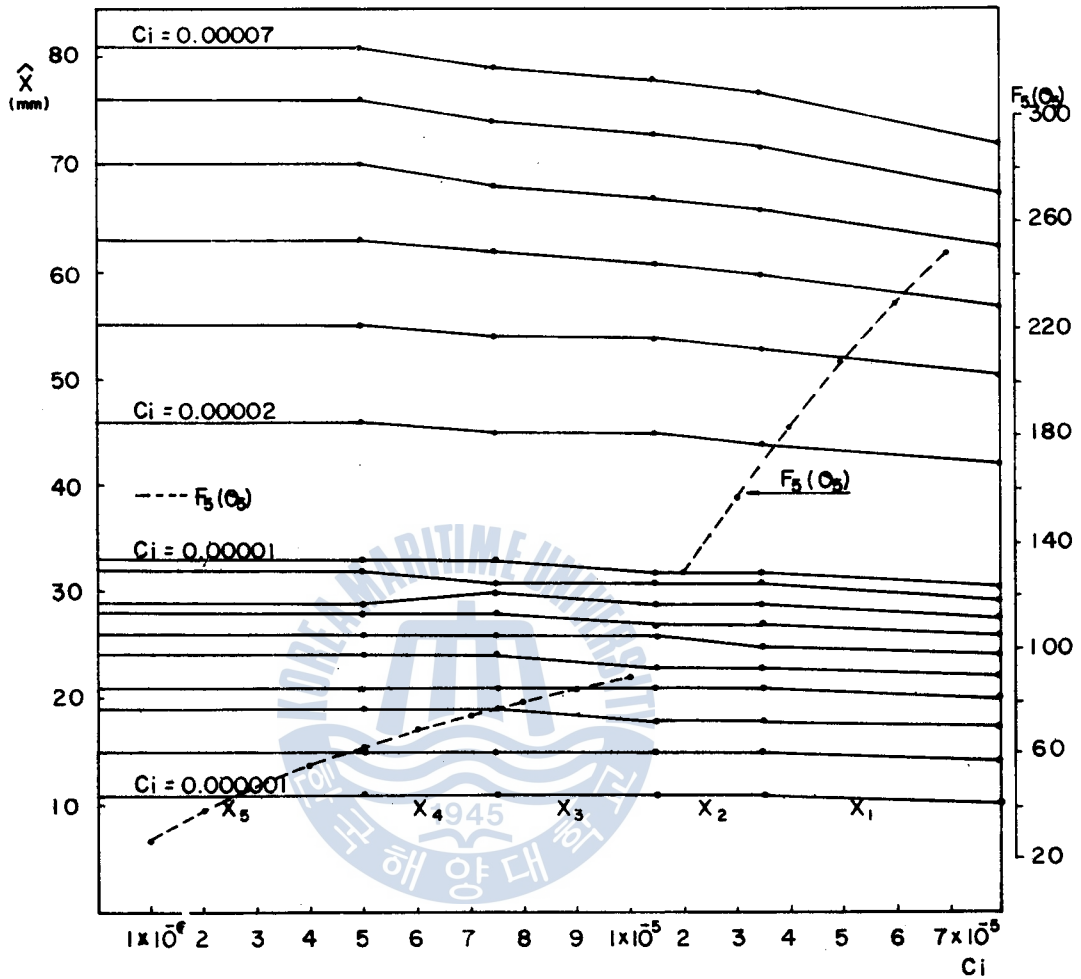


Fig.13 Aspects of composite coefficient ( $C_i$ ) to optimal cost function ( $F$ ) and heat insulation thickness ( $\hat{X}$ )

#### 4.2 최적해에 대한 검토

본절에서는 보온재의 재질은 glass wool pipe cover 을 사용하는 것으로 하여 본 논문에서 제안한 수법을 이용하여 얻은 최적해를 D.P 최적해 ( $F_{DP}, \hat{X}$ ) 라 하고, 배관마다의 최적해를 구하는 방법으로 얻은 해를 부분 최적해 ( $F_p,$

$X_p$ )라 하고, 현재 시판되고 있는 보온재의 표준규격중에서 D.P 최적해에 가장 가까운 것을 택했을 때의 Cost를  $F_c$ , 보온재의 두께를  $X_c$  (표준규격 : 25,30,40,50,75,100 mm)로 하여 비교 검토하였다.

4.2.1 Cost의 비교 (Fig.14a, b 참조)

D.P 최적 Cost를 기준으로 하여 부분 최적해의 Cost와  $F_c$ 와의 차이를 보온재의 사용년수와  $C_i$ 를 변화함에 따라 Fig.14 a, b에 나타내었다.

Fig.14a,b에서 알 수 있는것은 D.P 최적 Cost와 부분 최적Cost는 차이가 크지 않으나  $F_c$ 와는 차이가 남을 알 수 있다.

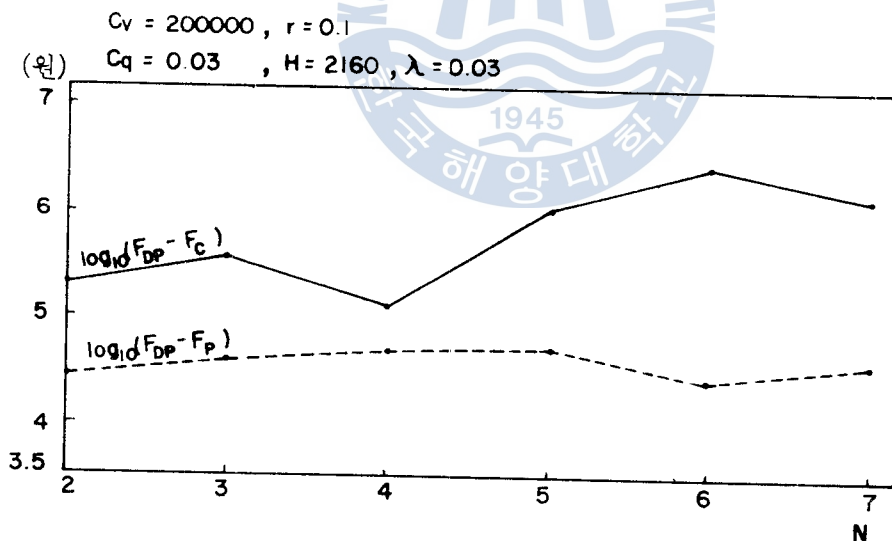


Fig.14a Aspects of usable year of heat insulation material(N) to the cost difference of D.P optimal cost ( $F_{DP}$ ), partly optimal cost( $F_p$ ) and standard size cost ( $F_c$ )

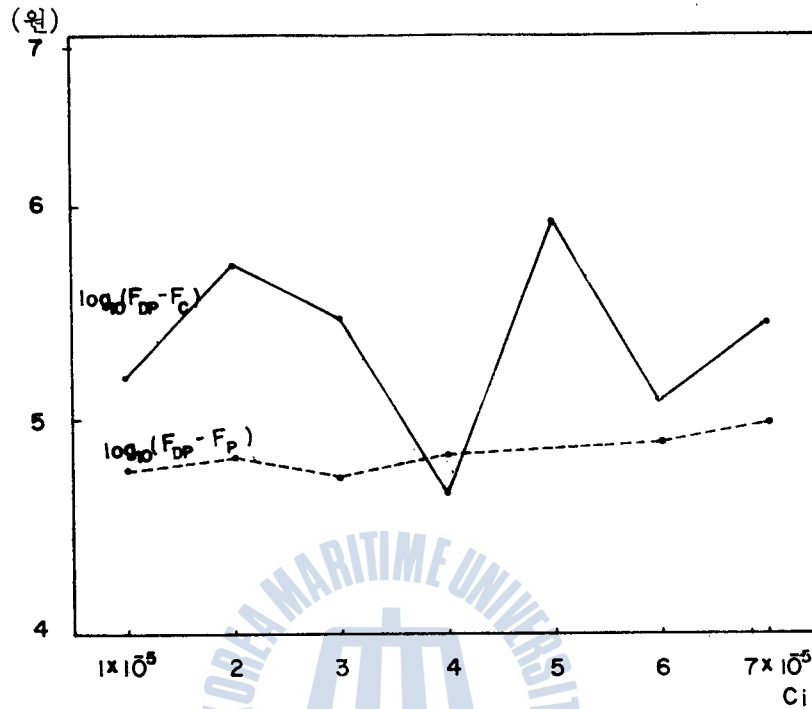


Fig.14b Aspects of composite coefficient ( $C_i$ ) to the cost difference of D.P optimal cost ( $F_{DP}$ ), partly optimal cost ( $F_P$ ) and standard size cost ( $F_C$ )

#### 4.2.2 최적두께의 비교 (Table 9,10 참조)

본절에서는 D.P 최적두께와 부분 최적두께의 변화를  $C_i$  와 사용년수  $N$ 을 변화시키면서 검토한 결과 다소 차이가 남을 알 수 있다.



Table 9 Comparison of D. P optimal thickness ( $\hat{X}$ ) and partly optimal thickness ( $X_P$ )

THICKNESS	OPTIMAL THICKNESS (mm)										$F_5(\theta_5)$	
	$X_5$		$X_4$		$X_3$		$X_2$		$X_1$			
	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	D. P	PART
$1 \times 10^{-5}$	33.0	33.2	33.0	32.8	32.0	32.5	32.0	32.2	31.1	31.1	88.658	88.751
$2 \times 10^{-5}$	46.0	46.0	45.0	45.2	45.0	44.7	44.0	44.2	42.3	42.4	127.317	127.434
$3 \times 10^{-5}$	55.0	55.5	54.0	54.4	54.0	53.7	53.0	53.0	50.5	50.5	157.707	157.795
$4 \times 10^{-5}$	63.0	63.3	62.0	61.9	61.0	61.0	60.0	60.2	57.1	57.2	183.716	183.824
$5 \times 10^{-5}$	70.0	70.0	68.0	68.4	67.0	67.3	66.0	66.4	62.8	62.9	206.948	207.070
$6 \times 10^{-5}$	76.0	76.0	74.0	74.1	73.0	72.9	72.0	71.9	67.8	67.9	228.196	228.332
$7 \times 10^{-5}$	81.0	81.4	79.0	79.3	78.0	78.0	77.0	76.8	72.8	72.1	247.937	248.084

Table 10 Comparison of D. P optimal thickness ( $\hat{X}$ ) and partly optimal thickness ( $X_P$ )  
year = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

THICKNESS	OPTIMAL THICKNESS (mm)										$F_5(\theta_5)$	
	$X_5$		$X_4$		$X_3$		$X_2$		$X_1$			
	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	$\hat{X}$	$X_P$	D. P	PART
2	33.0	32.8	32.0	32.4	32.0	32.1	32.0	31.8	30.7	30.8	87.405	87.453
3	44.0	41.4	41.0	43.7	43.0	43.2	43.0	42.8	40.9	41.0	122.455	122.522
4	52.0	52.5	51.0	51.5	51.0	50.8	50.0	50.3	47.9	48.0	147.963	148.045
5	59.0	58.7	57.0	57.5	57.0	56.7	56.0	56.0	53.2	53.3	168.243	168.330
6	64.0	63.6	59.0	62.3	61.0	61.3	61.0	60.6	57.4	57.5	185.076	185.119

( $C_1 = 200,000, C_2 = 9.03, H = 2,160, \lambda = 0.03$ 인 경우)

## 5 . 결 론

본 연구에서는 고온수 배관 시스템의 최적 보온설계 문제를 평가함수를 도입하여 동적계획법(D.P)의 분제로 모델링하여 합리적으로 설계하는 수법을 제안하였다.

기본적 배관에서 뿐만아니라, 복잡한 고온수 수송 배관 시스템을 기본적 배관 시스템으로 분해 및 종합을 해가면서 D.P를 이용해 평가함수를 최소로 하는 최적해를 도출하는 설계법을 도출하였다.

또한 상기수법에 기준해서 프로그램을 개발하고, 몇개의 배관 시스템에 대한 수치계산을 행함에 따라 이 설계수법의 유효성을 검토하였는바 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

즉, 배관 시스템의 보온재의 최적두께는 배관의 길이 또는 배관의 직경에 영향을 미소하게 받고 관련 각 계수들의 변화에 영향을 받음을 알 수 있었으며, D.P에 의한 최적해가 부분 최적해 보다는 좋음을 확인할 수 있었다. 또한, 현재, 배관의 보온재료로 glass wool pipe cover 를 사용할 경우 생산규격이 한정되어 있으나, 규모가 큰 배관 시스템에 적용 시킬때는 본 논문에서 제안한 수법에 의해 구한 최적두께로 생산을 할 경우 유리할 것으로 생각된다.

본 논문에서는 비교적 간단한 배관 시스템에 대하여 고찰하였지만 규모가 크고 복잡한 배관 시스템에 대한 종합적 범용 프로그램의 개발은 다음의 연구에서 개발할 계획이다.

또한 최근의 에너지 가격의 상승에 대해 여러가지 관점에서 에너지 절약화 촉진의 필요성이 증시되고 있는 시점에서 여기에서 제안한 설계수법은 보온설계를 합리적으로 행하기 위한 하나의 지침을 설계 계획자 들에게 제공하리라 생각된다.

## 참 고 문 헌

- [ 1 ] K. Ito, S. Akagi, M. Ohta, A multi-objective optimal design of thermal distribution systems, 142/vol.106, ASME, (1984. June.).
- [ 2 ] 岸, 熱管理と公害, 27-5, 41, (昭 50).
- [ 3 ] 日本機械學會編, 傳熱工學資料 (第 3 版), 266, (昭 50).
- [ 4 ] King, R.C., Piping hand book, 5th ed., McGraw-Hill, 1973.
- [ 5 ] 伊東弘一, 外 2 名, 高温水管網の保溫設計における多目的最適化, 日本機械學會論文集 (C編), (昭 57-11).
- [ 6 ] 早川, 地域冷暖房計画, (昭 48), 115.
- [ 7 ] J.P. Holman, Heat transfer.
- [ 8 ] 船舶機械工學 (2 分冊), 海文堂, p.153~155.
- [ 9 ] 船舶機械工學 (3 分冊), 海文堂, p.108~110.
- [10] Frederick S. Hiller, Gerald J. Lieberman, Introduction to operations research.
- [11] G. R walsh, Methods of optimization, John wiley & sons. p.164~185.
- [12] Bellman and Dreyfus, Applied dynamic programming.
- [13] 前田活郎著, オペレーションズリサーチ, 朝倉書店, p.186~222.
- [14] 廣田實, 船舶制御システム工學, 成山堂, p.230~241.
- [15] Olle I. Elgerd, Control systems theory.
- [16] Stanley M. Shinnars, Modern Control system theory and application.

- [17] 電氣學會編, 自動制御理論, オーム社, p.387~411.
- [18] 宇野利雄, 菊池豊彦共著, 最大原理入門, 公立全書, p.144~162.
- [19] 志水清孝著, システム制御と數理計画法, コロナ社, p.124~130,  
p.171~179.
- [20] 韓國物價協會, 物價資料, 1986.10.

