

다자유도계를 갖는 비선형진동계의 강제진동해석

전진영¹⁾, 김의간²⁾

Forced Vibration Analysis of the Nonlinear Vibration System with Multi-Degree-of-Freedom System

Jin-Young Jeon, Ue-Kan Kim

ABSTRACT

Practical structural systems have nonlinear elements and experimental results of the torsional vibration test for vibrational systems show the evident nonlinear characteristics. But the analytical approaches which have been used so far regarded the systems as the linear systems.

In this study, propulsion shafting system was modeled with Duffing's nonlinear vibration system and, Quasi-Newton method was adopted to analyze it. Also, developed the computer program of nonlinear forced torsional vibration for the propulsion shafting were modeled multi-degree of freedom system. And for the purpose of the confirming the reliability of developed computer program, the nonlinear calculated results were compared with the linear calculated ones for engine propulsion shafting system.

1. 서론

최근 에너지 절약에 대한 요구가 증가함에 따라 중소형 디젤기관 제작사들은 출력 및 효율 향상을 위하여 평균유효압력과 최고폭발압력을 증가시키고 있다.

1) 한국해양대학교 기관공학과 석사과정 진동·소음전공

2) 한국해양대학교 기계·냉동·자동차공학부 교수

이 결과 축계 비틀림진동의 기진력이 되는 토크 변동력도 증가하여 비틀림 부가응력이 축계의 허용치를 초과하는 문제가 발생하고 있다.

이에 대한 대책의 하나로 기진력을 흡수하는 비틀림댐퍼를 채택하여 비틀림진동을 제어하는 경우가 많다. 특히 중고속엔진에는 점성댐퍼를 장착하여 비틀림진동을 제어하는데 지금까지는 점성댐퍼를 갖는 기관 축계를 등가진동계로 모델링할 때 일반적으로 점성댐퍼는 점성감쇠만 있다고 가정하였다.

그러나 Iwamoto⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾ 등은 실리콘유의 복소점도를 진동점도계로 측정하고 분석한 결과, 점성댐퍼 내의 실리콘유는 댐퍼케이싱과 관성링의 상대속도에 비례한 감쇠력 외에 진동수가 높게 되면 위상지연을 가져와 변위에 비례하는 강성도 존재함을 보고하였다. 또한 김, 박⁽⁷⁾은 점성댐퍼를 갖는 중·고속기관 축계의 비틀림진동을 측정하고 분석한 결과, 특정한 기관회전수 영역에서 기관의 회전수를 증가시키면서 측정된 진동진폭과 감소시키면서 측정된 진동진폭이 다른 것을 확인하였다.

이는 비선형진동의 일종인 도약현상이 실제의 기관 축계에서도 발생하고 있음을 나타내는 것으로 점성댐퍼가 감쇠계수와 비선형강성을 함께 갖고 있어 Duffing형 진동계와 같은 특성을 보이는 것으로 판단된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위한 기초연구로서 먼저 비선형성을 갖는 직선진동계와 회전진동계를 다자유도계로 모델링하여 비선형운동방정식을 유도하고 이를 준-Newton법^{(8),(9)}에 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)공식을 적용하여 비선형진동 특성을 해석하고자 한다.

2. Duffing형 비선형진동계의 해석

2.1 Duffing형 비선형 강성함수 $\hat{K}_n(A)$

비선형특성을 갖는 1자유도계의 진동방정식에서 $f_{nk}(\dot{x}, x)$ 를 비선형요소의 복원력으로 하여 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$m\ddot{x} + f_{nk}(\dot{x}, x) = F \cos(\omega t) \quad (1)$$

입력변위 x 는 $x = A \cdot \sin(\omega t)$ 로 표현되는 정현파라 할 때 Fig. 1과 같이 변위 및 변위의 3승에 비례하는 복원력특성을 갖는 비선형스프링을 Duffing형 비선

링스프링이라 한다.

Duffing형 비선형스프링의 복원력 f_{nk} 는

$$f_{nk}(\omega t) = kx + \beta x^3 \tag{2}$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서 k 는 선형강성계수이고 β 는 비선형강성계수이다.

식(2)에 입력변위를 대입하여 정리하면 식(3)과 같이

$$f_{nk}(\omega t) = (k + \frac{3}{4} \beta A^2) A \cdot \sin(\omega t) \tag{3}$$

나타낼 수 있다.

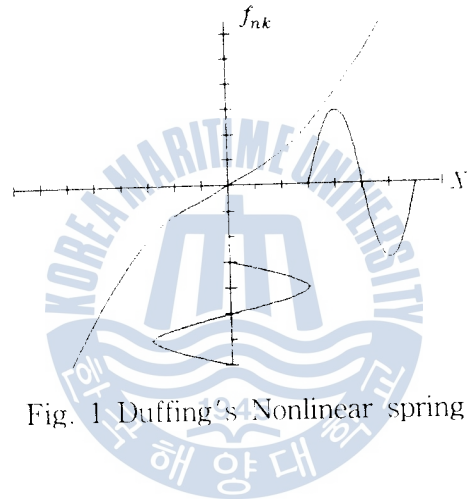


Fig. 1 Duffing's Nonlinear spring

식(3)에서 비선형복원력은 선형과 같은 개념으로 표현할 수 있는데 이를 비선형 강성과 입력변위와의 관계로 나타내면 식(4)와 같이 된다.

$$f_{nk}(\omega t) = \tilde{K}_n(A) \cdot x \tag{4}$$

여기서 $\tilde{K}_n(A)$ 은 비선형강성함수이고 선형강성과 같은 차원이 된다.

$$\tilde{K}_n(A) = (k + \frac{3}{4} \beta A^2) \tag{5}$$

2.2 Duffing형 비선형계의 운동방정식

Fig. 2는 k_1 만이 Duffing형 비선형강성의 특성을 갖는 비선형 3질점 3자유도계의 모델링이다.

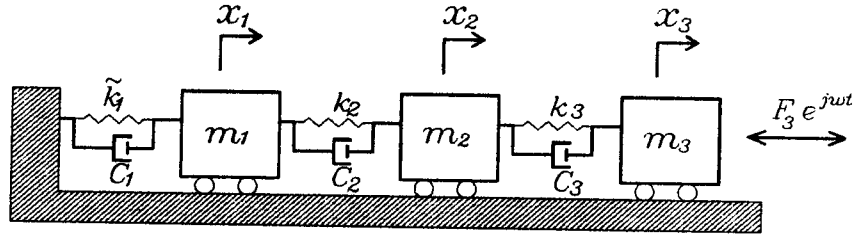


Fig. 2 Nonlinear three-degree-of-freedom spring-mass system

Duffing형 비선형 강성행렬 $[k]$ 를 갖는 비선형 다자유도계의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{f\} \quad (6)$$

응답의 기본파성분만을 고려하여 $\{f\}, \{x\}$ 를

$$\{f\} = \{F\}e^{j\omega t}, \quad \{x\} = \{A\}e^{j\omega t} \quad (7)$$

라 두고 식(7)을 식(6)에 대입하고 비선형강성행렬 $[k]$ 를 비선형강성함수의 행렬 $[\tilde{K}_n]$ 로 바꿔쓰면

$$[-\omega^2[M] + j\omega[C] + [\tilde{K}_n]]\{A\} = \{F\} \quad (8)$$

이 된다. $\{A\}$ 를

$$\{A\} = \{A_r + jA_i\} \quad (9)$$

라 두고 식(9)를 식(8)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} -\omega^2[M] + [\tilde{K}_n] & -\omega[C] \\ \omega[C] & -\omega^2[M] + [\tilde{K}_n] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_r \\ A_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

과 같이 Duffing형 비선형 다자유도계의 운동방정식을 유도할 수 있다. 즉, 이 운동방정식이 비선형방정식을 최적화하기 위한 목적함수가 된다.

2.3 BFGS공식을 적용한 준-Newton법

다변수를 갖는 비선형운동방정식의 해석법으로써 본 연구에서는 준-Newton법 특히 BFGS 공식을 적용하여 축계의 비선형비틀림강제진동을 해석하고자 한다. 이

는 변저 축계의 비선형운동방정식을 목적함수 $f(x)$ 라 하면 다음과 같은 최적해 즉, 최소점을 찾아가는 문제로 귀착된다. 단, $x=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$ 이고 f 는 n 차원 공간 R^n 에서 2회 미분가능한 비선형함수라고 하면 임의의 점 x 에서 함수 f 의 구배 벡터(Gradient vector)와 헤시안행렬(Hessian matrix)은 각각 다음과 같이 된다.

$$\{\nabla f(x)\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \dots \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad [\nabla^2 f(x)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

여기서 점 x 가 $\nabla f(x)=0$ 를 만족하고 헤시안 행렬치가 正定値(Positive definite)이면 점 x 는 $f(x)$ 의 국소적 최적해로 된다. 함수 f 의 국소적 최적해 x 는 다음과 같이 구한다. 점 $x^{(k)}$ 에서 목적함수를 2차까지 Taylor전개하여 최소가 되는 점을 다음 반복점 $x^{(k+1)}$ 이라 한다.

$$\hat{q}^{(k)}(x) = f(x^{(k)}) + \nabla f(x^{(k)})^T(x-x^{(k)}) + \frac{1}{2}(x-x^{(k)})^T \nabla^2 f(x^{(k)})(x-x^{(k)}) \quad (11)$$

점 $x^{(k)}$ 로부터의 변위를 $d=x-x^{(k)}$ 로 표시하고, 식(11)의 함수 $\hat{q}^{(k)}$ 를 식(12)와 같이 나타낸다.

$$\hat{q}^{(k)}(x) = f(x^{(k)}) + \nabla f(x^{(k)})^T d + \frac{1}{2} d^T B^{(k)} d \quad (12)$$

여기서 $B^{(k)}$ 는 $n \times n$ 정정치 대칭행렬이다.

$$d^{(k)} = -(B^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)}) \quad (13)$$

로 되며 행렬 $B^{(k)}$ 의 정정치성(Positive definiteness)에 의해

$$\nabla f(x^{(k)})^T d^{(k)} = -(d^{(k)})^T B^{(k)} d^{(k)} < 0 \quad (14)$$

이 성립한다. 식(14)는 벡터 $d^{(k)}$ 가 점 $x^{(k)}$ 에서 함수 f 의 강하방향(descent direction)을 의미하므로 적당한 증분 $t^{(k)} > 0$ 을 선택하면 다음과 같다.

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + t^{(k)} d^{(k)}, \quad f(x^{(k+1)}) < f(x^{(k)}) \quad (15)$$

다음은 BFGS법을 적용하여 식(16)과 같이 헤시안행렬 $B^{(k)}$ 를 갱신한다.

$$B^{(k+1)} = B^{(k)} + \frac{y^{(k)}(y^{(k)})^T}{(y^{(k)})^T s^{(k)}} - \frac{B^{(k)} s^{(k)}(s^{(k)})^T B^{(k)}}{(s^{(k)})^T B^{(k)} s^{(k)}} \quad (16)$$

$$y^{(k)} = \nabla f(x^{(k+1)}) - \nabla f(x^{(k)}), \quad s^{(k)} = x^{(k+1)} - x^{(k)}$$

실제 식(14)에 의해 구배벡터 $\nabla f(x^{(k)})$ 와 벡터 $d^{(k)}$ 의 내적은 음이므로 $x(t) = x^{(k)} + td^{(k)}$ ($t \geq 0$)으로 표시되는 반직선상에서 함수 f 의 구배벡터는 Fig. 3과 같이 변화한다. 즉, 각각의 구배벡터와 $d^{(k)}$ 와의 내적은 점 $x^{(k)}$ 로부터 떨어짐에 따라 강하하여 최소점, 즉 최적해를 찾아가게 된다.

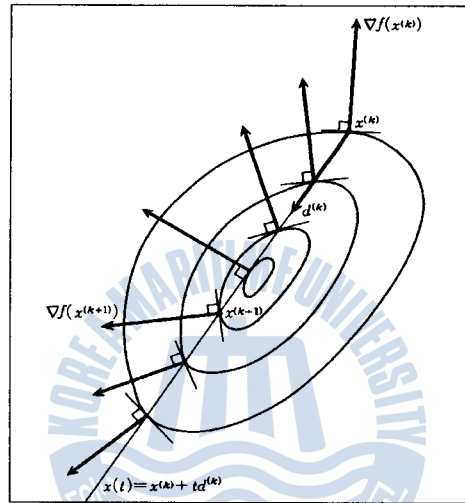


Fig. 3 Gradient Vector paths of Function f

3. Duffing형 비선형 직선진동계의 해석 결과

다음은 준-Newton법에 BFGS공식을 적용하여 Duffing형 비선형 다자유도계를 해석한 결과에 대해서 서술한다.

Fig.2는 k_1 만이 Duffing형 비선형강성의 특성을 나타낸다고 가정하고 강성 k_2, k_3 는 선형강성으로 3질점 3자유도계로 모델링한 그림이다.

이와 같이 Duffing형 비선형스프링을 갖는 다자유도계의 해석은 지금까지 비선형연립방정식의 유도과 해석방법 등의 문제로 해석하기가 어려웠다.

따라서 본 논문에서는 이런 문제를 해결하기 위해 Duffing형 비선형스프링을 비선형강성함수로 치환하여 비선형연립방정식을 유도한 후, 준-Newton법에 BFGS공식

을 적용하여 비선형문제를 풀 수 있었다.

Duffing형 비선형 다자유도계의 정수를 나타내면 Table 1과 같다.

Table 1 Constants Duffing's Nonlinear system

m_i	c_i	k_i	β_i	F_i
10.0	0.1	10.0	2.0	10.0
kg	Ns/m	N/m	N/m	N

주파수응답을 해석할 때 주파수 ω 의 범위는 0.0에서 2.4 rad/s까지로 하고 이 사이를 24000점의 주파수로 나누어 계산했다. 즉, 매 주파수 $\Delta\omega$ 는 0.0001 rad/s이다. Fig. 4와 Fig. 5의 다자유도 선형계와 비선형계의 Compliance $\frac{X_3}{F_3}$ 의 계산결과를 각각 비교 검토했다.

Fig. 2와 같이 스프링 k_1 만 비선형성인 경우 1차 공진주파수에서는 소인방향에 의한 주파수응답 특성의 차이를 명확히 찾을 수 없지만 2차, 3차 공진주파수에서는 소인방향에 의해 공진점의 변동이 있음을 알 수 있다. 따라서 비선형성이 1자유도인 경우에도 소인방향에 의해 공진주파수가 모두 영향을 받는다는 것을 알 수 있었다. 또한 각각의 공진점에서 비선형특성인 도약현상을 나타내고 있는데 특히 $\frac{X_3}{F_3}$ 의 Compliance 결과를 보면 ω 가 1.86~1.96 rad/s에서 3차 공진주파수는

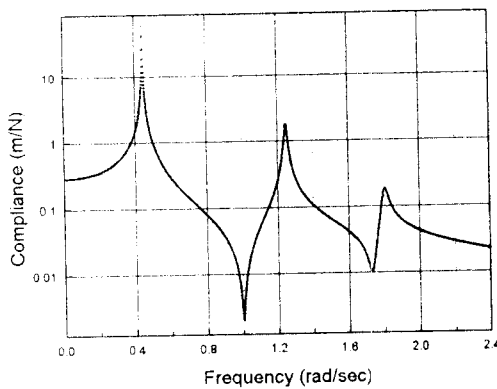


Fig. 4 Compliance of Linear multi degree of freedom system

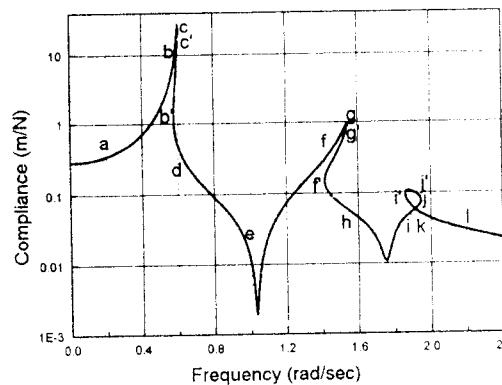


Fig. 5 Compliance of Nonlinear multi degree of freedom system

증가시 $i \rightarrow j \rightarrow k \rightarrow i$ 의 특성을 나타내고 감소시 $l \rightarrow k \rightarrow i \rightarrow l$ 의 특성을 나타낸다. 상측으로 곡선을 이루며 $j \leftrightarrow i$ 의 특성을 나타내는 구간에서는 진폭이 증가하고 있기 때문에 (-)의 감쇠가 있는 것을 알 수 있으며 불안정한 현상이라고 생각된다.

4. Duffing형 비선형 회전진동계의 비틀림진동진폭해석

본 연구에서는 고점도의 점성댐퍼를 갖는 기관 축계에 대한 비틀림진동측정 결과⁽⁷⁾와 Iwamoto의 연구결과를 근거로 하여 강성계수는 각변위에 비례하는 선형강성계수와 각변위의 3승에 비례하는 비선형강성계수도 함께 갖고 있는 비선형 회전진동계로 모델링하여 해석한다.

비선형문제의 해법으로는 지금까지 여러 방법들이 이용되고 있지만 비틀림진동으로의 확장해석은 거의 없는 현실이다. 따라서 축계의 비틀림진동을 다자유도계의 3절점 2자유도계로 모델링하여 2.3절에서 설명한 준-Newton법을 이용하여 엔진축계의 비선형 비틀림강제진동을 해석한다. 또한 선형계의 진동진폭선도와 비선형계의 진동진폭선도를 비교하여 비선형특성인 도약현상과 회전수 증가·감소시 위험회전수의 변화정도를 확인한다.

Fig. 6과 같이 3절점 2자유도계에서 J_1, J_2 사이에 각변위와 각변위 3승에 비례하는 Duffing형 비선형스프링을 갖는 계로 모델링하여 해석한다.

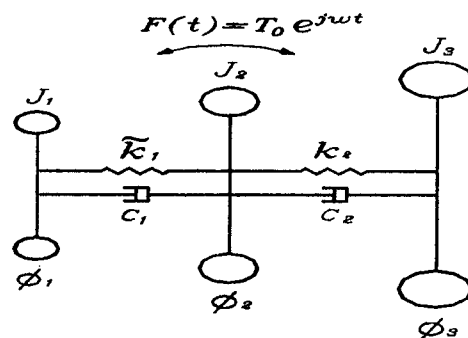


Fig. 6 Three mass system with Nonlinear Torsional stiffness

비선형복원력은 식(2)를 이용하여 비선형연립방정식을 유도할 수 있으며 이 방정식을 목적함수로 하여 비선형비틀림진동을 해석한다.

Duffing형 비선형 다자유도계의 정수값들은 Table 4.2와 같다.

Table 2 Constants of Duffing's Nonlinear system

J_1	0.182	$kg \cdot m^2$
J_2	0.347	$kg \cdot m^2$
J_3	6.400	$kg \cdot m^2$
C_1	1.020	$Nm \text{ sec/rad}$
C_2	0.920	$Nm \text{ sec/rad}$
k_1	31700	Nm/rad
k_2	100000	Nm/rad
β_1	-90000	Nm/rad^3

J_1, J_2, J_3 는 질량관성모멘트이고 C_1, C_2 는 비틀림감쇠계수, k_1, k_2 는 비틀림강성계수이다. 또한 β_1 는 비선형비틀림강성계수이다.

Fig. 7과 Fig. 8에서 보이는 것과 같이 비틀림진동진폭을 해석할 때의 회전수범위는 600~2500 r.p.m.까지로 하고 이 사이를 0.0001 r.p.m.씩 증가·감소하여 계산을 행하였다. 선형계의 비틀림진동진폭과 비교 검토한 결과 선형계의 해석결과는 위험회전수가 증가시와 감소시 변동이 없는 하나의 해를 갖고 있지만 비선형계의 비틀림진동진폭은 해석결과와 같이 회전수 증가시에는 $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g$ 의 경로를 따라 이동하고 회전수 감소시에는 $g' \rightarrow f' \rightarrow e' \rightarrow d' \rightarrow c' \rightarrow b' \rightarrow a'$ 의 경로를 따라 이동한다는 것을 알 수 있다. 여기서 $c' \leftrightarrow b, f' \leftrightarrow e$ 의 구간은 불안정 영역으로 실재는 존재하지 않는 구간이다. 즉, 이 구간의 회전수는 1026~1090 r.p.m과 2074~2121 r.p.m.구간으로 비선형특성인 도약현상이 발생하는 구간이다.

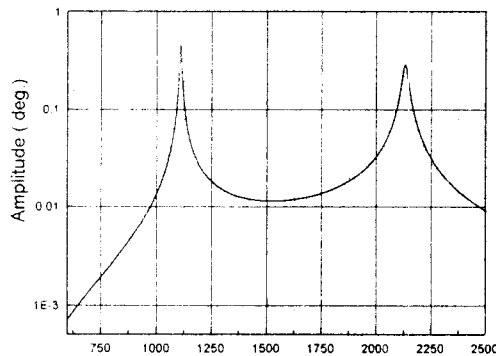


Fig. 7 Torsional amplitude ϕ_1 of Linear multi-degree-of-freedom system

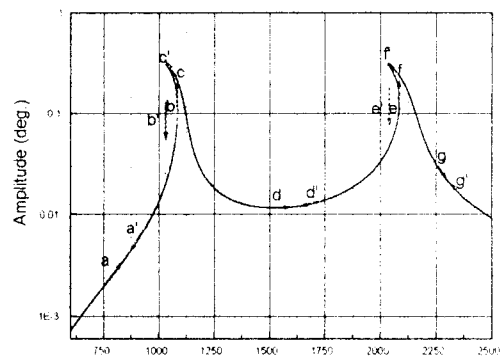


Fig. 8 Torsional amplitude ϕ_1 of Nonlinear multi-degree-of-freedom system

5. 결 론

점성댐퍼를 갖는 중·고속기관 축계의 비틀림진동을 측정하고 분석한 결과, 비선형진동의 일종인 도약현상이 발생하고 있는 것을 확인하였다. 이는 점성댐퍼 내의 고점도 실리콘유가 감쇠계수와 비선형강성계수를 함께 갖고 있어 Duffing형 비선형진동계와 같은 특성을 보이는 것으로 판단된다.

따라서 이러한 축계의 비틀림진동해석은 지금까지의 선형해석으로는 불가능하기 때문에 축계를 비선형진동계로 모델링하여 해석하여야 한다. 그러나 비선형진동의 해석법은 1자유도계에 대한 것이 대부분으로 기관 축계와 같이 다자유도계를 갖는 진동계에는 적용이 곤란하다. 기관 축계를 2질점 1자유도계로 모델링하여 비틀림진동을 해석하면 결과의 신뢰성에는 한계가 있다.

따라서 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위한 기초연구로서 비선형강성계수를 갖는 직선진동계와 회전진동계를 다자유도계로 모델링하여 비선형운동방정식을 유도하고 이를 준-Newton법에 BFGS공식을 적용하여 비선형진동특성을 해석하는 전산프로그램을 개발하였다. 본 연구에서 개발한 전산프로그램을 비선형성을 갖는 다자유도계의 강제진동해석에 적용한 결과 만족할 만한 성과를 얻었다고 판단되나 실제로 비교 고찰할 연구 결과가 없어 신뢰성을 확인하는 것은 곤란하였다.

다만, 2질점 1자유도계에 대해서는 본 연구에서 개발한 전산프로그램으로 비선형 강제진동을 해석하고 이를 비선형 1자유도계에 대해서는 신뢰성이 확인된 조화균형법, 섭동법, 교점직접탐사법, 최급강하법 등으로 해석한 결과와 비교하였다.

Duffing형 비선형 다자유도계의 정수값들은 Table 4.2와 같다.

Table 2 Constants of Duffing's Nonlinear system

J_1	0.182	$kg \cdot m^2$
J_2	0.347	$kg \cdot m^2$
J_3	6.400	$kg \cdot m^2$
C_1	1.020	$Nm \text{ sec/rad}$
C_2	0.920	$Nm \text{ sec/rad}$
k_1	31700	Nm/rad
k_2	100000	Nm/rad
β_1	-90000	Nm/rad^3

J_1, J_2, J_3 는 질량관성모멘트이고 C_1, C_2 는 비틀림감쇠계수, k_1, k_2 는 비틀림강성계수이다. 또한 β 는 비선형비틀림강성계수이다.

Fig. 7과 Fig. 8에서 보이는 것과 같이 비틀림진동진폭을 해석할 때의 회전수범위는 600~2500 r.p.m.까지로 하고 이 사이를 0.0001 r.p.m.씩 증가·감소하여 계산을 행하였다. 선형계의 비틀림진동진폭과 비교 검토한 결과 선형계의 해석결과와는 위함회전수가 증가시와 감소시 변동이 없는 하나의 해를 갖고 있지만 비선형계의 비틀림진동진폭은 해석결과와 같이 회전수 증가시에는 $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g$ 의 경로를 따라 이동하고 회전수 감소시에는 $g' \rightarrow f' \rightarrow e' \rightarrow d' \rightarrow c' \rightarrow b' \rightarrow a'$ 의 경로를 따라 이동한다는 것을 알 수 있다. 여기서 $c' \leftrightarrow b, f' \leftrightarrow e$ 의 구간은 불안정 영역으로 실제로는 존재하지 않는 구간이다. 즉, 이 구간의 회전수는 1026~1090 r.p.m과 2074~2121 r.p.m.구간으로 비선형특성인 도약현상이 발생하는 구간이다.

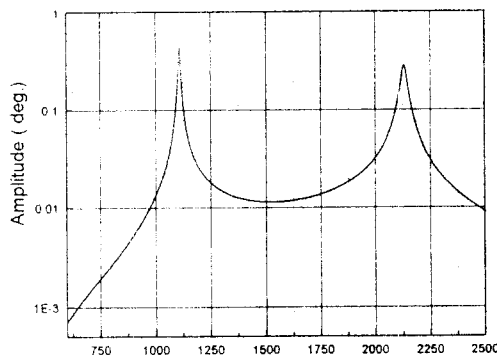


Fig. 7 Torsional amplitude θ_1 of Linear multi-degree-of-freedom system

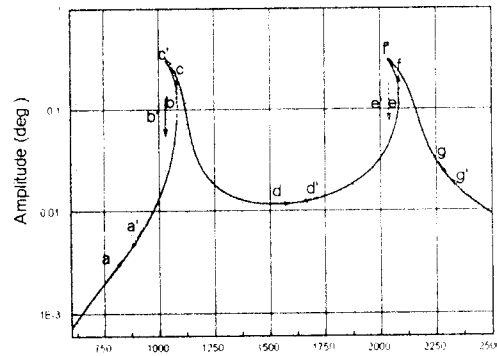


Fig. 8 Torsional amplitude θ_1 of Nonlinear multi-degree-of-freedom system

5. 결 론

점성댐퍼를 갖는 중·고속기관 축계의 비틀림진동을 측정하고 분석한 결과, 비선형진동의 일종인 도약현상이 발생하고 있는 것을 확인하였다. 이는 점성댐퍼 내의 고점도 실리콘유가 감쇠계수와 비선형강성계수를 함께 갖고 있어 Duffing형 비선형진동계와 같은 특성을 보이는 것으로 판단된다.

따라서 이러한 축계의 비틀림진동해석은 지금까지의 선형해석으로는 불가능하기 때문에 축계를 비선형진동계로 모델링하여 해석하여야 한다. 그러나 비선형진동의 해석법은 1자유도계에 대한 것이 대부분으로 기관 축계와 같이 다자유도계를 갖는 진동계에는 적용이 곤란하다. 기관 축계를 2질점 1자유도계로 모델링하여 비틀림진동을 해석하면 결과의 신뢰성에는 한계가 있다.

따라서 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위한 기초연구로서 비선형강성계수를 갖는 직선진동계와 회전진동계를 다자유도계로 모델링하여 비선형운동방정식을 유도하고 이를 준-Newton법에 BFGS공식을 적용하여 비선형진동특성을 해석하는 전산프로그램을 개발하였다. 본 연구에서 개발한 전산프로그램을 비선형성을 갖는 다자유도계의 강제진동해석에 적용한 결과 만족할 만한 성과를 얻었다고 판단되나 실제로 비교 고찰할 연구 결과가 없어 신뢰성을 확인하는 것은 곤란하였다.

다만, 2질점 1자유도계에 대해서는 본 연구에서 개발한 전산프로그램으로 비선형 강제진동을 해석하고 이를 비선형 1자유도계에 대해서는 신뢰성이 확인된 조화균형법, 섭동법, 교점직접탐사법, 최급강하법 등으로 해석한 결과와 비교하였다. 이들 결과는 거의 같은 값을 주고 있어 본 연구에서 개발한 다자유도계의 비선형 강제진동해석 전산프로그램은 신뢰성이 있다고 생각된다. 추후 본 연구 결과를 기초로하여 실제 기관 축계의 비선형강제비틀림진동을 해석하기 위한 연구가 필요하다고 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) 岩本昭一, “粘性ねじり振動ダンパ作動油の實效粘度に關する研究(作動油の作動粘度測定並びに測定結果の檢討)”, 日本船用機關學會誌, 第8券 第12號, 1973.

- 12, p.63.
- (2) 岩本昭三, “粘性ねじり振動ダンパ作動油の溫度上昇に關する實驗的研究(特に小形ダンパにおける吸振生事と作動油の溫度との關係について), 日本船舶機關學會誌, 第12卷 第4號, 1979. 4, p.40.
- (3) 岩本昭三, Reiner Hartmann, “ディーゼル機關における粘性ねじり振動ダンパ作動油の實效粘度に關する研究(その1: 作動油複素粘度の虛部の效果)”, 日本船舶機關學會誌, 第17卷 第7號, 1982. 7, p.54.
- (4) 岩本昭三, “ディーゼル機關における粘性ねじり振動ダンパ作動油の實效粘度に關する研究(その2: 高速機關におけるダンパ作動油の複素粘度)”, 日本船舶機關學會誌, 第18卷 第10號, 1983. 10, p.25.
- (5) 岩本昭三, “ディーゼル機關における粘性ねじり振動ダンパ作動油の實效粘度に關する研究(その3: 低速機關におけるダンパ作動油の複素粘度)”, 日本船舶機關學會誌, 第18卷 第12號, 1983. 12, p.85.
- (6) 岩本昭三外 2人, “往復動内燃機關における粘性ねじり振動ダンパの作動油の設計計算法(續報實) ダンパ作動油粘度の選定法”, 設計製圖, 第19卷 第112號, 1984. 7, p.33.
- (7) 박용남, 김의간, “디젤 엔진 軸系의 非線形 비틀림振動에 關한 연구”, 한국해양대학교 대학원졸업논문, 1997. 2.
- (8) Arora, J. S., “Introduction to Opimum design”, McGraw Hill, 1989, p.326.
- (9) Singiresu S. Rao, “Engineering Optimization Theory and Practice”, Wiley Interscience, 1996, p.394.

