

# 다자유도계로 모델링한 기관축계의 비선형 비틀림강제진동에 관한 연구

이 문 식\* · 김 의 간\*\*

## A Study on the Nonlinear Torsional Forced Vibration for the Engine Shafting System Modeled with Multi-Degree-of-Freedom

Moon Schick Lee · Ue Kan Kim

### ABSTRACT

This thesis deals with the analysis of the nonlinear torsional vibration system regarding a mid- and high speed engine shafting system. Also, It is traced the origin of nonlinear vibration existed in the actual engine shafting system and analyzed characteristic of viscous damper with high viscosity.

In this study, the vibration analysis will be based on the nonlinear multi degree of freedom system and we have developed a new computer software that deals with nonlinear forced vibrations. Special effort will be made to apply the proposed algorithm to the actual ship engine shafting system.

Finally, it has been shown that the presented approach is evaluated to be robust enough in terms of its reliability and applicable limits of analyzing nonlinear torsional vibration with damper of high viscosity.

### 1. 서 론

선박용 중·소형 디젤기관은 고출력, 고과급화로 인하여 축계 비틀림진동의 기진력이 되는 토크변동력도 증가하여 비틀림 부가응력이 선급에서 규정한 축계 허용치를

\* 한국해양대학교 기계공학 석사과정 진동소음전공

\*\* 한국해양대학교 기계·냉동·자동차공학부 교수

초과하는 문제가 발생하고 있다. 이에 대한 대책의 하나로 기관축계에 점성댐퍼를 장착하여 비틀림진동을 제어한다.[1]

점성댐퍼를 장착한 기관축계를 등가진동계로 모델링할 때 일반적으로 점성댐퍼는 점성감쇠만 있다고 가정하고 해석한다. 그러나 고점도의 점성댐퍼를 갖는 기관축계의 비틀림진동을 측정하고 분석한 결과 비선형진동의 일종인 도약현상이 실제의 기관축계에서도 발생하고 있음을 확인하였다.

따라서, 비선형진동 현상이 나타나는 기관축계를 현재와 같이 선형으로 계산하면 측정치와 상당한 차이가 있을 뿐만 아니라, 선형 해석에 의한 기관의 위험회전수, 비틀림 부가응력, 연속사용 금지구역설정 등이 무의미하게 된다.[2] 따라서 이러한 특성을 갖는 기관축계의 비틀림진동은 지금까지의 선형 해석으로는 곤란하기 때문에 기관축계를 비선형 진동계로 모델링하여 해석하여야 한다.

본 연구에서는 기관축계를 비선형 다자유도계로 모델링하여 비선형 비틀림강제진동을 해석하는 방법을 정식화하고 전산프로그램을 개발하고자 한다. 또한 이를 실선의 기관축계에 적용하여 비선형 비틀림진동 측정결과와 비교 검토하고, 본 연구에서 개발한 전산프로그램의 신뢰성, 적용한계 등을 확인하고자 한다.

## 2. 고점도의 실리콘유를 갖는 점성댐퍼의 동특성

본 장에서는 고점도의 점성댐퍼를 장착한 기관축계에서 발생하는 비선형진동을 일으키는 점성댐퍼의 동특성을 검토한다.

고점도의 점성댐퍼를 장착한 실선의 기관축계에 대하여 비틀림진동을 측정하고 분석한 결과와 Iwamoto 등의 연구결과[3]에 따르면 실리콘유의 동점도가 높은 값을 갖는 경우에는 실리콘유의 감쇠계수는 복소감쇠계수를 갖는 것으로 고려하여 기관축계의 비틀림진동을 해석하는 것이 바람직하다고 보고하고 있다.

고점도의 점성댐퍼를 장착한 기관축계의 복소감쇠계수는 다음과 같이 된다.

$$C^* = K\mu^* = K(\mu' - j\frac{G'}{\omega}) = c' - j\frac{k'}{\omega} \quad (1)$$

$K$  : 댐퍼정수,  $G'$  : 전단탄성계수,  $\mu^*$  : 복소점도,  $\omega$  : 각속도,  
 $c'$  : 감쇠계수 ( $= K\mu'$ ),  $k'$  : 강성계수 ( $= KG'$ )

또한, 댐퍼를 설계 할 때는 사용조건에 맞는 작용유의 실효점도를 구해야 한다. 고점도의 점성댐퍼를 장착한 기관축계에서 실리콘유의 실효점도를 다음의 방법으로 계산

하였다. 점성댐퍼의 실리콘유는 전단비에 따른 점도보정 및 가진진동수  $f$ 에 대한 점도보정 그리고 온도에 따른 점도보정이 필요하다. 이들을 고려하여 표준상태에 있어서 점성댐퍼의 점도를 계산하면 식 (2)과 같이 된다.

$$\mu' = \eta_{\gamma} \eta_t \eta_f \mu_{0r} \quad (2)$$

$\eta_{\gamma}$  : 전단비에 따른 점도변화율,  $\eta_t$  : 온도에 따른 점도변화율,

$\eta_f$  : 가진진동수에 따른 점도변화율,

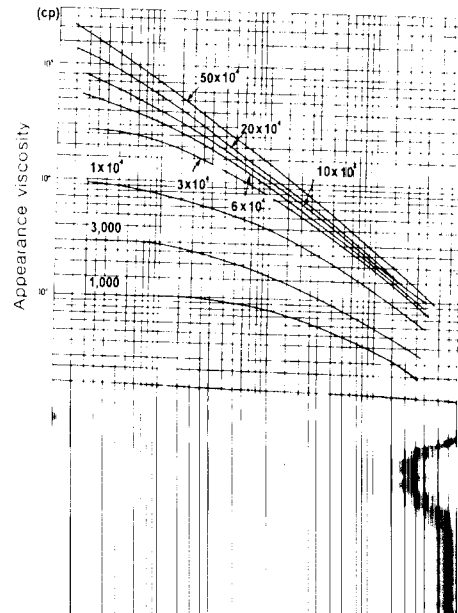
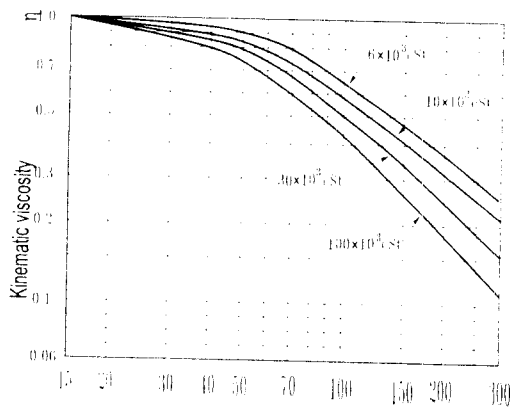
$\mu_{0r}$  : 표준상태에서 작동유의 절대점도

점성댐퍼의 작동유에 작용하는 실효점도 추정은 Iwamoto의 연구결과[4]와 일본 신원화학공업(주) 실리콘유 성능시험 결과[5]를 이용하였다. 이것을 Fig.1과 Fig.2에 보인다.

점성댐퍼의 실효점도를 추정하기위해 대상기관으로 발전기 원동기축계를 선정하였다. 이 기관축계의 주요 요목 및 점성댐퍼의 단면도를 각각 Table1 및 Fig.3에 보인다. 점성댐퍼의 감쇠계수를 구하면 160 Nms/rad이다. 이를 실리콘유의 점도로 계산하면 동점도  $\mu'$ 는  $24.1 \times 10^3$  cSt로 된다.

점성댐퍼 실리콘유의 실효점도를 지배하는 인자를 전부 고려하여 표준상태에 있어서 점성댐퍼의 점도를 계산하면 약  $0.6 \times 10^6$  cSt로 된다.

최근 발표된 연구에서 댐퍼작동유 복소점도의 허수부는 무시할 수 없고, 이것이 댐퍼의 흡진성능 및 비틀림진동 특성에 크게 영향을 미치는 것으로 보고되고 있다.



하였다. 점성댐퍼의 실리콘유는 전단비에 따른 점도보정 및 가진진동수  $f$ 에 대한 점도보정 그리고 온도에 따른 점도보정이 필요하다. 이들을 고려하여 표준상태에 있어서 점성댐퍼의 점도를 계산하면 식 (2)과 같이 된다.

$$\mu' = \eta_{\dot{\gamma}} \eta_f \eta_T \mu_{0r} \tag{2}$$

$\eta_{\dot{\gamma}}$  : 전단비에 따른 점도변화율,  $\eta_T$  : 온도에 따른 점도변화율,

$\eta_f$  : 가진진동수에 따른 점도변화율,

$\mu_{0r}$  : 표준상태에서 작동유의 절대점도

점성댐퍼의 작동유에 작용하는 실효점도 추정은 Iwamoto의 연구결과[4]와 일본 신월화학공업(주) 실리콘유 성능시험 결과[5]를 이용하였다. 이것을 Fig. 1과 Fig. 2에 보인다.

점성댐퍼의 실효점도를 추정하기위해 대상기관으로 발전기 원동기축계를 선정하였다. 이 기관축계의 주요 요목 및 점성댐퍼의 단면도를 각각 Table 1 및 Fig. 3에 보인다. 점성댐퍼의 감쇠계수를 구하면 160 Nms/rad이다. 이를 실리콘유의 점도로 계산하면 동점도  $\mu'$ 는  $24.1 \times 10^3$  cSt로 된다.

점성댐퍼 실리콘유의 실효점도를 지배하는 인자를 전부 고려하여 표준상태에 있어서 점성댐퍼의 점도를 계산하면 약  $0.6 \times 10^6$  cSt로 된다.

최근 발표된 연구에서 댐퍼작동유 복소점도의 허수부는 무시할 수 없고, 이것이 댐퍼의 흡진성능 및 비틀림진동 특성에 크게 영향을 미치는 것으로 보고되고 있다.

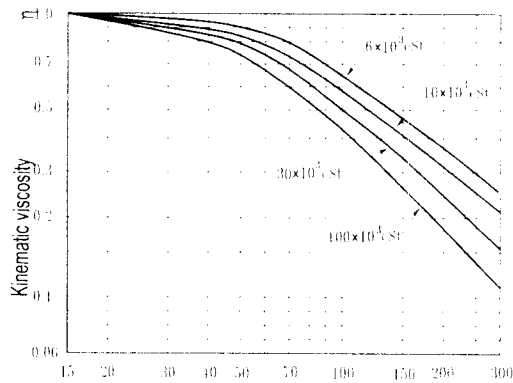


Fig. 1 Kinematic viscosity ratio for the excitation frequency.

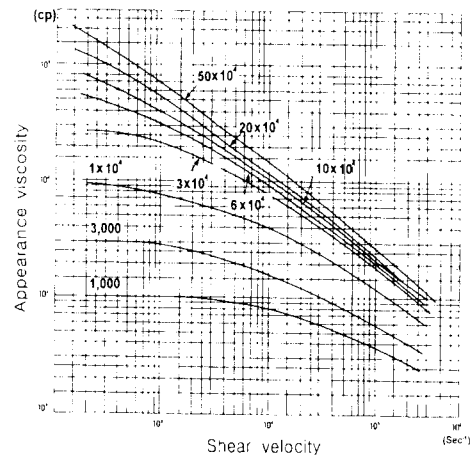


Fig. 2 Silicone oil performance test result.

점성댐퍼의 감쇠일  $W_d$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$W_d = \int_0^{2\pi/\omega} K|\mu^*|\omega^2 \varphi_r^2 \sin \delta \sin^2 \omega t dt = \pi c' \omega \varphi_r^2 \quad (3)$$

$\varphi_r$  : 상대 각변위의 크기,  $\delta$  : 위상각

상대 각변위의 크기  $\varphi_r$ 와 케이싱 각변위의 크기  $\varphi_h$ 의 관계를 이용하여 식 (3)을 무차원화 하면 다음과 같이 된다.

$$y = \frac{2x}{(1-\alpha)^2 + x^2} \equiv \frac{2W_d}{\pi I_d \omega^2 \varphi_h^2} \quad (4)$$

$$\alpha \equiv \frac{KG'}{I_d \omega^2} = \frac{k'}{I_d \omega^2}, \quad x \equiv \frac{c'}{I_d \omega} = \frac{K\mu'}{I_d \omega}$$

여기서,  $\alpha, x, y$ 는 각각 무차원 스프링상수, 무차원 감쇠계수 및 무차원 감쇠일이다.

식 (4)를 그림으로 나타내면 Fig. 4와 같이 되고 이것으로부터 댐퍼에 최대감쇠일을 부여하는  $x$ 와  $\alpha$ 의 값을 알 수 있다. 이 그림을 검토하여 보면 점성댐퍼가 점성감쇠와 강성계수를 함께 갖고 있을 때 최대감쇠일이 증가하는 것을 알 수 있다.

Table 1 Specifications of engine and damper for the generator shafting system.

Engine	Type	CAT 3406 DIT
	Cylinder bore × stroke	137 × 165 mm
	Power at MCR	367 BHP × 1800 rpm
	Reciprocating mass	5.376 kg/cyl.
	Firing order	1-5-3-6-2-4
	Con. rod ratio(l/r)	3.33
	No. of cylinder	6 ea
	Pmi	13 bar
Damper	Lumped Mass	0.229 (Nms <sup>2</sup> )
	Damper ring	0.182 (Nms <sup>2</sup> )
	Damper casing	0.138 (Nms <sup>2</sup> )
	Constant	160 (Nms/rad)
	Rigidity	0.170 (MNm/rad)

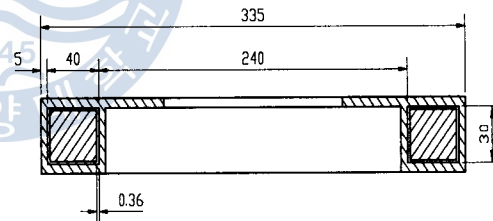


Fig. 3 Cross Section of viscous damper.

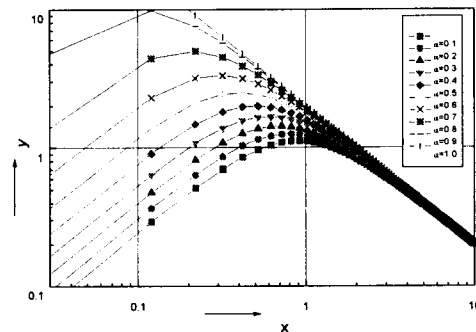


Fig. 4 The values of non-dimensional damping coefficient  $x$  and damping loss  $y$ .

고점도의 점성댐퍼가 장착된 기관축계의 비틀림진동 특성을 검토하기 위하여 상기의 기관축계를 등가인 1절점으로 치환한 후 점성댐퍼를 장착하였다. 먼저 점성댐퍼를 장착하지 않은 경우와 점성댐퍼를 장착한 후 점성댐퍼의 감쇠를 점성감쇠만 갖는 경우 및 점성댐퍼의 감쇠계수를 복소감쇠계수를 갖는 것으로 고려하여 기관축계의 고유각진동수를 계산하여 정리하면 Table 2와 같다.

Table 2를 검토하여 보면 고유각진동수가 상당히 차이가 있는 것을 알 수 있으며 이것은 점성댐퍼에 사용한 실리콘유 점도가 높은 경우 실리콘유의 점도를 복소점도로 계산한 것에 기인한다.

Table 2. Variation of natural frequency.

Natural frequency	1 Node	2 Node
Modeling		
Without damper	1069(rad/s)	1568(rad/s)
With viscous damping	974(rad/s)	1436(rad/s)
With complex viscosity	412(rad/s)	939(rad/s)

### 3. Duffing형 비선형진동계의 해석

본 장에서는 Iwamoto의 연구결과를 근거로 하여 점성댐퍼의 복소감쇠계수에서 선형 강성계수외에 도약현상을 해석하기 위해 각변위의 3승에 비례하는 비선형 강성계수를 도입하고, 기관축계를 다자유도계로 모델링하여 비선형 비틀림강제진동을 해석하는 방법에 대하여 검토한다.

기관축계를 Fig. 3.1과 같이 비선형 다자유도계로 모델링한 후 이 진동계에 대한 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned}
 J_1 \ddot{\theta}_1 + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + f(\theta_r) &= 0 \\
 J_2 \ddot{\theta}_2 + c_1(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) - f(\theta_r) + k_2(\theta_2 - \theta_3) &= T_0 e^{j\omega t} \\
 J_3 \ddot{\theta}_3 + k_2(\theta_3 - \theta_2) + k_3(\theta_3 - \theta_4) &= T_0 e^{j\omega t} \\
 \dots & \\
 J_{n-1} \ddot{\theta}_{n-1} + k_{n-2}(\theta_{n-1} - \theta_{n-2}) + k_{n-1}(\theta_{n-1} - \theta_n) &= 0 \\
 J_n \ddot{\theta}_n + k_{n-1}(\theta_n - \theta_{n-1}) &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

식 (5)에서  $f(\theta_r)$ 는 비선형 복원력항으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(\theta_r) = k_d \theta_r + \beta \theta_r^3 \quad (6)$$

여기서,  $k_d$ 는 선형 강성계수이고  $\beta$ 는 비선형 강성계수이다. 여기서, 상대 각변위  $\theta_r$ 이  $\theta_r = \varphi_r e^{j\omega t}$ 로 조화진동을 한다고 가정하면, 식(6)을 전개하여 고차항을 무시하고 1차항만을 고려하면 비선형 복원력항은 다음과 같이 된다.

$$f(t) \doteq k_d \varphi_r e^{j\omega t} + \frac{3}{4} \beta \varphi_r^3 e^{j\omega t} = \left( k_d + \frac{3}{4} \beta \varphi_r^2 \right) \varphi_r e^{j\omega t} \quad (7)$$

식(5)의 운동방정식에 비선형 복원력항인 식(7)을 대입하고 정리하면 비선형 연립방정식이 유도된다. 이 연립방정식은 비선형 강제진동을 해석하는 비선형 목적함수로 된다.

다변수를 갖는 비선형 운동방정식의 해석법으로서 준-Newton법에 BFGS 공식[6]을 적용하여 축계의 비선형 비틀림강제진동을 해석하였다.

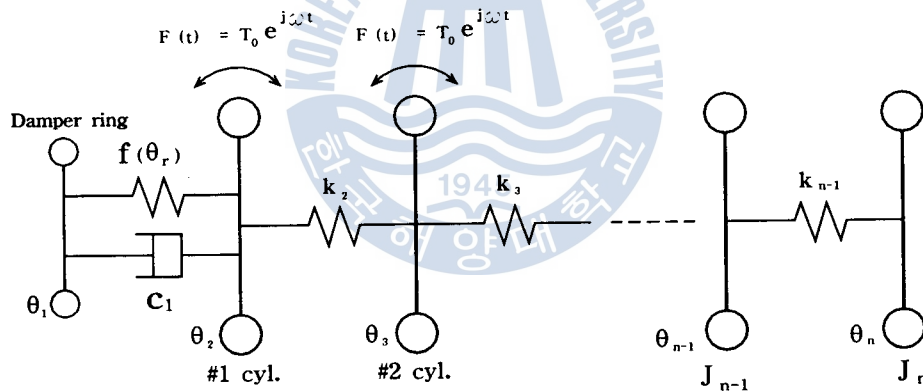


Fig. 5 Multiple-Degree-of-Freedom system with nonlinear torsional stiffness.

#### 4. 기관축계의 비선형 비틀림강제진동 해석 및 고찰

본 장에서는 본 연구에서 개발한 비선형 비틀림강제진동해석 전산프로그램을 실선의 기관축계에 적용하여 해석하고, 측정된 결과와 비교 검토하여 해석법의 타당성 및 적용 한계를 검토하였다.

해석대상 기관축계로는 Caterpillar사에서 제작한 직접분사식 과급기관으로 직렬형 기관을 탑재한 축계를 선정하였으며, 기관 크랭크축 선단에 비틀림진동을 제어하기 위

한 고점도의 점성댐퍼가 장착되어 있다. 또한, 기관은 점성댐퍼외에는 비선형성이 거의 없는 발전기 원동기축계이다.

발전기 원동기축계에 탑재한 기관 및 점성댐퍼의 주요 요목은 Table 1과 같으며, 발전기의 주요 요목은 Table 3과 같다. 이 발전기 원동기축계를 Fig. 6과 같이 다자유도계로 모델링하였다. 이 발전기 원동기축계에 적용한 점성댐퍼의 단면도는 Fig. 3과 같다.

본 연구에서 개발한 비선형 비틀림강제진동해석 전산프로그램의 신뢰성을 확인하기 위하여 먼저 발전기 원동기축계를 다자유도계를 갖는 선형진동계로 가정하여 비틀림 강제진동을 해석하였다. 즉 점성댐퍼는 감쇠계수와 선형 강성계수만 갖는 것으로 하였고 비선형 강성계수는 제외하였다.

Fig. 7은 비선형 비틀림강제진동해석 전산프로그램으로 선형 비틀림 다자유도계로 모델링한 진동계에 대해 강제진동을 해석한 결과이다. 이 결과는 발전기 원동기축계를 선형 다자유도계로 모델링하고 강제진동을 해석한 기존의 결과와 거의 같은 결과를 주고 있어, 본 연구에서 개발한 비선형 비틀림강제진동해석 전산프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

Table 3 Specification of Generator for the generator shafting system.

Generator	Model	CAT SR4 Generator
	Capacity	250 KW at 1800 rpm
	Source	440 Volt 60 Hz 3 Phase

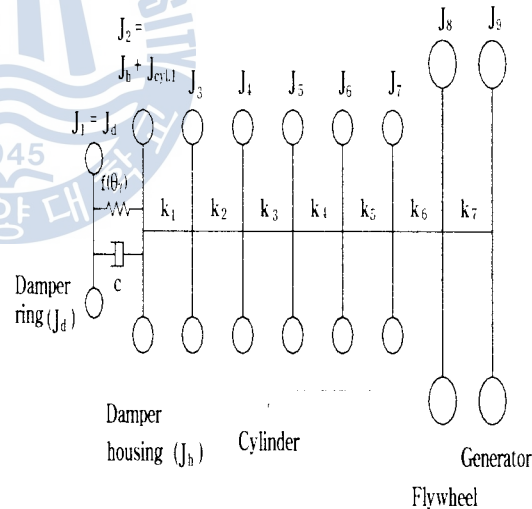


Fig. 6 Modeling for the generator shafting system with nonlinear torsional damper.

이상의 결과를 근거로 하여 Fig. 6과 같은 발전기 원동기축계를 비선형 다자유도계로 모델링하여 비틀림 강제진동을 해석하였다. 여기서 비선형 강성계수  $\beta$  는 해석적으로 구하는 것이 곤란하였기 때문에 측정결과를 분석하여  $-200 \text{ Nm/rad}^3$ 으로 유추하였다. Fig. 8은 크랭크축 선단에서 계산한 비선형 3차 비틀림 진동진폭을 보인다.



본 연구에서 개발한 비선형 비틀림강제진동 해석법의 타당성을 검토하기 위하여 고 점도의 점성댐퍼가 장착된 실선의 기관축계에 대하여 비틀림진동을 측정하였다. 기관 축계의 비틀림진동 측정장비는 Table 4와 같다.

점성댐퍼를 장착한 발전기 원동기축계의 비틀림 진동진폭을 상기의 장비를 이용하여 기관 크랭크축 선단(점성댐퍼 케이싱)에서 측정하였다. 발전기 원동기축계에 대한 3차 비틀림 진동진폭 측정결과를 Fig. 9에 보인다. 이 그림에서 실선은 기관회전수를 증가시키면서, 점선은 기관회전수를 내리면서 비틀림 진동진폭을 측정한 결과이다.

Fig. 8과 Fig. 9를 비교 검토하여 보면, 기관회전수를 내리면서 측정한 값은 1,266 rpm에서 도약현상이 발생하고 이 때의 비틀림 진동진폭 값은 약  $0.045^\circ$  이지만 해석치는 1,210 rpm에서 도약현상이 발생하며 이 때의 비틀림 진동진폭 값은 약  $0.06^\circ$  로 측정치보다 약간 높다. 또한, 해석한 비선형 비틀림 진동진폭은 불안정영역이 측정치보다 훨씬 넓고 공진점 근처의 진동진폭이 날카롭게 상승하고 있다. 이는 비틀림강제진동 해석시 기관감쇠를 고려하지 않은 결과로 판단된다.

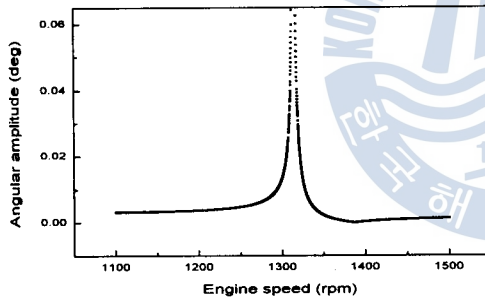


Fig. 7 Calculated 3rd order torsional amplitude on the damper casing for the generator shafting system with linear torsional damper.

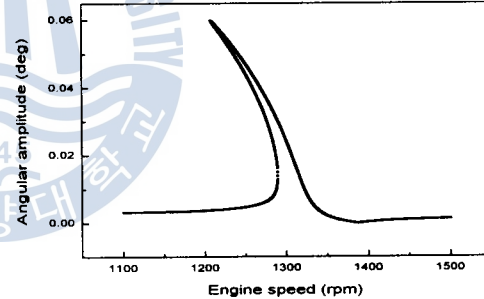


Fig. 8 Calculated 3rd order torsional amplitude on the damper casing for the generator shafting system with nonlinear torsional damper.

Table 4 Test equipments.

Torsional Vibration meter	Type 2523 (B&K)
Photoelectric Tachometer probe	Type MM0024 (B&K)
2-ch FFT	Type CF360 (ONO SOKKI)
Tracking Filter	Type CF0382 (ONO SOKKI)
Plotter	Type CX335 (ONO SOKKI)

또한, Fig. 10에 이 기관축계에서 측정된 합성 비틀림 진동진폭(overall)을 보이며, 비선형진동의 현상은 어느 특정 차수 보다 뚜렷이 나타나고 있다. 본 논문에서는 어느 특정 차수에 대하여 비선형특성을 검토하였으나 추후 각 차수에 대한 비선형 비틀림 진동진폭을 합성하여 비선형 특성을 해석하는 연구가 요망된다고 하겠다.

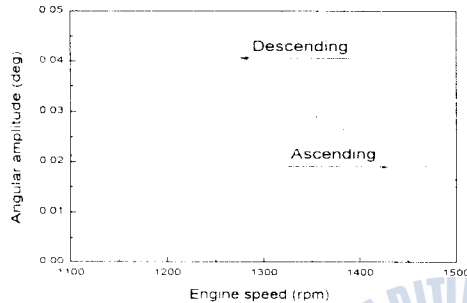


Fig. 9 Measured 3rd order torsional amplitude on the damper casing for the generator shafting system.

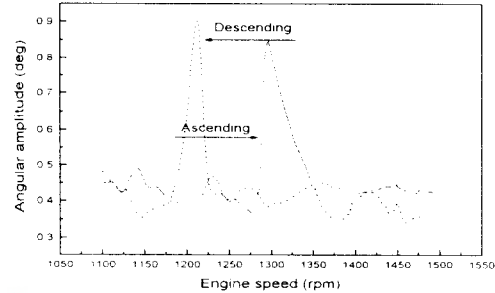


Fig. 10 Measured torsional amplitude on the damper casing for the generator shafting system (overall).

## 5. 결 론

고점도의 점성댐퍼를 장착한 기관축계를 다자유도계로 모델링하여 비선형 비틀림강제진동을 해석하였다. 또한 본 연구에서 개발한 비선형진동 해석법을 실선의 기관축계에 적용하고, 측정결과와 비교검토 하였다. 이를 요약 정리하면 다음과 같다.

1. 고점도의 실리콘유를 갖는 점성댐퍼의 감쇠계수와 강성계수를 이론적으로 해석하는 방법을 검토하였으며, 점성댐퍼의 실리콘유가 고점도를 갖는 경우에는 실리콘의 강성계수도 고려하여 축계를 모델링하여야 한다.
2. 중·고속 디젤기관에서 고점도의 점성댐퍼를 장착한 경우 점성댐퍼가 점성감쇠만 있다고 가정하여 비틀림강제진동을 해석하면 기관축계의 위험회전수가 실제와 일치하지 않는 경우가 있으므로 점성댐퍼의 강성계수도 함께 고려하여 해석하여야 한다.
3. 고점도의 실리콘유를 갖는 점성댐퍼를 장착한 기관축계의 비틀림 진동진폭 측정 결과 Duffing 진동계의 특성인 도약현상이 발생할 수 있음을 확인하였다.
4. 점성댐퍼의 동특성을 감쇠계수, 선형 강성계수, 비선형 강성계수를 갖는 비선형 진

동계로 모델링하여 비선형 다자유도계의 비틀림강제진동을 해석하는 전산프로그램을 개발하였으며, 이를 실선의 발전기 원동기축계에 적용하여 비선형 비틀림 진동을 해석하고 측정치와 비교 검토하였다.

5. 본 연구에서 개발한 비선형 다자유도계 비틀림강제진동 해석 전산프로그램으로 발전기 원동기축계의 비선형 비틀림진동을 해석하고 측정결과와 비교 검토한 결과 도약현상을 일으키는 불안정영역은 점성댐퍼의 전단속도, 작동중의 온도, 가진진동수에 크게 영향을 받음을 확인하였다.
6. 비틀림진동 실선 측정결과를 검토한 결과 비선형진동 현상은 어느 특정 차수보다는 합성비틀림 진동진폭에서 더욱 뚜렷이 나타나고 있음을 확인하였다. 앞으로 특정 차수에 대한 비선형 비틀림진동 해석과 함께 합성치에 대한 비선형 비틀림 진동 해석이 요망된다고 하겠다.

### 참 고 문 헌

- [1] 亘理厚, 機械力學, 共立全書, 1969, pp 75~90.
- [2] B.I.C.E.R.A, A Handbook on Torsional Vibration, Cambridge University, Press, 1958, pp 459~482.
- [3] 岩本昭一, “粘性ねじり振動ダンパ作動油の實效粘度に関する研究(作動油動粘の作動粘度測定並びに測定結果の検討)”, 日本船用機關學會誌, 第8巻 第12號, 1973. 12, p.63.
- [4] 岩本昭一, Reiner Hartmann, “ディーゼル機關における粘性ねじり振動ダンパ作動油の實效粘度に関する研究(その1 : 作動油複素粘度の虚部の效果)”, 日本船用機關 學會誌, 第17巻 第7號, 1982. 7, p.54.
- [5] 신월화학공업(주), 기술자료, KF 96 성능시험결과.
- [6] Arora, J. S., Introduction to Optimum design, McGraw-Hill, 1989 p.326.