

1. 머릿말

2. 理論 解析

- (1) Simple pendulum
- (2) Compound pendulum
- (3) Centre of percussion
- (4) Bifilar suspension
- (5) 質量-스프링系
- (6) 하나 또는 여러개의 部屬物을 가진 보의 橫振動
- (7) 자유진동
- (8) 減衰가 있는 경우의 強制振動

3. 實驗裝置 및 實驗方法

[1] 實驗裝置

[2] 實驗方法

- (1) Experiment 1: 單振子
- (2) Experiment 2: 複合振子
- (3) Experiment 3: Centre of Percussion (衝擊振動의 中心)
- (4) Experiment 5: 質量-스프링系sion
- (5) 減衰量의 調節

(6) 強制力 發生

(7) 振幅의 記錄

(8) 스프링定數의 測定

[3] 實驗結果의 理論的 考察

(1) 固有振動數의 計算

(2) 對數減衰率의 計算

(3) 共振點에서의 強制力 f 의 計算

4. 實驗結果와 理論的 計算結果의 比較·檢討

5. 結論

6. 參考文獻



1. 머릿말

2次 産業革命 이후 機械文明의 發達은 人類에게 많은 寄與를 해왔다. 오늘날 인간은 알게모르게 많은 분야에서 機械의 도움없이 生活할수 없을 정도가 되었다. 그러나 이에 隨伴되는 여러가지 問題들은 安樂한 生活을 追究하는 인간에게 적지않은 짐이 되고 있는 현실이다. 특히 機械振動으로 인한 機械自體의 信賴性問題, 그리고 오늘날 날로 증가하는 자동차, 항공기 및 각종 工場에서 發生하는 騒音은 운전자의 廳覺障礙, 對話妨害 등의 作業環境 악화 뿐만아니라, 隣近住民의 睡眠妨害등 많은 문제점을 惹起시키고 있다. 따라서, 크게는 産業機械에서 家政用品에 이르기까지 振動問題에 대한 適切한 解決이 없이는 製品의 信賴性이 문제될 수 밖에 없는 실정이다.

알다시피 振動은 媒質의 媒質, 예를들면 機械振動의 경우는 機械의 要所 要所, 騒音振動의 경우는 空氣立子 등의 運動이라고 생각할 수 있다. 그러므로, 이들 媒質들의 振動原理를 이해하는 것은 매우 重要하다.

따라서, 본 논문에서는 最小의 조립·분리시간과 간편한 操作으로 最大의 效果를 기대할수 있는 萬能振動實驗裝置를 이용하여 廣範偉한 振動實驗을 實施하여 理論値와 實測値를 比較·檢討한다.

2. 理論 解析

(1) Simple pendulum

그림 2.1 과 같이 半徑 $l=OA$ 인 圓弧에 따라 움직이고 있는 物체에 作用하는 힘은 무게 mg 와 줄의 張力 T 이다. 合力의 接線成分은 그림에서

$$F_T = -mg \cdot \sin\theta \quad (1.1)$$

가 되며 (-) 符號는 힘 F_T 가 變位 $s=CA$ 에 反對方向이기 때문에 붙인 것이다. 接線運動에 대한 式은

$$F_T = ma_T \quad (1.2)$$

이고 物체가 半徑 l 인 圓弧上을 運動하므로 接線加速度는

$$a_T = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1.3)$$

이 된다. 따라서 接線運動에 대한 方程式은

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \cdot \sin\theta \quad (1.4)$$

즉,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0 \quad (1.5)$$

이 식에서 θ 가 작다면 $\sin\theta \approx \theta$ 로 볼 수 있으므로

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (1.6)$$

가 된다.

그러므로 週期는 ($T = 2\pi/\omega$)

$$T = 2\pi \sqrt{g/l} \quad (1.7)$$

에 의해 주어진다.

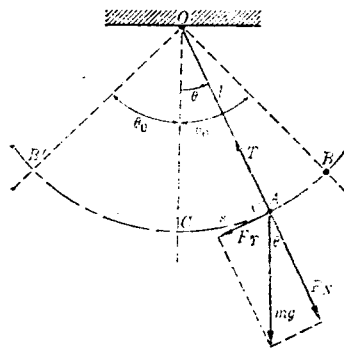


Fig 2.1

(2) Compound pendulum

固定된 水平軸에 대하여 堅固한 物体 (rigid body) 의 角度 θ 의 스윙은 $mgh \cdot \sin\theta$ 로 표현된다. 여기서 만약 角度 θ 가 아주 작다면 運動方程式 은

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{mgh}{I_A}\right) \theta = 0 \quad (2.1)$$

여기서, m = mass of the body

h = distance of the mass centre from the swing axis

θ = angular displacement

I_A = moment of inertia of the body about the swing axis

이 運動은 單純調和運動이며, 常數 $mgh/I_A = \omega^2$ 그리고, 週期 $T = 2\pi/\omega$ 이므로 위의 方程式에서

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mgh}} \quad (2.2)$$

平行軸理論에 의해서 $I_A = I_G + mh^2$ 가 되며 質量中心이 스윙축에 平衡인 경우에 物体의 旋回半徑이 k 인 경우 $I_G = mk^2$

$$\text{그러므로, } T = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}} \quad (2.3)$$

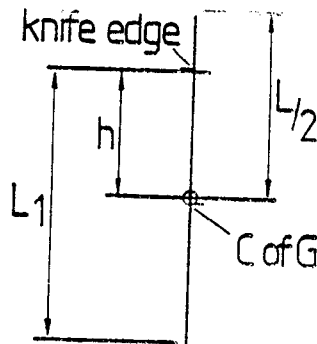


Fig 2.2

(3) Centre of percussion

複振子の 衝擊中心을 結定하기 위하여 모든 決定에 있어서 最優先인 것은 다음식을 이용하여 週期를 決定하는 것이다.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}} \quad (3.1)$$

尖軸에 대한 回轉半徑 K_A 의 結定은

$$k_A^2 = k^2 + h^2 \quad (\text{平行軸 理論})$$

이것은 매달려 있는 點에서 무게중심까지의 距離이다. 軸의 무게중심은 殘餘판(resting board)에 의하여 決定되어 진다. 距離 h 는 軸의 knife-edge에서 blancing knife-edge까지의 距離이다.

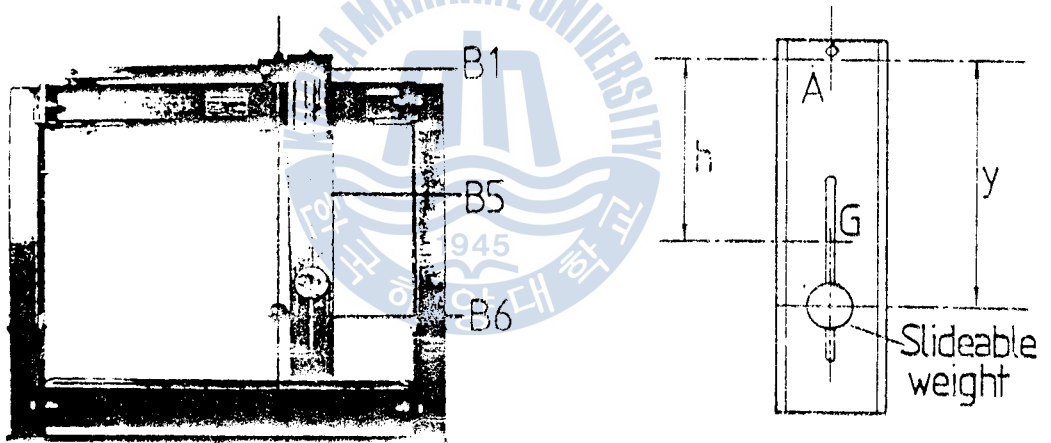
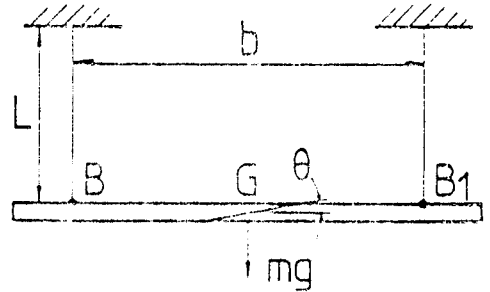
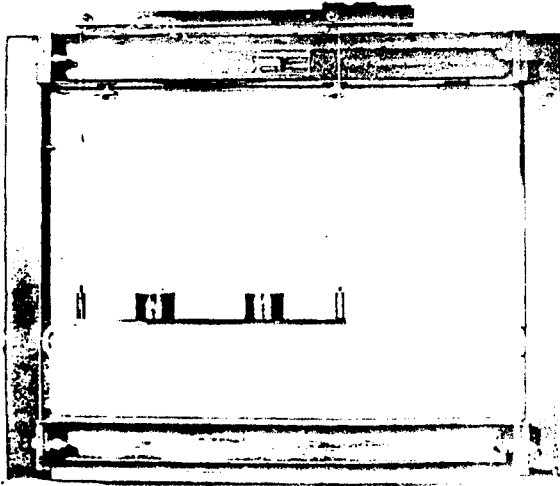


Fig 2.3

(4) Bifilar suspension

Bifilar suspension은 物体의 質量中心을 통과하는 하나의 軸에 대한 慣性모멘트를 決定하기 위하여 使用된다. 이것은 Fig 2.4 에서와 같이 두 개의 平行한 똑같은 줄에 의해 매달려 있다.



質量中心 G를 통한 垂直軸에 관한 物体의 角度 置換은 아주작은 θ 의 角으로 주어진다.

角運動의 方程式은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{I d^2 \chi}{dt^2} = -\frac{mgb^2}{4L} \chi \quad (4.1)$$

이것을 다시 쓰면 $\frac{d^2 \chi}{dt^2} + \frac{gb^2}{4k^2 L} \chi = 0$ ($I = mk^2$) (4.2)

이것은 單純調和運動이며 週期는

$$T = 4\pi \sqrt{\frac{k^2 L}{gb}} \quad (4.3)$$

(5) 質量-스프링系

스프링을 上端에 固定하고 下端에 힘을 가하여 距離 x 만큼 늘일 때 變位에 比例하고 反對方向인 힘 $-kx$ 가 作用한다. 즉, 스프링이 加速度 없이 距離 x 만큼 變形 하려면 크기가 같고 方向이 反對인 $F = kx$ 의 힘을 주어야 하며 k 는 스프링定數라 한다.

이 스프링의 下端에 質量 m , 重量 W 의 物体를 매달고 上下運動을 생각하면, 靜的變形한 位置에서 W 의 中心 O 를 原點으로하여 W 의 아래方向에 걸리는 힘은 W , 위 方向의 힘은 $W + kx$ 가 된다. 스프링의 重量은 微少하다고 보고 無視하면 運動方程式은 Newton의 運動第2法則에 의하여

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = W - (W + kx) \quad (5.1)$$

또는

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (5.2)$$

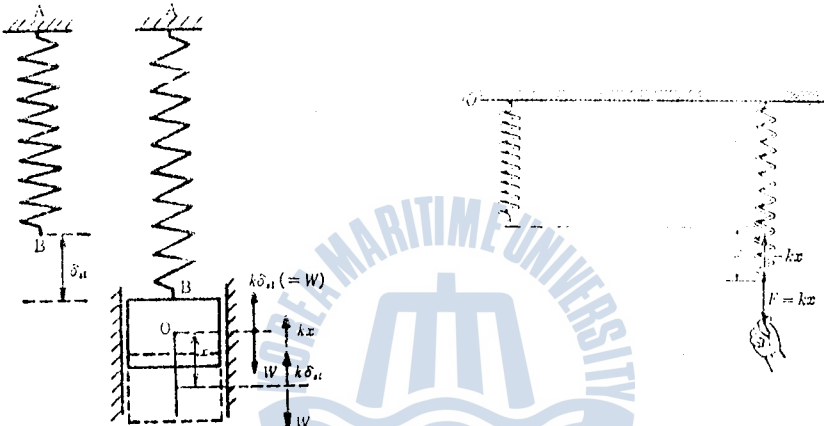


Fig 2.5

(6) 하나 또는 여러개의 部屬物을 가진 보의 橫振動

그림 2.6와 같이 여러개의 部屬物, 즉 플리, 기어 또는 플라이 휠 등을 가는 보 또는 軸의 경우에, 靜的變形 曲線은 運動變形 曲線으로서 使用할 수 있다.

보 또는 軸의 重量을 無視할 수 있다면 系의 位置에너지는 靜的負荷에 의하여 한 일과 같은, 變形된 軸의 變形에너지 이다.

그러므로,

$$V_{max} = \frac{1}{2} (m_1 g w_1 + m_2 g w_2 + \dots) \quad (6.1)$$

여기서, $m_i g$ 는 質量 m_i 에 의한 靜的負荷 이며, w_i 는 $\sum m_i$ 에 의한 總 靜的變形 이다.

調和振動인 경우, 最大運動에너지는

$$T_{\max} = \frac{\omega^2}{2} (m_1 w_1^2 + m_2 w_2^2 + \dots) \quad (6.2)$$

여기서 ω 는 振動 周波數이며, V_{\max} 와 T_{\max} 를 같다고 놓으면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\omega = \left\{ \frac{g(m_1 w_1 + m_2 w_2 + \dots)}{(m_1 w_1^2 + m_2 w_2^2 + \dots)} \right\}^{1/2} \quad (6.3)$$

이 식이 Rayleigh's method 이다.

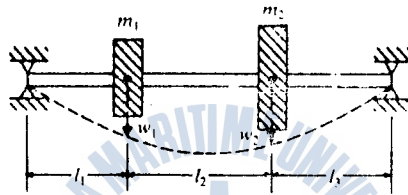


Fig 2.6

그리고, 그림 2.7처럼 3 自由度系에서 自有振動을 하는 동안에 調和振動을 한다고 假定하여 周波數方程式을 誘導하면 다음처럼 된다.

$$\left| [a][m] - \frac{1}{\omega^2} [I] \right| = \begin{vmatrix} (a_{11}m_1 - \frac{1}{\omega^2}) & a_{12}m_2 & a_{13}m_3 \\ a_{21}m_1 & (a_{22}m_2 - \frac{1}{\omega^2}) & a_{23}m_3 \\ a_{31}m_1 & a_{32}m_2 & (a_{33}m_3 - \frac{1}{\omega^2}) \end{vmatrix} = 0$$

行列式을 展開하면,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^3 - (a_{11}m_1 + a_{22}m_2 + a_{33}m_3) \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 \\ & + (a_{11}a_{22}m_1m_2 + a_{22}a_{33}m_2m_3 + a_{33}a_{11}m_3m_1 - a_{12}a_{21}m_1m_2 \\ & - a_{23}a_{32}m_2m_3 - a_{31}a_{13}m_3m_1) \left(\frac{1}{\omega^2}\right) - m_1m_2m_3 \\ & \times (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{13}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{22}a_{13}a_{31} \\ & - a_{33}a_{12}a_{21}) = 0 \end{aligned} \quad (6.4)$$

이것은 $(1/\omega^2)$ 의 3次 多項式이다. 이 方程式의 根을 $1/\omega_1^2$, $1/\omega_2^2$, $1/\omega_3^2$ 이라 하자. 이 方程式의 根의 合은 두번째項의 係數의 陰과 같다는 것을 알고 있다.

$$\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} = a_{11}m_1 + a_{22}m_2 + a_{33}m_3 \quad (6.5)$$

이 方程式은 n 自由度系로 一般化 될 수 있다.

$$\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots + \frac{1}{\omega_n^2} = a_{11}m_1 + a_{22}m_2 + \dots + a_{nn}m_n \quad (6.6)$$

이 경우에 $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$ 등의 高周波數는 ω_1 에 비해서 현저하게 큰 값이 되므로

$$\frac{1}{\omega_i^2} \ll \frac{1}{\omega_1^2}, \quad i=2,3,\dots,n \quad (6.7)$$

方程式(7.4), (7.5)로부터 다음처럼 고쳐쓸 수 있다.

$$\frac{1}{\omega_1^2} \doteq a_{11}m_1 + a_{22}m_2 + \dots + a_{nn}m_n \quad (6.8)$$

이것이 Dunkerley's formula 이다. 이식을 다시 쓰면

$$\frac{1}{\omega_1^2} \doteq \frac{1}{\omega_{1n}^2} + \frac{1}{\omega_{2n}^2} + \dots + \frac{1}{\omega_{nn}^2}$$

여기서 $\omega_{in} = (k_{ii}/m_i)^{1/2}$ 는 스프링常數 k_{ii} , $i=1,2,\dots,n$ 와 質量 m_i 로 構成된 1 自由度系의 固有振動數를 나타낸다.

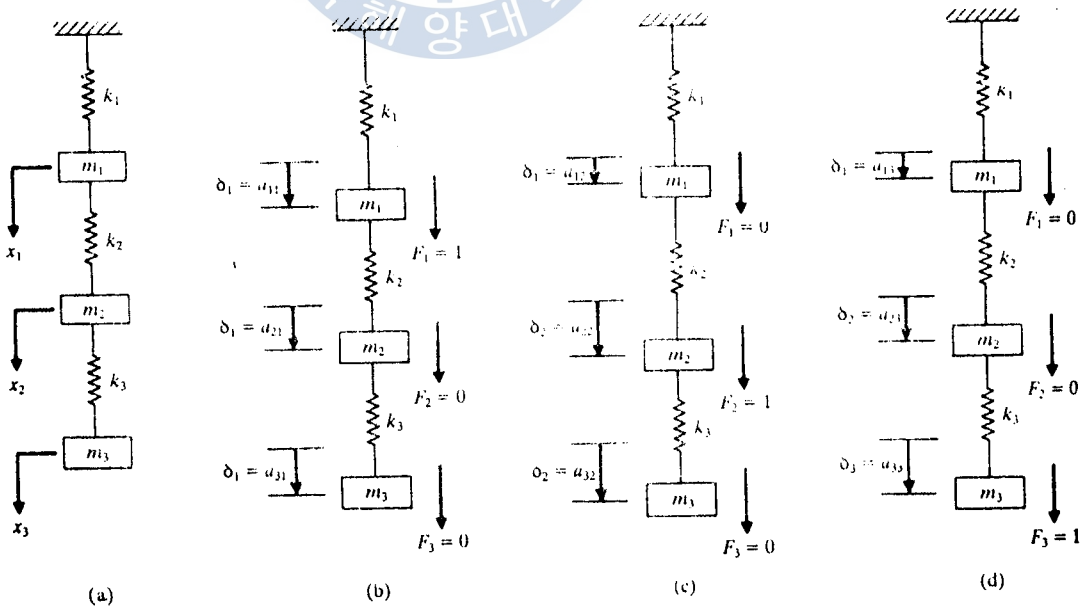


Fig 2.7

粘性減衰가 있는 경우에는 振幅이 等比級數的으로 작아지며 임의의 인접한 두개의 振幅間의 比(x_n/x_{n+1})에 對數를 취하면

$$\delta = \log_e \frac{x_n}{x_{n+1}} = \mu T = \frac{2\pi(\mu/p)}{1 - (\mu/p)^2} \quad (7.16)$$

$$\text{또, } \frac{x_1}{x_{n+1}} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{x_2}{x_3} \cdot \frac{x_3}{x_4} \cdot \dots \cdot \frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{n\delta}$$

따라서, 對數減衰率 (Logarithmic decrement) δ 는

$$\delta = \frac{1}{n} \log_e \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (7.17)$$

$$\mu = \delta/T \quad (7.18)$$

② $\mu = p$

$s = -\mu$ 의 等根이 되므로 方程式(7.9)식의 또 하나의 特別解를 구해야 된다. 特別解를

$$x = F(t)e^{-\mu t} \quad (7.19)$$

의 모양을 하고 있다고 보고 $F(t)$ 가 어떤 모양을 하고 있는가 알아보기 위하여 (7.2)식에 代入하면

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dt}e^{-\mu t} - \mu Fe^{-\mu t}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2F}{dt^2}e^{-\mu t} - 2\mu \frac{dF}{dt}e^{-\mu t} + \mu^2 Fe^{-\mu t}$$

따라서 (7.2)식은

$$\frac{d^2F}{dt^2}e^{-\mu t} - 2\mu \frac{dF}{dt}e^{-\mu t} + \mu^2 Fe^{-\mu t} + 2\mu \frac{dF}{dt}e^{-\mu t} - 2\mu^2 Fe^{-\mu t} + p^2 Fe^{-\mu t} = 0 \quad (7.20)$$

지금 $\mu = p$ 이므로

$$\frac{d^2F}{dt^2}e^{-\mu t} = 0 \quad \text{즉, } \frac{d^2F}{dt^2} = 0$$

이면 된다. 이것을 만족하는 풀이 중에서 常數이외의 것으로서 가장 간단한 것은 $F(t) = t$ 이기 때문에

$$x = te^{-\mu t} \quad (7.21)$$

이것을 또 하나의 特別解로서 채용하면 (7.9)식의 一般解는

$$x = (A + Bt)e^{-\mu t} \quad (7.22)$$

初期條件이 $t=0 : x=x_0, \frac{dx}{dt} = v_0$ 이면

$$\frac{dx}{dt} = e^{-\mu t}(B - A\mu - B\mu t) \quad (7.23)$$

식(7.22), (7.23)을 풀면

$$A = x_0, \quad B = v_0 + \mu x_0 \quad (7.24)$$

를 얻는다. 따라서 풀이는

$$x = e^{-\mu t} \{x_0 + (v_0 + \mu x_0)t\} \quad (7.25)$$

이 운동은 非週期運動이며 시간이 경과하면 x 는 결국 0이 된다.

그러나 減衰가 $\mu < p$ 의 領域에 들어가면 減衰振動이 되기 때문에 이와 같은 뜻으로 臨界減衰라 한다.

振動系の 減衰의 程度를 생각할 때 臨界減衰를 基準으로 하여 이것에 대한 比로 나타내면 減衰比 ζ 는

$$\zeta = \frac{\mu}{\mu_c} = \frac{(ca^2/2mb^2)}{(c_c a^2/2mb^2)} = \frac{c}{c_c} \quad (7.26)$$

$$\mu_c = p = \sqrt{k l^2 / mb^2} = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7.27)$$

$$c_c = \frac{\mu_c}{a^2/2mb^2} = \frac{k l^2 / mb^2}{a^2/2mb^2} = \frac{1}{a^2} \frac{1}{4km} \quad (7.28)$$

$$\frac{\mu}{p} = \frac{ca^2/2mb^2}{p} = \frac{(c/c_c)(c_c a^2/2mb^2)}{p} = \zeta \quad (7.29)$$

여기서, μ_c ; 臨界減衰時의 μ

c_c ; 臨界減衰係數

③ $\mu > p$ 의 경우

이 경우에는 根弧의 안은 陽이므로

$$s_1 = -\mu - \sqrt{\mu^2 - p^2} \quad (7.30)$$

$$s_2 = -\mu + \sqrt{\mu^2 - p^2}$$

이고 둘다 實數로서 陰이다.

陽의 實數 p_1, p_2 로, $-s_1 = p_1, -s_2 = p_2$ ($p_1 > p_2$)로 고쳐 쓰면 微分方程式의 一般解는

$$x = Ae^{-p_1 t} + Be^{-p_2 t} \quad (7.31)$$

初期條件으로서 $t=0$: $x=x_0, \frac{dx}{dt}=v_0$ 이면 윗식으로부터

$$\frac{dx}{dt} = -p_1 A e^{-p_1 t} - p_2 B e^{-p_2 t} \quad (7.32)$$

식(7.31), (7.32)으로부터

$$A = \frac{v_0 + x_0 p_2}{p_2 - p_1}, \quad B = -\frac{v_0 + x_0 p_1}{p_2 - p_1}$$

따라서 풀이는
$$x = \frac{v_0 + x_0 p_2}{p_2 - p_1} e^{-p_1 t} - \frac{v_0 + x_0 p_1}{p_2 - p_1} e^{-p_2 t} \quad (7.33)$$

x 는 2개의 項의 合成이지만 둘다 振動的인 것이 아니며 시간과 더불어 0 에 가까워지는 性質의 것이다. 알기 쉽게 하기 위하여 $x_0=0$, $v_0=a(p_1-p_2)$ 와 같은 경우, 즉

$$x=a(e^{-p_2 t} - e^{-p_1 t}) \quad (7.34)$$

에 대하여 그림으로 표시하면 Fig 2.9 와 같이 非週期運動이 된다.

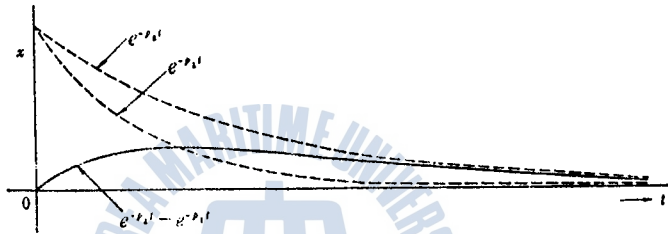


Fig 2.9

(8) 減衰가 있는 경우의 強制振動

粘性減衰가 作用하는 振動係에 上下方向으로 強制力 $F=f\sin\omega t$ 가 作用하고 있는 경우를 생각하면, 運動方程式은

$$\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + p^2x = \frac{fd}{mb^2}\sin\omega t \quad (8.1)$$

이 方程式의 풀이는 앞의 경우와 마찬가지로 特別解에 이 式의 右邊을 0 으로 놓은 式의 一般解를 가한 것이다. 後者는 $p > \mu$, $p = \mu$, $p < \mu$ 의 경우, 各各 다르게 됨을 알고 있다.

① $p > \mu$ 의 경우

方程式의 特別解로서

$$x = C\cos\omega t + D\sin\omega t \quad (8.2)$$

라 놓고 C, D 를 정한다.

$$\frac{dx}{dt} = -C\omega\sin\omega t + D\omega\cos\omega t \quad (8.3)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -C\omega^2 \cos\omega t + D\omega^2 \sin\omega t \quad (8.4)$$

이것들을 (7.2) 식에 代入하면

$$\begin{aligned} & -C\omega^2 \cos\omega t + D\omega^2 \sin\omega t - 2\mu C\omega \sin\omega t + 2\mu D\omega \cos\omega t + p^2 C \cos\omega t + p^2 D \sin\omega t \\ & = \frac{fd}{mb^2} \sin\omega t \end{aligned} \quad (8.5)$$

식(8.5)의 左邊을 右邊의 $\sin\omega t$, $\cos\omega t$ 의 係數를 比較하면 다음과 같은 結論을 얻는다.

$$(p^2 - \omega^2) C + 2\mu\omega D = 0 \quad (8.6)$$

$$-2\mu\omega C + (p^2 - \omega^2) D = \frac{fd}{mb^2}$$

$$\text{따라서, } C = \frac{-2\mu\omega}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2} \cdot \frac{fd}{mb^2} \quad (8.7)$$

$$D = \frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2} \cdot \frac{fd}{mb^2}$$

그러므로 特別解는

$$x = \frac{fd}{mb^2 \{ (p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2 \}} \cdot \{ -2\mu\omega \cos\omega t + (p^2 - \omega^2) \sin\omega t \} \quad (8.8)$$

따라서 一般解는

$$\begin{aligned} x &= Ae^{-\mu t} \cos\omega t + Be^{-\mu t} \sin\omega t + \frac{fd}{mb^2 \{ (p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2 \}} \\ & \quad \times \{ -2\mu\omega \cos\omega t + (p^2 - \omega^2) \sin\omega t \} \end{aligned} \quad (8.9)$$

② $p = \mu$ 인 경우

$$x = (A + Bt)e^{-\mu t} + \frac{fd}{mb^2 \{ (p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2 \}} \cdot \{ -2\mu\omega \cos\omega t + (p^2 - \omega^2) \sin\omega t \}$$

여기서 強制振動項인 (8.8) 식만을 注意하여 보기로 하자

(8.8) 식을 $x = a \cdot \sin(\omega t - \phi)$ 의 형식으로 고쳐쓰면

$$a = \frac{fd}{mb^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2}} \quad (8.10)$$

$$\tan\phi = \frac{2\mu\omega}{p^2 - \omega^2} \quad (8.11)$$

이들의 식을 ω/p , $\mu/\mu_c = \zeta$ (단, $\mu_c = p$) 를 이용하여 無次元의 형식으로 나타내면

$$a = \frac{fd}{k l^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (2\zeta\omega/p)^2}} \quad (8.12)$$

$$\tan\phi = \frac{2\zeta\omega/p}{1 - \omega^2/p^2} \quad (8.13)$$

$fd/kl^2 = x_{st}$ 라 두면

$$\frac{\alpha}{x_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2/p^2)^2 + (2\xi\omega/p)^2}} \quad (8.14)$$

(8.13)식은 強制振動의 振幅이 f 에 의한 靜的變形의 몇 倍인가를 나타내는 倍率이며 ω/p 의 函數이다.

α/x_{st} 의 極大値는 α/x_{st} 을 ω/p 에 關하여 微分한 다음 이것을 0 이라 놓음으로써 구할 수 있다.

$$\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 = 1 - 2\xi^2 \quad (8.15)$$

에 있어서 發生하고 그의 값은

$$\left(\frac{\alpha}{x_{st}}\right)_{\max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad \text{또는} \quad a_{\max} = \frac{x_{st}}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (8.16)$$

또한 이 點에 있어서의 ϕ 는 (8.14)식으로부터

$$\tan\phi = \sqrt{\frac{1-2\xi^2}{\xi^2}} \quad (8.17)$$



3. 實驗裝置 및 實驗方法

[1] 實驗裝置

實驗裝置는 TecQuipment 社의 TM16 (萬能振動試驗裝置) 을 使用하였으며, 本論文에서는 몇가지를 除外하고는 모든 實驗을 實試確認하였으며, 實驗裝置의 寫眞 및 各部名稱은 아래 그림과 같다.

- D1 : Trunnion mounting
- D2 : Dashpot assembly
- E1 : Trunnion mounting with lateraa movement
- E3 : Support for micrometer
- E5 : Contactor
- E6 : Rectangular section beam
- E11 : Speed control unit with exciter motor, graduated discs

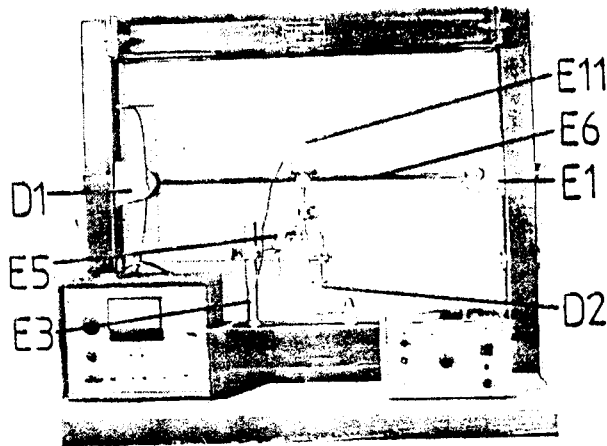


Fig 3.1

[2] 實驗方法

(1) Experiment 1: 單振子

Steel ball 및 Wooden ball 의 줄을 Sub-frame 의 양끝에 있는 척에 매달고서 줄의 길이를 變更하면서 各各 50回 振動하는데 걸리는 時間을 재어서 週期 T를 fig 1.2 에 記錄한다.

Length L (m)	Time for 50 complete Oscillations		Period T Steel	T ² Steel
	Steel	Wood		
0.10	32'82"	32'55"	0.6564	0.4308
0.15	39'82"	39'48"	0.7964	0.6342
0.20	45'70"	45'08"	0.9140	0.8354
0.25	51'44"	49'68"	1.0288	1.0584
0.30	56'23"	55'06"	1.1246	1.264
0.35	1.00'57"	59'64"	1.2114	1.4674
0.40	1.04'49"	1.03'28"	1.2898	1.6635
0.45	1.08'93"	1.07'34"	1.3786	1.9005
0.50	1.11'32"	1.10'68"	1.4264	2.0346

Table 3.1 Results for Experiment 1

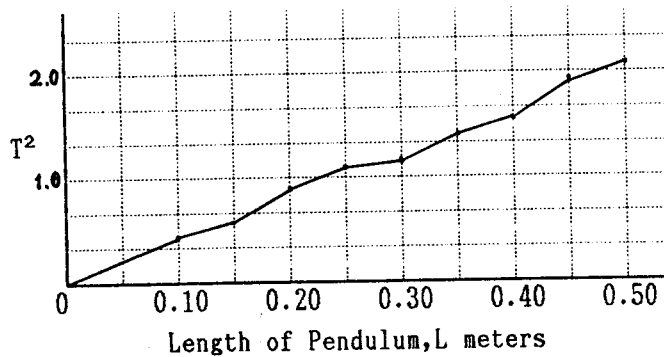


Fig 3.2 Graph of T² against L for a simple Pendulum

(2) Experiment 2: 複合振子

複振子は 長이가 0.76 m 지름이 12.7 mm 인 鐵棒으로 構成되어 있다. 裝置되어 있는 棒의 무게중심은 棒의 가운데 있으며 knife-edge는 지지하는데서 어떠한 回轉도 없이 조그만 角을 통하여 자유롭게 運動하기 위한 가로대 위에 있는 knife-edge에 매달려 있다.

50回 振動하는 時間을 記錄하여 週記 T를 구하고 記錄한다.

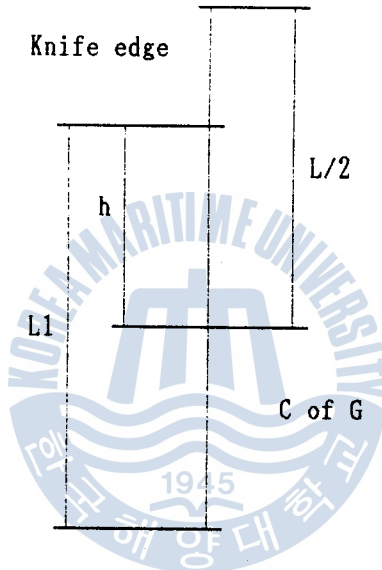


fig 3.3

Length L_1 (m)	h (m)	Time for 50 complete Oscillations	Period T (sec)	h^2	T^2h
0.50	0.143	0.57'	1.14	0.0204	0.1858
0.55	0.203	0.59'	1.18	0.0412	0.2826
0.60	0.263	1.00'82"	1.2184	0.069	0.3891
0.65	0.323	1.04'12"	1.2824	0.1040	0.5311
0.70	0.383	1.07'76"	1.3552	0.1466	0.7034

Table 3.2

(3) Experiment 3 : Centre of Percussion (衝擊振動의 中心)

Steel weight의 各 位置에 대해서 20回 振動하는 時間을 재므로써 週期가 결정되게 되고 週期和 h의 값을 이용하여 아래 方程式들로부터 k_A 의 값을 구하게 되며 理論的인 값을 考慮할 수 있다.

$$k_A^2 = k^2 + h^2 \text{ (Parallel axis theorem)}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k_A^2}{gh}}$$

Test Mo.	Time for 20 Oscillations	Period T (s)	y (m)	h (m)	k_A (m)	k (m)
1.	27'78"	1.389	0.41	0.48	0.4795	
2.	28'28"	1.414	0.47	0.49	0.4931	0.055
3.	28'85"	1.4425	0.53	0.50	0.5081	0.090
4.	29'35"	1.4675	0.59	0.542	0.5382	
5.	30'13"	1.5065	0.65	0.587	0.5750	

Table 3.3

(4) Experiment 6 : 質量-스프링系

지름이 各各 다른 3個의 彈力 스프링중에서 하나를 이용하여 上部에 고정하고 下部에는 Weight platform을 매달아서 質量을 더하면서, 그리고 質量을 덜면서 各各 變位를 記錄하여 平均을 計算하여 스프링常數 k를 구하며, 다시 임의의 質量에서 20回 振動하는 時間을 記錄하여 週期 및 그 스프링의 固有振動數를 구한다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

M (kg)	Mean Deflection X		
	No.1 Sp.	No.2 Sp.	No.3 Sp.
特性	d= 4.8	d= 3.2	d= 2.5
	D=48.5	D=44.9	D=45.0
	Z=18	Z=18	Z=18
0.0	151.3	134.4	163.1
0.4	152.0	138.9	174.1
0.8	153.3	143.4	185.4
1.2	154.1	148.4	194.9
1.6	155.0	152.6	195.7
2.0	156.1	156.9	206.4
2.4	157.2	161.6	217.1
2.8	158.3	166.3	227.9
3.2	159.1	170.6	239.0
3.6	160.0	175.0	248.9
4.0	160.8	179.7	259.6
4.4	162.3	184.3	271.2
4.8	163.2	189.0	282.0
5.2	164.3	193.5	293.1
5.6	165.3	197.1	304.2
6.0	166.2	200.9	314.4
総計	14.9	66.5	151.3
定数	0.402684	0.090225	0.039656

Table 3.4

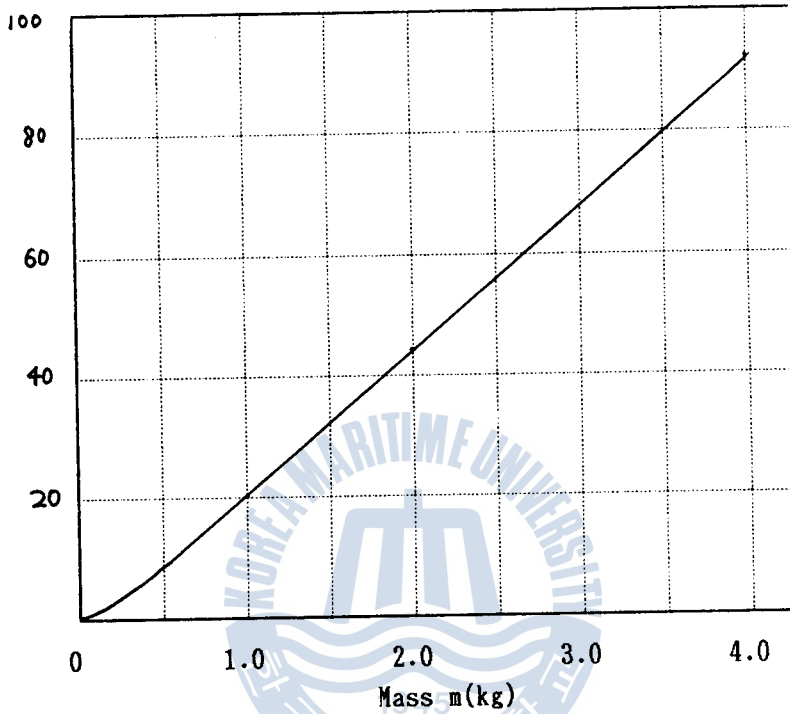


Fig 3.4

(5) 減衰量의 調節

實驗에서 필요한 對數減衰率을 얻기 위하여 粘度가 서로 다른 기름을 4 種類 使用하였으며, 기름의 特性은 아래 표와 같다.

Kind of Oil	Visco (sec)	Spec.W (kg/m ³)
Light Oil(No.1 Oil)	36	0.841
Bunker-A (No.2 Oil)	206	0.879
Mobile (No.3 Oil)	936	0.937
T.T Oil (No.4 Oil)	1338	0.904

Table 3.5

(6) 強制力 發生

強制力 發生은 實驗裝置에 있는 變速모터로써 發生시켰으며, 外力의 變更은 速度制御機에 의해 모터의 回轉數를 調整하면서 實試했다. 共振點近處에서는 各各의 減衰에 있어서의 精確한 共振點을 구하기 위하여 回轉數의 變更間隔을 10 rpm정도로 실시하였다.

(7) 振幅의 記錄

測定하고자 하는 回轉數에서의 振幅은 記錄펜에 의해서, 일정한 回轉數로 회전하는 円筒形 드럼에 감겨있는 記錄紙에 記錄한다.

測定시 精確한 振幅의 記錄을 위하여 測定回轉數에서 振動系가 어느정도 安定된 狀態로 維持될 때까지 기다려 記錄을 始作하여 記錄된 것 中에서 最大値를 取하여 그 때의 振幅으로 한다.

(8) 스프링定數의 測定

使用된 스프링의 特性은 다음 표와 같으며 測定方法은 實驗④의 方法으로 했다.

卷 數	18
平均直徑	45.0(mm)
素線直徑	2.5

Table 3.6 Specific of spring

[3] 實驗結果의 理論的 考察

(1) 固有振動數의 計算

앞에서 誘導한 運動方程式에 의해서 다음과 같이 固有振動數를 計算할 수 있다.

$$P = \sqrt{kI^2 / mb^2} \quad (\text{rad/sec})$$

여기서

$$\begin{aligned} mb^2 &= (w_1 a^2 + w_2 d^2 + w_3 l_B^2 / 3) / g \\ &= (0.724 \times 275^2 + 2.861 \times 185^2 + 1.965 \times 750^2 / 3) / 9800 \end{aligned}$$

$$\approx 53.17 \quad (\text{kg} \cdot \text{mm}^2)$$

$$k = 0.039656 \quad (\text{kgf/mm})$$

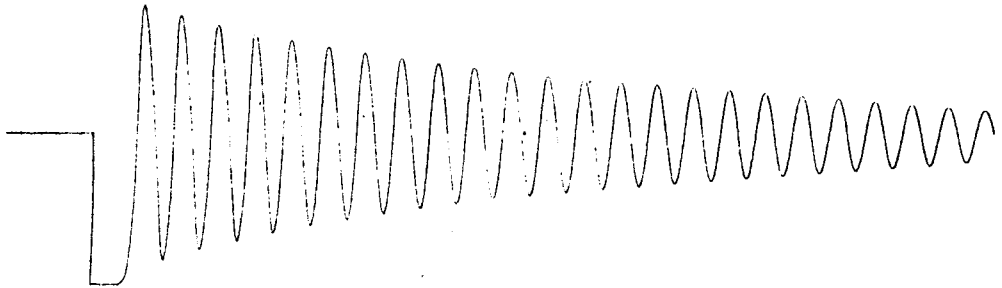
따라서

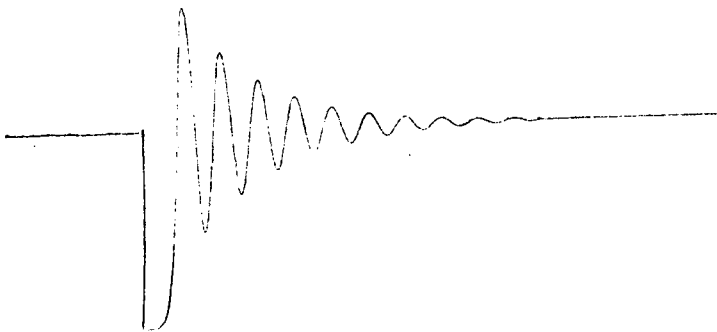
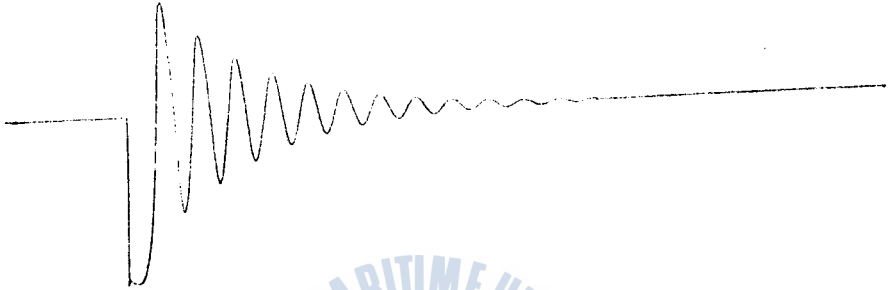
$$P \approx 17.33418 \quad (\text{rad/sec})$$

$$= 165.5 \quad (\text{rpm})$$

(2) 對數減衰率의 計算

實驗에 의해서 測定된 各各의 減衰自有振動波形은 다음과 같다.





No.3 Oil

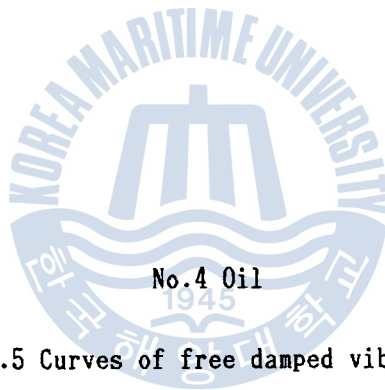
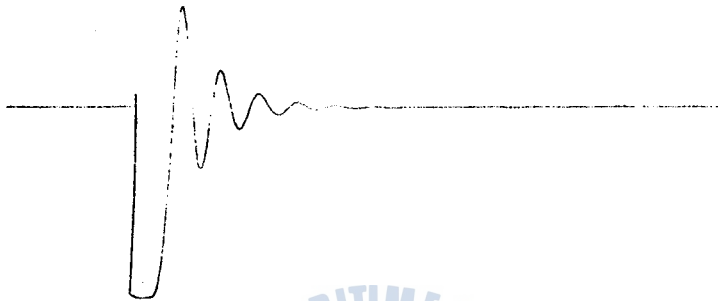


Fig 3.5 Curves of free damped vibration

위의 波形들중에서 各各 5個의 振幅을 測定한 것을 아래표에 보이고 있다.

No.	No.1 Oil	No.2 Oil	No.3 Oil	No.4 Oil
1	25.0	22.6	25.3	19.7
2	22.9	15.1	14.9	7.3
3	21.1	8.9	8.7	2.7
4	19.4	5.1	5.1	1.1
5	18.1	3.1	3.0	0.4

Table 3.7 Measured amplitude

위의 結果들을 이용하여 各 振幅間의 對數減衰率을 求하고 이들의 平均 値를 이용하여 各各 對數減衰率로 한다.

이 對數減衰率에 의해서 μ , ξ 를 求하면 表5와 같다.

No.	No.1 Oil	No.2 Oil	No.3 Oil	No.4 Oil
1	0.00134	0.34977	0.52669	0.97404
2	0.08622	0.33898	0.53329	0.87186
3	0.07885	0.34174	0.52609	1.02961
4	0.08004	0.35139	0.55004	0.69314
合 計	0.33647	1.38189	2.13613	3.66867
平 均	0.08411	0.34547	0.53403	0.91716
週期 T	0.37873	0.37774	0.38283	0.35499
μ (δ/T)	0.22210	0.91458	1.39493	2.58363
ξ ($\mu/\mu_c = \mu/p$)	0.01324	0.05455	0.08321	0.15411

Table 3.8

(3) 共振點에서의 強制力 f 의 計算

不平衡重量을 w , 不平衡아암의 길이를 r 이라 하자.

實驗에서는 $w = 0.05$ (kgf), $r = 38$ (mm) 로 하였으며 共振點에서의 角振動數

$\omega = 17.3342$ (rad/sec) 이므로

$$f = mr\omega^2 = \frac{\omega r}{g} \omega^2 = \frac{0.05 \times 38}{9800} \times 17.3342^2$$

$$= 0.058255 \text{ kgf}$$

4. 實驗結果와 理論的 計算結果의 比較·檢討

以上の 理論的인 運動方程式에 의한 計算値와 實驗에 의한 結果를 比較하고 그것을 土臺로하여 動倍率 a/x_{st} 와 w/p 의 關係에 대한 그림을 그려서 最大振幅을 나타내는 點의 振動數가 減衰에 의하여 影響을 받고 있음을 檢討한다.

아래 표들은 理論的인 計算値와 實驗에 의한 測定値의 比較를 보이고 있다.

No	R.P.M.	w rad/s	w/p	f	x_{st}	a	a	a/x_{st}	a/x_{st}
						theory	real	theory	real
1	122.5	12.828	0.765	0.033	0.318	0.76	0.78	2.410	2.459
2	147.0	15.402	0.918	0.048	0.458	2.90	2.38	6.432	5.212
3	149.0	15.604	0.930	0.050	0.470	3.46	2.91	7.366	6.186
4	150.9	15.811	0.943	0.051	0.483	4.27	4.21	8.838	8.723
5	153.2	16.050	0.957	0.052	0.498	5.72	5.52	11.484	11.084
6	155.6	16.295	0.972	0.054	0.513	8.44	8.26	16.445	16.088
7	156.6	16.407	0.878	0.055	0.520	10.52	11.56	20.225	22.218
8	158.3	16.577	0.888	0.056	0.531	15.50	17.26	29.170	32.482
9	160.2	16.770	1.000	0.057	0.544	20.47	18.30	37.616	33.623
10	161.5	16.820	1.000	0.058	0.553	16.94	11.43	30.606	20.655
11	164.1	17.189	1.025	0.060	0.571	9.82	7.17	17.201	12.556
12	169.5	17.754	1.050	0.064	0.608	4.88	3.47	8.010	5.706
13	178.4	18.684	1.114	0.071	0.675	2.76	1.86	4.086	2.768
14	199.6	20.908	1.247	0.089	0.845	1.51	1.04	1.786	1.234

Table 4.1 Result of calculation for No.1 oil

No	R.P.M.	ω rad/s	ω/p	f	X_{st}	a theory	a real	a/ X_{st} theory	a/ X_{st} real
1	119.7	12.541	0.748	0.032	0.304	0.67	0.65	2.232	2.144
2	146.0	15.295	0.912	0.048	0.458	2.32	1.91	5.132	4.228
3	148.2	15.525	0.926	0.050	0.467	2.68	2.17	5.728	4.645
4	149.3	15.700	0.831	0.051	0.471	2.80	2.34	5.856	4.889
5	152.5	15.822	0.840	0.052	0.480	3.44	2.91	7.008	5.843
6	153.0	16.028	0.856	0.054	0.486	3.67	3.25	7.406	6.565
7	155.8	16.306	0.873	0.055	0.514	4.32	3.55	8.401	6.834
8	157.3	16.477	0.888	0.056	0.526	4.77	3.84	8.881	7.286
9	160.2	16.770	1.000	0.057	0.537	4.87	3.95	8.188	7.250
10	162.7	17.037	1.017	0.058	0.560	4.88	3.62	8.649	6.443
11	163.0	17.101	1.018	0.060	0.571	4.86	3.45	8.453	6.152
12	169.5	17.822	1.065	0.064	0.614	3.51	2.32	5.586	3.747
13	178.0	18.717	1.114	0.071	0.675	2.49	1.56	3.652	2.247
14	198.9	20.700	1.241	0.089	0.815	1.51	0.95	1.865	1.110

Table 4.2 Result of calculation for No.2 oil

No	R.P.M.	ω rad/s	ω/p	f	X_{st}	a theory	a real	a/ X_{st} theory	a/ X_{st} real
1	119.0	12.500	0.748	0.032	0.304	0.67	0.55	2.173	1.867
2	144.0	15.185	0.910	0.048	0.450	1.81	1.54	4.267	3.415
3	147.0	15.380	0.818	0.050	0.455	2.08	1.66	4.556	3.622
4	149.0	15.700	0.831	0.051	0.471	2.40	1.80	5.020	3.750
5	151.5	15.835	0.840	0.052	0.483	2.55	1.95	5.250	4.030
6	153.0	16.003	0.856	0.053	0.486	2.65	2.05	5.445	4.145
7	156.0	16.300	0.955	0.055	0.514	3.00	2.25	5.850	4.405
8	157.0	16.444	0.889	0.056	0.523	3.12	2.47	5.864	4.745
9	160.2	16.660	0.995	0.057	0.537	3.24	2.40	6.020	4.450
10	162.0	16.850	1.001	0.058	0.549	3.28	2.35	5.935	4.254
11	163.5	17.112	1.018	0.060	0.565	3.23	2.35	5.935	4.250
12	169.0	17.700	1.055	0.064	0.606	2.89	1.90	4.766	3.156
13	178.4	18.690	1.114	0.071	0.675	2.21	1.40	3.265	2.060
14	199.0	20.820	1.241	0.089	0.840	1.39	0.83	1.723	0.986

Table 4.3 Result of calculation for No.3 oil

No	R.P.M.	w	w/p	f	χ_{st}	a	a	a/ χ_{st}	a/ χ_{st}
		rad/s				theory	real	theory	real
1	141.0	14.820	0.880	0.046	0.424	1.22	0.49	2.858	1.335
2	144.1	15.120	0.910	0.048	0.444	1.32	0.91	2.979	2.066
3	148.0	15.459	0.926	0.050	0.465	1.44	1.01	3.112	2.165
4	149.6	15.710	0.824	0.048	0.469	1.45	1.03	3.129	2.237
5	152.1	15.823	0.934	0.052	0.481	1.53	1.07	3.212	2.239
6	152.7	16.008	0.954	0.051	0.488	1.59	1.27	3.249	2.553
7	154.9	16.179	0.959	0.052	0.504	1.67	1.37	3.280	2.663
8	157.3	16.479	0.987	0.056	0.526	1.76	1.31	3.281	2.477
9	160.2	16.718	1.000	0.057	0.537	1.78	1.25	3.253	2.331
10	161.7	16.758	1.003	0.056	0.545	1.77	1.22	3.231	2.234
11	162.9	17.101	1.018	0.060	0.568	1.18	1.20	3.174	2.083
12	168.0	17.573	1.051	0.064	0.579	1.77	1.20	2.955	1.963
13	177.0	18.552	1.107	0.071	0.667	1.65	1.03	2.451	1.562
14	197.0	20.660	1.229	0.089	0.821	1.30	0.74	1.556	0.896

Table 4.4 Result of calculation for No.4 oil

以上の 표에서 보인 바와 같이 計算値와 實測値를 比較하여 보면 대체로 養好한 結果를 보이고 있다.

理論的인 計算値와 實測値의 比較로부터 減衰係數가 증가 할 수록 最大 振幅을 나타내는 點의 振動數가 固有振動數보다 낮아짐을 明白히 보이고 있다.

또한 위의 結果들로부터 理論的인 計算値와 實測値를 比較하여 그림으로 나타내면 다음과 같이 된다.

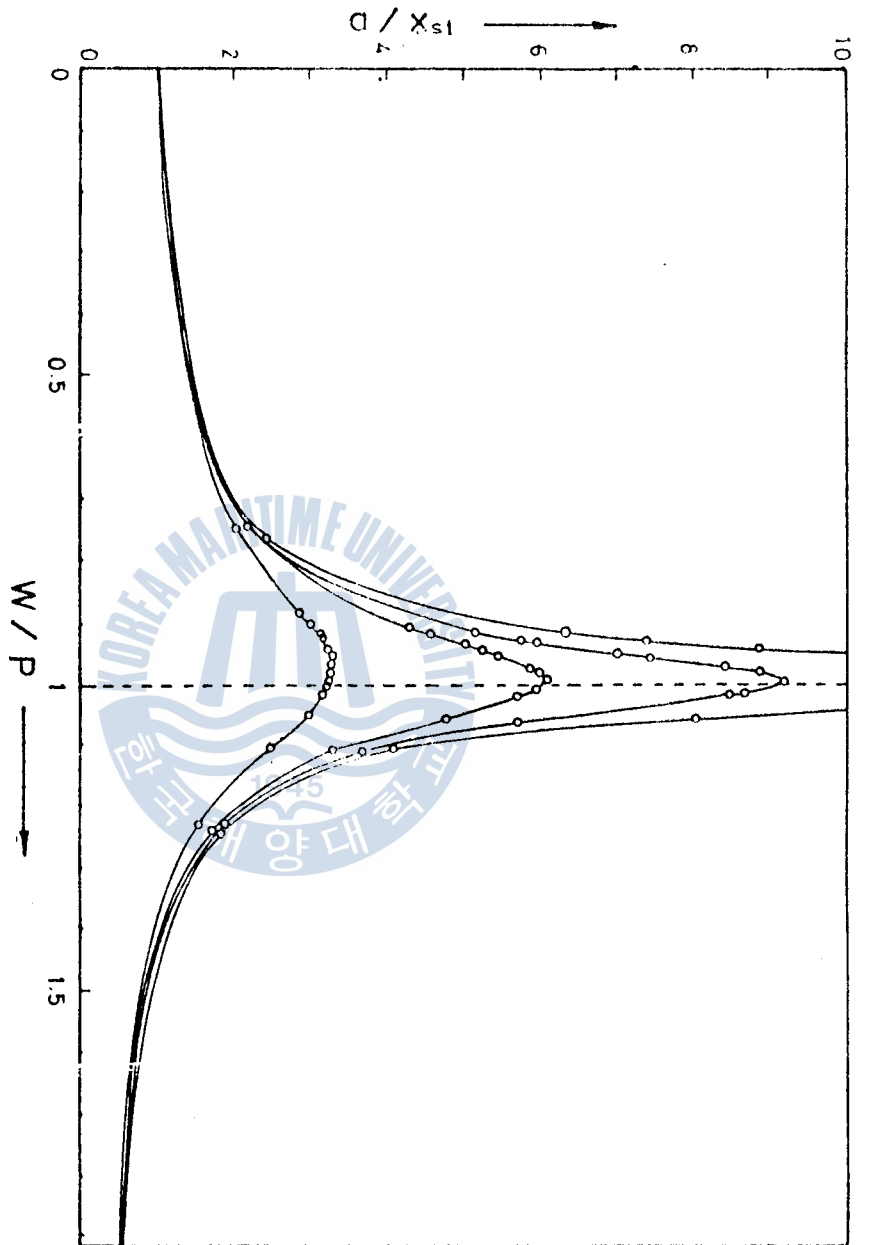


Fig 4.1 Resonance curve of theoretical calculation

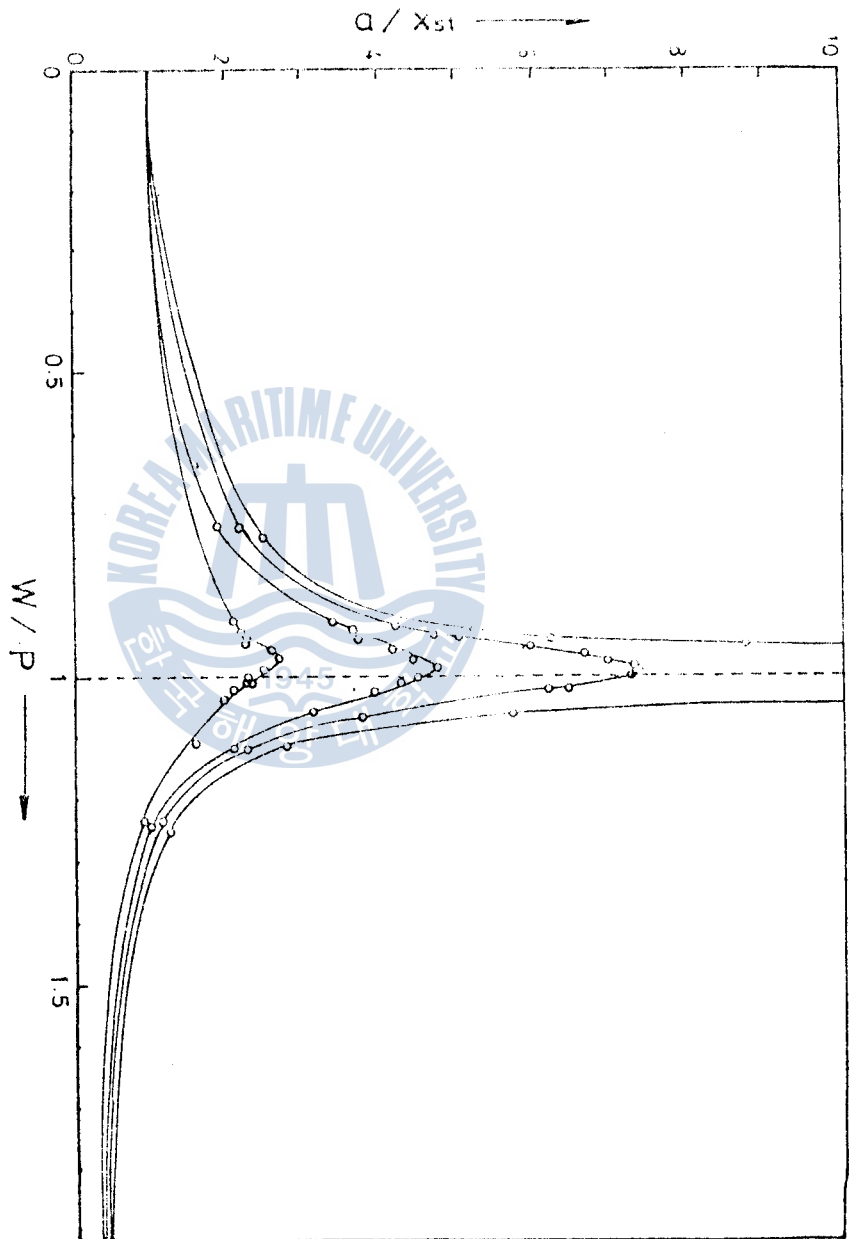


Fig 4.2 Resonance curve of measurement

5. 結論

지금까지 教育用實驗裝備인 萬能振動試驗裝置를 가지고 振動의 教育用電算 프로그램開發의 一環으로서 實驗하였다.

스프링 常數 및 對數減衰率의 實驗에 의하여 구하였으며 대체로 理論的으로 구한 計算値와 一致하였으나, 理論的인 計算에 의한 強制振動振幅이 實測値보다 큰 振幅을 보여 주고 있으며, 이는 記錄紙와 記錄펜사이의 摩擦抵抗에 의한 것으로 생각된다.

次後 電算프로그램을 完成하여 完全한 教育用프로그램의 되어야 할 것으로 생각된다.



6. 參考文獻

- ① 全孝重：“機械力學”，Page. 34~71，一中社，1979
- ② 韓俊澤 外 3人：“大學物理學”，Page. 86, 98~100，日新社，1973
- ③ Singiresu S. Rao：“Mechanical Vibration”，Page.322~324，
Addison-Wesley, 1986
- ④ 吳載煥 外 2人：“強制振動에서 減衰係數가 最大振幅에 미치는 影響에
關하여”



