

간이 수치해석에 의한 열탄소성보의 잔류변형 및 응력분포의 예측

전석희¹⁾, 최경식²⁾

Prediction of Residual Deformation and Stress Distribution for a Thermo-Elastic-Plastic Beam Using a Simplified Numerical Analysis

Seock-Hee Jun , Kyung-Sik Choi

Abstract

Regarding the plate bending process by line heating method, in this study a simplified numerical analysis is performed for a beam model to predict its residual deformation and stress distribution. Using the modified strip theory and beam finite element method, a PC-based simulation program is developed for a thermo-elastic-plastic beam. The plate bending problem can be approximately replaced by a beam model using distributed springs to account for the effect of adjacent strips. The spring constants are chosen as the best fit with experiments.

In this study, it is assumed that the temperature distribution is already given and the temperature-dependent material properties are considered. To verify the simulation program, the results using present numerical algorithm are compared with other published experimental results and similar numerical studies. The comparison shows good agreement. The present PC-based computer program also shows good efficiency in computing time.

1) 한국해양대학교 해양공학과 석석리정 구조역학 전공

2) 한국해양대학교 해양공학과 교수

1. 서론

선박 및 해양구조물의 건조시 후판의 곡면가공은 필수적인 공정중의 하나이지만 절단이나 용접등 자동화된 타공정에 비하여 연구가 부족하여 생산성 향상의 측면에서 많은 문제를 제기하고 있다. 현재 현장에서 곡면가공작업은 전적으로 작업자의 경험과 시행착오를 통한 기술축적에 의존하고 있다. 이는 곡면가공작업을 자동화, 전산화시키기에 많은 어려움이 있음을 의미하며 특히 선상가열에 의한 굽힘과정은 역학적으로 매우 복잡한 문제로서 이론적인 뒷받침이 부족한 형편이다.

선상가열과정은 3차원 열탄소성 문제이기 때문에 비선형의 3차원 구조해석으로 다루어야 하며 특히 시간에 따른 온도장의 변화를 매 시각 추적하며 다룰 수 있는 역학적 모델이 요구된다. 이러한 선상가열의 역학적 거동을 해석하기 위해 유한요소법에 의한 3차원 열탄소성 모델이 사용된 바 있으나 초고속의 전산기를 이용해도 많은 계산시간이 소요되는 등 실용적이지 못한 현실이다. 따라서 작업현장에서의 능률향상과 작업공정의 자동화를 위해서는 선상가열의 역학적 이해를 바탕으로 짧은 시간에 계산결과를 제시할 수 있는 간이 수치해석기법이 필요하다.

선상가열에 의한 평판의 굽힘변형과 관련하여 본 논문에서는 열탄소성정보의 잔류변형과 잔류응력의 분포를 예측하기 위한 간이 수치해석을 시도하였다. 3차원 평판의 거동을 2차원 보의 변형으로 단순화시키기 위하여 스프링 강성을 분포시킨 수정된 스트립 모델을 사용하고 여기에 유한요소법을 사용하여 시간의 변화에 따른 열탄소성정보의 거동을 간편하게 계산할 수 있는 PC용 전산프로그램을 개발하였다. 본 해석에서는 온도장을 구하는 과정은 생략하였고 이미 주어진 온도분포를 사용하여 열변형이 발생하는 문제만을 다루고 있으며 온도에 따른 재료특성치의 변화도 고려하였다. 본 프로그램의 검증을 위하여 계산결과는 기발표된 실험결과나 유사한 방법의 수치해석 결과와 비교하였다.

2. 굽힘변형의 발생과정

철판을 부분적으로 가열하였다가 냉각하면 열에 의한 국부적인 소성변형이 단

면의 수축 또는 굽힘 등의 잔류변형으로 남게된다. 열탄소성보의 굽힘변형의 발생 과정을 설명하기 위해서 Fig.1과 같은 보모델과 온도분포를 고려해 보자. 편의상 가열영역(heat affected zone) 이외의 영역은 0℃로 가정한다.[1]

- (1) 가열이 시작되면 보의 윗면은 열변형도에 의해 부분적으로 팽창하면서 상대적으로 길이가 짧은 아랫면의 구속으로 인해 내부적으로 압축응력을 받게되며 판 전체적으로는 탄성굽힘변형이 발생한다.
- (2) 온도가 높아지면 열팽창은 더욱 증가하는 동시에 재료의 항복점은 낮아지게 되므로 압축응력에 의해 국부적으로 쉽게 소성변형이 발생된다. 이때 주변의 온도가 낮은 부분은 항복응력과 강성은 아직 높기 때문에 구속효과가 크고 따라서 소성흐름(plastic flow)은 자유단인 윗면에서 주로 발생함으로써 위로 볼록한 형상으로 휘어진다.
- (3) 냉각이 되면서 열변형도는 서서히 감소하고 보는 원래 형상을 회복하려 한다. 하지만 이미 보의 윗면에 발생되었던 소성압축변형으로 인하여 보에는 오히려 반대방향의 굽힘변형이 발생하며 전체적으로 수축변형이 남게되므로 아래로 볼록한 형상으로 휘어진다.
- (4) Fig.2는 가열온도가 최대 1000℃에 이른 순간의 보의 굽힘형상을 보여주고 있고 Fig.3은 냉각종료후 최종상태에서의 굽힘변형의 형상을 보여주고 있다.

3. 열탄소성 해석

3.1 열탄소성보의 지배방정식

열탄소성보의 변형은 하중경로에 따라 최종변형의 크기가 달라지는 소성영역에서의 문제이므로 모든 정식화과정에서 증분형식의 표현을 사용한다. 축방향의 변위증분과 변형도증분은 다음과 같다.

$$\Delta u = \Delta u_0 - z \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \quad , \quad \Delta \epsilon_x = \frac{\partial \Delta u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} \quad (1)$$

여기서 Δu_0 , Δw 는 각각 보의 중앙면에서 x , z 방향의 변위증분을 나타낸다.

전변형도증분이 탄성변형도, 열변형도, 소성변형도 증분의 합이라고 가정하면

$$\Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_x^e + \Delta \varepsilon_x^{th} + \Delta \varepsilon_x^p \quad (2)$$

응력증분과 변형도증분의 관계는 탄성계수가 온도의 함수임을 고려하면

$$\Delta \sigma_x = E \Delta \varepsilon_x + \frac{\Delta E}{E} \sigma_x - E(\Delta \varepsilon_x^p + \varepsilon_x^{th}) \quad (3)$$

소성변형도증분은 소성유동법칙(plastic flow rule)에 의하여 다음과 같다.

$$\Delta \varepsilon_x^p = \alpha \frac{|\Delta \sigma_x|}{h} \operatorname{sgn}(\sigma_x) \quad (4)$$

여기서 h 는 경화계수, α 는 항복개시를 알려주는 파라미터로서 다음과 같다.

$$\alpha = 0 \quad \text{if } |\sigma_x| < Y \quad ; \text{ 탄성거동}$$

$$\alpha = 0 \quad \text{if } |\sigma_x| = Y \text{ and } \sigma_x d\varepsilon < 0 \quad ; \text{ 제하과정}$$

$$\alpha = 1 \quad \text{if } |\sigma_x| = Y \text{ and } \sigma_x d\varepsilon > 0 \quad ; \text{ 부하과정}$$

한편 평판의 선상가열과정을 보모델로서 유효하게 설명하기 위해, Moshaiov and Shin[2]에 의해 제안된 바와 같이, 인접판의 강성효과를 등가의 분포된 스프링(distributed spring)으로 대체한 수정된 스트립 모델(modified strip model)을 채택한다. Fig.4는 수정된 스트립 모델에 대한 미소요소의 자유물체도를 나타내고 있다. 보요소의 두께는 h 이다. 여기서 수직스프링(k_z)과 회전스프링($k_{\theta x}$)은 인접한 판의 굽힘강성을 나타내고 수평스프링(k_x)은 인장강성을 나타낸다. Δf 는 계에 작용하는 외력, ΔV 는 전단력증분을 나타낸다.

여기서 $\{D_1, D_2, D_3\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(1, z, z^2) dz$ 로 정의한다.

Fig.4로부터 보의 두께방향으로 분포하는 응력에 의한 면내력과 모멘트증분은

$$\Delta N = D_1 \frac{d\Delta u_0}{dx} - D_2 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} - \Delta N_x^p - \Delta N_x^{th} + \Delta N_x^c \quad (5)$$

$$\Delta M = D_2 \frac{d\Delta u_0}{dx} - D_3 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} - \Delta M_x^p - \Delta M_x^{th} + \Delta M_x^c \quad (6)$$

열하중(thermal load), 소성하중(plastic load), 보정하중(corrective load)은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta N_x^{\theta} \\ \Delta N_x^p \\ \Delta N_x^c \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} E \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_x^{\theta} \\ \Delta \varepsilon_x^p \\ \frac{\Delta E}{E^2} \sigma_x \end{bmatrix} dz, \quad \begin{bmatrix} \Delta M_x^{\theta} \\ \Delta M_x^p \\ \Delta M_x^c \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} E \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_x^{\theta} \\ \Delta \varepsilon_x^p \\ \frac{\Delta E}{E^2} \sigma_x \end{bmatrix} z dz \quad (7)$$

축방향 및 모멘트 평형방정식을 구하면

$$\frac{d}{dx} \left[D_1 \frac{d\Delta u_0}{dx} - D_2 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} - \Delta N^{\theta} - \Delta N^c + \Delta N^p \right] = c_1 \Delta u_0 - c_2 \frac{d\Delta w}{dx} \quad (8)$$

$$\frac{d}{dx} \left[D_3 \frac{d\Delta u_0}{dx} - D_3 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} - \Delta M^{\theta} + \Delta M^c + \Delta M^p \right] + \Delta k_x k_z \Delta w - k_{ax} \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + c_2 \frac{d\Delta u_0}{dx} - c_3 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \quad (9)$$

$$\text{여기서, } \{c_1, c_2, c_3\} = \int_{-h/2}^{h/2} k_x \{1, z, z^2\} dz \quad (10)$$

3.2 유한요소방정식의 정식화

유한요소방정식 정식화과정의 복잡함을 피하기 위해 하나의 요소내에서 D_1, D_2, D_3 는 축방향 변화가 없다고 가정하고 식 (8)과 (9)에 가상일의 원리를 적용한다. 즉 가상축변위 δu_0 와 가상처짐 δw 를 각각 곱하여 요소길이에 대해서 부분적분을 수행하면 다음 식을 얻는다.

$$\int_0^l \left\{ D_1 \frac{d\Delta u_0}{dx} \frac{d\delta u_0}{dx} + D_2 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \frac{d\delta u_0}{dx} - c_1 \Delta u_0 \delta u_0 + c_2 \frac{d\Delta w}{dx} \delta u_0 + D_2 \frac{d\Delta u_0}{dx} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} - D_3 \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \frac{d^2 \delta w}{dx^2} - k_z \Delta w \delta w - (k_{ax} + c_3) \frac{d\Delta w}{dx} \frac{d\delta w}{dx} + c_2 \Delta u_0 \frac{d\delta w}{dx} \right\} dx$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^a \left\{ (-\Delta N^{th} + \Delta N^c - \Delta N^b) \frac{d\delta u_0}{dx} + (\Delta M^{th} - \Delta M^c - \Delta M^b) \frac{d^2 \delta w}{dx^2} - \Delta f \delta w \right\} dx \\
&\quad - \Delta N \delta u_0 \Big|_0^L - \Delta V \delta w \Big|_0^L + \Delta M \frac{d\delta w}{dx} \Big|_0^L \tag{11}
\end{aligned}$$

변위와 형상의 연속조건을 만족하도록 형상함수를 선택해야 하는데 본 논문에서는 축변위의 경우는 선형함수를, 수직처짐 및 각변위의 경우는 Hermitian함수를 사용한다. 형상함수와 변위성분의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ w \end{bmatrix} = [N] \{\phi_e\} \tag{12}$$

여기서, $\{\phi_e\}$ 는 변위벡터를 나타낸다. 형상함수의 1차 및 2차 도함수를 $[B]$ 및 $[G]$ 로 정의하고 (11)식을 유한요소방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$[K_e] \{\Delta \phi_e\} = \{\Delta f_e\} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
\text{여기서, } [K_e] &= \int_0^l \left\{ -D_1 B_u^T B_u + D_2 G_w^T B_u + D_2 B_u^T G_w - D_3 G_w^T G_w \right. \\
&\quad \left. - c_1 N_u^T N_u + c_2 N_u^T B_w + c_2 B_w^T N_u - (k_{\theta x} + c_3) B_w^T B_w \right\} dx ; \text{강성행렬} \\
\{\Delta f_e\} &= \int_0^l \left(-\Delta f N_w^T - \Delta N_x^{th} B_u^T + \Delta M_x^{th} G_w^T + \Delta N_x^c B_u^T \right. \\
&\quad \left. - \Delta M_x^c G_w^T - \Delta N_x^b B_u^T + \Delta M_x^b G_w^T \right) dx \quad ; \text{하중벡터}
\end{aligned}$$

3.3 수치해석 방법

증분과정내의 반복과정 동안 응력과 소성변형도는 축적되며 이러한 과정에서 소성하중은 외력으로써 작용하기 때문에 더욱 복잡한 응력-변형도 관계를 초래한다. 항복이 시작되는 위치에서의 하중은 이전 반복과정에서 구해진 하중과 현 시 이클에서 구해진 하중의 사이에 존재하므로 항복하중은 결정되고 소성변형도는

항복후의 하중에 대해서만 계산된다. 본 논문에서는 각 요소내에서 von Mises의 항복판정기준을 고려하여 응력을 결정하고 만약 요소내의 응력이 이러한 허용치보다 큰 경우에는 평형상태가 유지되도록 소성하중을 고려한다. 전단계에서의 반복과정에서 얻어진 항복응력값으로부터 요소의 항복여부를 검사하며 이때 다음 4가지 경우의 응력경로를 고려한다.[3]

- 1) 전단계에서 항복인 경우의 부하과정(loadng)
- 2) 전단계에서 항복인 경우의 제하과정(unloading)
- 3) 현단계에서 항복인 경우
- 4) 현단계에서 탄성인 경우

응력과 변형도 증분이 미소하다고 가정하면 응력증분은 요소가 전단계 또는 현단계에서 항복이 발생한 경우에 대해서 각각 따로 계산된다.[Fig.5(a),(b)]

$$\sigma_r = \sigma^{r-1} + (1-R)\Delta\sigma_{e,r} + \Delta\sigma_{ep,r} \quad (14)$$

$$\text{여기서, } \Delta\sigma_{ep,r} = E\left(1 - \frac{E}{E+h}\right) R\Delta\varepsilon^r$$

소성변형도는 다음과 같이 계산된다.

$$\varepsilon_p^r = \varepsilon_p^{r-1} + \Delta\varepsilon_p^r = \varepsilon_p^{r-1} + \frac{R\Delta\varepsilon^r}{1 + \frac{h}{E}} \quad (15)$$

소성하중의 수렴판정기준은 다음과 같다.

$$\frac{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^N (\psi_i^r)^2 \right]}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^N (f_i^r)^2 \right]}} * 100 < toler \quad (16)$$

여기서 ψ_i^r , f_i^r , N , r , $toler$ 는 각각 소성하중, 총하중, 총자유도수, 반복횟수, 오차한계를 의미한다.

온도의 변화에 따라 재료의 비선형성을 고려한 구조해석의 경우 강성행렬이 매

시각마다 변하는 비선형항을 포함하게 되므로 일반적으로 증분형식(incremental form)으로 표시된 유한요소방정식을 하중증분 구간마다 반복해석을 통해 변위를 계산하게 된다. 즉 앞서의 유한요소방정식은 증분형 반복과정에 의해 계산된 소성 변형도를 이용하여 축방향력 및 굽힘모멘트를 구하고, 경계조건을 적용시키므로써 해결할 수 있다. 본 논문에서는 각 증분구간마다 초기강성법으로 반복해석하여 변위를 계산하는 혼합법을 사용하였다.

4. 계산결과 및 고찰

본 계산사례는 단순지지된 보의 윗면에 일정시간 동안 최대 1000℃의 선형적으로 증가하는 열을 가한 다음 서서히 냉각하는 경우이다. 여기서는 열탄소성보의 대칭성을 고려하여 반쪽인 100mm(길이)×50mm(두께) 만을 외팔보로서 다루고 있다. 여기서 고려해야 할 재료특성치는 항복응력, 경화계수, 탄성계수, 열팽창계수인데 기발표된 연구결과와 동일한 조건에서 결과를 비교하기 위해 Iwamura and Rybicki[4]가 제시한 수치를 이용하였다. Fig.6에서 볼수 있듯이 탄성계수와 항복응력은 대략 700℃후에는 “0”에 가까운 작은값을 선택하였다. Fig.7은 외팔보 모델링에 이용된 유한요소 및 절점의 번호 등을 나타낸다. 열영향역에서는 요소를 작게 자르고 열영향역이외의 영역에서는 요소를 크게 잘라 계산시간의 효율성을 증대시켰다. 경계조건으로서 열원위치($x=0$)에서 축변위, 수지처짐, 각변위는 “0”으로 가정하였다. 가열영역은 축방향 및 두께방향으로 등온분포를 가정한다. Fig.8은 시간에 따른 온도변화를 표시한 것이고 Fig.9는 열원위치에서 두께방향의 온도 분포를 가열시간대(2.5~20.5 sec)에 따라 나타낸 것이다. Fig.10은 스프링강성을 고려하지 않았을때의 잔류응력과 소성변형도 분포를 비교한 결과이다. 대체로 응력 및 소성변형도의 크기가 평판의 실험결과보다 작게 나타남을 알 수 있다. 스프링강성으로 “0”을 사용한다는 의미는 평판에서 인접한 스트립의 영향을 고려하지 않는 단순보의 열탄소성 해석이라는 뜻이다. 이러한 문제점을 극복하기 위해서 시행착오 방법을 통해 얻어진 스프링강성으로 $k_x = 1.0$, $k_z = 3.0$, $k_{\theta x} = 0$ (kg/mm)을 수치계산에 사용하였다. 이 수치를 이용하여 최고온도 1000℃에 대하여, 최종상태의 응력(실선)과 소성변형도(점선) 분포를 비교하여 Fig.11, 12에 각각 나타내었다.

크기에 있어서 계산결과와 비교자료가 상당히 일치함을 알 수 있었다. 그리고 잔류응력과 소성변형도 영역의 범위는 $x=25\text{mm}$ 이내인 것을 Fig.13에서 알 수 있다. Fig.14는 900°C일때, Fig.15는 최종상태에서 보의 기울기(점선)와 처짐(실선)의 크기를 비교한 것이다. 정량적으로 약간의 차이는 보이지만 전체적으로 본 수치 프로그램의 결과와 실험치¹⁾ 혹은 타연구자의 수치해석 결과⁵⁾와 비교할 때 그 경향은 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 계산결과의 차이는 본 해석에서 사용된 모델링의 차이와 함께, 주로 보의 두께방향 온도분포의 가정에 따른 차이에 기인한다고 추정된다. 한 번의 열사이클을 완료하는 데 소요된 계산시간은 PC 586 컴퓨터로 약 30초 정도였다.

5. 결 론

본 연구에서는 선상가열에 의한 평판의 급힘변형 해석을 복잡한 3차원 과도 열탄소성문제로 다루는 대신, 판의 급힘변형과 등가의 보요소를 도입하여 단순화시켰다. 그리고 시간의 변화에 따른 열탄소성보의 잔류변형과 잔류응력 분포를 간단하게 계산할 수 있는 PC용 전산프로그램을 개발하였다.

본 논문의 결과는 스프링강성을 고려하지 않았을 경우에는 열탄소성보의 잔류응력과 소성변형도의 크기가 실험자료보다 조금 작게 나타나지만 스프링 강성을 적절히 고려하면 그 차이는 없어짐을 알 수 있다. 전체적으로 본 수치 프로그램의 결과와 실험치 혹은 타연구자의 수치해석 결과와 비교할 때 그 경향이 잘 일치하고 있다. 또한 복잡한 반복계산의 감소를 통해 시간 및 비용의 절약을 기대할 수 있으며, 현장에서의 평판급힘작업시 사전 시뮬레이션 및 비숙련공의 선상가열기법의 교육과 훈련용으로도 사용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 노인식 외, 선상가열 시뮬레이터에 관한 연구(II), 한국기계연구원 연구보고서 UCN016-155·M, 1994.

- [2] Moshaiov, A. and Shin, J.G., "Modified Strip Model for Analyzing the Line Heating Method-Part 2: Thermo-Elastic-Plastic Plates," *Journal of Ship Research*, Vol.35, No.3, pp.266-275, 1991.
- [3] Owen, D.J. and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice*, Pineridge Press Limited, U.K., 1980.
- [4] Iwamura, Y. and Rybicki, E.F., "A Transient Elastic Plastic Thermal Stress Analysis of Flame Forming," *Journal of Engineering for Industry*, pp.163-171, 1973.
- [5] Moshaiov, A. and Vorus, W.S., "Elasto-Plastic Plate Bending Analysis by a Boundary Element Method with Initial Plastic Moments," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.22, No.11, pp.1213-1229, 1986.

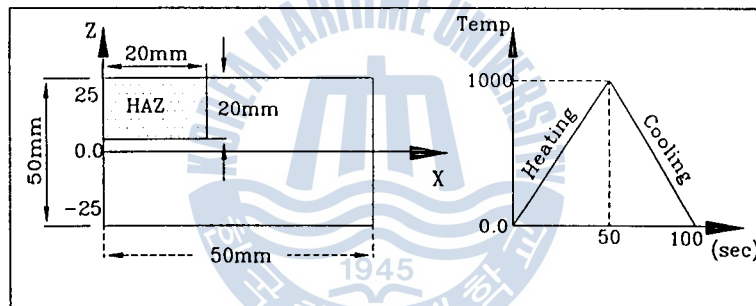


Fig.1 Heat affected zone and its temperature distribution for a beam model.

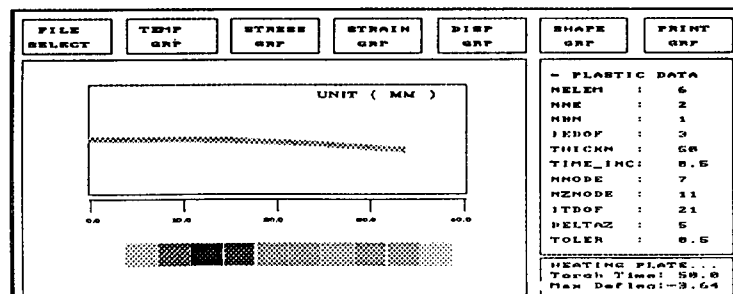


Fig.2 Bending shape for a thermo-elastic-plastic beam. (thermal cycle time is 50 sec)

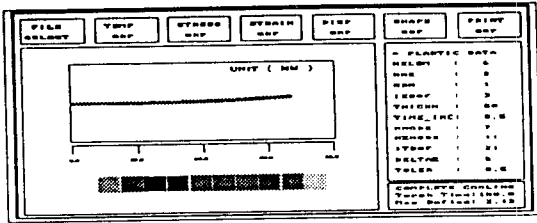


Fig.3 Bending shape for a thermo-elastic-plastic beam. (thermal cycle time is 100 sec)

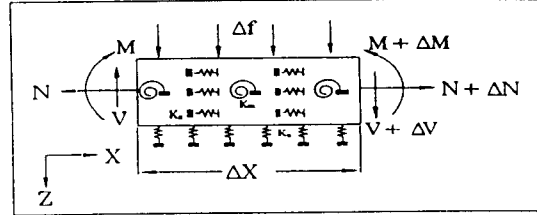


Fig.4 Free body diagram of a beam element of length ΔX .

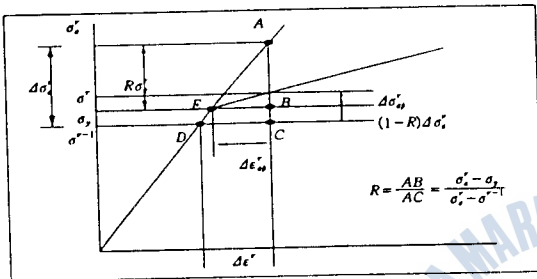


Fig.5(a) Initial yielding of material.

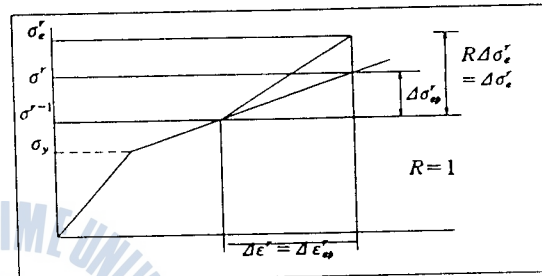


Fig.5(b) Material previously yielded.

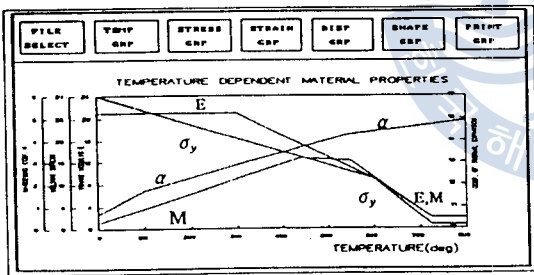


Fig.6 Temperature-dependent material properties.

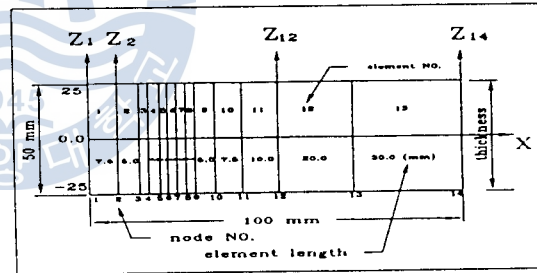


Fig.7 Model representation for a cantilever beam.

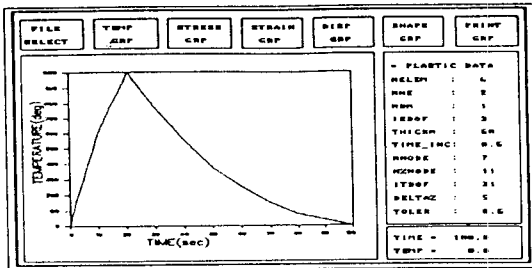


Fig.8 Time-dependent temperature variation.

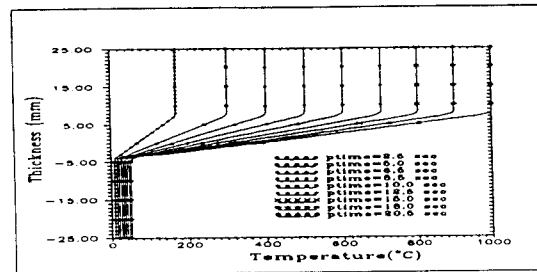


Fig.9 Temperature distribution through a beam

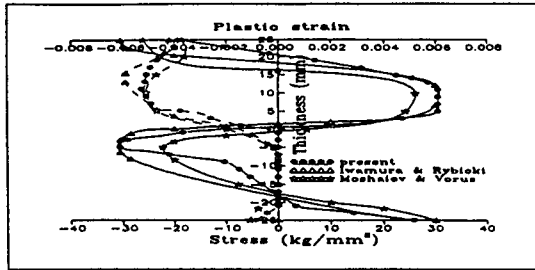


Fig.10 Comparison of residual stresses (solid line) and plastic strain (dashed line) distribution.

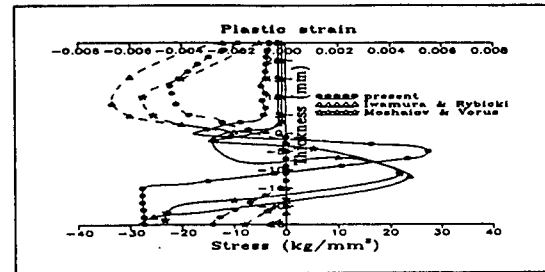


Fig.11 Comparison of stresses (solid line) and plastic strain (dashed line) distribution at $T_{max}=1000^{\circ}\text{C}$. ($k_x=1.0, k_z=3.0, k_{\theta z}=0$)

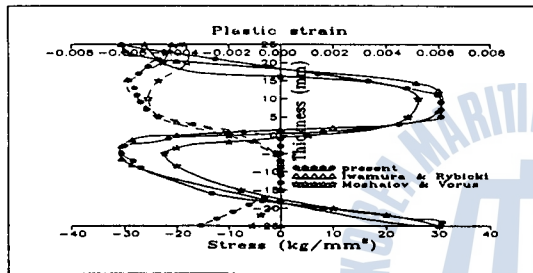


Fig.12 Comparison of residual stresses (solid line) and plastic strain (dashed line) distribution. ($k_x=1.0, k_z=3.0, k_{\theta z}=0$)

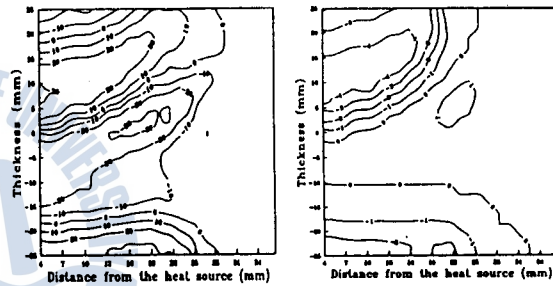


Fig.13 Residual stress (kg/mm^2) and plastic strain profiles.

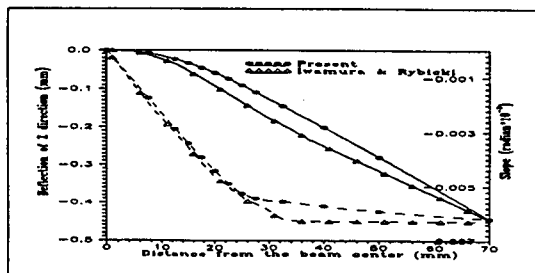


Fig.14 Comparison of deflection (solid line) and slope (dashed line) at $T_{max}= 900^{\circ}\text{C}$.

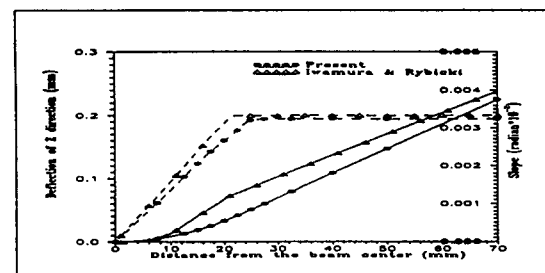


Fig.15 Comparison of residual deflection (solid line) and slope (dashed line).