

M-Sequence Generator의 試作과 그 應用

河 注 植

Building up M-Sequence Generator and its Application

Ha, Joo-Shik

Abstract

Recently, Process Identification has become a very important problem in control engineering, particularly in adaptive or optimal control systems.

Among the many methods that have been developed for the Process Identification, the method measuring the impulse response of the system to be controled is one of the most attractive methods for it's characteristics of anti-noises. Generally speaking, however, such a measured impulse response itself is not appropriate to determine control inputs or control parameters.

Here, the author intends to estimate directly unknown parameters of the given transfer function of a process, using M-Sequence signal. For this purpose, M-Sequence Generator was built by means of I.C. Shift Register, and a new method to estimate a time constant of the first order process was examined theoretically and experimentally. And also several discussions were made about the low pass filter as a averaging circuit which is the most important element in the calculations of correlation functions.

Several experiments by the aid of analog computer showed good results as expected.

目 次

- | | |
|---|---|
| 1. 序 論 | (3) Diode Matrix |
| 2. M系列信號에 對하여 | (4) Relay driving circuit |
| (1) 擬랜덤信號와 푸로세스의 動特性測定 | 4. 相關法에 依한 一次系 푸로세스의 時定數 推定 |
| (2) M系列의 發生原理 및 性質 | (1) 原 理 |
| (3) 遲延된 M系列의 發生 | (2) $\phi_{xy}(0)/R$ 와 T/Δ 와의 關係 |
| (4) M系列信號의 自己相關函數 및 Power spectral density | (3) $\phi_{xy}^D(0)$ 의 影響 |
| 3. Shift Register를 利用한 M-Sequence Generator의 製作 | (4) 平均器로서의 低域 Filter |
| (1) Shift Register | 5. 實 驗 |
| (2) Clock pulse generator | 6. 結 言 |
| | 參考文獻 |

1. 序 論

最近의 制御工學의 發展은 모든 産業施設의 自動化는 勿論 宇宙航空開發에 있어서도 急進的인 發展을 가져오게 했다. 特히 時時刻刻으로 그 周圍環境條件이 變化하는 Space vehicle 등에 있어서는 高度로 精密하고도 效率의이며 또한 環境條件의 變化에 隨時 適應할 수 있는 制御機構가 要求되었고 이에 수반하여 適應制御(Adaptive control), 最適制御(Optimal control) 등의 分野가 研究 開發되었다. 이러한 制御機構에 있어서는 그 構成要素의 가장 重要한 部分의

하나로서 시간과 더불어 변화하는 제어對象의 동특성을 인지하는 부분이 요구된다. 동특성인식에 대해서는 여러가지 연구가發表되고 있으나 잡음의影響이 적다는意味에서 統計的手法에 依한 認知法이 効果적인 것으로 생각되는데 이에 가장 잘 알려진 것으로서 Ree 등이提示한 相關函數를 使用하여 系의 荷重函數(Weighting function)를 求하는 方法이 있다. 이 方法에 있어서는 檢査信號로서 白色雜音(White noise)이 要求된다. 그러나 이 白色雜音은 現實적으로 存在하지도 않으며 存在한다 하더라도 相關計算이 不可能하다. 여기에 白色雜音과 비슷한 性質을 가지며 實際로 發生시키기가 容易한 擬랜덤二值信號(Pseudo Random Binary Signal)가 開發되었는데 最近 이 擬랜덤二值信號를 利用해서 푸로세스(以下 制御對象을 푸로세스 또는 Plant라고 한다)의 荷重函數 즉 임펄스應答을 求하는 方法에 關한 研究가 많이 發表되고 있다. 그러나 制御工學의 立場에서 볼 때 動特性測定 結果는 그 다음에 制御動作 즉 制御入力이나 制御器의 패러미터를 決定하는데 便利한 것이어야 하고 測定方法이 簡單하고도 測定에 所要되는 時間이 짧아야 한다. 現在로서는 測定된 系의 임펄스 應答으로부터 直接的으로 制御動作을 決定하기는 極히 困難할 뿐만 아니라 系의 次數가 높아지면 系의 次數조차도 推定하기 困難하다. 따라서 系의 임펄스應答을 測定한다 하더라도 系의 數學的 모델 즉 微分方程式이나 傳達函數를 미리 決定하여 測定된 임펄스應答으로부터 그 모델의 패러미터를 決定한 다음에 制御動作을 決定하는 것이 普通이다. 또한 이러한 研究를 위해서는 擬랜덤二值信號의 發生裝置가 무엇보다 必要하다. 筆者는 擬랜덤二值信號의 代表的인 것으로서 M系列信號(Maximum Length Null Sequence)의 發生裝置를 集積回路의 Shift Register를 利用해서 設計製作하고 이를 利用해서 相關法에 依해 直接的으로 푸로세스의 時定數를 推定하는 一方法에 對해 研究 考察한다. 本 方法의 特徵은 通常의 Model method에서 要求되는 追從루-푸나 極值探索機構를 要하지 않고 解析的인 方法으로 簡單히 푸로세스의 時定數를 推定할 수 있다는 點이다. 여기서 對象으로 하는 푸로세스는 一次系의 傳達函數로 記述될 수 있는 것으로 하고 그 時定數의 變化는 極히 완만하여 M系列信號의 一週期 ND 동안에는 거의 一定하다고 볼 수 있는 狀態를 取扱한다.

〈記 號 說 明〉

$G(s)$: 線形定位性系統

$F(s)$: 低域 Filter

T : 푸로세스의 時定數(sec)

T_f : 低域 Filter의 時定數(sec)

$x(t)$: 1과 0의 二值를 取하며 週期가 ND (D : 크록크펄스의 週期)인 M系列信號

$x^o(t)$: $x(t)$ 의 一次結合으로 만들어진 檢査信號

2. M系列信號에 對하여

(1) 擬랜덤信號와 푸로세스의 動特性測定

Fig. 1과 같이 線形定位性 系統 $G(s)$ 에 入力 $m(t)$ 를 印加했을 때의 出力을 $c(t)$ 라고 하면 $c(t)$ 는 다음과 같은 Convolutional integral로 表示된다.

$$c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau)m(\tau)d\tau \dots \dots \dots (1)$$

단, $g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$ 로서 系의 荷重函數(Weighting function) 또는 임펄스應答이다.

지금 $m(t)$ 의 自己相關函數를 $\phi_{mm}(\tau)$ 라 하고 $m(t)$ 와 $c(t)$ 間的 相互相關函數를 $\phi_{mc}(\tau)$ 라고 하

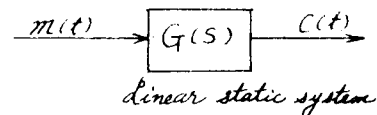


Fig. 1. Block expression of the linear system

면 $\phi_{mm}(\tau)$ 및 $\phi_{mc}(\tau)$ 는

$$\phi_{mm}(\tau) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T m(t-\tau) m(t) dt \dots\dots\dots(2)$$

$$\phi_{mc}(\tau) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T m(t-\tau) c(t) dt \dots\dots\dots(3)$$

와 같이 定義된다. (1)式을 (3)式의 右邊에 代入하여 積分의 順序를 바꾸면 (4)式을 얻는다.

$$\phi_{mc}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau-\alpha) \phi_{mm}(\alpha) d\alpha \dots\dots\dots(4)$$

다음에 (4)式의 兩邊을 Fourier 變換하면 (5)式과 같이 된다.

$$\Phi_{mc}(j\omega) = G(j\omega)\Phi_{mm}(j\omega) \dots\dots\dots(5)$$

여기서

$$\Phi_{mm}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{mm}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \dots\dots\dots(6)$$

= m(t)의 Power spectral density

$$\Phi_{mc}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{mc}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \dots\dots\dots(7)$$

= m(t)와 c(t) 間의 Cross-spectral density

이다. 지금

$$\phi_{mm}(\tau) = K\delta(\tau) \dots\dots\dots(8)$$

단, $\delta(t)$: Dirac의 delta function, K =Constant

가 成立되는 境遇를 생각하면 (4)式, (5)式은 (9)式, (10)式과 같이 된다.

$$\phi_{mc}(\tau) = Kg(\tau) \dots\dots\dots(9)$$

$$\Phi_{mc}(j\omega) = KG(j\omega) \dots\dots\dots(10)$$

즉 이러한 境遇 $\phi_{mc}(\tau)$ 또는 $\Phi_{mc}(j\omega)$ 를 測定하면 (9)과 (10)式에서 系의 임펄스 應答 $g(t)$ 또는 周波數傳達函數 $G(j\omega)$ 를 求할 수 있다. 條件 (8)式을 萬足하는 信號 즉 그 自己相關函數가 delta function이 되는 信號를 白色雜音(White noise)이라고 한다. 그러나 이 白色雜音은 物理적으로 存在하지도 않으며 또한 存在한다 하더라도 入出力間의 相關計算이 不可能하다. 여기에 近似的으로 (8)式을 滿足하는 信號로서 擬랜덤信號(Pseudo Random Signal)라는 것이 있는데 그 中 잘 알려져 있는 것으로서 다음과 같은 것이 있다.

- a) M系列(Maximum Length Null Sequence)
- b) L系列(Regendre Sequence)
- c) TP系列(Twin Prime Sequence)
- d) Tompkin 系列(Tompkin Sequence)

이것 外에도 이것들을 基礎로 해서 여러가지 信號를 만들 수도 있으나 이 中 M系列信號는 Huffman 등에 依해 처음에 考案된 信號로서 最近 푸르세스의 動特性測定에 가장 많이 利用되고 있는 擬랜덤二值信號의 代表的인 것이다.

(2) M系列의 發生原理 및 性質

m; 1과 0의 2值를 取하는 系列

C_i ; 1 또는 0인 係數, $i=1, 2, \dots, p$

p; 次 數

D; 遲延演算子(Delay operator)

⊕; Modulo Two Addition(Exclusive-OR), 즉 $m_1 \oplus m_2 \equiv m_1 \bar{m}_2 + \bar{m}_1 m_2$ (AND-OR logic)
 $\equiv (m_1 + m_2) (\bar{m}_1 + \bar{m}_2)$ (OR-AND logic) $\dots\dots\dots(11)$

m_2 | 이라고 하고 다음의 特性式
 m_1 | 1 0 $(D^p \oplus C_{p-1}D^{p-1} \oplus C_{p-2}D^{p-2} \oplus \dots \oplus C_1D \oplus 1)m = 0 \dots\dots(12 a)$

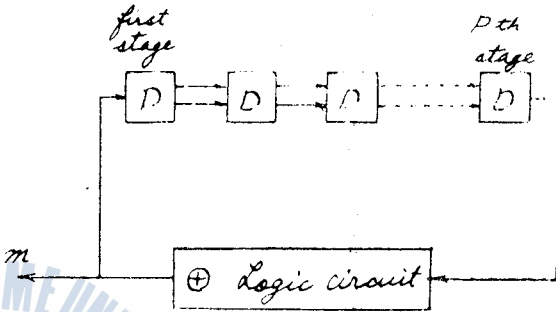
을 滿足하는 二值系列 m 을 생각한다. 여기서 $D^k m$ 은 m 을 $k\Delta$ (Δ 는 系列間隔)만큼 遲延시킨 系列을 意味한다. 特性式 (12 a)式은 Modulo Two Addition의 性質을 생각하면 (12 b)式과 같기도 쓸 수 있고 이러한 系列의 發生原理를 그림으로 나타내면 Fig. 2와 같다.

$(D^p \oplus C_{p-1}D^{p-1} \oplus C_{p-2}D^{p-2} \oplus \dots \oplus C_1D)m = m \dots\dots(12 b)$

이렇게 해서 發生된 系列 m 의 週期를 N 라고 하면

$N \leq 2^p - 1 \dots\dots(13)$

이고 이는 係數 C_i 의 選擇方法에 依해 決定된다. 지금 N 이 그 最大值 $2^p - 1$ 이 되도록 C_i 를 適當히 選擇했을 때에 얻어지는 系列 m 은 p 개의 素子로서 發生시킬 수 있는 最大週期の 二值週期 系列이 되는데 이를 M-Sequence라 한다. 이



M-Sequence는 擬랜덤 二值信號로서 滿足 Randomness properties라고 하는 다음 性質을 滿足한다.

Randomness properties

a) Balance property

一週期中 系列이 1을 取하는 回數와 0을 取하는 回數와의 差는 一回를 넘지 않는다.

b) Run property

系列의 一週期에 있어서 1 또는 0의 같은 것이 연속되는 것은 1個로 생각해서 이것을 Run이라 할 때 全 Run 中 1 또는 0의 1個가 연속되는 Run의 數는 全 Run數의 1/2이고 2個가 연속되는 Run數는 全 Run數의 1/4, 3個가 연속되는 Run의 數는 全 Run數의 1/8.....이다. 次數 P 의 M-Sequence인 경우 全 Run의 數는 2^{p-1} 이고 l 개의 같은 것이 연속되는 Run의 數를 $M_p(l)$ 라고 하면

$M_p(l) = \begin{cases} 2^{p-l-1}; p-l-1 \geq 0 \\ 1; p-l-1 < 0 \end{cases} (0 < l \leq p) \dots\dots(14)$

이 된다.

c) Correlation property

任意의 遲延된 系列과 원 系列과를 一週期分 比較할 때 一致하는 것과 一值하지 않는 것의 差는 1을 넘지 못한다.

또한 M-Sequence는 이 외에 다음과 같은 性質을 가지고 있다.

a) 適當히 遲延된 M-Sequence끼리의 Modulo Two Addition에 依해서 얻어지는 系列은 亦是 같은 模樣의 M-Sequence가 된다. 즉 適當한 正의 整數 i, j, k 에 對해서

$(D^i + D^j)m = D^k m \dots\dots(15)$

가 되고 k 는 特性式의 種類에 依해 決定된다.

b) 次數 P 의 M-Sequence의 種類의 數 $M(P)$ 는 다음 式에 依해 決定된다.

$M(P) = \varphi(N)/P \dots\dots(16)$

단, $\varphi(N)$ 은 Euler's phi function이라고 불리워지는 것으로 N 을 넘지 않는 N 와 서로 素인 整數의 個數이고, $N = 2^p - 1$ 이다.

c) L을 N와 서로 素인 整數라 하고 週期 N인 M-Sequence를 LA 마다 Sampling 해서 얻어지는 系列은 亦是 週期 N인 M-Sequence가 되고 L을 適當히 取함으로서 週期 N의 모든 M-Sequence를 얻을 수 있다.

種種의 次數 P에 對해서 N, M(P) 및 特性式과 M-Sequence의 例를 Table 1에 나타낸다.

Table. 1. Examples of Characteristic functions and M-Sequences for various values of p

P	N	M (P)	Characteristic Function	M-Sequence
2	3	1	$D^2 \oplus D \oplus 1$	110
3	7	2	$D^3 \oplus D^2 \oplus 1$	1110010
			$D^3 \oplus D \oplus 1$	1110100
4	15	2	$D^4 \oplus D^3 \oplus 1$	111100010011010
			$D^4 \oplus D \oplus 1$	111101011001000
5	31	6	$D^5 \oplus D^3 \oplus 1$	1111100011011101 010000100100
			$D^5 \oplus D^2 \oplus 1$	1111100110100100 001010111011000
			$D^5 \oplus D^4 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus 1$	
			$D^5 \oplus D^4 \oplus D^3 \oplus D \oplus 1$	
			$D^5 \oplus D^4 \oplus D^2 \oplus D \oplus 1$	
			$D^5 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus D \oplus 1$	
6	63	6	$D^6 \oplus D^5 \oplus 1$	111111010101100 110111011010010 011100010111100 101000110000100 000
			$D^6 \oplus D \oplus 1$	111111010101100 110111011010010 011100010111100 101000110000100 000
7	127	18	$D^7 \oplus D^4 \oplus 1$	
8	255	16	$D^8 \oplus D^6 \oplus D^5 \oplus D^4 \oplus 1$	
9	511	48	$D^9 \oplus D^5 \oplus 1$	

(3) 遲延된 M系列의 發生

次數 P의 M-Sequence의 特性式을

$$(D^P \oplus D^{P-i} \oplus \dots \oplus 1)m = 0 \quad (1 \leq i < P) \dots \dots \dots (17)$$

라고 하면 다음 式을 얻는다.

$$D^P m = (D^{P-i} \oplus \dots \oplus 1)m \dots \dots \dots (18)$$

$$D^{P+1} m = (D^{P-i+1} \oplus \dots \oplus D)m \quad 1 < P-i+1 \leq P \dots \dots \dots (19)$$

(19)式的 右邊은 P次를 넘을 수 없다. 또한 (19)式에서 (20)式을 얻는다.

$$D^{P+2} m = (D^{P-i+2} \oplus \dots \oplus D^2)m \dots \dots \dots 2 < P-i+2 \leq P+1 \dots \dots \dots (20)$$

(20)式的 右邊의 次數는 $P+1$ 을 넘을 수 없으므로 (19)式을 參酌하면 結局 $D^{P+1}m$, $D^{P+2}m$ 은 Dm 에서 D^Pm 까지의 P 個의 遲延系列을 適當히 Modulo Two Addition해서 얻을 수 있다. 以下 마찬가지로 해서 $D^{P+3}m$, $D^{P+4}m$을 얻을 수 있다. 그런데 M-Sequence의 一週期에 있어서 遲延系列은 2^P-1 個 있고 p 個의 遲延系列을 組合해서 얻을 수 있는 系列의 總數는

$$\sum_{i=1}^P {}_pC_i = 2^P - 1$$

이므로 모든 遲延系列은 P 個의 遲延系列을 適當히 Modulo Two Addition해서 얻을 수 있다. $P=5, 6$ 의 境遇에 있어서 特性式의 一例에 對해 遲延系列을 얻기 爲한 組合方法을 Table 2에 나타낸다.

Table. 2. examples of combinations to generate the delayed M-Sequences

D^k	Combination	D^k	Combination	D^k	Combination
1	3, 6	11	1, 5, 6, 8	21	3, 4
2	4, 7	12	2, 6, 7, 9	22	4, 5
3	5, 8	13	3, 7, 8, 10	23	5, 6, 1, 8
4	6, 9	14	4, 8	24	6, 7, 2, 9
5	7, 10	15	5, 9	25	7, 8, 3, 10
6	1, 3	16	6, 10	26	8, 9
7	2, 4	17	1, 10	27	9, 10
8	3, 5	18	1, 2, 5, 0, 1	28	1, 7
9	4, 6	19	1, 2	29	2, 8
10	5, 7	20	2, 3	30	3, 9, 1, 4
(a) $(D^5 \oplus D^2 \oplus 1)m=0$ ($P=5$)					
1	2, 7	22	6, 7, 10	43	2, 6, 8
2	3, 8, 1, 7	23	5, 6, 7, 8	44	0, 5, 8
3	4, 9, 2, 8	24	0, 4	45	0, 9
4	5, 10, 3, 9	25	1, 5	46	1, 10
5	4, 10	26	2, 6	47	2, 5, 6
6	0, 1	27	3, 7	48	0, 8
7	1, 2	28	4, 8	49	1, 9
8	2, 3	29	5, 9	50	2, 10
9	3, 4	30	6, 10	51	3, 5, 6
10	4, 5	31	0, 2, 5	52	0, 2, 4
11	5, 6	32	0, 3	53	1, 3, 5
12	6, 7	33	1, 4	54	2, 4, 6
13	7, 8	34	2, 5	55	3, 5, 7
14	8, 9	35	3, 6	56	4, 6, 8
15	9, 10	36	4, 7	57	5, 7, 9
16	4, 6	37	5, 8	58	6, 8, 10
17	5, 7	38	6, 9	59	0, 8, 10
18	6, 8	39	7, 10	60	0, 3, 10
19	7, 9	40	5, 6, 8	61	0, 10
20	8, 10	41	6, 7, 9	62	0, 5
21	6, 5, 9	42	7, 8, 10		
(b) $(D^6 \oplus D \oplus 1)m=0$ ($P=6$)					

예를 들면 Table 2(a)에서 $D^{10}m$ 은 $(D^5 \oplus D^7)m$ 으로 얻어짐을 나타낸다.

(4) M系列信號의 自己相關函數 및 Power spectral density

M-Sequence의 二值, 1과 0에 對해 各各 a와 b를 對應시켜서 만든 連續的인 M系列信號를 $u(t)$ 라고 하면 $u(t)$ 의 波形은 Fig. 3과 같이 된다. 지금 $u(t)$ 의 次數를 P라고 하면 週期 $N\Delta$ 는 $(2^P-1)\Delta$ 이며 一週期中 a를 取하는 時間은 $\frac{(N+1)\Delta}{2}$ 이고 b를 取하는 時間은 $\frac{(N-1)\Delta}{2}$ 가 된다.

또한 M-Sequence는 Randomness properties 中 Correlation property에 있어서 適當히 遲延된 系列과 比較할때 一值하는 것이 一值하지 않는 것보다 한번 적다. 이러한 性質 및 相關函數의 連續性을 利用해서 自己相關函數를 計算하면 (21)式과 같이 되고 이를 圖示하면 Fig. 4와 같다.

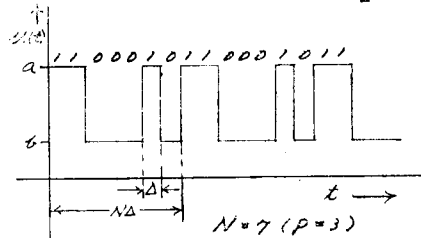


Fig. 3. An Example of M-Sequence signal

$$\phi_{uu}(\tau) = \begin{cases} A - (A-B) \frac{|\tau - \ell N\Delta|}{\Delta}; & |\tau - \ell N\Delta| < \Delta \\ B & ; \text{Otherwise} \end{cases} \quad (\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \dots\dots(21)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{단, } A &= \frac{1}{N} \left(\frac{N+1}{2} a^2 + \frac{N-1}{2} b^2 \right) \\ B &= \frac{1}{N} \left(\frac{N+1}{4} a^2 + \frac{N-3}{4} b^2 + \frac{N+1}{2} ab \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

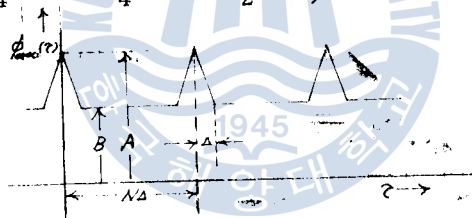


Fig. 4. Auto correlation function of M-Sequence signal

a) $a=1$ $b=-1$ 인 境遇

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= -\frac{1}{N} \end{aligned}$$

b) $\frac{a}{b} = -1 \pm \frac{2}{\sqrt{N+1}}$ 인 境遇

$$A = \frac{N+1}{N} \left(\frac{a-b}{2} \right)^2$$

$$B = 0$$

이 되어, 이 때는 바이아스가 없는 自己相關函數를 얻을 수 있다.

다음에 $\phi_{uu}(\tau)$ 의 Fourier 變換인 Power spectral density는 다음과 같이 計算된다. $\phi_{uu}(\tau)$ 를 Fourier 級數로 展開하면 (21)式으로부터

$$\phi_{uu}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega\tau} + B \dots\dots(23)$$

$$C_n = \frac{1}{N\Delta} \int_{-\frac{N\Delta}{2}}^{\frac{N\Delta}{2}} \phi'_{uu}(\tau) e^{-jn\omega\tau} d\tau \dots\dots(24)$$

$$\text{단, } \omega_0 = \frac{2\pi}{NA}$$

$$\phi'_{uu}(\tau) = \begin{cases} \phi_{uu}(\tau) - B; & |\tau| \leq \frac{NA}{2} \\ 0 & ; \text{ Otherwise} \end{cases}$$

을 얻는다. 또한 (24)式으로부터

$$C_n = \frac{1}{NA} \int_{-\infty}^{\infty} \phi'_{uu}(\tau) e^{jn\omega_0\tau} d\tau \dots\dots\dots (25)$$

$$\text{단, } \Phi'_{uu}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi'_{uu}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \dots\dots\dots (26)$$

이 되므로 (27)式을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Phi_{uu}(j\omega) &= \mathcal{F}[\phi_{uu}(\tau)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{NA} \phi'_{uu}(jn\omega_0) e^{jn\omega_0\tau} + B \right) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{NA} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi'_{uu}(jn\omega_0) \delta(\omega - n\omega_0) + B\delta(\omega) \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

그림 4를 參照하여 $\Phi'_{uu}(j\omega)$ 를 計算하면

$$\Phi'_{uu}(j\omega) = \left(\frac{\sin \omega\Delta/2}{\omega\Delta/2} \right)^2 (A-B)\Delta$$

가 되므로

$$\begin{aligned} \Phi_{uu}(j\omega) &= \frac{A-B}{N} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin n\omega_0\Delta/2}{n\omega_0\Delta/2} \right)^2 \delta(\omega - n\omega_0) \right] + B\delta(\omega) \\ &= \frac{A-B}{N} \left(\frac{\sin \omega\Delta/2}{\omega\Delta/2} \right)^2 \sum_{n \neq 0}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0) + \frac{1}{N} [A + (N-1)B] \delta(\omega) \quad (28) \end{aligned}$$

을 얻는다. $\Phi_{uu}(j\omega)$ 의 概形을 圖示하면 Fig. 5와 같이 된다. 즉 連續된 스펙트럼 分布를 가지지 못하고 線 스펙트럼이 된다. Fig. 4와 Fig. 5에서 Δ 를 적게 하고 NA 를 크게 하면 M系列信號는 白色雜音에 가까운 性質을 갖게 될을 알 수 있다. 實際에 있어서 普通 우리가 取扱하는 物理系는 低域 Filter性을 가져 適當히 큰 角周波數 ω_c 에 對해서 $\omega > \omega_c$ 이면 $|G(j\omega)|$ 는 거의 0이 되므로 $\Phi_{uu}(j\omega)$ 가 $|\omega| \leq \omega_c$ 인 範圍에서 扁平하도록 Δ 를 적게 取하면 工學的으로 滿足할만 한 誤差範圍內에서 M系列信號를 白色雜音 代身 푸로세스의 임펄스應答 또는 周波數應答를 測定하는데 利用할 수가 있다.

M系列信號를 檢査信號로 使用해서 相關法에 依해 푸로세스의 動特性을 測定하는 方法의 利點은 다음과 같다.

- a) M系列信號는 發生하기가 容易하고 그 遲延信號의 發生도 簡單하다.

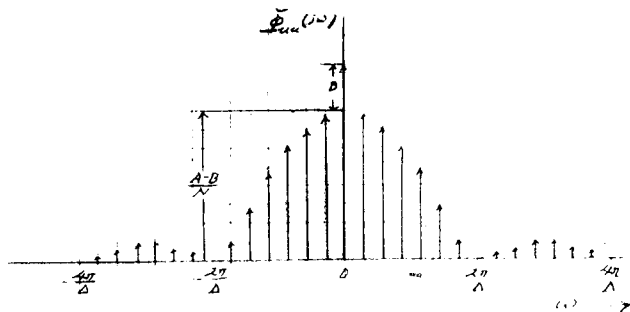


Fig. 5. Power spectral density of M-Sequence signal

- b) M系列信號는 二值信號이기 때문에 相關計算이 簡單하고 相關法에 依한 動特性測定은 雜音에 強하다.
- c) M系列信號는 그 Power spectral density의 帶域幅이 넓으므로 Power가 키서 낮은 level의 入力으로서 定常運轉中の ฟู로세스를 교란시키지 않고 動特性測定이 可能하다.

3. Shift Register를 利用한 M-Sequence Generator의 製作

M系列信號의 發生裝置로서는 다음과 같은 것이 있다.

a) 電氣的 發生裝置

(1) Shift Register를 利用한 것

M系列信號의 次數 P에 해당하는 段數의 Shift Register의 狀態를 1週期의 Clock pulse에 依해 順次 遷移시키고 AND 및 OR 등의 論理回路로서 Feed back 回路를 構成시킴으로서 M系列信號를 얻는 方法

(2) 回轉圓板을 利用한 것

미리 定해진 패턴의 M系列信號의 1과 0에 對應시켜 圓板에 圓周狀으로 導體部分과 絕緣體部分을 形成시켜 이 圓板을 一定速度로서 回轉시킴으로서 電氣回路를 連結 또는 遮斷하여 M系列信號를 얻는 方法

b) 光學的 發生裝置

이도 a)의 回轉圓板을 利用한 것과 같은 原理이나 미리 定해진 M系列信號의 1과 0에 對應시켜 圓板에 圓周狀으로 구멍을 뚫어 두고 이 圓板을 適當한 光源앞에서 一定速度로 回轉시키면서 光電管이나 포-토티랜지스터로서 回轉圓板을 通過한 光量을 檢出함으로써 M系列信號를 얻는 方法이다.

c) Endless tape를 利用한 것

종이테-푸 같은 것에 미리 주어진 M系列信號의 1과 0에 對應시켜 구멍을 뚫어 두고 이 테-푸를 Endless로 連結하여 機械的인 또는 光學的인 Tape Reader에 依해 구멍을 檢出함으로써 M系列信號를 얻는 方法

以上과 같은 M系列信號發生裝置中 Shift Register를 利用한 것 外에는 어느 것이나 M系列信號의 패턴이 달라지면 그에 따라 回轉圓板 또는 테-푸를 해당하는 것으로 交替할 必要가 있고 또한 遲延信號를 얻기 위해서는 많은 檢出器 즉 電極 또는 Photo Reader, Tape Reader를 要하든지 그렇지 않으면 Diode Matrix를 別途로 要한다. 그러나 Shift Register를 利用한 電氣的發生裝置는 Diode Matrix의 接續을 外部에서 바꾸어 줌으로서 任意의 M系列信號 및 그 遲延信號를 簡單히 얻을 수 있다.

여기에 筆者는 ฟู로세스의 動特性을 測定하기 爲한 檢査信號의 發生裝置로서 Shift Register를 利用한 M系列信號發生器를 다음과 같이 製作하였다.

(1) Shift Register

Shift Register로서는 NEC 薄膜混成集積回路의 Flip flop MC-2600을 縱屬接續하여 使用하였으며 이 Shift Register의 內部回路는 Fig. 6과 같다.

Shift Register의 段數는 可及的 많이 하는 것이 좋으나 여기서는 $N=63$ 인 M系列信號의 모든 遲延信號를 한 Shift Register의 出力을 3회 以上 使用하지 않고 同時에 發生시킬 수 있는 最少의 段數인 10段으로 하였다. 또한 $P=10$ 以內의 모든 特性函數의 M系列信號를 發生시킬 수 있도록 Diode Matrix를 利用하여 外部에서 接續交換이 可能하도록 하였다. 또한 各 Shift

Register의 出力端은 2SC 182에 依한 一段增幅回路 즉 NOT 回路를 附加시켜 Impedance matching을 시켰다.

(2) Clock pulse generator

Clock pulse generator로서는 Unit Junction Transistor 發振回路를 利用하였으며 Clock pulse의 周期를 可變할 수 있도록 Fig. 7과 같이 組立하였다. 또한 電源變動에 依한 Clock pulse 周期에 있어서의 雜音을 低減하기 위하여 入力側에 定電流 Transistor를 使用하였다. 그리고 이러한 工學에서 普通 많이 所要되는 톱니波도 同時에 發生될 수 있도록 하였다. (Fig. 7 參照)

(3) Diode Matrix

M系列信號 및 그 遲延信號를 發生시키기 위해서는 Modulo Two Addition 演算을 爲한 AND 回路 및 OR 回路가 必要하다. 이러한 論理回路로서는 여러가지가 있으나 여기서는 Fig. 8과 같이 Diode를 利用한 回路를 組立했다.

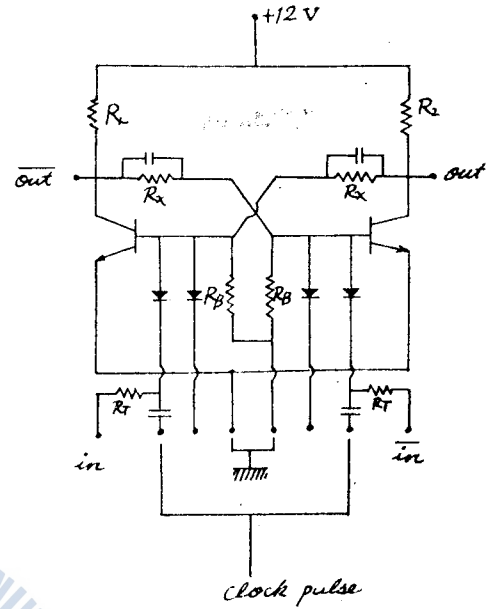


Fig. 6. Circuit diagram of a Shift Register

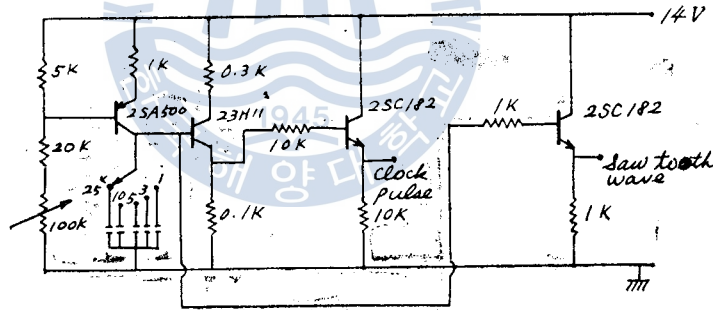


Fig. 7. Circuit diagram of clock pulse generator

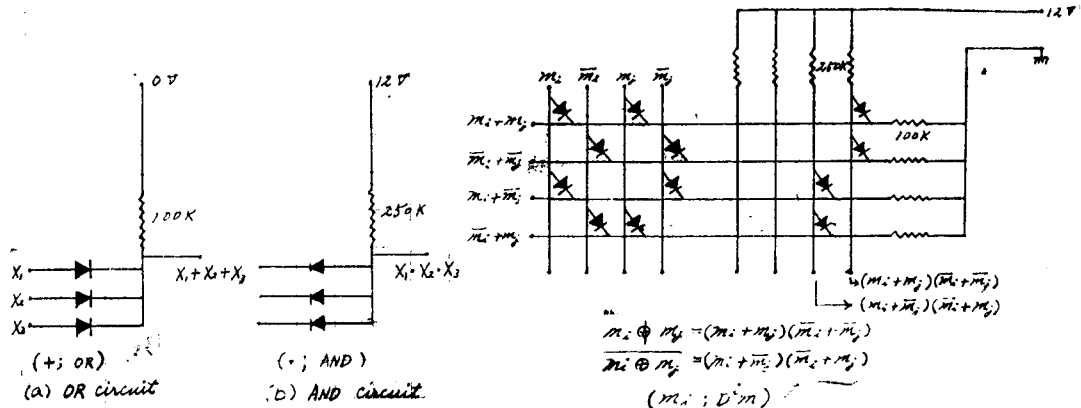


Fig. 8. OR and AND logic circuits

Fig. 9. OR-AND logic Diode Matrix

이는 이 Diode를 外部에서 푸러그에 依해 交換可能케 함으로서 任意的 遲延信號를 얻는데 便利하도록 하기 爲해서이다. 이러한 目的으로 構成된 Diode Matrix를 圖示하면 Fig. 9와 같다. Modulo Two Addition 演算에는 AND-OR logic와 OR-AND logic의 두가지가 있으나 Fig. 9는 OR-AND를 實現하는 Diode Matrix이다.

(4) Relay driving circuit

우리가 要求하는 M系列信號는 各 Shift Register의 狀態에 對應하는 連續인 二值信號이다. 따라서 그 振幅도 任意的 것이 要求되며 또한 Impedance matching 問題도 있고 해서 Shift Register의 出力을 그대로는 利用할 수 없고 이를 Relay 驅動回路를 介하여 任意的 振幅의 M系列信號를 얻을 수 있다. 이러한 目的으로 使用된 Relay 驅動回路가 Fig. 10이다. Fig. 10에서 前端의 Emitter follower는 Impedance matching을 爲한 것이다.

이렇게 해서 製作된 M-Sequence Generator의 概略圖를 表示한 것이 Fig. 11이다. Fig. 11에서 m 을 現在の M系列信號라 할 때 m_1 는 D^1m 을 나타낸다. 또한 한 例로서 $(D^5 \oplus D^2 \oplus 1)m = 0$ 즉 $m = m^5 \oplus m^2$ 인 Characteristic function의 M系列信號를 發生시키기 爲한 Diode Matrix의 接續方法 및 m_8 를 얻기 위한 Diode Matrix의 接續方法을 表示하였다. 勿論 本 M-Sequence Generator는 10段의 Shift Register를 使用하고 있기 때문에 m_8 는 直接 第8段째 Shift Register S_8 로부터 얻을 수도 있다.

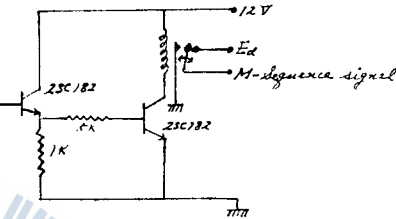


Fig. 10. Relay driving circuit

다음에 定成된 M-Sequence Generator의 外形圖를 Fig. 12에 나타낸다.

4. 相關法에 依한 一次系 푸로세스의 時定數推定

制御工學의 立場에서 볼 때 푸로세스의 動特性測定에 있어서 系의 荷重函數를 求하는 것 보다는 直接的으로 系의 數學的 모델의 패러미터를 求하는 것이 便利하다는 것은 앞에서 言及한 바 있으나 푸로세스의 패러미터 推定에 있어서 잘 알려져 있는 Model method는 未知패러미터의 數만큼의 追從루-푸를 要求하고 또한 一般的으로는 極히 어려운 操作인 極值探索을 要求한다. 그러므로 追從루-푸 및 極值探索을 要하지 않고 解析的인 方法에 依해 直接푸로세스의 時定數 T 를 推定하는 方法을 생각해 보기로 한다.

(1) 原 理

$x(t)$ 를 1과 0의 二值를 取하며 週期가 $NΔ$ 인 M系列信號라고 하고

$$x^0(t) = a \left[x(t) - \frac{1}{2} \right] \dots\dots\dots(29)$$

를 檢査信號로 擇하여

$$G(s) = \frac{1}{1 + Ts} \dots\dots\dots(30)$$

로 表示되는 系에 印加했을 때의 出力을 $y(t)$ 라고 한다. 이 때 系의 荷重函數 $g(t)$ 는

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \dots\dots\dots(31)$$

이고 $x(t)$ 와 $x^0(t)$ 間의 相互相關函數 $\phi_{xx^0}(\tau)$ 는 (32)式과 같이 된다.

$$\phi_{xx^0}(\tau) = a \left\{ \phi_{xx}(\tau) - \frac{1}{2} E_t [x(t)] \right\} = a \left[\phi_{xx}(\tau) - \frac{N+1}{4N} \right] \dots\dots\dots(32)$$

여기서 $E_t(\cdot)$ 는 時間平均操作을 나타낸다. 그리고 $\phi_{xx}(\tau)$ 는 (22)式에서 $a=1, b=0$ 인 경우이므로

$$A = \frac{N+1}{2N}$$

$$B = \frac{N+1}{4N}$$

로서 計算할 수 있으므로 結局 $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 는 (33)式과 같이 된다.

$$\phi_{xx}^\circ(\tau) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \phi_{xx}^\circ(\tau - \ell ND) \dots \dots \dots (33)$$

$$\text{단, } \phi_{xx}^\circ(\tau) = \begin{cases} \frac{R}{D} |D-\tau|; & |D-\tau| \leq 0 \\ 0 & ; |D-\tau| > 0 \end{cases} \dots \dots \dots (34)$$

$$R = \frac{N+1}{4N} a \dots \dots \dots (35)$$

다음에 $x(t)$ 와 $y(t)$ 間의 相互相關函數 $\phi_{xy}(\tau)$ 는 (4)式에서 보는 바와 같이 마치 $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 가 $G(s)$ 에 印加되었다고 생각했을 때의 出力과 같으므로 다음과 같이 計算할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_{xy}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha) \phi_{xx}^\circ(\tau - \alpha) d\alpha \\ &= \sum_{\ell=-\infty}^{-1} \int_{-D}^D g(\tau - \alpha - \ell ND) \phi_{xx}^\circ(\alpha) d\alpha + \int_{-D}^{\tau} g(\tau - \alpha) \phi_{xx}^\circ(\alpha) d\alpha \dots \dots \dots (36) \end{aligned}$$

(36)式에서 第一項은 過去의 入力에 依한 것이고 第二項은 現在의 入力에 依한 出力이다. 이들을 各各 $\phi_{xy}^{\text{D}}(\tau)$ 및 $\phi_{xy}^{\text{N}}(\tau)$ 로 나타내고 (31)式과 (34)式을 (36)式에 代入하여 計算하면 (37)式 및 (38)式을 얻는다.

$$\begin{aligned} \phi_{xy}(\tau) &= \phi_{xy}^{\text{D}}(\tau) + \phi_{xy}^{\text{N}}(\tau) \\ \phi_{xy}^{\text{D}}(\tau) &= \frac{2R}{D} \frac{T}{e^{\frac{ND}{T}} - 1} e^{-\frac{\tau}{T}} \left(\cosh \frac{D}{T} - 1 \right) \quad |\tau| \leq (N-1)D \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

$$\phi_{xy}^{\text{N}}(\tau) = \begin{cases} \frac{R}{D} T e^{-\frac{\tau}{T}} \left[e^{\frac{\tau}{T}} \left(1 - \frac{-D}{T} \right) + e^{-\frac{D}{T}} - 2 \right] & 0 \leq \tau \leq D \dots \dots \dots (38 a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2R}{D} T e^{-\frac{\tau}{T}} \left(\cosh \frac{D}{T} - 1 \right) & D \leq \tau \leq (N-1)D \dots \dots \dots (38 b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 & -(N-1)D \leq \tau \leq -D \dots \dots \dots (38 c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{R}{D} T e^{-\frac{\tau}{T}} \left[e^{\frac{\tau}{T}} \left(\frac{-D+\tau}{T} \right) - 1 + e^{-\frac{D}{T}} \right] & -D \leq \tau \leq 0 \dots \dots \dots (38d) \end{cases}$$

(37)式에서 $\frac{ND}{T}$ 를 充分히 크게 取하면 $\phi_{xx}^{\text{D}}(\tau)$ 는 無視될 수 있는 項이다. 以下 이러한 狀態를 생각하여 $\phi_{xx}^{\text{D}}(\tau)$ 는 省略한다. $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 및 $\phi_{xy}(\tau)$ 는 週期函數이나 이들의 一週期分만을 圖示하면 그 概形은 Fig. 13과 같이 된다.

다음에 (38 a)式에서 $\phi_{xy}(0)$ 를 計算하면 다음 式을 얻는다.

$$\phi_{xy}(0)/R = \frac{T}{D} \left(e^{-\frac{D}{T}} + \frac{D}{T} - 1 \right) \dots \dots \dots (39)$$

(39)式에서 $\phi_{xy}(0)/R$ 은 $\frac{T}{D}$ 만의 函數이며 $\frac{T}{D}$ 가 $0 \sim \infty$ 사이를 變化할 때 $\phi_{xy}(0)/R$ 은 $1 \sim 0$ 사이



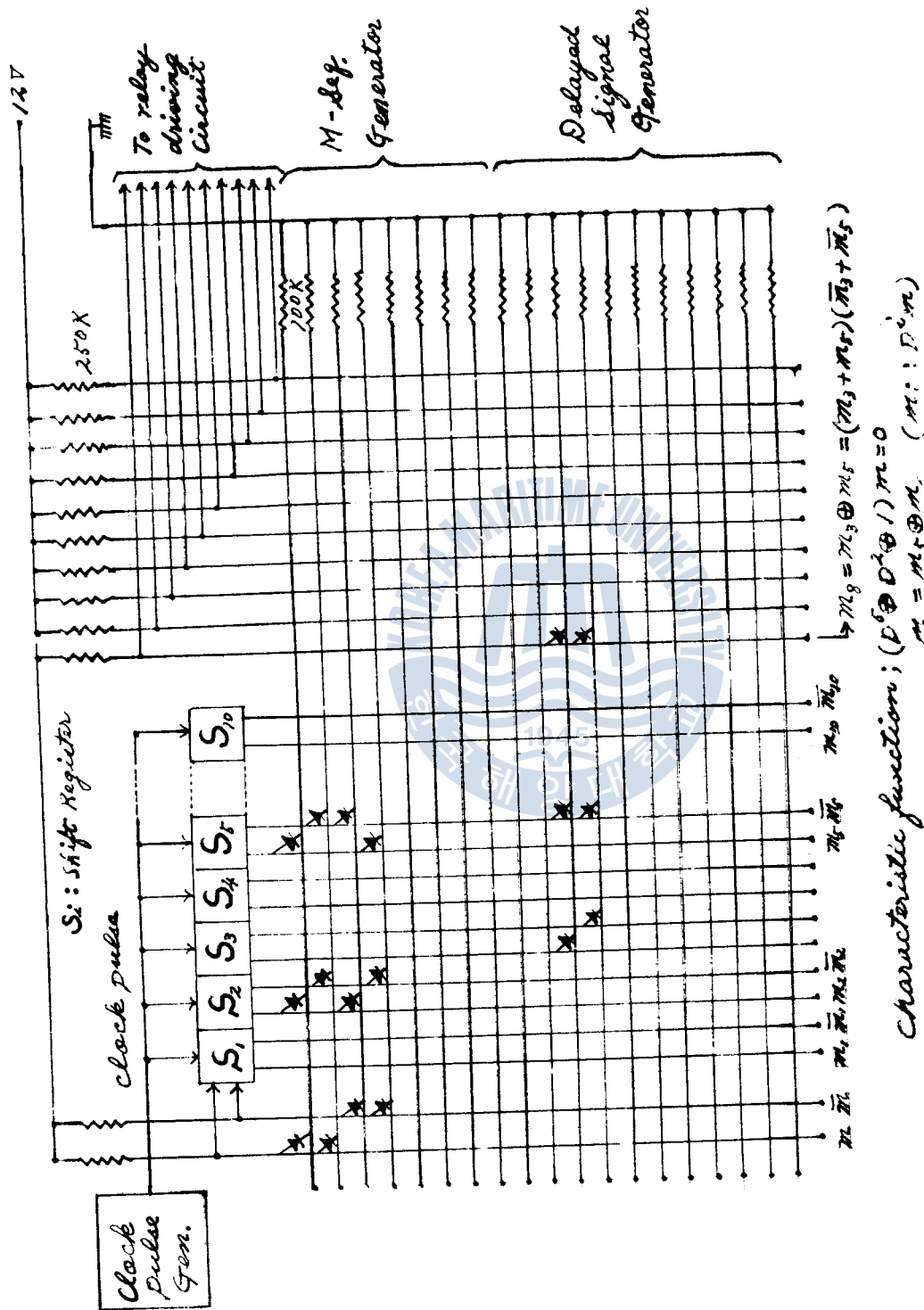


Fig. 11 Schematic diagram of M-Sequence Generator

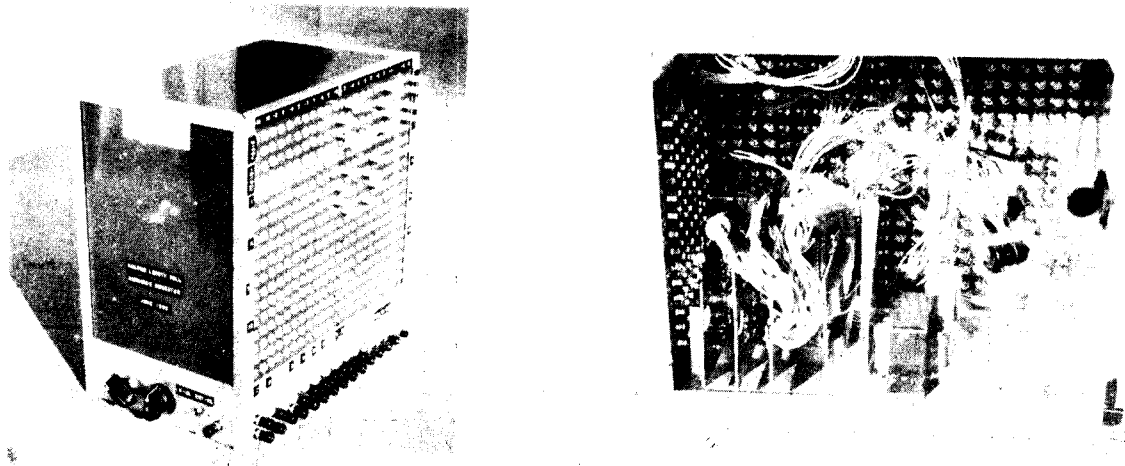
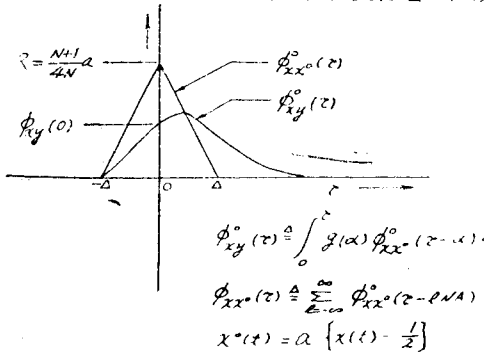


Fig. 12 General views of M-Sequence Generator

를 變化함을 (39)式 및 Fig. 13에서 알 수 있다. 勿論 時定數 T가 時間에 따라 變化할 때 以上의 式들은 그대로 成立되지 않으나 T의 變化가 充分히 완만하여 M系列信號의 一週期 NΔ間에는 거의 變하지 않는다고 하면 工學的으로 滿足할만한 誤差範圍 內에서 以上의 式들을 그대로 適用할 수가 있다. 따라서 $\phi_{xy}(0)$ 를 測定면 이로부터 푸르세스의 時定數 T를 推定할 수가 있다.



(2) $\phi_{xy}(0)/R$ 와 T/Δ 와의 關係

(39)式을 圖表로서 表示하면 Fig. 14의 實線과 같이 된다. 이러한 非線形關係를 正確히 演算해 주는 回路를 組立하기는 困難한 일이나 實用上 充分한 精度로서 近似的으로 Fig. 14와 같은 特性을 가지는 Diode 등이 發見될 可能性은 많다. 여기서는 (39)式의 關係를 最小誤差自乘法에 依하여 다음과 같이 二次式으로 近似시키기로 한다.

Fig. 13. Wave forms of $\phi_{xx}^o(\tau)$ and $\phi_{xy}^o(\tau)$

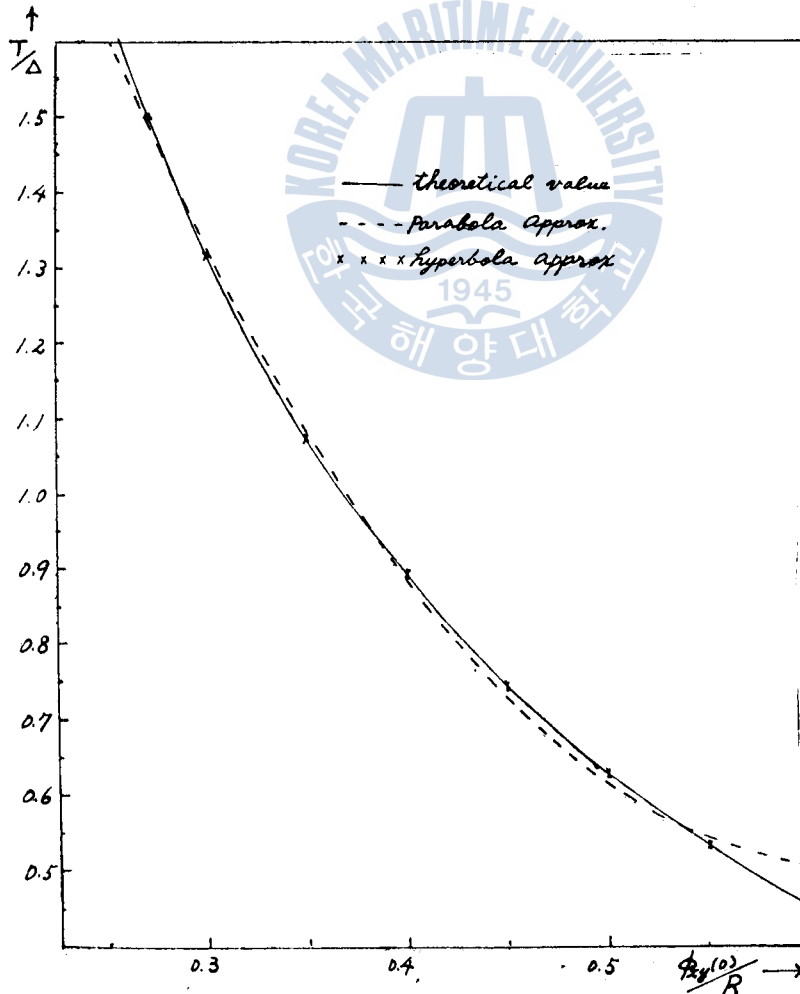


Fig. 14. $\frac{T}{\Delta}$ vs $\phi_{xy}(0)/R$ ($\frac{T}{\Delta}$: 0.5~1.5)

$$\begin{aligned} \text{拋物線近似} : \frac{T}{d} &\cong 8.33[\phi_{xx}^{\circ}(0)/R]^2 - 10.23\phi_{xx}^{\circ}(0)/R + 3.65 \dots\dots\dots(40) \\ &\left(\frac{T}{d}; 1\sim 1.5, \text{max. error}; 2.3\%\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{雙曲線近似} : \frac{T}{d} &\cong \frac{0.458}{\phi_{xx}^{\circ}(0)/R + 0.015} - 0.558 \dots\dots\dots(41) \\ &\left(\frac{T}{d}; 1\sim 1.5, \text{max. error}; 0.26\%\right) \end{aligned}$$

이들을 圖示하면 Fig. 14의 點線 및 ×印과 같이 된다. 誤差의 面에서 雙曲線近似가 有利하나 어느 것이든 매우 까다로운 操作인 Analog信號의 乘算이 要求된다. 따라서 $\phi_{xy}(0)$ 에 包含되는 雜音의 非線形性에 依한 影響은 避할 수 없으므로 $\phi_{xy}(0)$ 에 나타나는 雜音이 充分이 적도록 할 것이 要望된다.

(3) $\phi^{\circ}_{xy}(0)$ 의 影響

앞에서 다음 式으로 表示되는 $\phi^{\circ}_{xy}(0)$ 는 無視하였다.

$$\phi^{\circ}_{xy}(0) = \frac{2RT}{d} \frac{1}{e^{\frac{Nd}{T}} - 1} (\cosh \frac{d}{T} - 1) \dots\dots\dots(42)$$

그러나 實際에 있어서 Nd 의 값을 無限大로 取할 수 없으므로 이로 因한 誤差가 생긴다. 이 誤差는 Nd 를 크게 取할수록 적어지는 것이나 다음 節에서 論議되는 것처럼 Nd 를 크게 取하면 相關計算에 있어서 平均器로 使用되는 低域 Filter의 큰 時定數가 要求되고 이로 因해 必要로 하는 信號의 位相遲延이 커진다. 따라서 Nd 는 T 에 比較해서 適當히 크게 取해야 하는데 다음에 이들의 關係를 檢討해 보기로 한다.

$\phi^{\circ}_{xy}(0)$ 를 無視한 誤差를 ϵ 이라고 하고 이것을 $\phi^{\circ}_{xy}(0)$ 의 $\phi_{xy}(0)$ 에 對한 比로서 나타낸다고 하면 다음 式을 얻는다.

$$\epsilon \equiv \frac{\phi^{\circ}_{xy}(0)}{\phi_{xy}(0)} = \frac{2(\cosh \frac{d}{T} - 1)}{(e^{-\frac{d}{T}} + \frac{d}{T} - 1)(e^{\frac{Nd}{T}} - 1)} \dots\dots\dots(43)$$

지금 ϵ 를 ϵ_0 보다 적게 한다고 하면 N 은 다음 式을 滿足해야 한다.

$$N > \frac{T}{d} \log_{\epsilon_0} \left[\frac{2}{\epsilon_0} h \left(\frac{d}{T} \right) + 1 \right] \equiv No \dots\dots\dots(44)$$

여기서

$$h \left(\frac{d}{T} \right) = \frac{\cosh \frac{d}{T} - 1}{e^{-\frac{d}{T}} + \frac{d}{T} - 1} \dots\dots\dots(45)$$

이다. $\epsilon_0 = 0.01, \epsilon_0 = 0.02$ 일 때 No 와 $\frac{T}{d}$ 와의 關係를 圖示하면 Fig. 15와 같이 된다.

Fig. 15에서 알 수 있드시 No 는 $\frac{T}{d}$ 에 對해 單調增加이므로 N 의 값은 $\frac{T}{d}$ 의 變動範圍에 있어서 그 最大值를 取하면 된다. 또한 $\frac{T}{d}$ 의 값이 10보다 클 때에는 N 은 大略 다음과 같이 決定하면 充分하다. ((44)式 및 Fig. 15 參照)

$$\frac{T}{d} > 10 \quad N > 5.3 \frac{T}{d} \quad (\epsilon_0 = 0.01) \quad N > 4.6 \frac{T}{d} \quad (\epsilon_0 = 0.02)$$

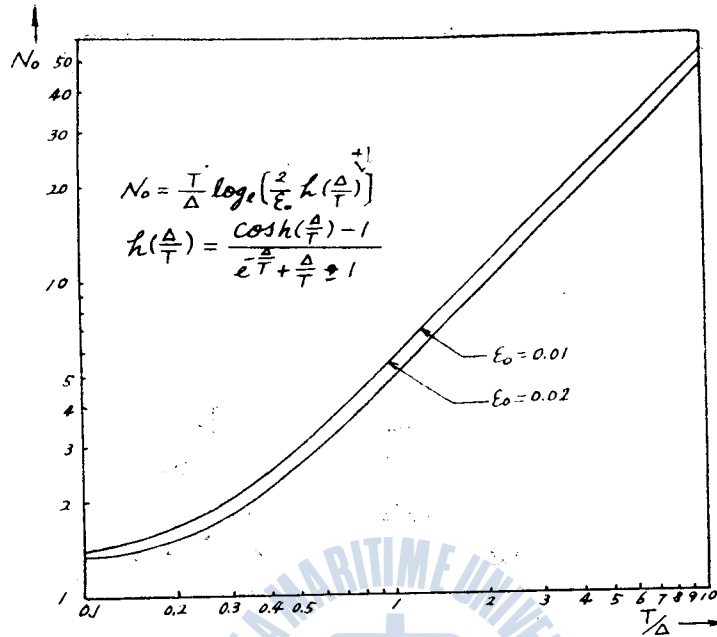


Fig. 15. N_o vs T/Δ

(4) 平均器로서의 低域 Filter

Analog 信號를 平均한다는 것은 工學上 빈번히 要求되는 操作인데 이를 理想的으로 行하기는 困難하다. 이를 Digital로 行하려면 A-D 變換器, D-A 變換器 등의 複雜한 裝置가 要求되고 Analog로 行하려면 純粹한 遲延要素(Dead time element)가 要求되는데 이러한 遲延要素는 物理的으로 實現하기가 困難하여 普通 Endless型 磁氣테-푸 또는 콘덴사 記憶方式 遲延要素 등이 近似的으로 代用된다. 이러한 複雜한 裝置들 外에 工學에서 平均器로서 많이 利用되고 있는 것이 低域 Filter이다. 平均回路 亦是 하나의 低域 Filter임에는 틀림없으나 이는 特殊한 것으로 普通의 低域 Filter가 平均回路의 모든 特徵을 具備하지 못하기 때문에 여러가지 問題가 隨伴되며 特히 實時間演算에 있어서는 信號의 位相遲延이 問題가 된다. Watts⁶⁾ 등은 理想平均器와 低域 Filter의 스텝프應答을 比較하여 그 係數를 다음과 같이 選擇하는 것이 有效하다고 報告하고 있다.

理想平均器	低域 Filter	
$\frac{1 - e^{-Ms}}{Ms}$	$\frac{1}{1 + T_f s}$	$T_f = \frac{M}{2}$
(M은 平均時間으로 普通은 信號의 週期이다)	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$\zeta = 0.85$ $\omega_n = \frac{3.33}{M}$

그러나 本來 이러한 Filter의 問題는 時間領域에서 보다 周波數領域에서 다루는 것이 妥當하다고 생각된다. 理想平均器의 Bode 線圖를 圖示하면 Fig. 16과 같이 된다.

Fig. 16이 나타내는 것처럼 一次系 Filter의 時定數 T_f 를 $\frac{M}{2}$ 로 擇하는 것은 이의 계인曲線을 理想平均器의 계인曲線의 包絡線과 大概 一致 시키는 것이 된다. 이때 理想平均器는

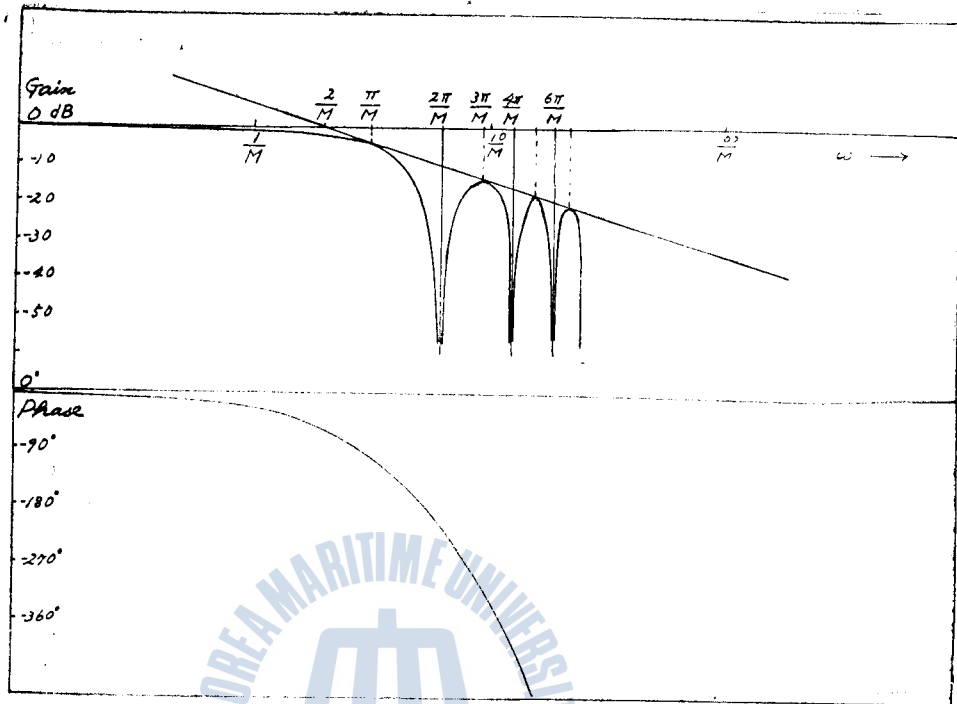


Fig. 16. Bode diagram of averaging circuit

週期 M 의信號에 包含되는 基本波 및 모든 高調波에 對해서 $-\infty$ 의 增益(dB)을 가지는데 反해 一次系 Filter는 基本波에 對해 -10.34dB (0.32), 二次振動系 Filter($\zeta=0.85$, $\omega_n=\frac{3.33}{M}$)는 基本波에 對해 -12.49dB (0.244)의 增益을 가진다. 따라서 平均操作을 要하는 信號가 包含하는 直流分에 比해 基本波成分의 振幅이 클 때에는 滿足할만한 平均操作을 하지 못하는 境遇가 많다. Fig. 16에서 알 수 있듯이 濾波를 적게 하는 것과 信號의 位相遲延을 적게 한다는 것은 서로 相反되는 것으로 目的에 따라 適當히 妥協해야 한다. 本研究에 있어서 相關函數計算에 要하는 平均器의 設計는 大端히 重要하다. 相關函數計算에 있어서의 乘算器는 M 系列信號의 特性에 依하여 簡單한 리레이로 代替되나 相關函數로부터 푸로세스의 時定數 T 를 求하는 非線形回路를 생각할 때 平均操作에 隨伴되는 雜音을 極히 적게 해야 하고 또한 適應制御系 등에의 應用을 생각할 때 平均操作에 隨伴되는 位相遲延은 可能한 限 적게 되도록 平均器를 設計해야 한다. 本研究에서는 高次系의 低域 Filter로서 平均器를 代用키로 하고 以下 低域 Filter의 次數와 時定數의 影響에 對해서 좀 더 考察해 보기로 한다.

ω_s ; 必要로 하는 信號의 最大角周波數(rad/sec), $\omega_s \neq 0$

ω_n ; 除去하고 싶은 雜音의 最少角周波數(rad/sec)

$$G = 20 \log_{10} \frac{|F(j\omega_s)|}{|F(j\omega_n)|} \text{ [dB]}$$

$$F(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{T_0}{n s}\right)^n}; \text{ 低域 Filter}$$

라 하고 T_0 를 固定했을 때 n 의 影響에 對해서 檢討해 보기로 한다. 지금 $T_0 = \frac{1}{\omega_s}$ [sec] 로 決定한다고 하면 다음 式을 얻는다.

$$G = 10n \log_{10} \left(\frac{n^2 + K_{\omega}^2}{n^2 + 1} \right) \dots\dots\dots(46)$$

단, $K_{\omega} = \frac{\omega_n}{\omega_s}$

n을 패라미터로 하고 K_{ω} 와 G와의 關係를 圖示하면 Fig. 17과 같이 된다.

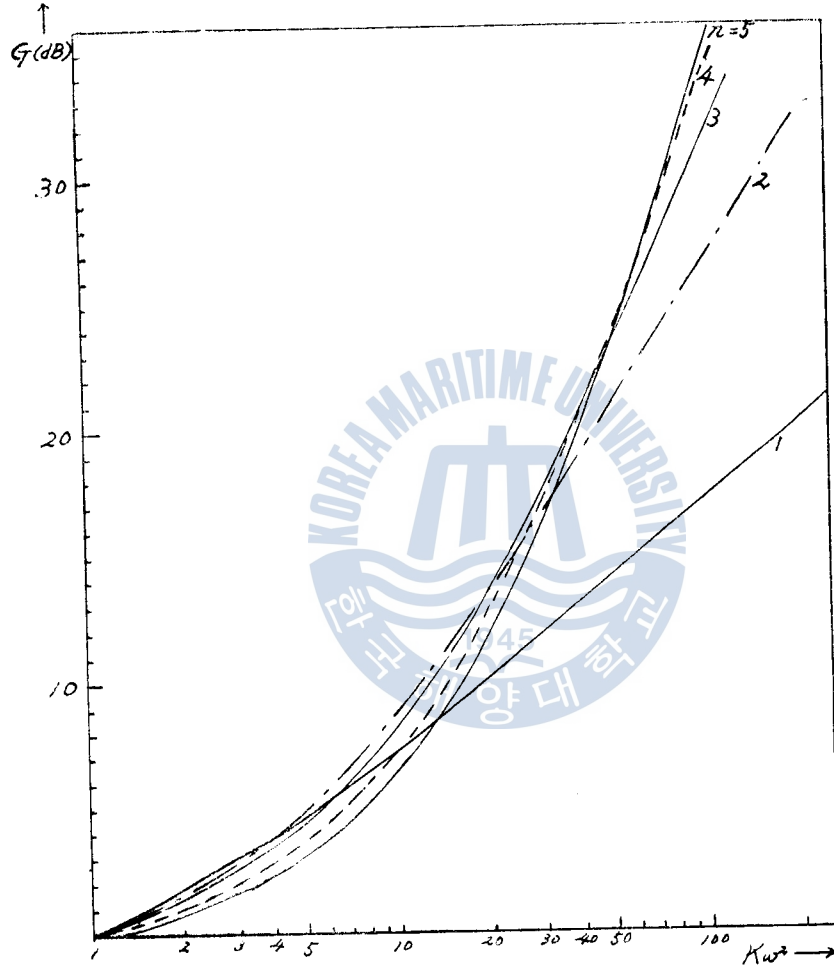


Fig. 17. G vs K_{ω}^2

다음에 必要로 하는 信號는 $0 \sim \omega_s$ 사이에 均等한 스펙트럼을 가진다고 하고 이들의 平均遲延時間을 $D_m[\text{sec}]$ 라 하면

$$D_m = \frac{1}{\omega_s} \int_0^{\omega_s} \frac{\varphi}{\omega} d\omega = T_0 n \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\tan^{-1}\theta}{\theta} d\theta \dots\dots\dots(47)$$

단, $\varphi = \angle F(j\omega) = n \tan^{-1} \frac{\omega T_0}{n} \dots\dots\dots(48)$

를 얻는다. 또한 이 低域 Filter를 理想 Filter로 假定했을 때의 遲延時間을 $D_H[\text{sec}]$, 그리고 理想 Filter의 스텔프應答이 最初의 피크에 達할 때까지의 時間을 $D_P[\text{sec}]$ 라고 하면 이들은 各各 다음과 같이 計算된다¹⁹⁾.

$$D_H = \frac{\varphi_0}{\omega_0} = \frac{T_0 \tan^{-1} (2^{\frac{1}{n}} - 1)^{\frac{1}{2}}}{(2^{\frac{1}{n}} - 1)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(49)$$

$$D_P = D_H + \frac{\pi}{\omega_0} \dots\dots\dots(50)$$

여기서 ω_0 는 -3dB點의 角周波數이고 φ_0 는 이 點에서의 Filter의 位相遲延이다. 또한 D_H 는 理想 Filter의 單位스텝 應答이 0.5가 되는 時間임이 알려져 있다⁽⁹⁾.

Table 3. Effects of n on the low pass filter, $\frac{1}{(1 + \frac{T_0}{n} s)^n}$

n	Frequency domain				Time domain		
	$ G(j\omega_s) $ dB	$\omega_0 \times T_0$	D_m/T_0	D_H/T_0	D_P/T_0	t_1/T_0	t_2/T_0
1	-3.010	1	0.916	0.785	3.925	0.693	3.913
2	-1.938	1.2872	0.975	0.889	2.449	0.839	2.917
3	-1.360	1.5249	0.988	0.925	2.053	0.899	2.501
4	-1.053	1.740	0.993	0.943	1.805	0.918	2.270
5	-0.852	1.9235	0.996	0.955	1.632	0.933	2.101

다음에 이 低域 Filter의 實際의 單位스텝 應答이 0.5, 0.98이 될 때까지의 時間을 各各 t_1 , t_2 라고 하고 種種의 n의 값에 對하여 이들 모든 값을 比較하면 Table 3과 같이 된다.

한편 理想平均器에 對해서 $M = 2T_0 = \frac{2}{\omega_s}$ 일 때 ω_0 , D_H , D_P 를 計算해 보면 다음과 같이 된다.

$$\omega_0 \times T_0 = 1.39$$

$$D_P/T_0 = 2.73$$

$$D_H/T_0 = 0.5$$

Fig. 17에서 알 수 있듯이 K_0 가 적을 때는 n의 如何한 값에 對해서도 濾波를 적게 하기가 困難하나 K_0 가 클 때에는 n을 크게 取하는 것이 濾波를 除去하는 意味에서 有效하다. 한편 Table 3에서 D_m , D_H , t_1 은 n이 크질수록 크지나 D_P , t_2 는 n이 크질수록 오히려 적어짐을 알 수 있다. 이는 n을 無限히 크게 하면 $\frac{1}{(1 + \frac{T_0}{n} s)^n}$ 은 $e^{-T_0 s}$ 에 接近됨으로 부터도 推察될 수 있는

것이다. 結局 Filter의 패러미터는 實際의 目的에 따라 決定해야 되는 것이지만 一般적으로는 큰 時定數의 低次系 Filter 보다는 작은 時定數의 高次系 Filter가 濾波, 位相遲延의 兩面에서 有效함을 알 수 있다. Filter의 入力信號의 파-위 스펙트럼이 알려져 있으면 Filter 設計에 有效하나 이것을 解析의 方法으로 檢討하는 것은 一般적으로 困難하며 特히 M系列信號를 使用한 相關計算의 境遇에는 더욱 困難하여 實驗에 依存할 수 밖에 없다.

5. 實 驗

本實驗에 使用된 M系列信號의 波形들을 Fig. 18에 表示한다. Fig. 18에서 (b)는 $a[x(t) - \frac{1}{2}]$ 의 波形을, (c)는 $a[x(t+4) - x(t-4)]$ 의 波形을 나타내며 Fig. 19는 $x(t)$ 와 $a[x(t+4) - x(t-4)]$

間의 相互相關函數의 波形을 나타낸다. Fig. 19에서 알 수 있듯이 檢査信號로서 $x^o(t) = a[x(t) - \frac{1}{2}]$ 를 使用하나 $x^o(t) = a[x(t+d) - x(t-d)]$ 를 使用하나 $\phi_{xy}(0)$ 에 着目하는 限 結果는 같다. 단, 이때 過去의 入力에 依한 影響을 無視할 수 있도록 Nd 는 充分히 크게 取해야 한다. 檢査信號로 $a[x(t+d) - x(t-d)]$ 는 드리프트 등의 影響을 적게 하는데 便利하다. 本 實驗에서는 檢査信號로서 $x^o(t) = a[x(t+d) - x(t-d)]$ 를 使用하고 모든 演算裝置는 Analog computer를 利用하였다. 이의 Block diagram을 Fig. 20에, Analog computer 結線圖를 Fig. 21에 表示한다. Fig. 21에서 一次系 Plant의 時定數를 階段狀(1.5~1.0 sec)으로 또는 正弦波狀으로 變化시키면서 時定數의 推定實驗을 行하였다. 이러한 Plant의 Analog computer 結線圖를 Fig. 22에 나타낸다. Fig. 22에서 除算器는 Fig. 21의 그것과 똑같은 것이다. Fig. 23은 時定數 T가 常數일 때 및 正弦波狀으로 變化할 때에 一次系 푸로세스 $\left(\frac{1}{1+Ts}\right)$ 의 入力 $x^o(t) = a[x(t+d) - x(t-d)]$ 에 對한 應答을 나타낸다. 本實驗에 있어서 諸定數의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a &= 5 \text{ volt}, & d &= 0.5 \text{ sec}, \\ d &= 0.458, & e &= 0.015, & f &= -0.558 \\ n &= 1 \text{ 또는 } 2 \\ N &= 15 \text{ 또는 } 31 \text{ (P=4 또는 5)} \\ R &= \frac{N+1}{4N} a = \begin{cases} \frac{4}{3} & (N=15) \\ 1.29 & (N=31) \end{cases} \end{aligned}$$

Plant의 時定數가 階段狀으로 變化할 때의 實驗結果를 Fig. 24에, 正弦波狀으로 變할 때의 實驗結果를 Fig. 25에 나타낸다. Fig. 24에서 低域 Filter의 時定數를 크게 할수록 린폴의 除去는 良好하나 應答이 定常狀態에 到達할 때까지에 所要되는 時間은 길어진다. 한편 T_0 를 固定했을 때 n 의 값을 크게 하는 것이 린폴, 位相遲延의 兩面에서 有利함을 알 수 있다. 應答이 定常狀態에 到達하는데 所要되는 時間을 t_m 라고 하고 t_m 와 t_m/T_0 의 實驗值를 Table 4에 나타낸다. Table 4의 값들은 Table 3의 理論值와 若干 差異가 있으나 이는 信號의 位相遲延이 Filter에 依한 것 外에 各種 非線形 演算要素에서 隨伴되는 것도 있기 때문이라고 생각된다. Fig. 25에서는 時定數 T가 正弦波狀으로 變할 때 Filter의 諸定數는 固定하고 M系列信號의 週期를 15△, 31△로 하였을 때의 結果를 比較한다. 여기서 N의 값이 큰 쪽이 린폴이 若干 많이 나타나 있음을 알 수 있다. 따라서 N의 값을 크게 取했을 때는 Filter의 時定數도 크게 해야 한다. 그러므로 4의 (3) $\phi_{xy}^D(0)$ 의 影響에서 要求되는 最少值의 값으로 N을 決定하고 이에 對해 Filter의 時定數 및 次數를 決定하는 것이 좋다.

앞서 4의 (4)에서 言及한 것처럼 이를 理論적으로 正確히 解析하기는 困難하나 大概 二次의 Filter로서 $T_r > 3Nd$ 程度로 T_r 를 決定하면 좋을 것으로 생각된다.

* 週期 Nd , $\pm a$ 의 二值를 取하는 M系列信號의 후-리에 係數의 性質

$A_0 = a/N$: 直流成分

$$A_n = \frac{a\sqrt{N+1}}{N} \left(\frac{\sin n\pi/N}{n\pi} \right) : \text{第}n\text{高調波의 掃幅(基本周波數} = \frac{1}{Nd} \text{)}$$

$$r_n = \left| \frac{A_n}{A_0} \right|$$

라고 할 때 $N > n$ 인 境遇

$$(i) \frac{dr_n}{dN} \geq 0 \quad (ii) \frac{dr_n}{dn} \leq 0 \quad (\text{等號는 } N \text{가 無限大일 때)}$$

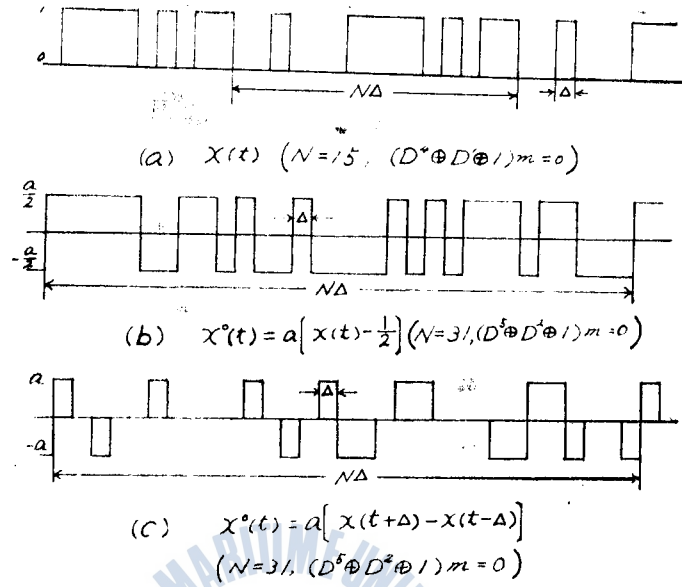


Fig. 18. Wave forms of various M-Sequence signals

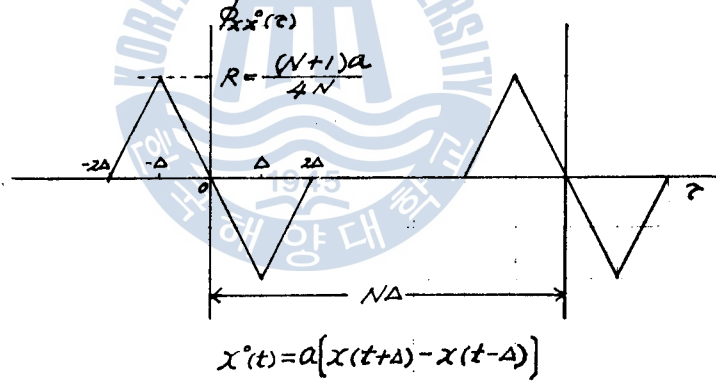


Fig. 19. Wave form of $\phi_{xx^0}(\tau)$

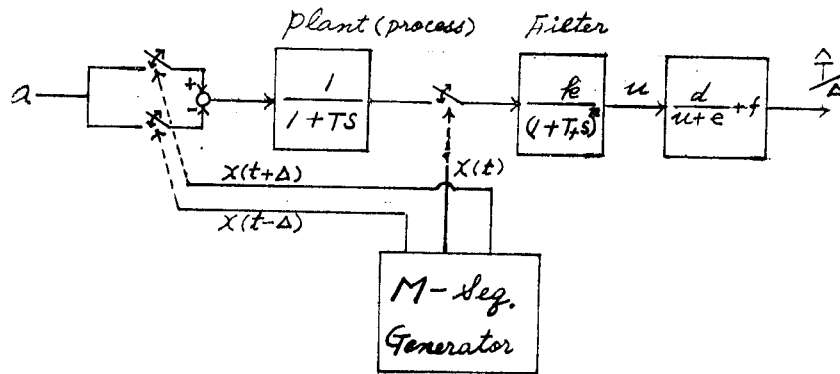


Fig. 20. Block diagram of time constant estimating system

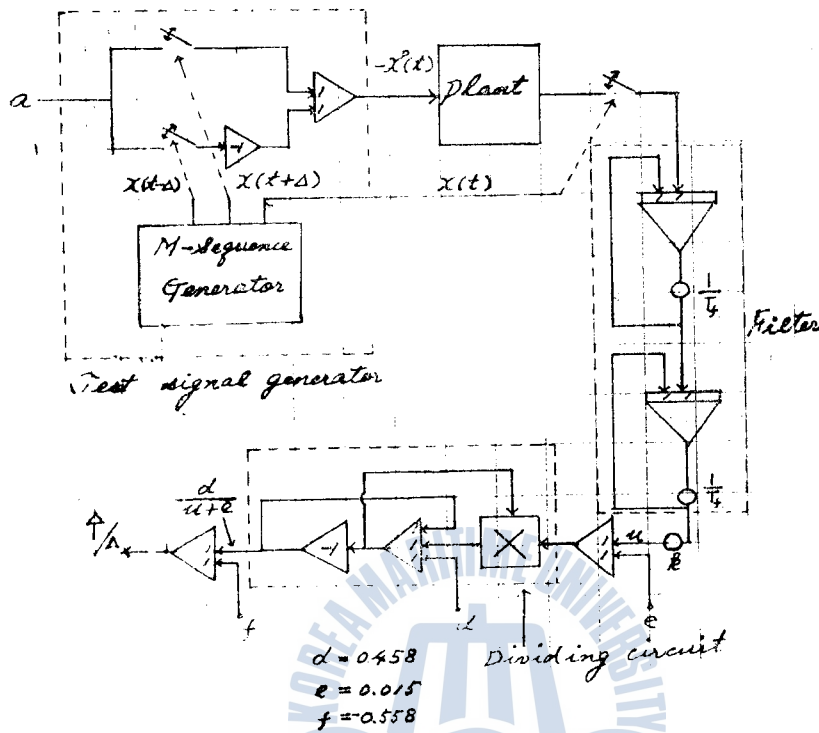


Fig. 21. Analog computer simulation of time constant estimating system

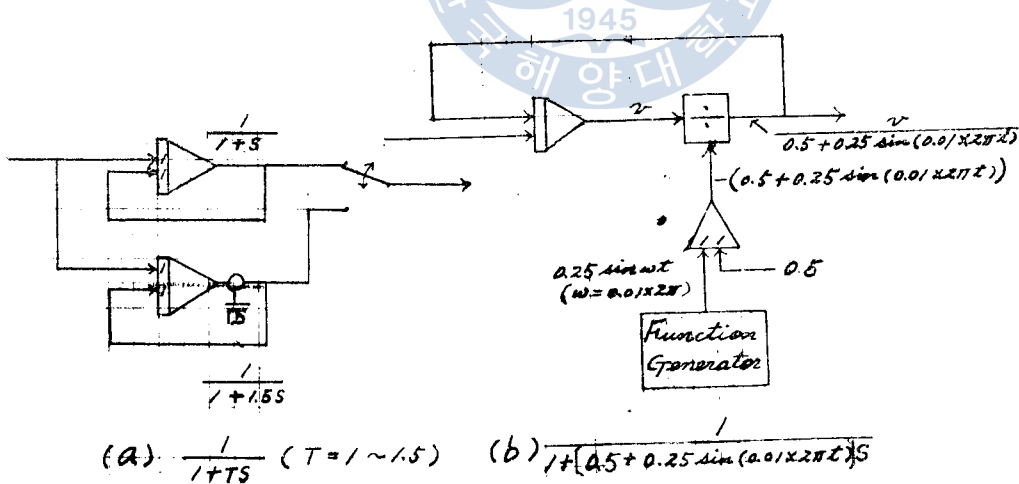


Fig. 22. Analog computer simulation of first order plant with step-wise or sinusoidally changing time constant

6. 結 言

以上 本研究에서는 本來 프로세스의 임펄스 應答를 測定하는데 가장 效果의인 檢査信號로서 開發된 M系列信號의 發生裝置를 試作하여 이를 利用해서 直接的으로 一次系 프로세스의 時定數를 推定하는 方法에 對해 理論的 및 實驗的으로 考察하였다. 프로세스가 單純한 一次系統으

Table 4. Experimental values of t_m

T_f	n	T_0	t_m	t_m/T_0
15	2	30	26	0.87
20	2	40	32	0.80
30	2	60	48	0.80
50	1	50	38	0.76

$$N\Delta = 15 \text{ sec}$$

$$\frac{2\pi}{N\Delta} = 0.42 \text{ rad/sec}$$

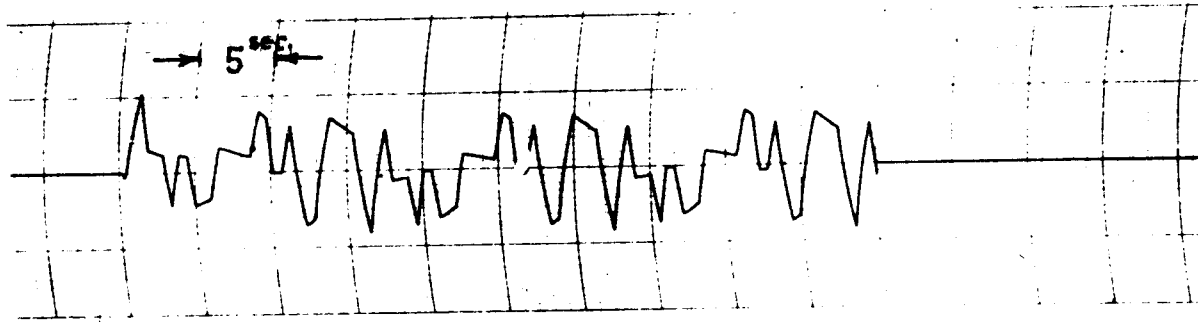
(Unit of time constant and t_m : sec)

로 記述될 수 있는 境遇에 對해서 그 時定數의 變化가 完단할 때 大體로 良好한 結果를 보았다. 푸로세스가 純遲延要素를 隨伴하는 一次系統으로 記述될 때 및 푸로세스의 定常利得이 1 이 아닐 때, 그리고 푸로세스와 數學的 모델 間에 差異가 有할 때 등의 問題에 對해서는 다음 機會에 報告하기로 한다. 또한 푸로세스가 Feed back loop 中에 들어 있어, 그 定常入力 中에 檢査信號와 相關을 갖는 成分이 包含될 때 등의 問題點 및 드리프트의 影響에 對한 問題點 등은 適應制御系의 應用과 더부러 앞으로 檢討를 要하는 課題이다.

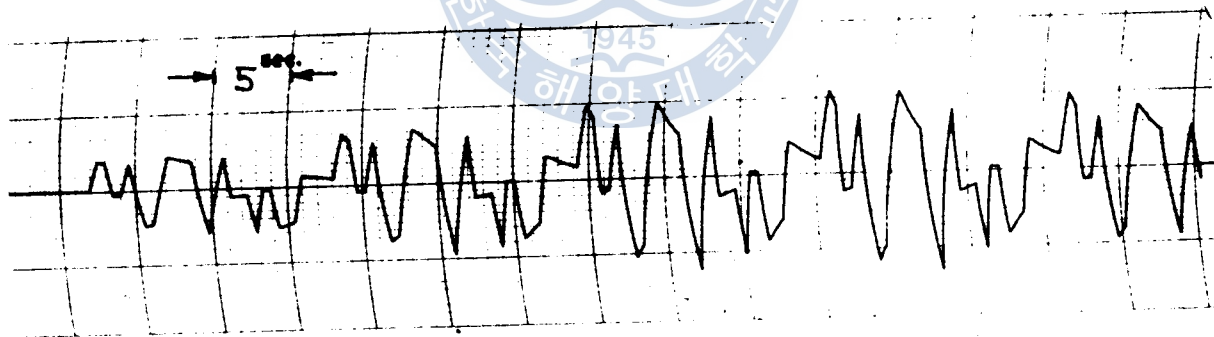
끝으로 本研究에 있어서 여러가지로 指導해 주신 東京工業大學 伊澤計介 教授에게 깊이 謝意를 表한다.

〈參 考 文 獻〉

- 1) P. Eykhoff, Some fundamental aspects of process parameter estimation, IEEE Trans on AC, Vol AC-8, pp.347-357 (1963)
- 2) K. Furuta, A study of process identifications, Doctorate thesis to T. I. T (1967)
- 3) H. J. Perils, Minimization of measurement error in General Perturbation-Correlation Process Identification System, IEEE Trans on AC, Vol. AC-9, pp. 339-345 (1964)
- 4) P. A. N. Briggs et al, Estimation of process dynamic characteristics by correlation method using Pseudo Random Signal, IFAC Prague symp. prepaper 3.10 (1967)
- 5) R. Krtolica, Some applications of Pseudo Random Maximum Length Binary Sequences in the statistical identification, IFAC Prague symp. prepaper 3.11 (1967)
- 6) R. J. Mcgrath et al, Parameter-perturbation adaptive control system, IRE Trans. on AC, pp. 154-162 (1961)
- 7) J. J. Spilker, Delay-lock tracking of binary signal. IEEE Trans on SE & T, pp.1-8 (1963)
- 8) G. Watts, Practical averaging circuit, IEEE Trans on AC, Vol. AC-10 (short paper), pp. 363-364 (1965)
- 9) 茅陽一, 프로세스 動特性의 統計的推定, 計測と制御, Vol. 6, No. 4, pp. 42-55 (1967)
- 10) 茅陽一, 相關を利用した 周波數應答測定法, 計測と制御, Vol. 2, No. 1, pp. 33-39 (1963)
- 11) 山内保文, 船の波浪中動搖應答の 解析法について(その1, その2, その3), 造船協會論文集, No. 109 (1961), No. 110 (1961), No. 111 (1962)
- 12) 小山健夫, 外洋航行中の船の最適操舵系に關する研究, 東京大學 博士論文 (1966)
- 13) 柏木潤等, 試藥不規則添加による流量測定法, 計測と制御, Vol. 5, No. 7, pp. 469-481 (1966)
- 14) 柏木潤等, 相關を用いる速度計測(1), 計測と制御, Vol. 2, No. 1, pp. 41-48 (1963)
- 15) 伊澤計介等, おくれ測定の一方法, 第9回 自動制御連合講演會 前刷, pp. 117-118 (1966)
- 16) 河注植, 一次くおれむだ時間系にけるおパラメタ推定の一方法, 第7回 SICE 學術講演會 前刷, pp. 204-205 (1968)
- 17) R. C. K. Ree, Optimal Estimations, Identification and Control, M. I. T. press (1964)
- 18) S. W. Colomb (ed.), Digital Communications with Space Applications, Prentice-Hall, Chapter 3.5 (1964)
- 19) 伊澤計介, 自動制御入門, オーム社, 第4章 (1967)
- 20) 榎木義一等, 統計的自動制御理論, コロナ社 (1966)



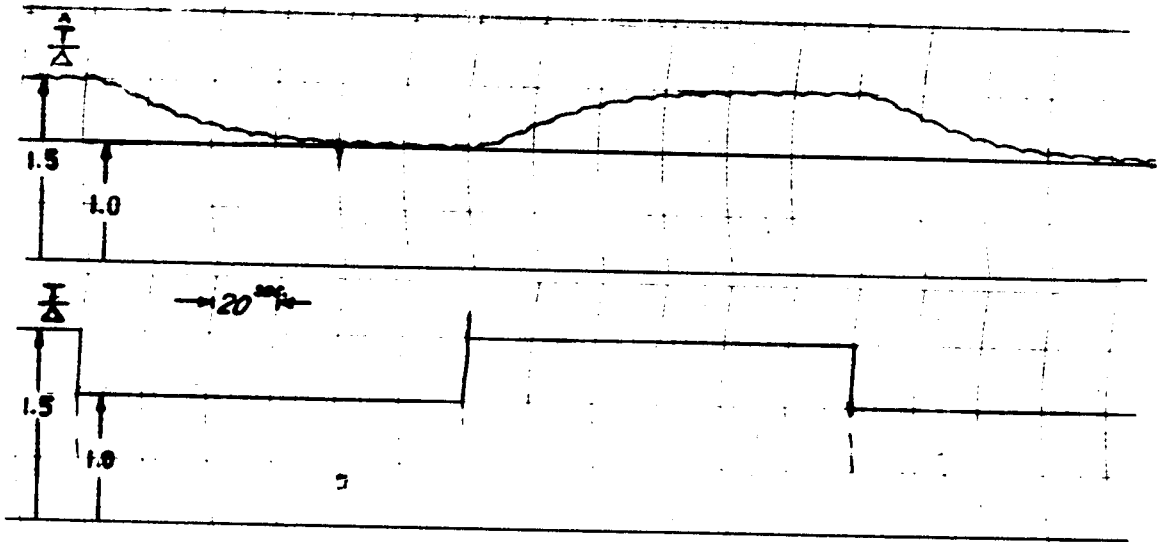
(a) $\frac{T}{\Delta} = 1.0$



(b) $\frac{T}{\Delta} = 1 + 0.5 \sin(0.01 \times 2\pi t)$

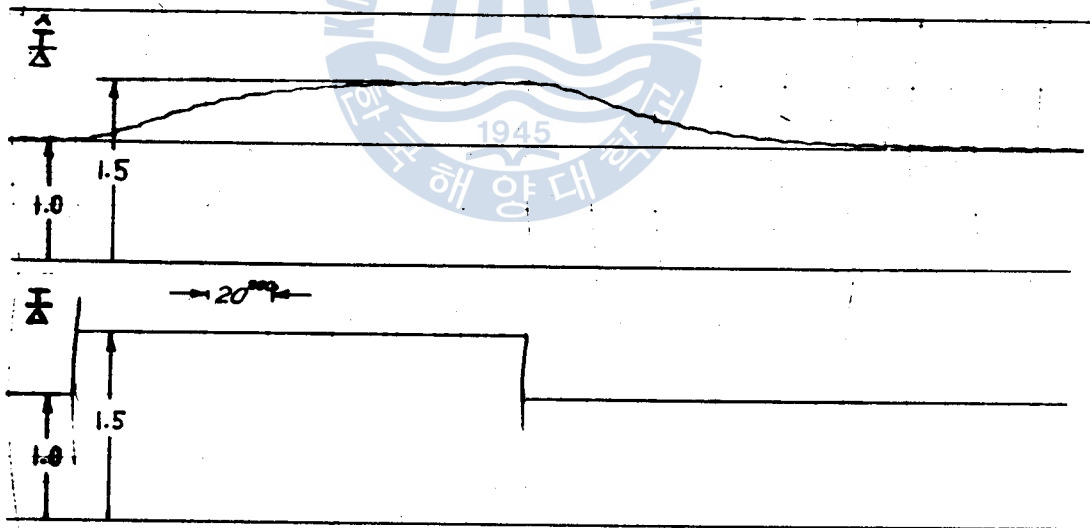
Fig.23 Responses of first order system $\left(\frac{1}{1+TS}\right)$ corresponding to the input

$$x^\circ(t) = a [x(t+\Delta) - x(t-\Delta)]$$



(a)

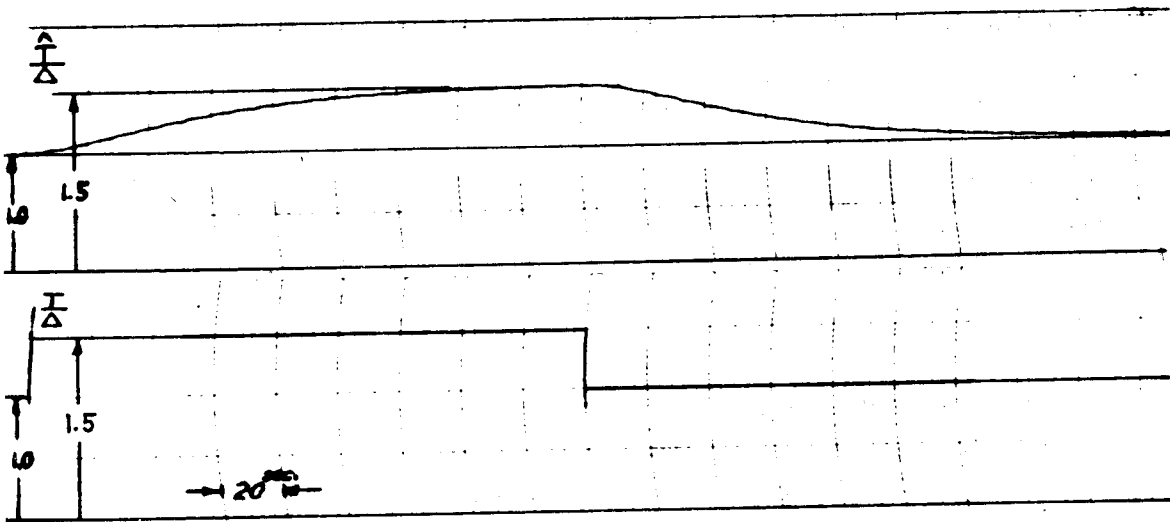
$$n = 2, \quad T_f = 15^{\text{sec.}}, \quad N = 15, \quad \Delta = 0.5^{\text{sec.}}$$



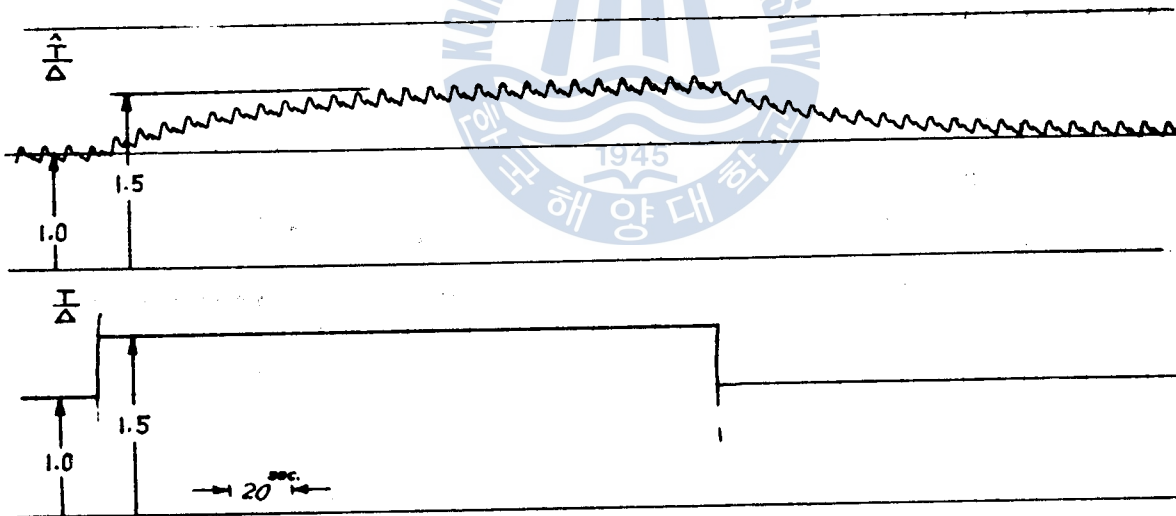
(b)

$$n = 2, \quad T_f = 20^{\text{sec.}}, \quad N = 15, \quad \Delta = 0.5^{\text{sec.}}$$

Fig. 24 Estimation of step-wise changing time constant (a~b)

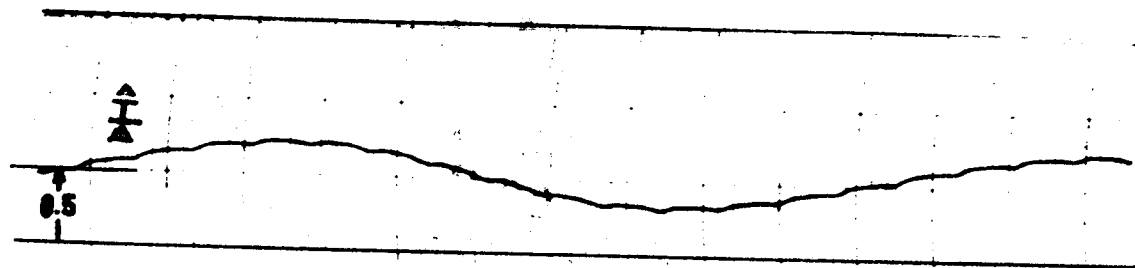


(c)
 $n = 2, T_f = 30^{sec}, N = 15, \Delta = 0.5^{sec}$

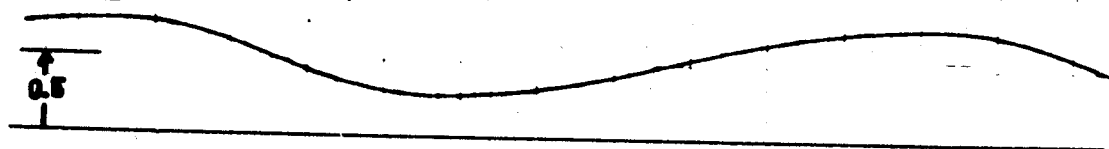


(d)
 $n = 1, T_f = 50^{sec}, N = 15, \Delta = 0.5^{sec}$

Fig.24 Estimation of step-wise changing time constant (c~d)

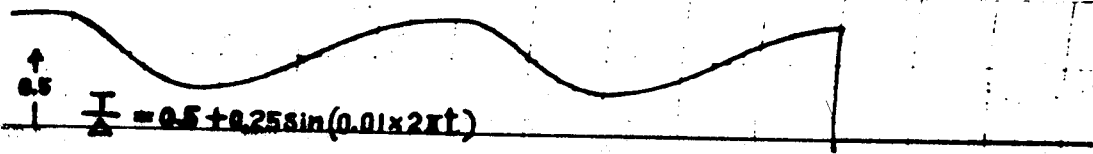


$$\frac{T}{\Delta} = 0.5 + 0.25 \sin(0.01 \times 2\pi t)$$



→ 10^{sec} ←

(a)
 $n=2, T_f=15^{sec}, N=15, \Delta=0.5^{sec}$



→ 20^{sec} ←

(b)
 $n=2, T_f=15^{sec}, N=31, \Delta=0.5^{sec}$

Fig. 25 Estimation of sinusoidally changing time constant