

2행정 사이클 디젤 기관을 갖는 박용추진추계의  
비틀림 진동 해석에 관한 연구

A Study on the Torsional Vibration Analysis of  
the 2-stroke Cycle Marine Diesel Engine Shafting

지도교수 金義珩

김일검 · 이진모 · 최영국

# 목 차

1. 머릿말
2. 이항 진동수의 계산
3. 기진 에너지의 계산
4. 감쇠 에너지의 계산
5. 진동에 의한 부가응력의 계산
6. 선박의 추진추계 비틀림 진동 계산 및  
설계추적과의 비교
7. 결론
8. 참고 문헌

### 1. 머리 말

다계층기관이 보통 기관으로 사용되던 초기에는 훌륭한 원인으로 죽어  
질수되는 사고가 때때로 발생하였고 여러 학자들의 연구 결과 위험 속도에  
있어버의 축적공진 현상에 기인함이 밝혀졌다.

그 뒤 여러가지 방법의 이론과 경험식에 의해 단계단계에서 비교적 정확한  
교육 진동수 계산이 가능하게 되었다. 그러나 진동 진폭의 추정은 감도의  
내용이 매우 복잡하고 불확실한 요소를 많이 내포하고 있기 때문에 아직  
불완전한 상태로 연구가 계속되고 있으며, 또한 고과용, 강행차, 소수  
불량터 기관 제작으로 기진력이 크게 되고 그로 인한 새로운 비틀림 진동  
문제들이 계속 발생하고 있어 비틀림 진동에 의한 강에는 기관 자체의 특장  
때문에 완전히 해결하기 어려운 과제로 남아 있다.

단계 단계에서는 사용 회전수 범위 내에 위험 회전수가 존재하는가를 검토하고  
각 위험회전수에 대한 진동 진폭과 진동 부가응력을 계산하여 그의 위험정도를  
파악하고 이 값이 규정치 보다 큰 경우에는 회피하는 방법을 구할 수  
있다.

본 논문에서는 여러 경험식과 이론식을 이용하여 추진축계 비틀림 진동을  
분해하고, 여기서 계산된 계산치와 실제 계측에 의한 계측치를 비교,  
검토함으로써 계산 방법의 타당성을 밝히려 하였다.

## 2. 워엄 진동수의 계산

기관 축계 및 축계에 부착된 질량과 축장을 등가 질량과 등가 축장으로 치환하고 Holzer의 축차근사법에 의해 고유 진동수를 계산하여 각 차수로 나누어 주면 각 차수에 대한 워엄 진동수가 된다. 여기서 차수라는 것은 기관이 일회전하는 동안 발생하는 진동수를 말한다.

### 2-1 크랭크 축의 등가 질량

크랭크 축과 연결축 기구의 각 중량들을 각각 축계의 중심선으로부터 일방거리  $r$ 에 부착된 질량으로 환산한다. 계산을 간단히 하기 위해  $r=1cm$ 로 하여 그 계산방법은 축의 중심선에 대해 관성 모우멘트  $I$ 를 같게 되도록 한다.

$$I = Mk^2 = mr^2 \quad (2.1)$$

여기서  $r=1cm$  이므로  $m = I = Mk^2 \quad (2.2)$

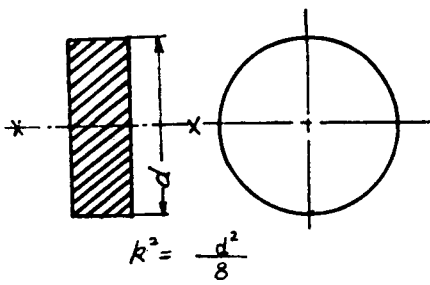
- 단
- $I$  : 관성 모우멘트
  - $k$  : 질량의 축부터 회전 반경
  - $M$  : 회전 반경이  $k$ 인 질량
  - $m$  : 반경  $r$ 로 환산한 등가 질량

따라서 회전 반경  $k$  및 질량  $M$ 을 알면 관성 모우멘트  $I$  및 등가질량  $m$ 을 구할 수 있다. 실제로는 관성 모우멘트  $I$  대신 전동 모우멘트  $GD^2$ 을 사용하는 경우도 있다.

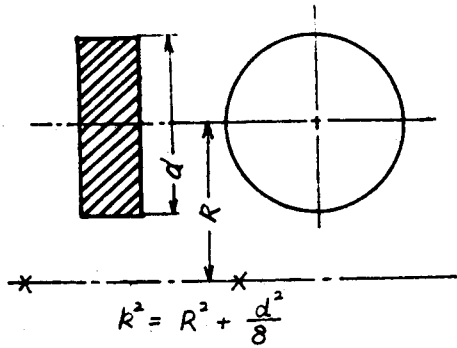
$$m = I = Mk^2 = \left(\frac{G}{g}\right) \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{GD^2}{4g} \quad (2.3)$$

- 단
- $G$  : 물체의 중량
  - $D = 2k$  : 회전 직경
  - $g$  : 중력 가속도

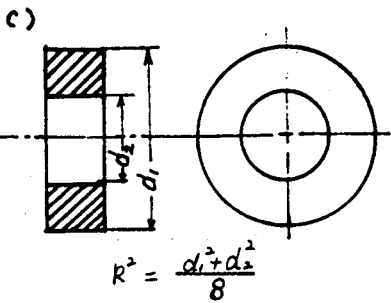
그 외의 축단의 질량이 휘일 등은 그 위치의 원판이라 생각하고 그의 고정 플랜지와 주축부의 관성 모우멘트를 합한다. 축전기의 관성 모우멘트는 미소 부등으로 분할하여 구하거나 실험으로 구한다. 일반적으로 물속에 있는 추진기는 물과 함께 회전하는 것을 고려하여 공기 중에서 얻은 값을 1.25 배 하여 상당원판의 관성 모우멘트로 취하는 것이 보통이다.



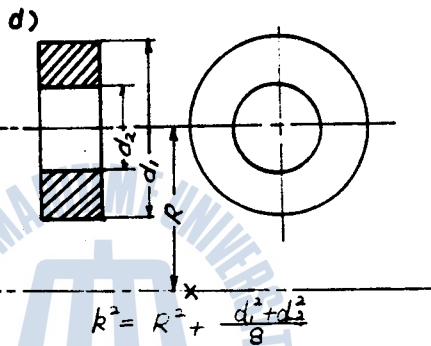
$$k^2 = \frac{d^2}{8}$$



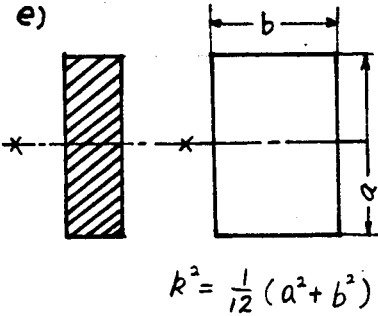
$$k^2 = R^2 + \frac{d^2}{8}$$



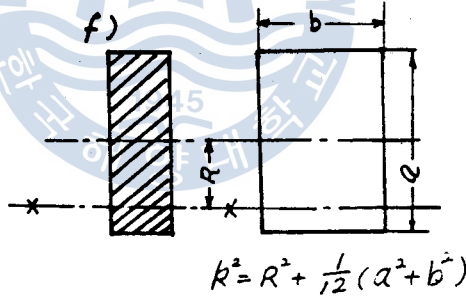
$$k^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2}{8}$$



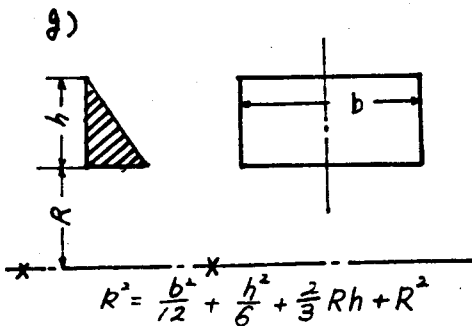
$$k^2 = R^2 + \frac{d_1^2 + d_2^2}{8}$$



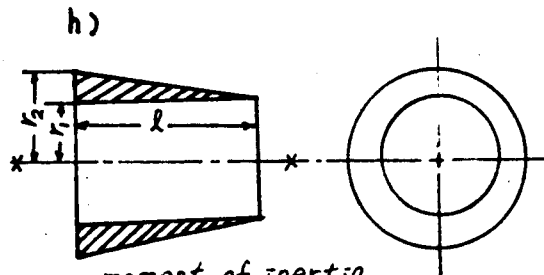
$$k^2 = \frac{1}{12} (a^2 + b^2)$$



$$k^2 = R^2 + \frac{1}{12} (a^2 + b^2)$$



$$k^2 = \frac{b^2}{12} + \frac{h^2}{6} + \frac{2}{3}Rh + R^2$$



moment of inertia

$$J = \frac{1}{10} \pi l \rho (r_2 - r_1) (r_2^3 + 2r_2^2 r_1 + 3r_2 r_1^2 + 4r_1^3)$$

$\rho$ : 재료의 비중

Fig. 2-1 간단한 형상을 한 물체의 회전반경

2-2 크랭크 축의 등가장

직경  $d$ , 길이  $l$ , 횡탄성 계수  $G$ 인 곧고 등근축의 비틀림 강성  $K$ 는

$$K = \left( \frac{\pi d^4}{32} \right) \cdot \frac{G}{l} = I_p \cdot \frac{G}{l} \quad (2.4)$$

로 표시된다. 단  $I_p$ 는 극 단면 2차 모멘트이다  
같은 비틀림 강성을 갖는 직경  $D_0$ 인 축으로 환산하였을 경우의 길이 즉, 등가장을  $L$ 이라 하면

$$K = \left( \frac{\pi d^4}{32} \right) \cdot \frac{G}{l} = \left( \frac{\pi D_0^4}{32} \right) \cdot \frac{G_{red}}{L} \quad (2.5)$$

같은 재료를 경우  $G = G_{red}$  이 되어

$$L = l \cdot \frac{D_0^4}{d^4} \quad (2.6)$$

실제의 계산에 있어서 환산축으로서  $G_{red} \cdot I_p = 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$  이 되는 축으로 놓으면 상이한 진동계의 비거나 고유 진동수의 계산등에 편리하다. 이 경우에 있어서 환산축으로 보통 단강재 크랭크 축 재를 취하고  $G = 830,000 \text{ kg/cm}^2$  이라 하면  $D_0 = 18.7 \text{ cm}$  로 되는 축으로 치환된다.

한편 크랭크 축의 비틀림 강성에 대해서는 이것을 여러쪽으로 정확하게 구하는 것은 곤란하므로 보통 실험 결과를 이용한 반이론식이나 경험식을 이용한다. 그림(2-3)의 크랭크 축에 대한 등가축장  $L$ 을 구하는 식은 다음과 같다.

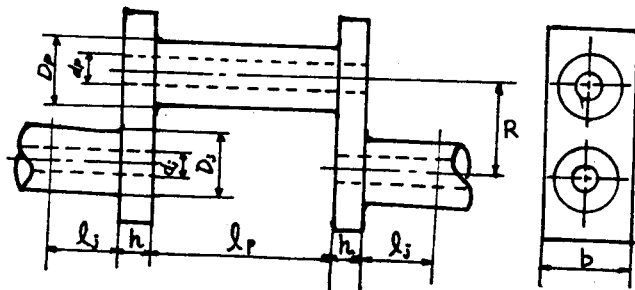


Fig. 2-2 크랭크 축

① 기본식

$$L_e = D_0^4 \left[ \frac{2 l_j}{D_i^4 - d_i^4} + \frac{l_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{0.93 R}{h b^3} \right] \quad (2.7)$$

② Carter 의 식

$$L_e = D_0^4 \left[ \frac{2 l_j + 0.8 h}{D_i^4 - d_i^4} + \frac{0.75 l_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{1.5 R}{h b^3} \right] \quad (2.8)$$

㉔ Geiger 의식

$$L_e = D_o^4 \left[ \frac{2l_j + 0.4h}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{l_p + 0.4h}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{0.912(R - Z D_j)}{h b^3} \right] \quad (2.9)$$

단  $Z = 0$        $b/D_j = 1.60$  to  $1.63$        $R/D_j = 1.20 \sim 0.92$   
 $Z = 0.4$        $b/D_j = 1.49$        $R/D_j = 0.84$   
 $Z = 0.3$        $b/D_j = 1.33$        $R/D_j = 1.07$

㉕ Helldt 의식

$$L_e = D_o^4 \left[ \frac{2l_j + 0.4h}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{1.096 l_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{1.284 R}{h b^3} \right] \quad (2.10)$$

㉖ Jackson 의식

$$L_e = D_o^4 \left[ \frac{h + 0.27 D_j}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{l_p + 0.27 D_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{0.01(l_p + 0.27 D_p)^3}{R(D_p^4 - d_p^4)} + \frac{0.7 R}{h b^3} \right] \quad (2.11)$$

㉗ Ker Willson 의식

$$L_e = D_o^4 \left[ \frac{2l_j + 0.4 D_j}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{l_p + 0.4 D_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{R - 0.2(D_j + D_p)}{h b^3} \right] \quad (2.12)$$

㉘ Norman - Stimson 의식

$$L_e = D_o^4 \left[ \frac{2l_j}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{l_p}{D_p^4 - d_p^4} + 0.49 \left( \frac{1}{D_j^3} + \frac{1}{D_p^3} \right) + \frac{0.475 R}{h b m^3} \right] \quad (2.13)$$

여기서,  $b m^3 = \frac{1}{4} [ b_{max}^3 + b_{min}^3 + b_{max} \times b_{min} \times (b_{max} + b_{min}) ]$   
 $b_{max}$  = 크랭크 암의 큰폭  
 $b_{min}$  = 크랭크 암의 작은폭

㉙ Timonshenko 의식

$$L_e = D_o^4 \left[ \frac{2l_j + 0.9h}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{l_p + 0.9h}{D_p^4 - d_p^4} - \frac{0.93 R}{h b^3} \right] \quad (2.14)$$

㉚ Mitsubishi - Nagasaki 의식

$$L_e = 2 \left( l_j + \frac{D_j}{\pi} \right) \frac{D_o^4}{D_j^4 - d_j^4} + \left( l_p + \frac{2D_p}{\pi} \right) \frac{D_o^4}{D_p^4 - d_p^4} + 0.98 \left( R + \frac{2}{3} \frac{D_j + D_p}{\pi} \right) \frac{D_o^4}{h b^3} \quad (2.15)$$

단  $\pi = \eta = 5$  : 조립축  
 $\pi = \eta = 6$  : 일체축  
 $\pi = 5, \eta = 6$  : 반조립축 (주축은 조립된 일체)

⑩ BICERA 의 식

$$Le = 2 l_j \frac{D_o^4}{D_j^4 - d_j^4} + l_p \frac{D_o^4}{D_p^4 - d_p^4} + 0.07 \frac{l_p^3}{R^2} \cdot \frac{D_o^4}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{2K \cdot R \cdot D_o^4}{h b^3} \quad (2.16)$$

단. 크랭크암 계수  $2k = 11.61 \frac{h b^3}{R D_j^4} + 0.429$

⑪ Seelmann 의 식

$$Le = D_o^4 \left\{ \left[ \frac{l_p}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{0.9h}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{0.93R}{h b^3} \right] - \chi \left[ \frac{0.452 R^2}{h b^3} + \frac{0.354 h R}{b^2 H^2} \left( \frac{b}{H} + \frac{H}{b} \right) + \frac{R l_p}{D_p^4 - d_p^4} \right] \right\} \quad (2.17)$$

여기서

$$\chi = \frac{\left[ \frac{0.465 R}{h b^3} + \frac{0.9h}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{l_p}{D_j^4 - d_j^4} \right] R - \frac{\pi}{32} \frac{\delta G}{Tr \cdot b}}{\frac{0.31 R^3}{h b^3} - 1.8 R^2 \frac{b^2 + H^2}{h^2 H^3} + 1.8 R (l_p + h)^2 \times \frac{b^2 + h^2}{b^3 H^3} + 2.4 \frac{h}{bH} + Z}$$

단

$$\left\{ \begin{aligned} Z &= \frac{(2l_j)^2 (2l_j + R)}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{1.186 (2l_j)}{\frac{1}{4} \pi (D_j^2 - d_j^2)} \\ Tr \cdot b &= \text{진동 회전력} \\ H &= \text{크랭크암의 전높이} \\ \delta &= \text{주축 베어링 간격} \\ G &= \text{강성 계수} \end{aligned} \right.$$

이 공식은 베어링의 조임을 고려하고 있다.

⑫ Southwell 의 식

$$Le = D_o^4 \left[ \frac{2l_j}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{l_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{0.93R}{h b^3} - \frac{R l_p}{(D_p^4 - d_p^4) \left\{ \frac{0.588 l_p (D_p^4 - d_p^4)}{h b (h^2 + \delta^2)} + R \right\}} \right] \quad (2.18)$$

⑬ Seelmann 의 식 : (2.17) 식을 간략히 한 것.

$$Le = D_o^4 \left[ \frac{2l_j}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{0.9h}{D_p^4 - d_p^4} + k \left\{ \frac{0.93R}{h b^3} + \frac{l_p}{D_p^4 - d_p^4} + \frac{0.9h}{D_j^4 - d_j^4 + D_p^4 - d_p^4} \right\} \right] \quad (\text{단 } k = \text{강성비}) \quad (2.19)$$



⑭ Tuplin 의 식

$$Le = D_o^4 \left\{ \frac{2l_j + 0.15 D_j}{D_j^4 \left\{ 1 - \left( \frac{d_j}{D_j} \right)^4 \right\}^2} + \frac{l_p + 0.15 D_p}{D_p^4 \left\{ 1 - \left( \frac{d_p}{D_p} \right)^4 \right\}^2} + \frac{2h - 0.15 (D_j + D_p)}{b^4 - d_j^4} + \frac{R}{hb^3} \left( 0.58 + \frac{0.065 D_j}{h} \right) + \frac{0.016}{bh^2} \right\} \quad (2.20)$$

⑮ Zimanenko 의 식

$$Le = D_o^4 \left[ \frac{2l_j + 0.6 \left( \frac{D_j}{2l_j} \right) h}{D_j^4 - d_j^4} + \frac{0.8 l_p + 0.2 \left( \frac{b}{R} \right) D_j}{D_p^4 - d_p^4} + \sqrt{\left( R/D_p \right) \times \left( R/hb^3 \right)} \right] \quad (2.21)$$

이 방정식의 마지막항의  $\sqrt{(R/D_p)}$  는 필요에 따라  $(D_j + D_p) / \sqrt{(4R D_j)}$  로 대체될 수 있다.

Fig. 2- 과 같은 외경  $D$ , 내경  $d$ , 길이  $l$  의 중공축에 대해서 등가장

$$L = \frac{l}{\left( \frac{D}{D_o} \right)^4 - \left( \frac{d}{D_o} \right)^4} \quad (2.22)$$

로 주어지며, Fig 2-4 와 같은 양단의 직경이  $D_1, D_2$  이며 길이  $l$  인 테이퍼 축에 대해서는

$$L = \frac{l}{3} \frac{1}{\frac{D_1}{D_o} - \frac{D_2}{D_o}} \left\{ \left( \frac{D_1}{D_o} \right)^3 - \left( \frac{D_2}{D_o} \right)^3 \right\} \quad (2.23)$$

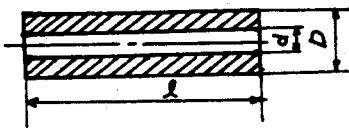


Fig. 2-3 중공원형축

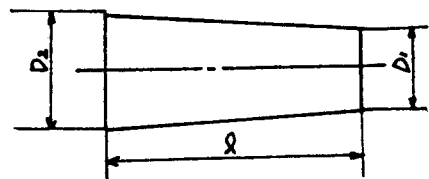


Fig. 2-4 테이퍼 축

또한 Fig. 2-5 에서와 같이 여러가지 상이한 직경을 갖는 축에 대해서는  $G$  가 일정하다고 보면

$$L = \sum_{i=1}^n l_i \left( \frac{D_o}{D_i} \right)^4$$

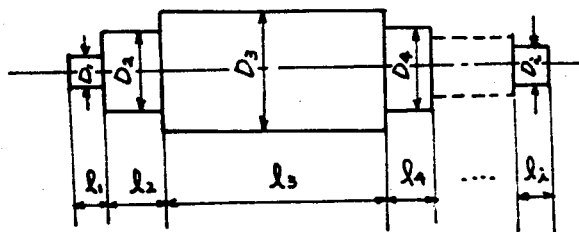


Fig. 2-5 단이 여러개 있는 축

### 2-3. Holzer 의 축차근사법

다자유도 비틀림 진동계에 있어서 일반적으로 그 운동방정식은

$$J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + J_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \dots + J_m \frac{d^2 \varphi_m}{dt^2} = 0 \quad (2.25)$$

으로 나타내어지며 . 그해로서  $\varphi_i = a_i \sin pt$  라 놓으면, 식은  $J_1 a_1 p^2 + J_2 a_2 p^2 + \dots + J_m a_m p^2 = 0$  (2.26) 로 되고 여기서  $a_1, a_2, \dots, a_m$  을 소거하면  $p^2$  에 관한  $(n-1)$  차 방정식을 얻게 된다. 이로부터  $p^2$  에 대하여  $(n-1)$  개의 근을 구하면 진동수와 진동형을 결정할 수 있다. 그러나 이 해법은  $n=3$  가지는 쉽게 다룰 수 있으나 이것을 넘게 되면 매우 번잡하고 귀찮게 된다. 따라서 이것을 근사적으로 해결하기 위해 여러가지 방법이 고안되었으나 일반적으로 Holzer 의 축차 근사법이 가장 널리 쓰인다.

이것은 다자유도계의 것을 1 자유도계 혹은 2 자유도계의 등가계로 바꾸어 고유진동수의 근사치를 구한다음 이 근사치로부터 바른 진동수를 구하는 것이다. 지금 축계가  $P_1$  의 각 진동수로 진동하고 있다고 보고 진폭은 상대적인 것이므로 선단  $J_1$  의 진폭을 1 rad 라 하자.  $J_1$  을 이만큼 진동시키는데 필요한 토크는  $J_1 P_1^2 \beta_1$  이다.  $J_1$  의 좌측에는 아무것도 없기 때문에 이 토크는 우측의  $k_1$  축으로부터 공급되어야 한다. 이 만큼의 토크를 내기 위한 축의 비틀림 각은  $(J_1 P_1^2 / k_1) \cdot \beta_1$  이다.  $J_1$  의 회전각이 1 rad 이고  $k_1$  축의 비틀림 각이  $J_1 P_1^2 / k_1$  rad 이기 때문에  $J_2$  의 회전각은  $(1 - J_1 P_1^2 / k_1)$  rad 이다. 따라서  $J_2$  를 진동시키는데 필요한 토크는  $J_2 P_1^2 (1 - J_1 P_1^2 / k_1) \beta_1$  이다.

이상과 같이 하여  $k_2$  의 비틀림 각이 결정되고,  $J_3$  의 회전각이 결정된다. 이리하여 순차적으로 계산을 행하여  $J_m$  의 회전각이 결정된다. 그런데  $J_m$  의 우측에는 아무것도 없으며 또한 자유진동을 하고 있으므로  $J_m$  을 진동시키는 토크는 0 이 되어야 한다. 그러나 한번의 계산으로 이것이 0 이 되는 일은 드물다. 이 경우에는 최후의 토크의 부호를 조사하여  $P_1$  에 수정을 행하고 같은 방법을 되풀이 하여 잔류 토크가 0 이 되는 바른 진동수  $P_1$  을 구한다.

### 3. 기진 에너지의 계산

왕복기관에서 관성력과 가스압력에 의한 토크는 어느것이나 회전속도에 대하여 1차, 2차, ..... 의 고차진동 토크를 여러개 포함하고 있으므로 이것에 의하여 강제 비틀림 진동이 유기된다. 이들 강제 토크는 주기함수이므로 Fourier 의 급수로 전개하면, 다음과 같다.



3-1. 가스압력 토크

$$Q = Q_0 + \sum (A_i \sin i\alpha + B_i \cos i\alpha) = Q_0 + \sum Q_i \cos(i\alpha + \beta_i) \quad (3-1)$$

2 행정 사이클 기관에서 (3-1) 식은

$$Q = Q_0 + Q_1 \cos(\alpha + \beta_1) + Q_2 \cos(2\alpha + \beta_2) + \dots + Q_m \cos(m\alpha + \beta_m) \quad (3.2)$$

4 행정 사이클 기관에서는

$$Q = Q_0 + Q_{\frac{1}{2}} \cos(\frac{\alpha}{2} + \beta_{\frac{1}{2}}) + Q_1 \cos(\alpha + \beta_1) + \dots + Q_{\frac{3}{2}} \cos(\frac{3\alpha}{2} + \beta_{\frac{3}{2}}) + \dots \quad (3.3)$$

여기서 Q : 가스압력에 의한 토크

Q<sub>0</sub> : 평균 토크 (=  $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q d\alpha$ )

i : 차수

Q<sub>i</sub> : i 차 조화성분의 진폭 (=  $\sqrt{A_i^2 + B_i^2}$ )

$$A_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} Q \cos i\alpha d\alpha$$

$$B_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} Q \sin i\alpha d\alpha$$

α : 크랭크각

β<sub>i</sub> : 위상각

조화성분 각항의 계수 Q<sub>i</sub>는 가스압력 지압선도로 부터 만든 토크 선도를 조화분석 함으로써 구할 수 있다.

3-2. 관성력 토크

피스톤 및 연결봉 왕복 질량 등의 관성력에 의한 토크 Q'는

$$Q' = -m_a \cdot \omega^2 \cdot r^2 (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) (\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha) = m_a \cdot \omega^2 \cdot r^2 (\frac{\lambda}{4} \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha - \frac{3\lambda}{4} \sin 3\alpha) \quad (3.4)$$

m<sub>a</sub> : 왕복질량 λ :  $\frac{l}{r}$  (l : 연결봉의 길이)

r : 크랭크 반경 ω : 크랭크의 회전각속도 (α = ωt)

(3.4) 식에서 λ ≃  $\frac{1}{4}$  이므로 4차 이후는 매우 작은 값이 된다. 또한 관성 토크는 ω<sup>2</sup>에 비례하므로 고속기관 이외에서는 거의 문제가 되지 않으므로 본 논문에서는 생략하였다.

이상의 고주파 토크가 축을 비튼 기진에너지로서 작용하는 단 실린더 기관을 생각하면 β = β<sub>0</sub> sin ωt의 조화진동을 하고 있는 축에

고주파 토크  $f_i = \frac{\pi}{4} D^2 R C_i \sin(\omega t + \phi) = Q_i \sin(\omega t + \phi)$ 가

작용할때 축에 주는 1 사이클 당의 일 W<sub>i</sub>는

$$W_i = \int_0^{2\pi} f_i \frac{d\theta}{dt} \cdot dt = \int_0^{2\pi} Q_i \sin(\omega t + \phi) \times \omega \rho \cdot \cos \omega t dt$$

$$= \pi Q_i \rho \cdot \sin \phi$$

$$(3.5)$$

(3.5) 식을 다실린더기관에 응용하면 각 실린더는 크랭크 배치가 다르므로 각 실린더 밑의 벡터합을 취하여야 한다.

$$\begin{aligned} & \pi Q_1 \beta_1 \sin \phi_1 + \pi Q_2 \beta_2 \sin \phi_2 + \dots + \pi Q_m \beta_m \sin \phi_m \\ & = \pi Q_i (\beta_1 \sin \phi_1 + \beta_2 \sin \phi_2 + \dots + \beta_m \sin \phi_m) \end{aligned} \quad (3.6)$$

( $\because Q_1 = Q_2 = \dots = Q_m$ : 각 실린더의 기차 고주파토크의 진폭)  
진동진폭의 합을  $\sum \beta_i$ 라 하면  $\pi Q_i \sum \beta_i \sin \phi$  로 되고 공진시에  $\phi = \frac{\pi}{2}$  이므로 이때의 기진에너지  $W_i = \pi Q_i \sum \beta_i$  가 된다. 여기서 계산된 기진에너지의 대소로 위험도의 순위를 결정한다.

Table 3-1. 기진에너지의 계산

1 행	2 행	3 행	4 행	5 행	6 행
차수	하아모닉계수 $C_i$	고주파토크 $Q_i$	벡터합 $\sum \beta_i$	벡터토크 $Q_i \sum \beta_i$	기진에너지 $W_i = \pi Q_i \sum \beta_i$

제 1 행 : 사용회전수 범위내에 있는 차수를 전부 검토한다.

제 2 행 : 하아모닉 계수 ( $C_i$ )는 하아모닉표로 부터 구한다.

제 3 행 : 하아모닉 계수 ( $C_i$ )에  $\frac{\pi}{4} D^2 R$  ( $D$ : 실린더 직경,  $R$ : 크랭크 반경)을 곱한다.

제 4 행 : 각 차수의  $\sum \beta_i$ 를 기입한다.

제 5 행 : 고주파 토크 ( $Q_i$ )에 벡터합 ( $\sum \beta_i$ )을 곱한다.

제 6 행 : 4행의 값과 5행의 값을 곱하면 고주파토크의 공진시의 에너지가 계산된다.

#### 4. 감쇠 에너지의 계산

내연기관 축계에 작용하는 감쇠 작용으로는

1. 기관의 베어링부의 펌프작용, 마찰저항 및 충격에 의한것.
2. 기관의 왕복질량의 주기적 불규칙성의 영향에 의한것.
3. 커플링, 기어 결합부 등에 있어서의 미끄럼에 의한 내부 히스테리시스 손실
4. 기관의 프레임, 대판 등에 전달되는 진동에 의한 에너지로 분산, 소비되는것
5. 발전기에서는 발전기 자신의 전기적 저항에 의한것.
6. 박용기관에서는 프로펠러의 저항에 의한것.
7. 미소하나 공기저항에 의한것 등이 있다.

그런데 각종 감쇠를 정량적으로 파악하는것은 불가능하므로 여기서는 감쇠 작용을 기관감쇠에너지 (Engine damping energy), 히스테리시스 감쇠 에너지 (Hysteresis damping energy), 추진기 감쇠에너지 (propeller damping energy)로 나누어 계산하였다.

### 4-1. 기관 감쇠 에너지 계산.

지금 감쇠 계수를  $C_e$  라 하면 기관감쇠로서 1 사이클중에 소비되는 에너지  $W_E$  는

$$W_E = \pi C_e \omega_c \theta^2 \cdot \Sigma \beta^2 = 2 \pi \epsilon \omega_c^2 \theta^2 \Sigma (J \beta^2) \quad (\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cycle}) \quad (4.1)$$

여기서  $\epsilon$  은 감쇠 계수비로서 감쇠 계수( $C$ )와 임계 감쇠 계수( $C_c$ )와의 비 ( $C/C_c$ )이다.

기관의 감쇠 계수  $C_e$  는

$$C_e = 2 \epsilon \frac{\Sigma (J \beta^2)}{\Sigma \beta^2} \omega_c \quad (\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{rad}\cdot\text{sec}) \quad (4.2)$$

여기서  $\beta$  는 크랭크 축 선단에 대한 비진폭이며,  $\Sigma \beta^2$  은 기관부분에 관한 자유진동의 정주기탄성곡선에 있어서의 각 질량 비진폭의 합이며  $\Sigma (J \beta^2)$  은 기관진동계의 각진동질량과 관성모우먼트와 각질량에 있어서의 비진폭의 제곱과의 적의 대수합이다.  $\epsilon$  의 값으로 Hamson 은 0.005 ~ 0.015 를 주고 있으며 실측에 의하여 0.005 ~ 0.02 를 얻었다는 보고도 있다.

감쇠 계수비 대신에 동배율 즉 감쇠 계수비의 2배의 역수 ( $\frac{1}{2\epsilon}$ ) 로 표시하는 경우 Holzer 는  $\frac{1}{2\epsilon} = 25$ , Wydler 는  $\frac{1}{2\epsilon} = 20$ , Sulzer 는 비틀림 응력  $Z = 100 \text{ kg}/\text{cm}^2$  일때  $\frac{1}{2\epsilon} = 100$ ,  $Z = 300 \text{ kg}/\text{cm}^2$  일때  $\frac{1}{2\epsilon} = 58$ , Dorey 는  $Z = 100 \text{ kg}/\text{cm}^2$  일때  $\frac{1}{2\epsilon} = 300$ ,  $Z = 200 \text{ kg}/\text{cm}^2$  일때  $\frac{1}{2\epsilon} = 20$ . 박용 기관에 있어 프코펠러를 제외한 계에서 대형 기관은  $\frac{1}{2\epsilon} = 25$ , 중소형 기관에서  $\frac{1}{2\epsilon} = 30 \sim 60$ , 발전용 기관에서  $\frac{1}{2\epsilon} = 70 \sim 100$  을 추천하는 사람도 있다. 본 논문에서는  $\epsilon$  의 값으로 1절진동의 경우 0.025, 2절진동의 경우는 0.0135 의 값을 취했다.

### 4-2. 히스테리시스 감쇠 에너지

반복되는 응력을 받는 금속재료는 탄성한계내에 있어서 엄밀하게 Hook 의 법칙을 따르지 않고 응력과 변위 간에 히스테리시스 곡선을 그리게 된다. 이때 그리는 폐곡선 면적은 매 사이클마다 소비되는 에너지를 나타낸다.

축의 비틀림에 대한 히스테리시스 손실에 대한 실험은 Rowett, Dorey, Draminsky 등에 의해 행하여 졌다.

일반적으로 기계재료의 히스테리시스 감쇠는 다음식으로 표시된다.

$$W_h = J (\sigma/\sigma_e)^n \quad (4.3)$$

$W_h$ : 사이클마다의 단위 체적당 히스테리시스 감쇠 에너지 ( $\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^3 \cdot \text{cycle}$ )

$J$ : 재료의 종류와 응력의 크기에 의한 정수

$\sigma_e$ : 재료의 피로 강도



Dorey 의 실험 결과를 (4.3) 식에 대입하여 정리하면

$$W_h = 1.42 \times 10^{-10} \times \sigma^{2.3} \text{ (Kg} \cdot \text{cm/cm}^3 \cdot \text{cycle)} \quad (4.4)$$

으로되고 Rowett 의 실험 결과를 F.M. Lewis 가 정리한 바에 의하면

$$W_h = 4.32 \times 10^{-9} \times \sigma^{2.3} \text{ (Kg} \cdot \text{cm/cm}^3 \cdot \text{cycle)} \quad (4.5)$$

로 된다. (4.5) 식은 응력 550 kg/cm<sup>2</sup> 정도까지는 실험치와 잘 맞으나 이것을 넘어서면 위의 값보다 크게 된다. (4.5) 식은 감쇠지수  $n = 2.3$  의 값을 갖기 때문에 진동 진폭을 계산하는데 매우 불편하다. B.J Lazan 은 연강재 (SAE 1020) 의 응력과 감쇠력 관계를 3개 또는 2개의 선분에 의하여 근사적으로 표시하고 있는데 3 선분의 경우는 고응력 (2900 Psi 이상), 중응력 (300 ~ 2900 Psi), 저응력 (300 psi 이하) 의 3부분으로 나누어 각각 감쇠지수  $n$  로서  $n > 3$ ,  $n = 2 \sim 3$ ,  $n = 2$  를 취하고 있다. 또한 2 선분으로 표시하는 경우는 고 (2900 psi 이상), 저 (2900 이하) 의 2개로 나누고 저응력대의 J 값을 크게 취하여  $n = 2$  로 하고 있다.

L.E Goodman 은 B.J Lazan 의 연구결과를 이용하여 히스테리시스 감쇠 에너지를 다음과 같이 계산하고 있다.

$$W_h = 7.773 \times 10^{-9} \times \sigma^2 \text{ (Kg} \cdot \text{cm/cm}^3 \cdot \text{cycle)} \quad (4.6)$$

(4.6) 식에 의하여 중실축의 전 히스테리시스 감쇠 에너지를 계산하려면

$$W_h' = 7.773 \times 10^{-9} \times \frac{\pi}{8} \times \Sigma (\sigma^2 \cdot d^3 \cdot l) \text{ (Kg} \cdot \text{cm/cycle)} \quad (4.7)$$

단  $d = D \sqrt{l/L}$

L : 등가축장      D : 등가축직경

l : 실제축의 길이

#### 4-3. 추진기 감쇠 에너지

일반적으로 추진기 감쇠 에너지  $W_p$  는 다음과 같이 주어진다.

$$W_p = C_p \cdot \pi \cdot W_c \cdot \beta_p^2 \cdot \theta_1^2 \text{ (Kg} \cdot \text{cm/cycle)} \quad (4.8)$$

단  $C_p$  : 추진기의 감쇠 계수

$\beta_p$  : 추진기에 있어서의 비진폭

$\theta_1$  : 크랭크축단에 있어서의 진폭 (rad)

$W_c$  : 진동의 각속도 (rad/sec)

추진기의 흡수 마력은 회전수의 3승에 비례하고 마력은 회전수와 토오크의 적에 비례하므로 곧 추진기 토오크는 회전수의 2승에 비례하여

$$T = k \cdot n^2 = k' \omega^2 \quad (4.9)$$

$T$ : 매초 회전수  $n$  에 대한 평균 추진기 토크 (kg-cm)

$\omega$ :  $2\pi n$

$k, k'$ : 추진기 고유의 정수

비틀림 진동을 동반하는 경우 회전속도의 변화가 급격하고 또한 추진기 슬립이 크기 때문에 회전수  $n$  2승의 법칙에 따르지 않고 보다 큰 지수  $z'$ 에 따라 변화하며  $T$ 는

$$T = k \cdot n^z \tag{4.10}$$

로된다. 비틀림 진동에 대한 추진기 감쇠계수는 추진기 순간속도에 대한 변동률로서 주어지므로

$$C_p = \frac{dT}{d\omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{dT}{dn} \tag{4.11}$$

(4.10) 식을 (4.11) 식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{1}{2\pi} \frac{d(k \cdot n^z)}{dn} = \frac{z'}{2\pi} \cdot \frac{T}{n} = \frac{60}{2\pi} z' \cdot \frac{T}{N} \\ &= 9.55 z' \cdot \frac{T}{N} = \alpha \cdot \frac{T}{N} \end{aligned} \tag{4.12}$$

단  $N$ : 추진기의 매분 회전수  
 계수  $\alpha$ 에 대한 값으로 여러 연구자에 의한 실험 결과에 의하면 Lewis 와 Taylor 는 모형추진기 특성을 기초로 하여 33.5, Dem Hartog 와 Dorey 는 28.6, porter 는 35를 주고 있다. 본 논문에서는 계수  $\alpha$ 의 값으로 33.5를 취했다. 이상의 결과를 (4-8)식에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \overline{W}_p &= 2.356 \times 10^4 \times \frac{i^2 \times P_s \times \alpha \times \beta_p^2 \times \theta_i^2}{f} \\ &= 18.926 \times 10^4 \times \frac{i^2 \times P_s \times \beta_p^2 \times \theta_i^2}{f} \\ &= 2.356 \times 10^4 \times \frac{i \times P_s \times \beta_p^2 \times \alpha \times \theta_i^2}{N} \\ &= 18.926 \times 10^4 \times \frac{i \times P_s \times \beta_p^2 \times \theta_i^2}{N} \end{aligned} \tag{4.13}$$

단,  $P_s$ :  $N$ rpm 에 있어서의 출력 (BHP)  
 $N$ : 추진기의 회전수 (rpm)  
 $i$ : 위험속도의 차수  
 $f$ : 축계의 고유진동수 (cpm)

5. 진동에 의한 부가응력의 계산

5-1. 크랭크축의 선단진폭

진동진폭을 구하는 방법에는 에너지법에 의한 추정법, 추진기 감쇠를 기초로 하는 추정법, 히스테리시스 감쇠로부터 유도되는 경험치로서 추정하는 방법 등이 있다.

본 논문에서는 에너지법에 의한 추정법을 사용하여 진동진폭을 구하려고 한다. 전 감쇠에너지  $W_T$ 는 기관감쇠 에너지, 히스테리시스 감쇠 에너지, 추진기 감쇠 에너지의 합으로

$$W_T = W_e + W_h + W_p \quad (5.1)$$

따라서 크랭크축의 실제 선단비틀림 진폭  $\theta_1$ 은

$$\theta_1 = \frac{\pi Q_i \Sigma \beta}{W_T} \quad (\text{rad}) \quad (5.2)$$

$$= \frac{\pi Q_i \Sigma \beta}{2\pi E \omega^2 \Sigma J \beta^2 + \Sigma W_h + 2.356 \times 10^4 \times \frac{i \times P_e \times \alpha \times \beta^2}{N}} \quad (\text{rad})$$

5-2. 진동부가 응력의 계산.

축계의 질량간의 상대적 비틀림각을  $\beta$  rad, 축의 비틀림 강성을  $k_t$  (kg·cm/rad) 라 하면 축의 저항모멘트, 즉 비틀림 모우멘트  $M_i$ 는

$$M_i = \beta \cdot k_t \quad (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (5.3)$$

따라서 실제축의 극단면계수를  $Z_p$  라 하면 비틀림 응력  $\tau$ 는

$$\tau = \frac{M_i}{Z_p} = \frac{k_t \cdot \beta}{Z_p} = \frac{\Sigma J \omega^2 \beta}{Z_p} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (5.4)$$

전 비틀림 모우멘트  $\Sigma M_i$ 는  $\Sigma J \omega^2 \beta$ 로 되고,  $\Sigma J \omega^2 \beta$ 는 축단에서의 진폭이 1 rad 일때 Holzer 표에서 전 진동 토포크 이므로 축단에서의 진폭이  $\theta_1$  rad 일때의 부가응력은

$$\tau_0 = \frac{\Sigma J_i \omega^2 \beta_i}{Z_p} \times \theta_1 \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (5.5)$$

로 된다.

6. 선박의 추진축계 비틀림 진동 계산 및 실측치와의 비교

이상의 결과를 이용하여 3척의 추진축계에 대한 고유진동수와 진동부가 응력을 계산하였고 실측치와 비교검토하여 보았다. 다음은 이들 결과를 보인다.



Table 6-1 Specification of main engine and propulsion shaftings.

Spec.	A	B	C
No. of Cylinder	6	9	6
Cylinder Bore	680 mm	760 mm	450 mm
Stroke	1250 mm	1550 mm	750 mm
Maximum Output	10800 PS	18500 PS	3800 PS
Engine Speed	137 rpm	108 rpm	230 rpm
Mean Indicated Pressure	14.5 kg/cm <sup>2</sup>	13.53 kg/cm <sup>2</sup>	10.39 kg/cm <sup>2</sup>
Firing Order	1-6-2-4-3-5	1-6-7-3-4-9-2-5-8	6-1-5-3-4-2
Crank Shaft	540 mm $\phi$ x 1300 mmL	630 mm $\phi$	340 mm $\phi$ x 800 mmL
Fly Wheel Dia.	2421 mm	2390 mm	
Intermediate Shaft	400 mm $\phi$ x 6380 mmL	540 mm $\phi$	250 mm $\phi$
Propeller Shaft	480 mm $\phi$ x 6200 mmL	625 mm $\phi$	315 mm $\phi$
Propeller Dia.	5100 mm	6850 mm	3150 mm
No. of Propeller Blades	4	4	4
Material (P.P)	Lima Bronze		Mn - Bronze

INDEXED TABLE FOR TORSIONAL VIBRATION

Table 1 6-2 1 1 NODE TORSIONAL VIBRATION P<sub>1</sub>=46.9787 (RAD./SEC)

NO	MASS (KG-CM-SEC <sup>2</sup> )	AMPLITUDE (RAD.)	TORQUE (KG-CM)	TOTAL TORQUE (KG-CM)	STIFFNESS (KG-CM/RAD.)	DEFLECTION AMPLITUDE (RAD.)
1	0.2645000E 05	0.1000000E 01	0.5837515E 08	0.5837515E 08	0.5672149E 10	0.1029153E-01
2	0.2561200E 05	0.9897084E 00	0.5594395E 08	0.1143191E 09	0.5672149E 10	0.2015446E-01
3	0.2561200E 05	0.9695540E 00	0.5480470E 08	0.1691238E 09	0.5672149E 10	0.2981653E-01
4	0.2561200E 05	0.9397375E 00	0.5311930E 08	0.2222431E 09	0.5672149E 10	0.3918145E-01
5	0.2561200E 05	0.9005560E 00	0.5090454E 08	0.2731476E 09	0.5672149E 10	0.4815593E-01
6	0.2892000E 05	0.8524000E 00	0.5440566E 08	0.3275533E 09	0.3502627E 10	0.9351647E-01
7	0.2425800E 05	0.7588836E 00	0.4062866E 08	0.3681819E 09	0.6426735E 09	0.5728912E 00
8	0.2063200E 04	0.1859925E 00	0.0084691E 08	0.3690288E 09	0.4730592E 09	0.7800902E 00
9	0.2795600E 04	-0.5940977E 00	-0.3665517E 07	0.3653634E 09	0.1590333E 10	0.2297405E 00
10	0.2009738E 06	-0.2238382E 00	-0.3654127E 09	-0.4937107E 05		

HOLZER TABLE FOR TORSIONAL VIBRATION

Table 6-3 A 2 2 NODE TORSIONAL VIBRATION P = 210,1800 (RAD/SEC)

MASS (KG-CM-SEC <sup>2</sup> )	AMPLITUDE (RAD.)	TORQUE (KG-CM)	TOTAL TORQUE (KG-CM)	STIFFNESS (KG-CM/RAD.)	DELTA AMPLITUDE (RAD.)
0.2645000E 05	0.1000000E 01	0.1168445E 10	0.1168445E 10	0.5672149E 10	0.2059969E 00
0.2561200E 05	0.7940030E 00	0.8983561E 09	0.2066802E 10	0.5672149E 10	0.3643771E 00
0.2561200E 05	0.4296258E 00	0.4860901E 09	0.255289 E 10	0.5672149E 10	0.4500748E 00
0.2561200E 05	-0.0204489E 00	-0.2313648E 08	0.252976 E 10	0.5672149E 10	0.4459958E 00
0.2561200E 05	-0.4664448E 00	-0.5274802E 09	0.200201 E 10	0.5672149E 10	0.3529539E 00
0.2892000E 05	-0.8193987E 00	-0.1046830E 09	0.955177 E 09	0.3502627E 10	0.2727030E 00
0.2425800E 05	-0.1092102E 01	-0.1170309E 10	-0.215133 E 09	0.6426735E 09	-0.3347474E 00
0.2063200E 04	-0.7573543E 00	-0.6920276E 08	-0.284161 E 09	0.4730592E 09	-0.6006878E 00
0.2795600E 04	-0.1566665E 00	-0.193479 E 08	-0.303509 E 09	0.1590333E 09	-0.1908464E 00
0.2009738E 06	0.3417991E-01	0.303454 E 09	-0.545916 E 05		

HOLZER TABLE FOR TORSIONAL VIBRATION

Table 6-4 B  $\gamma$  INODE TORSIONAL VIBRATION  $I_1 = 57.657248$  (KAD/SEC)

NO	MASS (KG-CM-SEC)	AMPLITUDE (RAD)	TORQUE (KG-CM)	TOTAL TORQUE (KG-CM)	STIFFNESS (KG-CM/RAD)	DELTA AMPLITUDE (RAD)
1	3223	1.00	0.4570434E 07	0.4570434E 07	1.25172E 10	0.000365132
2	59270	0.9996348	8.4018224E 07	8.8588659E 07	0.96219E 10	0.0092070193
3	59270	0.9904278	8.3244384E 07	1.7183304E 08	0.96219E 10	0.017858608
4	59270	0.9725692	8.1743388E 07	2.5357643E 08	0.96219E 10	0.026354198
5	64572	0.946215	8.6642557E 07	3.4021898E 08	0.62551E 10	0.054390809
6	64572	0.891824	8.1662126E 07	4.218811E 08	0.96219E 10	0.043846104
7	59270	0.8479781	7.1271640E 07	4.9315275E 08	0.96219E 10	0.051253365
8	59270	0.7967247	6.6963850E 07	5.6011660E 08	0.96219E 10	0.508212918
9	59270	0.7385118	6.2071117E 07	6.2218772E 08	0.96219E 10	0.06466397
10	60778	0.6738478	5.8077169E 07	6.8026489E 08	0.54699E 10	0.124366027
11	26387	0.5494818	2.0560825E 07	7.0082571E 08	0.09086E 10	0.771342802
12	17376	-0.2218609	-0.5466733E 07	6.9535898E 08	0.17184E 10	0.404664161
13	782811	-0.6265251	-6.9549260E 08	-0.0133621E 07		

HOLZER TABLE FOR TORSIONAL VIBRATION

Table 6-5 B 2-Node Torsional Vibration  $P_2=132.5019(\text{RAD/SEC})$

NO	MASS (KG-CM-SEC <sup>2</sup> )	AMPLITUDE (RAD)	TORQUE (KG-CM)	TOTAL TORQUE (KG-CM)	STIFFNESS (KG-CM/RAD)	DELTA AMPLITUDE (RAD)
1	3223	1.00	5.658541653	5.658541653	1.25172E 10	0.0045206089
2	59270	0.9954793	103.5884685	109.2470102	0.96219E 10	0.113540417
3	59270	0.8819389	91.77358003	201.0205902	0.96219E 10	0.208920699
4	59270	0.6730182	70.03352643	271.0541166	0.96219E 10	0.281706548
5	64572	0.3913117	44.36202026	315.4161369	0.62551E 10	0.504255778
6	64572	-0.1129440	-12.80418094	302.6119559	0.96219E 10	0.314504605
7	59270	-0.4274486	-44.47982742	258.1321285	0.96219E 10	0.268276721
8	59270	-0.6957253	-72.39640193	185.1357266	0.96219E 10	0.193035514
9	59270	-0.8887605	-92.48342206	93.25230453	0.96219E 10	0.09691712
10	60778	-0.9856776	-105.1781479	-11.92584334	0.54699E 10	-0.021802826
11	26387	-0.9638748	-44.6534335	-56.57927684	0.09086E 10	-0.622722836
12	17376	-0.3411519	-10.4073918	-66.98666864	0.17184E 10	-0.389828918
13	782811	0.0486769	66.89974159	-0.086927057		

HOLZER TABLE FOR TORSIONAL VIBRATION

Table 6-6 C 1 NODE TORSIONAL VIBRATION P=34.39844 (RAD./SEC)

NO	MASS (KG-CM-SEC <sup>2</sup> )	AMPLITUDE (RAD.)	TORQUE (KG-CM)	TOTAL TORQUE (KG-CM)	STIFFNESS (KG-CM/RAD.)	DELTA AMPLITUDE (RAD.)
1	0.2057410E 04	0.1000000E 01	0.2434433E 07	0.2434433E 07	0.1445087E 10	0.1684627E-02
2	0.1978410E 04	0.9983154E 00	0.2337013E 07	0.4771446E 07	0.1445087E 10	0.3301840E-02
3	0.1978410E 04	0.9950135E 00	0.2329283E 07	0.7100799E 07	0.1445087E 10	0.4913703E-02
4	0.1978410E 04	0.9900998E 00	0.2317781E 07	0.9418510E 07	0.1445087E 10	0.6517604E-02
5	0.1978410E 04	0.9835821E 00	0.2302523E 07	0.1172103E 08	0.1445087E 10	0.8110952E-02
6	0.2190410E 04	0.9754711E 00	0.2528231E 07	0.1424926E 08	0.8445944E 09	0.1687113E-01
7	0.3983000E 04	0.9586000E 00	0.4517779E 07	0.1876704E 08	0.4545867E 08	0.4128374E 00
8	0.3580000E 03	0.5457626E 00	0.2311874E 06	0.1899822E 08	0.4587786E 08	0.4141044E 00
9	0.3580000E 03	0.1316582E 00	0.5577098E 05	0.1905398E 08	0.4587786E 08	0.4153198E 00
10	0.3580000E 03	-0.9836616E 00	-0.1201602E 06	0.1893382E 08	0.4587786E 08	0.4127007E 00
11	0.5010000E 03	-0.6963623E 00	-0.4128102E 06	0.1852101E 08	0.2096876E 09	0.8832663E-01
12	0.1994700E 05	-0.7846889E 00	-0.1852048E 08	0.5280000E 03		

HOLZER TABLE FOR TORSIONAL VIBRATION

Table 6-7 C-1 2 NODE TORSIONAL VIBRATION P=256.75781 (RAD./SEC)

NO	MASS (KG-CM-SEC <sup>2</sup> )	AMPLITUDE (RAD.)	TORQUE (KG-CM)	TOTAL TORQUE (KG-CM)	STIFFNESS (KG-CM/RAD.)	DELTA AMPLITUDE (RAD.)
1	0.2057410E 04	0.1000000E 01	0.1356339E 09	0.1356339E 09	0.1445087E 10	0.9385860E-01
2	0.1978410E 04	0.9061414E 00	0.1181842E 09	0.2538181E 09	0.1445087E 10	0.1756421E 00
3	0.1978410E 04	0.7304993E 00	0.9527597E 09	0.3490939E 09	0.1445087E 10	0.2415729E 00
4	0.1978410E 04	0.4889264E 00	0.6376862E 08	0.4128625E 09	0.1445087E 10	0.2857007E 00
5	0.1978410E 04	0.2032257E 00	0.2650587E 08	0.4393682E 09	0.1445087E 10	0.3040427E 00
6	0.2190410E 04	-0.1008170E 00	-0.1455816E 08	0.4248100E 09	0.8445944E 09	0.5029751E 00
7	0.3983000E 04	-0.6037921E 00	-0.1585423E 09	0.2662677E 09	0.4545867E 08	0.5857358E 01
8	0.3580000E 03	-0.6461149E 01	-0.1524894E 09	0.1137783E 09	0.4587786E 08	0.2480026E 01
9	0.3580000E 03	-0.8941175E 01	-0.2110205E 09	-0.9724216E 08	0.4587786E 08	-0.2119588E 01
10	0.3580000E 03	-0.6821588E 01	-0.1609961E 09	-0.2582383E 09	0.4587786E 08	-0.5628821E 01
11	0.5010000E 03	-0.1192766E 01	-0.3939490E 08	-0.2976330E 09	0.2096876E 09	-0.1419411E 01
12	0.1994700E 05	0.2266445E 00	0.2980367E 09	0.4037120E 06		

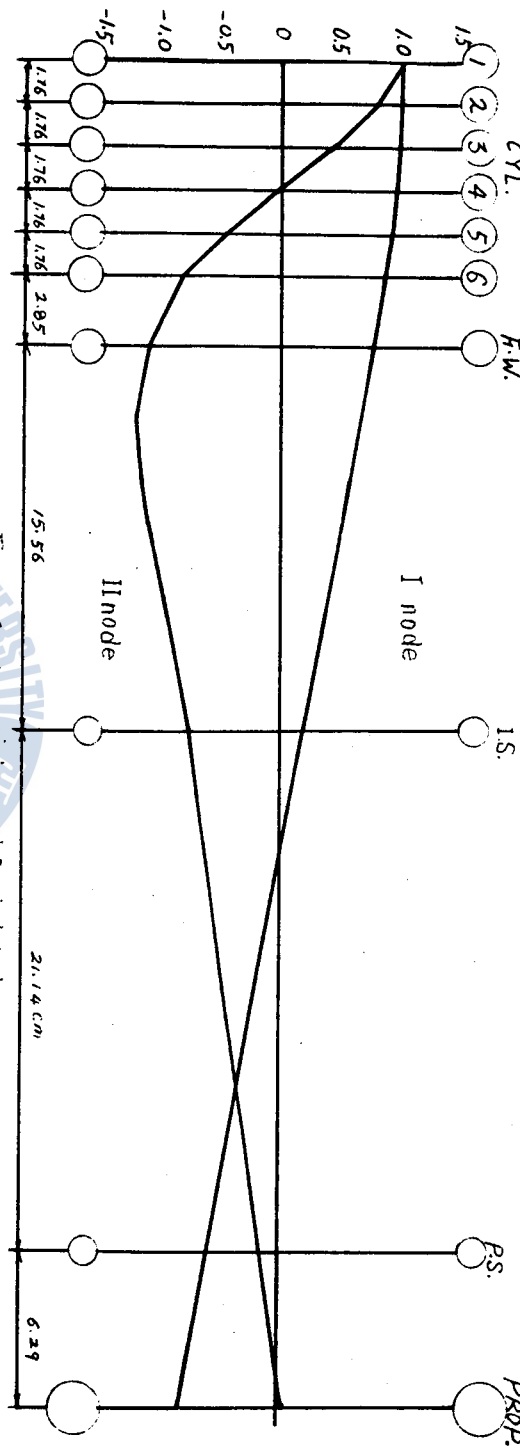


Fig. 6-1 A 선의 정규탄성곡선

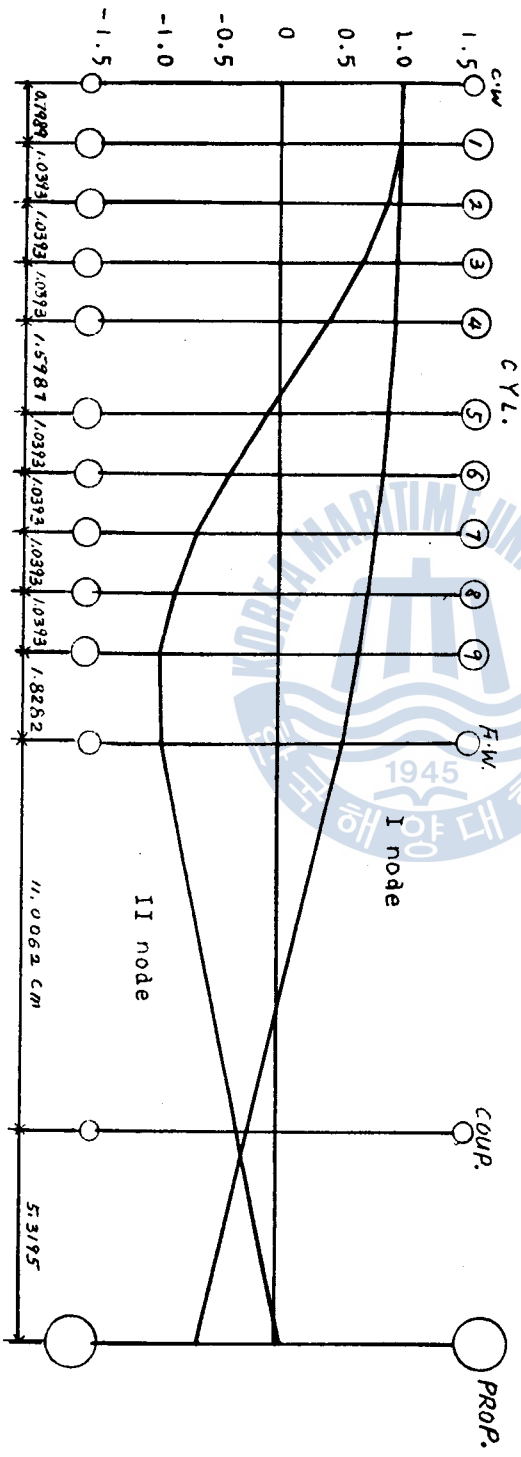


Fig. 6-2 B 선의 정규탄성곡선



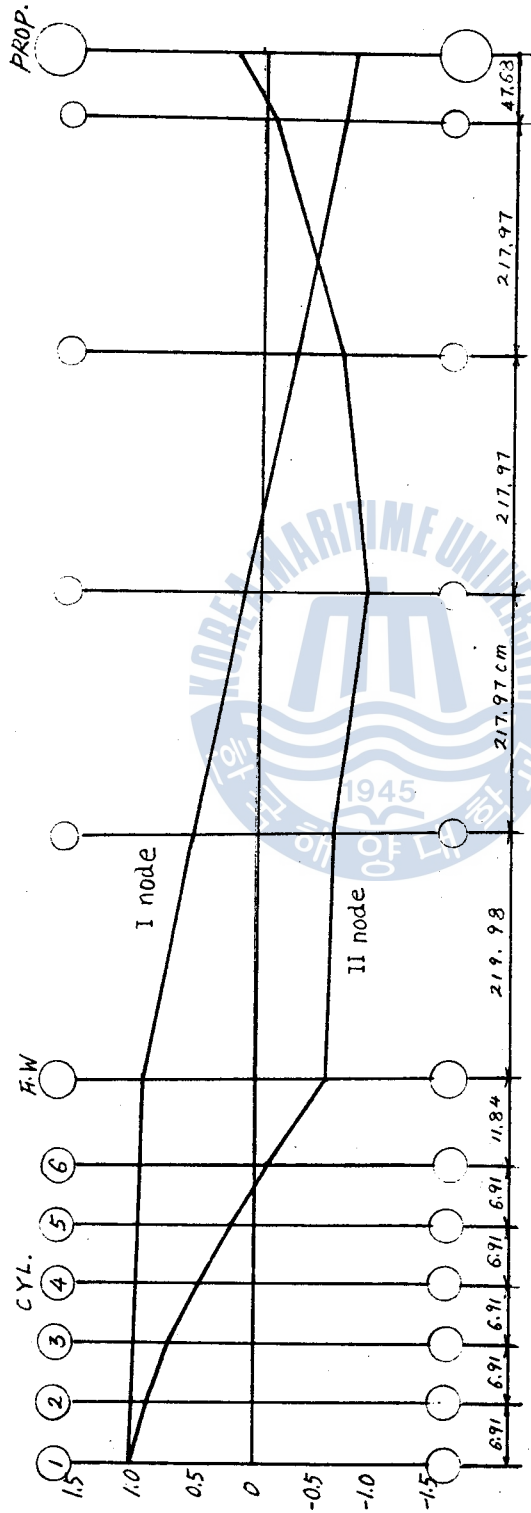


Fig. 6-3 C 선의 점구단성곡선

Table 6-8 A 섹 부 가용력 계산

NODE ORDER	위험 회적수 (ITEM)	기진 에너지 $W_1 \times 10^4$	기관 감쇠 에너지 $W_E \times 10^6$	비스테리시스 감쇠 에너지 $W_I \times 10^6$	프로펠터 감쇠 에너지 $W_P \times 10^6$	부 가용력 KG/CN <sup>2</sup>
1/3	150	148.9247	48.441	4.32	152.3245	213.2457
1/4	112	27.8248	48.441	4.32	112.7275	49.3756
1/5	90	6.3730	48.441	4.32	91.3992	12.9822
1/6	75	380.6222	48.441	4.32	76.1678	866.9472
1/7	64	2.0092	48.441	4.32	64.4093	5.0356
1/8	56	2.5780	48.441	4.32	56.3917	8.9358
1/9	50	4.9844	48.441	4.32	50.7748	14.1374
1/10	45	1.3345	48.441	4.32	45.7275	3.9791
1/11	41	0.4620	48.441	4.32	41.8973	1.4333
1/12	37	35.8114	48.441	4.32	36.4480	117.8849
1/13	35	0.2405	48.441	4.32	36.3252	0.7921
2/14	143	9.8635	260.96	260.63	1.1059	15.5812
2/15	134	20.7158	260.96	260.63	1.0214	32.7297
2/16	125	4.4410	260.96	260.63	0.9648	7.0175



Table 6-9 B선 1 NODE 부가응력 계산

NODE ORDER	위험 회전수 (R.P.M)	기진에너지 $W_j \times 10^5$	기관 감쇠에너지 $W_E \times 10^5$	미스 테리시스 감쇠 에너지 $W_{II} \times 10^5$	프로펠러 감쇠 에너지 $W_P \times 10^5$	부가응력 (KG/CN <sup>2</sup> )
1/3	119.9	29.96995	489.7542	216.47	1966.937831	241.2838
1/4	89.9	8.12555	489.7542	216.47	1475.203908	80.6399
1/5	71.9	3.80593	489.7542	216.47	1180.162644	43.4207
1/6	59.9	6.63569	489.7542	216.47	983.468008	84.5173
1/7	51.4	0.48161	489.7542	216.47	841.570668	6.6965
1/8	44.9	0.20467	489.7542	216.47	737.600576	3.0507
1/9	40.0	21.69705	489.7542	216.47	655.647922	342.8718
1/10	36.0	0.10855	489.7542	216.47	590.085628	1.8021
1/11	32.7	0.13135	489.7542	216.47	535.093702	2.2772
1/12	30.0	0.58336	489.7542	216.47	491.735554	10.4800
1/13	27.7	0.14009	489.7542	216.47	454.282741	2.5979
1/14	25.7	0.11680	489.7542	216.47	420.789554	2.2303
1/15	24.0	0.29168	489.7542	216.47	393.391854	5.7086
1/16	22.5	0.03284	489.7542	216.47	368.797532	0.6574

Table 6-10 B 선 2 NODE 부가응력 계산

NODE UIDIR	위험 회전수 (R.P.M)	기전에너지 $W_1 \times 10^5$	기관 감쇠에너지 $W_E \times 10^5$	시스템 감쇠 에너지 $W_{HS} \times 10^5$	프로펠러 감쇠 에너지 $W_P \times 10^5$	부가응력 (KG/CN <sup>2</sup> )
2/10	126.5	1.23396	4534.44731	1567.2	43.9440	12.3758
2/11	115.0	1.36367	4534.44731	1567.2	39.9491	13.6856
2/12	105.4	8.33081	4534.44731	1567.2	36.6026	83.6522
2/13	97.3	1.64748	4534.44731	1567.2	33.7950	16.5504
2/14	90.4	1.23582	4534.44731	1567.2	31.4332	12.4197
2/15	84.4	2.94022	4534.44731	1567.2	29.3655	29.5585
2/16	79.1	0.23720	4534.44731	1567.2	27.5041	0.0416

Table 6-11 C 선 부가응력 계산

NODE ORDER	위험 회전수 (R.P.M)	기진에너지 $W_i \times 10^5$	기관 감쇠에너지 $W_E \times 10^5$	히스테리시스 감쇠 에너지 $W_{H1} \times 10^5$	프로펠러 감쇠 에너지 $W_P \times 10^5$	부가응력 (KG/CM <sup>2</sup> )
1/2	164.2	0.16340	11.52375	2.2928	81.8846	9.5435
1/3	109.5	0.20704	11.52375	2.2928	58.5847	18.7991
1/4	82.1	0.04486	11.52375	2.2928	40.9423	5.0875
1/5	65.7	0.01322	11.52375	2.2928	32.7598	1.7626
1/6	54.7	5.01046	11.52375	2.2928	27.2999	756.8301
1/7	46.9	0.00614	11.52375	2.2928	23.4020	1.0243
1/8	41.1	0.01121	11.52375	2.2928	20.4712	2.0308
2/11	222.9	0.15688	286.09049	315.02	69.2040	13.3248
2/12	204.3	1.08868	286.09049	315.02	63.4324	93.2698
2/13	188.6	0.07062	286.09049	315.02	58.5501	6.0952
2/14	175.1	0.12577	286.09049	315.02	54.3693	10.9235
2/15	163.4	0.26826	286.09049	315.02	50.7496	23.4293
2/16	153.2	0.06008	286.09049	315.02	47.5743	5.2737
2/17	144.2	0.01987	286.09049	315.02	44.7796	1.7516
2/18	136.2	0.16935	286.09049	315.02	42.2851	14.9855

Table 6-12

계산치와 실측치의 비교

선명	NODE ORDER	주 위함회전수			부가응력		
		계산치	실측치	오차	계산치	실측치	오차
A	1/3	150.0	-	-	213.3	-	-
	1/6	75.0	75.0	0	866.9	844.0	2.7%
	1/12	37.0	37.0	0	117.9	130.0	9.3%
B	1/3	119.9	-	-	241.3	-	-
	1/9	40.0	40.0	0	342.9	365.0	6 %
	2/12	105.4	-	-	83.7	-	-
C	1/6	54.7	54.7	0	756.8	725.0	4.3%
	2/12	204.3	-	-	93.3	-	-

7. 결론

축차근사법에 의한 박용디젤기관 추진축계의 공진점과 진동 부가응력을 실측선에 대하여 계산을 행한후 그 결과를 실측치와 비교 검토해 보았다. 그 결과 계산치의 공진점은 실측치와 거의 오차가 없으며 진동부가응력도 대략 ± 10% 이내의 오차를 가지는 것을 알 수 있었다. 따라서 본 논문에서 제시한 계산 방법은 초기 설계 단계의 비틀림 진동 해석에 있어서 실용성이 충분하다는 것을 알 수 있었다.

한편 좀더 많은 실선 추진축계에 대해서 검토하여 실린더 수에 따른 진동의 특성과 중간축 및 추진기축, 추진기의 선점에 따른 비틀림 진동 특성의 변화 및 공진회피법에 대한 검토가 요망 된다고 하겠다.

참고문헌

1. BICERA, "Hand book on torsional vibration", 1958
2. 김의간, 전효중, 축차근사법에 의한 박용디젤기관축계 비틀림 진동 계산의 전산프로그램 개발에 관한 연구, 한국박용기관학회지 제4권 제1호, 1980/2
3. 김극천, 전효중, 추진축계 진동, 대한조선학회, 1974/8
4. 전효중, 기계역학, 1979



