2次 系統에 있어서 디지탈 制御器의 最適 設計에 관한 研究

李 守 烈

A Study on the Optimal Design of the Digital Controller for the Second Order System

Soo-yeol Lee

目 次

參 考 文 獻

1) Schuster S., Über den Einfluss des Propellers und die Längs- und Drehschwingungen in der Wellenleitung, Schiff und Hafen, Jahrgang 13, H.6, S.498, 1961.
2) Schwanecke H., Gedanken zur Frage der hydrodynamischerregten Schwingungen des Propellers und Wellenleitung, STG Jahrbuch, B.57, S.252, 1963.
3) Ker Wilson W., Practical Solution of Torsional Vibration Problems, Vol. Ⅱ, Chapman Hall, London, 1942.
4) BICERA, Handbook on Torsional Vibration, Cambridge Press, 1958.
5) Timoshenko S., Vibration Problems in Engineering, 4th Ed. John Willey & Sons., 1974.
6) Den Hartog J.P., Mechanical Vibrations, 4th Ed., McGraw-Hill Book Co., 1956.
7) Francis S. Tse, Mechanical Vibrations, Theory and Applications, 2nd Ed., Allyn and Bacon, Inc., 1963.
8) Thomson W.T., Theory of Vibration with Application, 2nd Ed., Prentice-Hall, Inc., 1981.
9) Tuplin W.A., The torsional rigidity of crankshafts, Engineering, pp.275, 1937/9.
10) H. Holzer, The Calculation of Torsional Vibrations, Berlin, 1922.
11) Carter B.C., An empirical formula for crankshaft stiffness in torsion, Engineering, 13 July 1928, pp.36.
12) 日本船用機關學會軸系研究委員會, プロペラ翼とクランクの位相が軸系ねじり振動におよぼす影響, MESJ 研究委員會報告, No.68. 1976/10.
13) 丸山浩一, ディーゼル機関のねじり振動, 1961, 日本東京, 山海堂.
14) 富山 修, 内燃機關のねじり振動と疲れ強さ, 日本東京, コロナ社, 1965.
15) 越智重信, 猪原祥行, 最近の軸系ねじり振動におけるプロペラ減衰に關する考察, 日立造船技報, 第26巻 第3·4號, p.75, 1965/11.
16) 小山陽一, 高須 績, 高彈性接手採用ディーゼル機關のねじり振動特性の考察, 住友重機械技報 第22巻 66號, p.31, 1974/12.
17) 全孝重, 津田公一, 船用往復内燃機關軸系縦ねじり連成自由振動の理論的解析, 日本船用機關學會誌 第4巻 7號, p.401, 1969/9.
18) 全孝重, 船用往復内燃機關軸系縦ねじり連成強制振動の理論的解析, 日本船用機關學會誌 第5巻 3號, p.217, 1970/3.
19) 全孝重, 機械力學, 釜山, 太和出版社, 1979.
20) 全孝重, 船用디젤機關軸系의 減衰強制비틀림振動解析에 관한 研究, 韓國船用機關學會誌 第4巻 2號, p.4, 1980.
21) 高須 績, 林 潤一, 住友スルザー船用低速ディーゼル機關の振動, 内燃機關, Vol.23, No.300, p.64, 1984/11.

A Study on the Optimal Design of the Digital Controller for the Second Order System

Soo-Yeol Lee

Department of Marine Engineering, graduate school, Korea Maritime University.

Abstract

Digital signal processing which is recently beginning to take shape is characterized by decentralization. Process microcomputers have found increasing application in individual instruments used for measurement and control. Digital controllers and user-programmable sequence control systems, based on the use of microprocessors, have been on the market since 1975.

The use of a digital computer as a controller of a system is particularly attractive, since the implementation of a control law requires only the preparation of a computer program. Digital controllers usually require on analog-digital converter at the input because of the wide use of analog sensors, transducers and signal transmission, and a digital-analog converter at the output to drive actuators designed for analog techniques. They are digital PID controller, deadbeat controller and minimal prototype controller, etc.

For these controllers, it is very important to choose values of the coefficients and sampling time because they affect very much on the control characteristics of the system.

The coefficents of the deadbeat controller and minimal prototype controller are decieded at the moment of design.

But, for the PID controller, there is no settled method to decide the coefficients.

In this paper, the author uses the integral square error(ISE) criterion for deciding coefficients of the controllers, whose controlled object is described by a second-order system, and proposes a method to design the digital controller in a sense of minimizing it.

By the criterion of the indicial response, the digital PID controller, the deadbeat controllers and the minimal prototype conroller are compared with each, and affectation of coefficients of controllers and the change of sampling time on the performance criteria are also investigated.

As a result, it is known that the proposed method can be effectively used for the design of PID controller and the PID controller has more advantages than other controllers.

Nomenclature

G_p : transfer function of the controlled system
Kc : gain of the controlled system
L : time lag of the controlled system
Tc : time constant of the controlled system
G_{HO} : transfer function of the zero order holder
T : sampling time
R : signature of the transformed r
r : input signal
e : error signal
D : transfer function of the digital controller
C : output signal or response
e_1 : input signal of the digital controller
e_2 : output signal of the digital controller
u : control vector or Input of the controlled system
G : open loop transfer function
$\mathscr{Z}$: signature of the z-transform
F : closed loop transfer function
K_p : gain of the digital controller
T_D : derivative time of the digital controller
T_I : integration time of the digital controller
E_1 : signature of the transformed e_1
ε_p : steady state error
DB : an abbreviated word of dead beat
MP : an abbreviated word of minimal prototype
J : the estimated function
$\bar{X}$: state vector
J_p : an estimated function of the p-behavior
U_o : unit step function
J_{pd} : an estimated function of the PD-behavior
J_{pi} : an estimated function of the PI-behauior
J_{pid} : an estimated function of the PID-behavior
J_{db} : an estimated function of the deadbeat Method
J_{mp} : an estimated function of the minimal prototype manner
P^T : transpose of the P matrix
$\hat{K}_p$: optimal value of the K_p
$\hat{J}_p$: optimal value of the J_p
$\hat{T}_D$: optimal value of the T_D
$\hat{J}_{pd}$: optimal value of the J_{pd}
M_p : peak value of the indicial response

1. 序 論

最近 半導體 技術의 急激한 發展으로 小形이고 價格이 低廉한 마이크로프세서와 데이타 貯藏裝置 등이 開發되어 産業施設에 있어서 計測과 制御 및 自動化에 마이크로컴퓨터를 많이 利用하게 되었다.

프로세스 自動化에 있어서 디지탈 技法의 應用은 1960年 頃에 처음으로 프로세스컴퓨터가 設備되면서 시작되었으며, 1970年 頃부터 컴퓨터는 産業프로세스의 自動化를 위한 標準裝備가 되었고, 지난 10年 사이에 設置된 프로세스컴퓨터의 每年 增加率은 약 20～30% 였고, 하드웨어의 價格이 낮아지는 반면에 소프트웨어의 相對的인 價格은 增加하였다. 相對的인 高價로 인해 프로세스制御에 대한 디지탈컴퓨터의 應用이 初期段階는 한 臺의 프로세스컴퓨터로써 實行되는 多機能의 中央集中式으로 特徵지워지며, 이러한 方式으로서는 가끔 中央컴퓨터의 故障과 過重한 計算負擔, 包括的이고 複雜한 소프트웨어의 必要性 등으로 디지탈 信號處理의 많은 長點을 充分히 活用하지 못했다.

1971年에 大規模로 集積된 半導體 記憶裝置와 入出力裝置를 가진 最初의 마이크로프로세서가 低廉한 價格의 프로세스 마이크로컴퓨터로 組立된 것이 商品化되었다. 마이크로프로세서의 大量生産으로 하드웨어가 低廉化 됨으로써 分散 自動化 系統들에 이들 프로세스컴퓨터들이 많이 應用되었다.[5]

最近의 디지탈 信號處理의 樣相은 分散化로 特徵지워질 수 있고, 計測과 制御를 위해 프로세스 마이크로컴퓨터의 應用에 增加해 왔다. 마이크로프로세서의 利用에 基礎가 되는 디지탈 制御器들과 프로그램式 시퀜스制御 系統들이 1975年 頃부터 商品化 되면서 디지탈컴퓨터의 使用은 制御論理의 遂行에 있어서 단지 컴퓨터 프로그램의 準備만이 要求되기 때문에 아주 關心을 끌고 있다.[2]

디지탈 制御器는 偏差시퀜스를 받아서 制御시퀜스를 出力시키는 裝置로써, 最近 디지탈 系統의 解析的인 設計[13]에 있어서 制御系統에 효과적으로 入力을 넣어주기 위해 많이 使用되고 있고, 보통 入力側에서 아나로그센스, 신호變換器(transducer) 및 信號送信의 폭넓은 使用때문에 A/D 變換器로써 샘플러를 必要로 하고, 出力側에서는 아나로그 技法으로 設計된 操作部를 驅動하기 위해 D/A 變換器로써 호울더 回路가 必要하다. 디지탈 制御器로써는 PID制御器, 데드비트法으로 設計된 制御器[2,4] 및 미니멈프로토타입法으로 設計된 制御器[2] 등이 있으며, 이중 데드비트型 制御器와 미니멈프로토型 制御器의 各 係數들은 設計와 同時에 確定될 수 있지만, PID制御器는 確定된 係數의 決定法이 아직 없기때문에 各 係數의 選定과 디지탈 制御系統에서는 샘플링 時間의 影響이 아주 크므로 이것에 대한 考慮가 매우 重要하다.

本 硏究에서는 2次系統을 制御對象으로 하는 피이드백 制御系統에 있어서 2乘制御面積을 評價函數로써 導入하고 이를 最小로 하는 意味에서의 디지탈 制御器를 設計하는 方法을 提案하고 인디셜 應答을 基準으로 PID制御器, 데드비트型 制御器 및 미니멈프로토型 制御器를 比較 檢討하기로 한다.

또한, 制御器 係數의 값과 샘플링 時間의 變動이 制御特性에 미치는 影響에 대해서도 考察하고 提案된 設計法이 檢討한 結果値와 일치하며 制御器 係數값이 디지탈 P, PID制御系 設計의 基礎資料가 된다.

2. 디지탈 制御器

一般的으로 디지탈制御器를 갖는 피이드백制御系統을 블록線圖로써 表示하면 Fig. 1과 같이 된다.

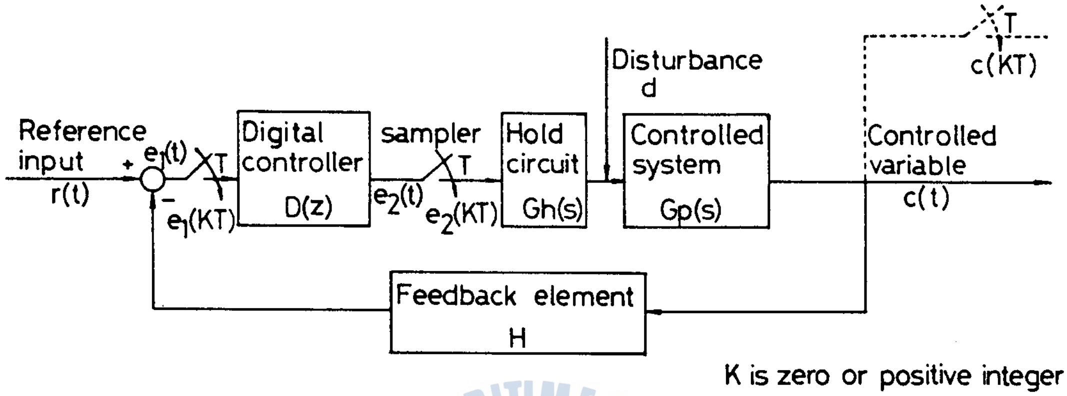

Fig.1 Block diagram of digital control system

여기서 制御對象으로는 一般的으로 式(2.1)과 같은 傳達函數를 갖는 경우가 많다.

$$G_P(S) = \frac{K_C \cdot e^{-LS}}{S^i(1+T_C S)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2.1)$$

단 K_C : 定常利得 T_C : 時定數 L : 遲延時間 i : 常數

그러나, 우선 本 硏究에서는 L=0, i=1인 경우, 즉

$$G_P(S) = \frac{K_C}{S(1+T_C S)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2.1)'$$

으로 表示되는 制御對象을 갖는 경우에 대해서 檢討하기로 한다.

그리고, 호울더 回路로써는 零次 호울더[4,12]를 갖는 것으로 한다.

$$G_{Ho}(S) = \frac{1}{S}(1-e^{-ST}) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2.2)$$

단 T : 샘플링 時間

다음에 入力으로는 式(2.3)과 같이 單位階段函數를 取하고

$$R(z) = (1-z^{-1})^{-1} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2.3)$$

두個의 샘플러는 서로 同期된 것으로 看做한다.

以上을 綜合하여 블록線圖를 作成하면 Fig. 2 와 같이 되고 이 系統의 開回路 傳達函數는 G(z), 閉回路 傳達函數를 F(z)라 하면 各各 다음과 같이 된다.[1,3,5,9,14)]

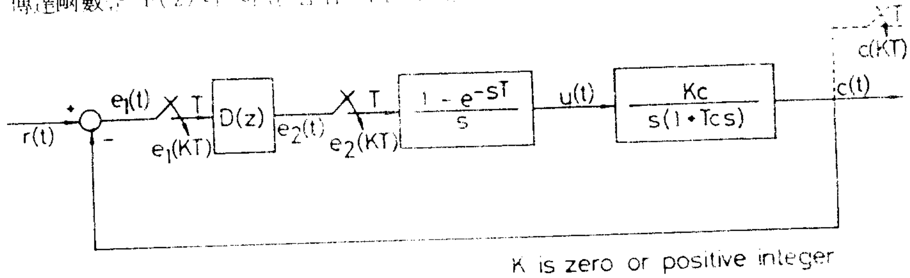

Fig.2 Block diagram of the discrete 2nd order system

$$G(z) = D(z)\,\mathscr{Z}\left\{\left(\frac{1-e^{-ST}}{S}\right)\left(\frac{K_c}{S(1+T_cS)}\right)\right\}$$

$$= D(z)(1-z^{-1})\frac{K_c[\{T+T_c(e^{-\frac{T}{T_c}}-1)\}z^2+\{T_c-(T+T_c)e^{-\frac{T}{T_c}}\}z]}{(z-1)^2(z-e^{-\frac{T}{T_c}})} \quad \cdots\cdots (2.4)$$

$$F(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)}$$

$$= \frac{D(z)(z-1)K_c[\{T+T_c(e^{-\frac{T}{T_c}}-1)\}z+\{T_c-(T+T_c)e^{-\frac{T}{T_c}}\}]}{(z-1)^2(z-e^{-\frac{T}{T_c}})+D(z)(z-1)K_c[\{T+T_c(e^{-\frac{T}{T_c}}-1)\}z+\{T_c-(T+T_c)e^{-\frac{T}{T_c}}\}]} \quad \cdots\cdots (2.5)$$

2.1 디지탈 PID 制御器

制御器의 傳達函數는

$$D(z) = \frac{K_p(A_1z^2+A_2z+A_3)}{z(z-1)} \quad \cdots\cdots (2.6)$$

i) P動作의 경우

$A_1 = 1,\qquad A_2 = -1,\qquad A_3 = 0$

ii) PD 動作의 경우

$$A_1 = \left(1+\frac{T_D}{T}\right), \qquad A_2 = -\left(1+\frac{2T_D}{T}\right), \qquad A_3 = \frac{T_D}{T}$$

iii) PI 動作의 경우

$$A_1 = \left(1+\frac{T}{2T_I}\right), \qquad A_2 = -\left(1-\frac{T}{2T_I}\right), \qquad A_3 = 0$$

iv) PID 動作의 경우

$$A_1 = \left(1+\frac{T}{2T_I}+\frac{T_D}{T}\right), \quad A_2 = -\left(1-\frac{T}{2T_I}+\frac{2T_D}{T}\right), A_3 = \frac{T_D}{T}$$

단 K_P : 比例感度 T_I : 積分時間 T_D : 微分時間

으로 表示할 수 있다.[3,4,6]

偏差의 傳達函數[13]를 $E_1(z)$이라 두면, 式(2.3), (2.5) 및 (2.6) 으로 부터

$$E_1(z) = R(z) - C(z) = \frac{1}{1+G(z)} R(z)$$

$$= \frac{z(z-1)^2(z+B_3)}{z(z-1)^2(z+B_3)+K_P(A_1z^2+A_2z+A_3)K_C(B_4z+B_5)} R(z)$$

여기서, A_1, A_2, A_3 는 앞의 각각의 경우와 같으며,

$$B_3 = -e^{-\frac{T}{T_C}}, \quad B_4 = T+T_C(e^{-\frac{T}{T_C}}-1), \quad B_5 = T_C - (T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}$$

으로 表示되고, 單位階段入力에 대한 定常偏差(off-set)를 ε_P 라 두면, 最終值 定理[2]에서

$$\varepsilon_P = \lim_{z \to 1}(1-z^{-1})E_1(z)$$
$$= 0$$

으로 된다.

2.2 데드비트型 制御器 및 미니멀프로토型 制御器

i) 데드비트(Dead beat)法에 의해 設計된 制御器를 DB型 制御器라 부르면, 系統의 應答이 最小의 셋틀링(settling)時間을 가지도록 하는 것으로 制御器의 傳達函數는

$$D(z) = \frac{1-e^{-\frac{T}{T_C}}z^{-1}}{K_C\left[T(1-e^{-\frac{T}{T_C}})+\left\{T_C-(T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\right\}z^{-1}\right]} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.7)$$

으로 表示할 수 있다. 偏差의 傳達函數는 式(2.3), (2.5) 및 (2.7)로부터

$$E_1(z) = \frac{K_C\left[T(1-e^{-\frac{T}{T_C}})z+\{T_C-(T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\}\right](z-1)^2(z-e^{-\frac{T}{T_C}})}{K_C\left[T(1-e^{-\frac{T}{T_C}})z+\{T_C-(T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\}\right](z-1)^2(z-e^{-\frac{T}{T_C}})+(z-e^{-\frac{T}{T_C}})(z-1) \times K_C\left[\{T+T_C(e^{-\frac{T}{T_C}}-1)\}z+\{T_C-(T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\}\right]} R(z)$$

으로 表示된다.

單位階段入力에 대한 定常偏差를 ε_p 라 두면,

$$\varepsilon_p = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})E_1(z)$$
$$= 0$$

으로 된다.

ii) 미니멀프로토타입 (Minimal prototype) 法에 의해 設計된 制御器를 MP型 制御器라 부르며, 샘플링과 同時에 出力과 入力의 값이 一致하도록 하는 것으로, 制御器의 傳達函數는

$$D(z) = \frac{1-e^{-\frac{T}{T_C}}z^{-1}}{K_C\left[\{T+T_C(e^{-\frac{T}{T_C}}-1)\}+\{T_C-(T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\}z^{-1}\right]} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.8)$$

으로 表示할 수 있다. 偏差의 傳達函數는 式(2.3), (2.5) 및 (2.8)로부터

$$E_1(z) = 1$$

으로 表示된다. 單位階段入力에 대한 定常偏差를 ε_p 라 두면,

$$\varepsilon_p = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})E_1(z) = 0$$

으로 된다.

그리고, 式(2.7)과 (2.8)에서 $T \gg T_C$ 이면,

$$D(z) = \frac{1}{K_C(T+T_C z^{-1})}$$

로 表示할 수 있다.

3. 디지탈 PID 制御器의 最適設計

3.1 評價函數

設定値의 變動을 單位階段函數로 보고 이에 따르는 制御偏差 e_1의 2乘面積을 評價函數(J)로 하여 이를 最小로 하는 制御器의 最適퍼래미터를 時間 領域에서 구하기로 한다.[6,9,11,12)]

$$J = \int_0^\infty \{r(t) - c(t)\}^2 dt$$

$$= \int_0^\infty \{e_1(t)\}^2 dt$$

여기서, DB法과 MP法의 評價函數는 制御對象의 時定數, 利得, 遲延時間이 주어지고, 샘플링時間이 決定되면 쉽게 구할 수 있다.

그러나, PID制御器가 使用될 때 評價函數는 定해진 샘플링時間에서 制御器의 利得, 微分時間 및 積分時間을 調整해가면서 最小値를 찾아야 하므로 각 퍼래미터의 값을 決定하는 것이 매우 重要하다.

Fig. 3은 制御시스템을 블록線圖로 나타낸 것이다.[2)]

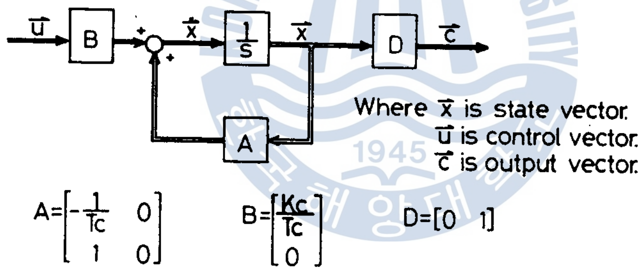

Fig.3 Block diagram of the controlled system

그림으로 부터 線形 벡터 微分方程式을 表示하면 [10,14)] 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\vec{X} &= A\vec{X} + B\vec{U} \\ \vec{C} &= D\vec{X} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.9)$$

式(2.9)를 풀면

$$\vec{X}(KT+t) = e^{At}\vec{X}(KT) + \int_{KT}^{KT+t} e^{A(KT+t-\tau)} Be_2(KT)\,d\tau \quad \cdots\cdots \quad (2.10)$$

단 $0 \leqq \tau \leqq t < T$, $K = 0, 1, 2 \cdots\cdots$

$e_2(KT)$: 홀더 回路의 入力信號

式(2.10)을 計算하면

$$\begin{pmatrix} x_1(KT+t) \\ x_2(KT+t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{t}{T_C}} & 0 \\ T_C(1-e^{-\frac{t}{T_C}}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(KT) \\ x_2(KT) \end{pmatrix} + K_C e_2(KT) \begin{pmatrix} 1-e^{-\frac{t}{T_C}} \\ t-T_C(1-e^{-\frac{t}{T_C}}) \end{pmatrix} \cdots (2.11)$$

단 $0 \leqq t < T$, $K = 0, 1, 2, \cdots$, $x_1 = \dot{C}$, $x_2 = C$, $K < 0$; $e_2(KT) = 0$

으로 나타내어 진다.

그러므로, 評價函數는

$$J = \sum_{K=0}^{\infty} \int_0^T \{1 - x_2(KT+t)\}^2 dt$$

$$= \sum_{K=0}^{\infty} \int_0^T \{1 - C(KT+t)\}^2 dt \cdots\cdots (2.12)$$

단 $0 \leqq t < T$

으로 表示된다.

式(2.11)에서, $t = T$일 때

$$x_1(k) = \frac{x_2(K+1) - x_2(K) - K_C e_2(K)\{T + T_C(e^{-\frac{T}{T_C}} - 1)\}}{T_C(1-e^{-\frac{T}{T_C}})} \quad {*)}$$

으로 表示되므로 應答 및 應答의 速度方程式은 式(2.13)과 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned} C(KT+t) &= x_2(KT+t) \\ &= \frac{1-e^{-\frac{t}{T_C}}}{1-e^{-\frac{T}{T_C}}} \left[x_2(K+1) - x_2(K) - K_C e_2(K)\left\{T - T_C(1-e^{-\frac{T}{T_C}})\right\}\right] \\ &\quad + x_2(K) + K_C e_2(K)\left\{t - T_C(1-e^{-\frac{t}{T_C}})\right\} \end{aligned}\right\} \cdots (2.13)$$

$$\dot{C}(KT+t) = x_1(KT+t)$$

*) $C(K)$, $x_2(K)$, $e_2(K)$, $r(K)$는 各各 $C(KT)$, $x_2(KT)$, $e_2(KT)$, $r(KT)$를 나타낸다. 以後에는 T를 省略하기로 한다.

$$= \frac{e^{-\frac{t}{T_C}}}{T_C(1-e^{-\frac{T}{T_C}})}\left[x_2(K+1)-x_2(K)-K_C e_2(K)\left\{T-T_C(1-e^{-\frac{T}{T_C}})\right\}\right]$$

$$+K_C e_2(K)(1-e^{-\frac{t}{T_C}})$$

단 $0 \leqq t < T$, $K = 0,1,2,\cdots\cdots$, $K < 0$; $e_2(K)=0$

으로 나타내어 진다.

(1) 디지탈 PID 制御器

系統의 出力條件으로 $\dot{C}(0) = C(0) = 0$

$\dot{C}(K) = x_1(K)$, $C(K) = x_2(K)$ $(K=1,2,3,\cdots\cdots)$

과 같이 되며, 호울더 回路의 入力 $e_2(K)$는 다음 式으로 計算된다.

$$e_2(K)+\{B_1+Q_1\}e_2(K-1)+\{B_2+Q_2\}e_2(K-2)+\{B_3+Q_3\}e_2(K-3)+Q_4e_2(K-4)$$

$$=P_1r(K)+P_2r(K-1)+P_3r(K-2)+P_4r(K-3)+P_5r(K-4) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2.14)$$

단 $K = 0, 1, 2, \cdots\cdots$

여기서, A_1, A_2, A_3는 앞에서 表示한 것과 같이 P, PD, PI, PID의 各 경우에 해당되며,

$A_4 = -(1+e^{-\frac{T}{T_C}})$, $A_5 = e^{-\frac{T}{T_C}}$

$B_1 = -(e^{-\frac{T}{T_C}}+2)$, $B_2 = 2e^{-\frac{T}{T_C}}+1$

이고, B_3, B_4, B_5도 마찬가지로 앞에서와 같다.

그리고,

$P_1 = K_P A_1$, $P_2 = K_P(A_1A_4+A_2)$, $P_3 = K_P(A_1A_5+A_2A_4+A_3)$,

$P_4 = K_P(A_2A_5+A_3A_4)$, $P_5 = K_P A_3A_5$,

$Q_1 = K_P K_C A_1 B_4$, $Q_2 = K_P K_C(A_1B_5+A_2B_4)$,

$Q_3 = K_P K_C(A_2B_5+A_3B_4)$, $Q_4 = K_P K_C A_3A_5$

로 表示되며, P制御일 때 評價函數는

$$J_P(T,K_P) = \sum_{k=0}^{\infty}\int_0^T \{e_1(KT+t,K_P)\}^2 dt \quad (0 \leqq t < T) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.15)$$

단 $e_1(KT+t,K_P) = r(KT+t) - C(KT+t,K_P)$ $(0 \leqq t < T,\ K=0,1,2,\cdots\cdots)$

$r(KT+t) = U_0(t)$: Unit step function.

으로 表示되고, PD制御일 때는

$$J_{Pd}(T,K_P,T_D) = \sum_{k=0}^{\infty}\int_0^T \{e_1(KT+t,K_P,T_D)\}^2 dt \quad (0 \leqq t < T) \quad \cdots\cdots \quad (2.16)$$

단 $e_1(KT+t, K_P, T_D) = r(KT+t) - C(KT+t, K_P, T_D)$ $(0 \leqq t < T,\ K=0,1,2,\cdots\cdots)$

으로 表示되고, PI 制御일 때는

$$J_{Pi}(T, K_P, T_I) = \sum_{k=o}^{\infty} \int_0^T \{e_1(KT+t, K_P, T_I)\}^2 dt \quad (0 \leqq t < T) \quad \cdots\cdots \quad (2.17)$$

단 $e_1(KT+t, K_P, T_I) = r(KT+t) - C(KT+t, K_P, T_I)$ $(0 \leqq t < T,\ K=0,1,2,\cdots\cdots)$

으로 表示되고, PID 制御일 때는

$$J_{Pid}(T, K_P, T_I, T_D) = \sum_{k=o}^{\infty} \int_0^T \{e_1(KT+t, K_P, T_I, T_D)\}^2 dt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.18)$$

$$(0 \leqq t < T)$$

단 $e_1(KT+t, K_P, T_I, T_D) = r(KT+t) - C(KT+t, K_P, T_I, T_D)$ $(0 \leqq t < T,\ K=0,1,2,\cdots\cdots)$

으로 表示된다.

(2) DB型 制御器 및 MP型 制御器

i) DB型 制御器

系統의 出力條件으로 $\dot{C}(0) = C(0) = 0$

$$\dot{C}(K) = x_1(K) = 0,\ C(K) = x_2(K) = 1 \quad (K \geqq 2)$$

과 같이 되며, $e_2(K)$는 다음 式으로 計算된다.

$$\begin{pmatrix} e_2(0) \\ e_2(1) \end{pmatrix} = \frac{1}{K_C T(e^{\frac{T}{T_c}} - 1)} \begin{pmatrix} -1 \\ e^{-\frac{T}{T_c}} \end{pmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.19)$$

이 경우의 評價函數는

$$J_{db}(T) = \sum_{k=o}^{\infty} \int_0^T \{e_1(KT+t)\}^2 dt \quad (0 \leqq t < T) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.20)$$

단 $e_1(KT+t) = r(KT+t) - C(KT+t)$ $(0 \leqq t < T,\ K=0,1)$, $r(KT+t) = U_o(t)$

으로 表示된다.

ii) MP型 制御器

系統의 出力條件으로 $\dot{C}(0) = C(0) = 0$

$$\dot{C}(K) = x_1(K), \quad C(K) = x_2(K) = 1 \quad (K = 1,2,3,\cdots\cdots)$$

과 같이 되며, $e_2(K)$는 다음 式으로 計算된다.

$$A_1 e_2(K) + A_2 e_2(K-1) = B_1 r(K) + B_2 r(K-1) + B_3 r(K-2) \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.21)$$

$$(K = 0,1,2,\cdots\cdots)$$

단 $A_1 = K_C\left\{T + T_C\left(e^{-\frac{T}{T_C}} - 1\right)\right\}$, $A_2 = K_C\left\{T_C - (T + T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\right\}$,

$B_1 = 1$, $B_2 = -\left(1 + e^{-\frac{T}{T_C}}\right)$, $B_3 = e^{-\frac{T}{T_C}}$

로 表示되고, 이 경우의 評價函數는

$$J_{mp}(T) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^T \{e_1(KT+t)\}^2\, dt \quad (0 \leq t < T) \qquad \cdots\cdots \qquad (2.22)$$

단 $e_1(KT+t) = r(KT+t) - C(KT+t)$ $(0 \leq t < T,\ K = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$

$r(KT+t) = U_0(t)$

로 表示된다.

3.2 디지탈 PID制御器에 있어서 最適퍼래미터의 決定

PID 制御器의 最適퍼래미터는 式(2.9), (2.12) 및 (2.13)의 拘束條件下에서 다음 式의 解를 구함으로써 얻을 수 있다.[11)]

P制御의 경우

$$\frac{dJ_P}{dP} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial J_P}{\partial T} \\[2ex] \dfrac{\partial J_P}{\partial K_P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{d^2 J_P}{dP^2} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 J_P}{\partial T^2} & \dfrac{\partial^2 J_P}{\partial T \partial K_P} \\[2ex] \dfrac{\partial^2 J_P}{\partial K_P \partial T} & \dfrac{\partial^2 J_P}{\partial K_P^2} \end{pmatrix} : \text{正定 (positive definite)}$$

단 $P^T = (T, K_P)$

PD制御의 경우

$$\frac{dJ_{pd}}{dP} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial J_{pd}}{\partial T} \\[2ex] \dfrac{\partial J_{pd}}{\partial K_p} \\[2ex] \dfrac{\partial J_{pd}}{\partial T_D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{d^2 J_{pd}}{dP^2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial T \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial T \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial K_P \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial K_P^2} & \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial K_P \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial T_D \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial T_D \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pd}}{\partial T_D^2} \end{pmatrix} \text{ : 正定 (positive definite)}$$

단 $P^T = (T, K_P, T_D)$

PI 制御의 경우

$$\frac{dJ_{pi}}{dP} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J_{pi}}{\partial T} \\ \frac{\partial J_{pi}}{\partial K_P} \\ \frac{\partial J_{pi}}{\partial T_I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{d^2 J_{pi}}{dP^2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial T \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial T \partial T_I} \\ \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial K_P \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial K_P^2} & \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial K_P \partial T_I} \\ \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial T_I \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial T_I \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pi}}{\partial T_I^2} \end{pmatrix} \text{ : 正定 (positive definite)}$$

단 $P^T = (T, K_P, T_I)$

PID 制御의 경우

$$\frac{\partial J_{pid}}{\partial P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J_{pid}}{\partial T} \\ \frac{\partial J_{pid}}{\partial K_P} \\ \frac{\partial J_{pid}}{\partial T_I} \\ \frac{\partial J_{pid}}{\partial T_D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial P^2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T \partial K_P} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T \partial T_I} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T \partial T_D} \\ \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P \partial T} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P^2} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P \partial T_I} & \frac{\partial^2 J_{pid}}{\partial K_P \partial T_D} \end{pmatrix} \text{ : 正定 (positive definite)}$$

$$
\left(\begin{array}{cccc}
\dfrac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I \partial T} & \dfrac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I \partial K_P} & \dfrac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I{}^2} & \dfrac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_I \partial T_D} \\[2ex]
\dfrac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_D \partial T} & \dfrac{\partial^2 J_{pid}}{\partial T_D \partial K_P} & \dfrac{\partial^2 {}_{pid}}{\partial T_D \partial T_I} & \dfrac{\partial^2 {}_{pid}}{\partial T_D{}^2}
\end{array}\right)
$$

단 $P^T = (T,\ K_P,\ T_I,\ T_D)$

그러나, 이들 式에서 最適파래미터를 理論的으로 求하기는 매우 困難하므로, 本 硏究에서는 DB型 制御器, MP型 制御器의 評價函數 計算과 아울러서 컴퓨터에 의한 數値計算으로 구하기로 한다.

4. 數 値 計 算

우선 여기서는 P制御器, PD制御器 및 데드비트型 制御器, 미니멀프로토型 制御器를 制御器로 使用하였을 경우 Fig. 2 의 피이드백 制御系統에 대한 인디셜 應答(式 2.13, 2.14, 2.19, 2.21)과 評價函數(式 2.15~2.18, 2.20, 2.22)의 값을 샘플링 時間 T의 여러 값에 대해서 數値計算으로 計算해 보기로 한다.

또한, P 및 PD制御器에 있어서는 式(2.15), (2.16)으로 計算되는 評價函數를 最小로 하는 比例感度 K_P와 微分時間 T_D의 最適値, 즉 $\hat{K}_P$와 $\hat{T}_D$의 값도 計算해 보기로 한다.

이 數値計算에 있어서 積分計算은 가우스(gauss) 積分法[7,8]을 利用하였고, 샘플링 數는 偏差應答의 收斂領域으로 생각되는 128 週期까지 計算하였다.[6)]

그리고, 制御對象의 定常利得과 時定數를 1로 하였다.

이 數値計算에 있어서 各 評價函數 또는 制御器의 定數値를 求하는 式들은 各各 다음과 같다.

(1) P制御器

$$D(z) = K_P$$

$$J_P(T, K_P) = \sum_{k=0}^{128} \int_0^T \{e_1(KT+t, K_P)\}^2 dt \quad (0 \leq t < T)$$

(2) PD制御器

$$D(z) = \frac{K_P\left\{\left(1+\frac{T_D}{T}\right)z^2 - \left(1+\frac{2T_D}{T}\right)z + \frac{T_D}{T}\right\}}{z(z-1)}$$

$$J_{pd}(T, K_P, T_D) = \sum_{k=0}^{128} \int_0^T \{e_1(KT+t, K_p, T_D)\}^2 dt \quad (0 \leq t < T)$$

(3) DB型 制御器

$$D(z) = \frac{1+P'_o z^{-1}}{Q'_1 + Q'_1 z^{-1}}$$

단 $P'_o = -e^{-\frac{T}{T_c}}$, $Q'_o = K_C\left\{T\left(1-e^{-\frac{T}{T_c}}\right)\right\}$, $Q'_1 = K_C\left\{T_C-(T+T_C)e^{-\frac{T}{T_c}}\right\}$

$$J_{db}(T) = \sum_{k=0}^{1} \int_0^T \{e_1(KT+t)\}^2 dt \quad (0 \leq t < T)$$

(4) MP型 制御器

$$D(z) = \frac{1+P'_o z^{-1}}{Q'_o + Q'_1 z^{-1}}$$

단 $P'_o = -e^{-\frac{T}{T_C}}$, $Q'_o = K_C\{T + T_C(e^{-\frac{T}{T_C}} - 1)\}$, $Q'_1 = K_C\{T_C - (T_C - (T+T_C)e^{-\frac{T}{T_C}}\}$

$$J_{mp}(T) = \sum_{k=o}^{128} \int_o^T \{e_1(KT+t)\}^2 dt \quad (0 \leqq t < T)$$

表 1 은 P 制御器를 使用하는 경우에 있어서 K_P 및 J_P 의 最適値 $\hat{K}_P$ 와 $\hat{J}_P$ 를 $T=0.01$, 0.1, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 100 으로 變化시키면서 計算한 값이며, 表 2 는 PD 制御器를 使用할 때 K_P, T_D 및 J_{pd}의 最適値 $\hat{K}_P$, $\hat{T}_D$ 와 $\hat{J}_{pd}$를 P 制御器의 경우와 같이 구한 값이며, 表 3 과 表 4 는 DB 型 및 MP 型 制御器의 係數 P'_o, Q'_o 및 Q'_1의 값과 J_{db} 및 J_{mp} 의 값을 計算한 것이다.

그리고, Fig. 4 는 이들 4 가지 制御器를 使用했을 때의 評價函數 값을 나타낸 것이다.

Table 1. The optimal values of the P-behavior controller

T	0.01	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
$\hat{K}p$	15.970	3.505	1.315	0.811	0.496	0.299	0.160	0.081	0.013
$\hat{J}p$	0.369	0.727	1.031	1.279	1.654	2.235	3.341	5.624	29.867

Table 2. The optimal values of the PD-behavior controller

T	0.01	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
$\hat{K}p$	1.012	7.800	0.841	0.654	0.468	0.145	0.143	0.078	0.115×10^{-1}
$\hat{T}d$	74.000	1.300	2.300	1.700	1.248	5.668	1.220	0.265	9.620
$\hat{J}pd$	0.982×10^{-2}	0.110	0.433	0.716	1.186	2.280	3.134	5.588	30.431

Table 3. Value of parameters and the estimated function for a controller of the dead beat method

T	0.01	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
P'_0	-0.990	-0.905	-0.607	-0.368	-0.135	-0.183×10^{-1}	-0.335×10^{-3}	-0.113×10^{-6}	-0.372×10^{-43}
Q'_0	0.995×10^{-4}	0.952×10^{-2}	0.197	0.632	1.729	3.927	7.997	16.000	100.000
Q'_1	0.501×10^{-4}	0.468×10^{-2}	0.902×10^{-1}	0.264	0.594	0.908	0.997	0.999	1.000
Jdb	0.759×10^{-2}	0.758×10^{-1}	0.363	0.688	1.242	2.115	3.556	6.275	34.323

Table 4. Value of parameters and the estimated function for a controller of the minimal prototype manner

T	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
P'_0	-0.905	-0.607	-0.368	-0.135	-0.183×10^{-1}	-0.335×10^{-3}	-0.113×10^{-6}	-0.372×10^{-43}
Q'_0	0.484×10^{-2}	0.107	0.368	1.135	3.018	7.000	15.000	99.000
Q'_1	0.468×10^{-2}	0.902×10^{-1}	0.264	0.594	0.908	0.997	0.999	1.000
Jmp	0.246	0.429	0.648	1.064	1.832	3.246	5.957	33.993

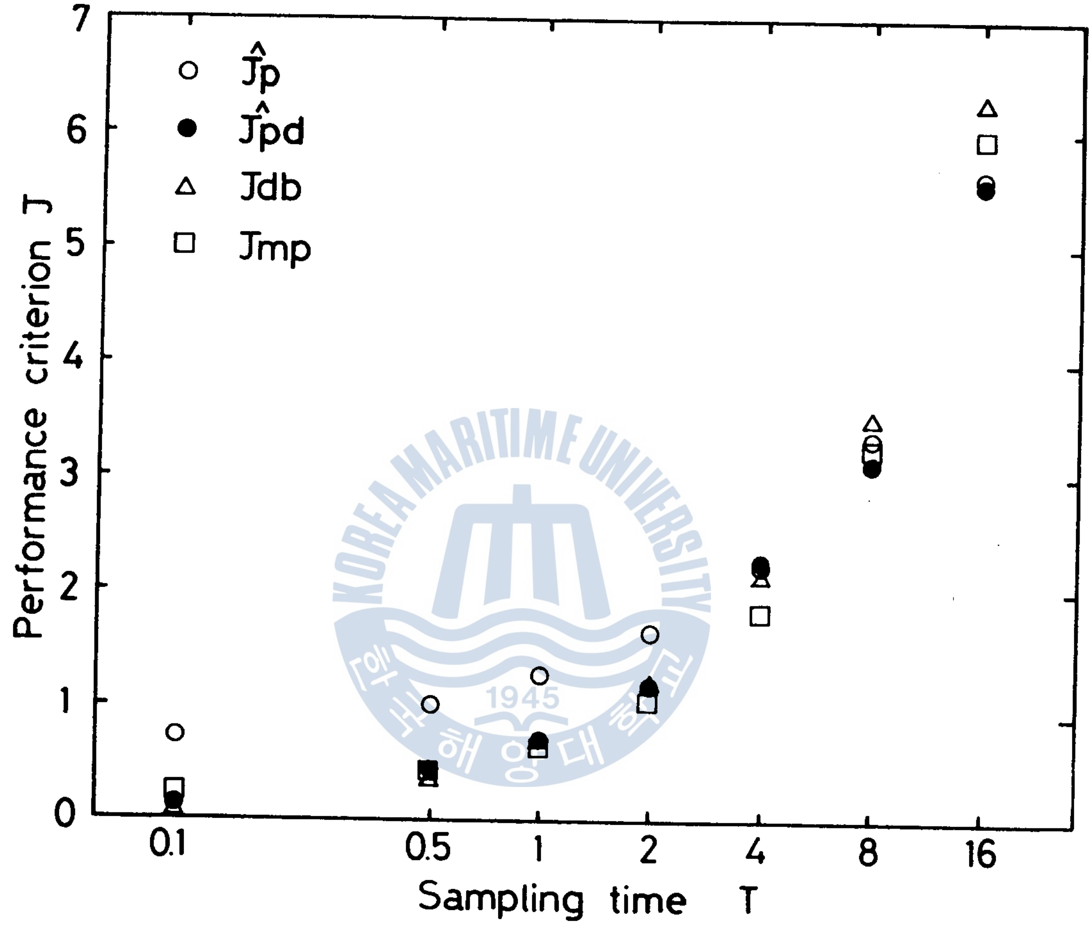

Fig.4 Sampling time versus performance criterion

5. 檢討 및 考察

5.1 制御器의 係數 및 評價函數에 대한 考察

(1) P 및 PD制御器

表1 과 表2 로부터 P制御器에서는 定常利得 K_p 의 값은 샘플링 時間이 커짐에 따라 작아지는 것을 보이고 있는 反面에 PD制御器에서는 그렇지 못한 것을 보이고 있다.

그러나, 評價函數는 두가지 모두 샘플링 時間이 커짐에 따라 커지는 것을 나타내고 있으나, P制御器에서는 DB型 制御器에서 처럼 샘플링 時間이 작아짐에 따라서 評價函數의 값이 현저히 작아지지는 않는 것을 나타내고 있다. PD制御의 評價函數는 全 샘플링 時間에 대해서 다른 方法들의 評價函數와 比較해 볼때 좋은 特性을 가짐을 알 수 있다.

P制御에서 샘플링 時間이 거의 2 以下에서는 時間의 增加分에 대한 評價函數의 變動率은 減少되나, 2 以上에서는 評價函數의 變動率이 거의 一定함을 보이고 있고, P制御에서 샘플링 時間이 0.01 未滿에서 심한 振動을 나타내었다.

(2) DB型 制御器 및 MP型 制御器

이들 두 制御에서 制御器의 傳達函數의 形態와 係數 Q'_0 項을 除外하고는 모두 一致한다.

評價函數의 面에서 샘플링 時間 0.5를 境界로 하여 以下에서는 DB型 制御器가 MP型 制御器보다 確實히 良好한 것으로 나타나고 있다.

그 以上에서는 그다지 差異가 뚜렷하지 않으나, DB型에서 샘플링 時間 0.01 未滿에서, MP型은 0.1 未滿에서 심한 振動으로 인하여 必要 以上의 評價函數 값을 가지므로 無用한 것으로 判斷 되었다.

이들 두 制御器 모두 샘플링 時間이 작아짐으로써 P'_0 項은 -1 에 接近하고, 커짐에 따라 P'_0 項은 0 에 接近함을 보이고 있으며, Q'_0 項은 샘플링 時間에 收斂되는 것을 보이고 있고, Q'_1 項은 1 에 接近하고 있음을 表3, 表4 로부터 볼 수 있다.

즉, 샘플링 時間이 거의 4 以上이 되면, 이들 두 型의 制御器는 모두 다음 式과 같이 表現될 수 있다.

$$D(z) = \frac{1}{T + z^{-1}} \qquad (5.1)$$

5.2 인디셜 應答에 대한 考察

(1) P 및 PD制御器

表5 는 P制御의 샘플링 時間, 應答의 最大値와 그때의 샘플링 數를 나타낸 것으로 샘플링 時間이 커짐에 따라 오버슈트가 減少하고, 또한 샘플링 數가 작아지는 것으로 되나, 應答의 最大値에는 反

比例的이다.

表6 은 PD制御의 샘플링 時間, 應答의 最大値와 그때의 샘플링 數를 나타낸 것으로 샘플링 時間이 커짐에 따라 샘플링 數는 줄어드는 것을 보이고 있다. 또한 오버슈트는 거의 一定하게 나타나고 있다.

(2) DB型 制御器 및 MP型 制御器

表7 은 DB型 制御器의 샘플링 時間과 初期 샘플링에서의 應答關係를 나타낸 것으로 샘플링 時間이 커짐에 따라 應答이 1에 接近함을 볼 수 있고, 샘플링 時間이 작아짐으로써 0.5에 接近함을 볼 수 있다.

表8 은 MP型 制御器의 샘플링 時間과 應答의 最大値를 나타낸 것으로 샘플링 時間이 커짐에 따라 오버슈트가 減少하고, 샘플링 數에 比例하여 目標値에 收斂함을 보이고 있다.

Table 5. Sampling time, peak value of indicial response and sampling number in P-controller

T	0.01	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
Mp	1.658	1.478	1.388	1.343	1.307	1.284	1.273	1.266	1.257
K	78	18	5.9	3.9	2.7	2.1	1.4	1.1	1

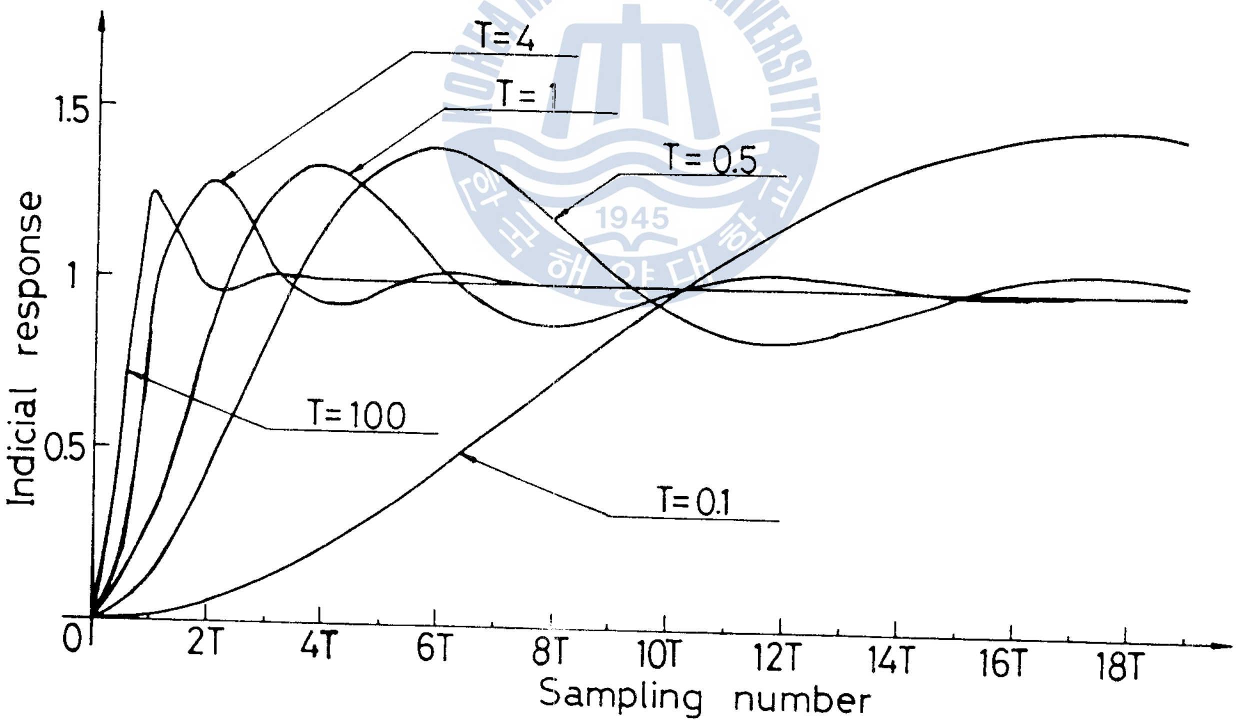

Fig.5 Indicial response according to the change of sampling time in P-controller

Table 6. Sampling time, peak value of indicial response and sampling number in PD-controller

T	0.01	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
Mp	1.204	1.409	1.122	1.180	1.237	1.191	1.247	1.240	1.248
K	3	2.6	2.4	2.1	1.8	1.2	1.2	1.1	1

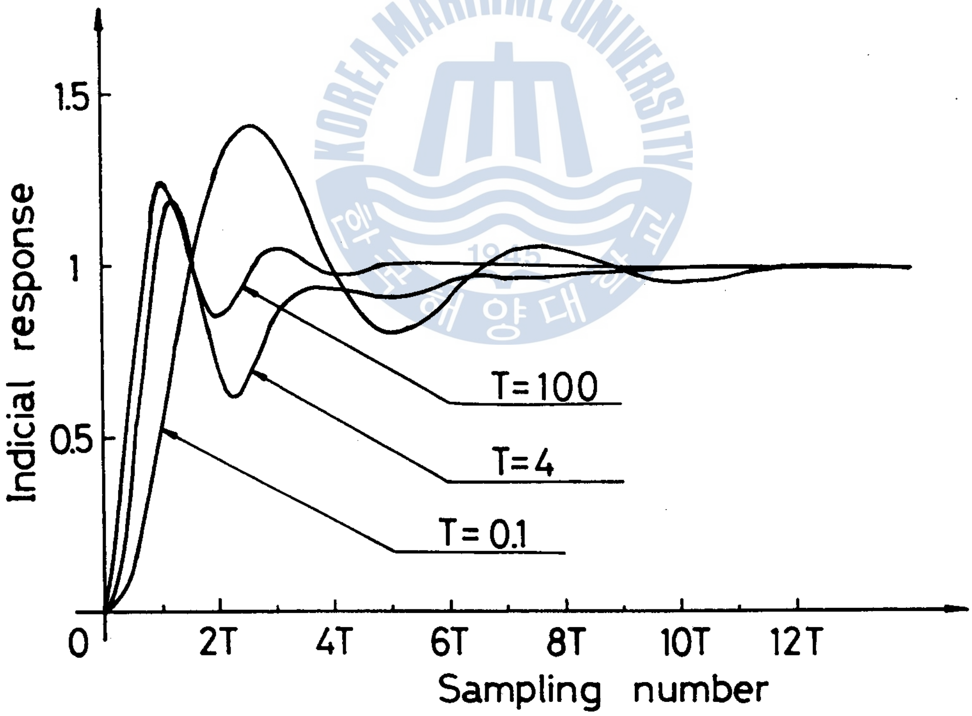

Fig.6 Indicial response according to the change of sampling time in PD-controller

Table 7. Indicial response of the first sampling time in the dead beat method's controller

T	0.01	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
C(T)	0.504	0.508	0.541	0.582	0.657	0.769	0.875	0.938	0.990

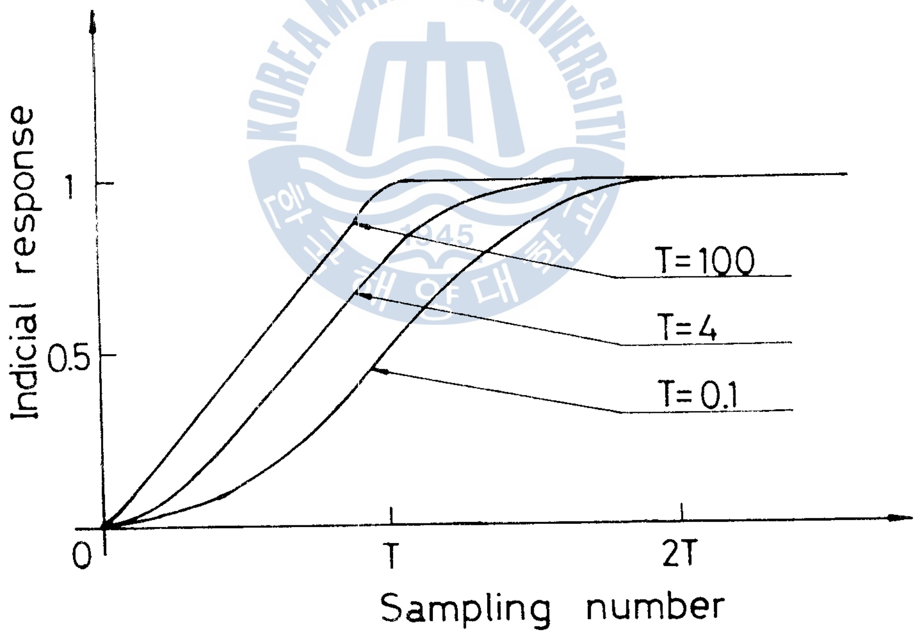

Fig.7 Indicial response according to the change of sampling time in the dead beat method's controller

Table 8. Sampling time and peak value of indicial response in the minimal prototype manner's controller

T	0.1	0.5	1	2	4	8	16	100
Mp	1.484	1.424	1.362	1.275	1.175	1.100	1.054	1.009

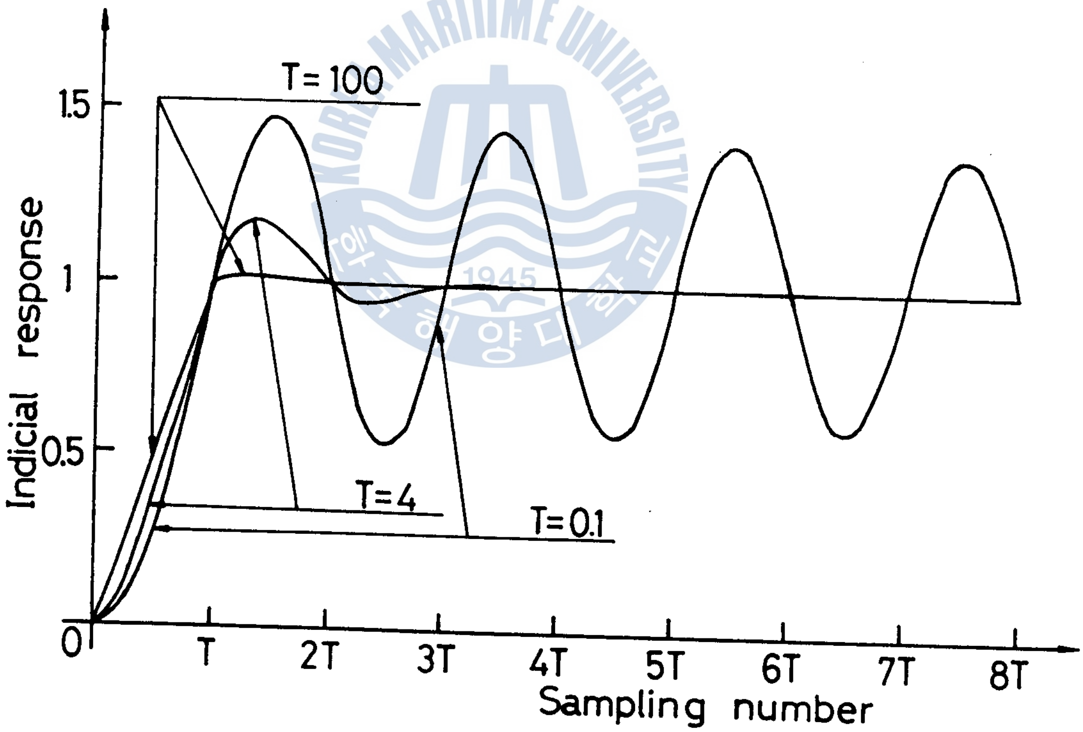

Fig. 8 Indicial response according to the change of sampling time in the minimal prototype manner's controller

6. 結 論

以上과 같이 2次系統을 制御對象으로 하는 디지탈 피이드백 制御系統에 있어서 P 및 PD制御, 데드비트法, 그리고 미니멀프로토타입法을 利用하여 偏差自乘積分을 評價函數로 定義하고, P 및 PD 制御器의 係數의 最適値를 決定하는 方法과 制御器의 係數와 샘플링 時間이 制御特性에 미치는 影響 등에 대해 考察하였다.

本 硏究에서는 디지탈 制御器의 파래미터와 評價函數를 인디셜 應答과의 比較, 檢討로써 다음과 같은 結論을 얻을 수가 있다.

i) P 制御器의 最適 파래미터 $\widehat{K_P}$와 PD制御器의 最適 파래미터 $\widehat{K_P}$와 $\widehat{T_D}$는 本 研究에서 提案한 評價函數를 利用하면 容易하게 決定할 수 있다.

ii) 最適 파래미터 $\widehat{K_P}$ 및 $\widehat{T_D}$를 使用해서 應答計算을 해 본 結果 P制御器는 샘플링 時間이 8 以上에서 良好한 應答을 나타냈고, PD制御器는 本 研究에서 糾明한 샘플링 時間의 全 範圍에서 다른 制御器를 보다 良好한 것으로 判明되었다.

iii) P制御에서 샘플링 時間 0.01 未滿일 때 심한 振動現象을 보이며, 샘플링 時間이 커짐에 따라 오버슈트가 減少하고, 인디셜 應答의 最大値를 나타내는 샘플링 數는 1에 가까워졌다.

iv) PD制御에서는 샘플링 時間이 커짐에 따라 오버슈트가 減少하지는 않았으나, 인디셜 應答의 最大値를 나타내는 샘플링 數는 1에 가까워졌다.

v) 데드비트型 制御器는 샘플링 時間이 0.5 以下에서, 미니멀프로토型 制御器는 샘플링 時間이 1에서 8까지의 範圍에서 良好하고, 이 두 制御器에서 制御對象의 利得과 時定數를 1로 하였을때 샘플링 時間(T)이 制御對象의 時定數(T_C)의 약 4倍 以上이 되면, 이 두 制御器를 다음 式과 같이 表現할 수 있다.

$$D(z) = \frac{1}{T + z^{-1}}$$

여기서 PID制御器에 대해서는 앞으로 補完해야 될 것으로 생각 된다.

6. 結　　論

以上과 같이 2次系統을 制御對象으로 하는 디지탈 피이드백 制御系統에 있어서 P 및 PD制御, 데드비트法, 그리고 미니멈프로토타입法을 利用하여 偏差自乘積分을 評價函數로 定義하고, P 및 PD 制御器의 係數의 最適値를 決定하는 方法과 制御器의 係數와 샘플링 時間이 制御特性에 미치는 影響 등에 대해 考察하였다.

本 研究에서는 디지탈 制御器의 파래미터와 評價函數를 인디셜 應答과의 比較, 檢討로써 다음과 같은 結論을 얻을 수가 있다.

i) P 制御器의 最適 파래미터 $\widehat{K_p}$와 PD制御器의 最適 파래미터 $\widehat{K_p}$와 $\widehat{T_D}$는 本 研究에서 提案한 評價函數를 利用하면 容易하게 決定할 수 있다.

ii) 最適 파래미터 $\widehat{K_p}$ 및 $\widehat{T_D}$를 使用해서 應答計算을 해 본 結果 P制御器는 샘플링 時間이 8 以上에서 良好한 應答을 나타냈고, PD制御器는 本 研究에서 糾明한 샘플링 時間의 全 範圍에서 다른 制御器들 보다 良好한 것으로 判明되었다.

iii) P 制御에서 샘플링 時間 0.01 未滿일 때 심한 振動現象을 보이며, 샘플링 時間이 커짐에 따라 오버슈트가 減少하고, 인디셜 應答의 最大値를 나타내는 샘플링 數는 1에 가까워졌다.

iv) PD 制御에서는 샘플링 時間이 커짐에 따라 오버슈트가 減少하지는 않았으나, 인디셜 應答의 最大値를 나타내는 샘플링 數는 1에 가까워졌다.

v) 데드비트型 制御器는 샘플링 時間이 0.5 以下에서, 미니멈프로토型 制御器는 샘플링 時間이 1에서 8까지의 範圍에서 良好하고, 이 두 制御器에서 制御對象의 利得과 時定數를 1로 하였을때 샘플링 時間 (T)이 制御對象의 時定數 (T_C)의 약 4倍 以上이 되면, 이 두 制御器를 다음 式과 같이 表現할 수 있다.

$$D(z) = \frac{1}{T + z^{-1}}$$

여기서 PID 制御器에 대해서는 앞으로 補完해야 될 것으로 생각 된다.

參 考 文 献

1) 河注植：自動制御工學，韓國海洋大學 海事圖書出版部，釜山，pp. 110, 354～361, (1974).
2) James A. Cadzow, Hinrich R. Martens: Discrete-Time and Computer Control Systems, Prentice-Hall, INC., pp. 12～15, 47～53, 70～73, 76, 100～107, 136～137, 204, 216～223, 245～273, 424～443, (1970).
3) M.T. Jong: Methods of Discrete Signal and System analysis, Mcgraw-Hill Book, CO., pp31～43, 211～212, (1982).
4) Benjamin C. Kuo: Digital Control Systems, Holt, Rinehart and Winston, INC., pp. 468～523, (1980).
5) B.C. Kuo: Discrete-Data control systems, Prentice-Hall, INC., pp. 54～58, 101～108, 234, (1970).
6) Rolf Isermann: Digital Control Systems, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, pp. 42～43, 72, 74～76, 89, 121, (1981)
7) 雨宮綾夫，田口武夫 編：數値解析と FORTRAN, 增補 2版, 丸善株式會社, pp. 324～330, (1978).
8) Shan S. Kuo: Computer Applications of Numerical Methods, Addison-Wesley Publishing CO., pp. 299～309 (1972).
9) Richard C. Dorf: Modern Control Systems, 3rd Edition, Addison-Wesley Publishing CO., pp. 421～445, (1980).
10) KATSUHIKO OGATA: State Space Analysis of Control Systems, Prentice-Hall, INC., pp. 396～408, (1967).
11) Benjamin C. KUO: Automatic Control Systems, 3rd Edition, Prentiec-Hall INC., pp. 161～585, (1975).
12) Deshpande & Ash: Elements of Computer Process Control with advanced control applications, Instrument Society of America, pp. 112～114, 152～157, (1981).
13) Gene F. Franklin and J. David Powell: Digital control of Dynamic systems, Addison-Wesley Publishing company, INC., pp. 85～92, 95～127, (1980).
14) James A. Cadzow: Discrete-time systems, Prentice-Hall, INC., pp. 233～234, 268～272, 389～39.., 401～403, (1973).