

공학석사 학위논문

축계 정렬 모델링이 베어링 반력
해석에 미치는 영향

Effect of the Shafting Alignment Modeling
for Bearing Reaction Analysis

지도교수 김 의 간

2007년 2월

한국해양대학교 대학원

기계공학과 이 현 권

목 차

List of Figures	ii
List of Tables	iv
Abstract	v
제1장 서 론	1
1.1 연구의 배경	1
1.2 연구의 목적	4
1.3 논문의 내용 및 구성	6
제2장 축계 정렬의 이론적 해석	8
2.1 기본식의 유도	8
2.2 절점방정식의 해법	13
2.3 반력영향계수의 계산	15
제3장 메인 베어링 모델링과 축계 베어링 반력	18
3.1 크랭크축 등가환봉	18
3.2 크랭크축 등가환봉을 이용한 실선 축계의 베어링 반력 해석	20
3.3 메인베어링 수에 따른 베어링 반력 해석	24
제4장 ANSYS를 이용한 베어링 반력 해석	36
4.1 기본 이론	36
4.2 ANSYS에 의한 베어링 반력 해석	39
4.3 전체 모델링 베어링 반력 해석	44
제5장 결 론	48
참 고 문 헌	50

List of Figures

Fig. 2.1 Nonuniform section beam	8
Fig. 2.2 Coordinates system of beam element and forces of end-section	11
Fig. 2.3 Beam loaded with horizontal forces and moments	13
Fig. 2.4 Management processing of supporting points	15
Fig. 2.5 Nodal point displacement	16
Fig. 3.1 Crank shaft of 1-throw beam model	19
Fig. 3.2 The shafting system	21
Fig. 3.3 Division of propeller shaft for input	22
Fig. 3.4 Division of intermediate shaft for input	22
Fig. 3.5 Division of crank shaft for input	22
Fig. 3.6 Analyzed output of bearing reaction forces	23
Fig. 3.7 Shafting system of 175,000 DWT bulk carrier	26
Fig. 3.8 Comparison of bearing reaction forces according to the main bearing number	27
Fig. 3.9 Shafting system of 320,000 DWT crude oil carrier	28
Fig. 3.10 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number	29
Fig. 3.11 Shafting system of 159,000 DWT crude oil carrier	30
Fig. 3.12 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number	31
Fig. 3.13 Shafting system of 46,000 DWT product/chemical tanker	32
Fig. 3.14 Comparison of bearing reaction forces according to bearing number	33
Fig. 3.15 Shafting system of 105,000 DWT product carrier	34
Fig. 3.16 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number	35
Fig. 4.1 Element and node	37

Fig. 4.2 Drawing of shafting	41
Fig. 4.3 The shafting modeling for bearing reaction analysis	41
Fig. 4.4 Finite element model(FEM) for bearing reaction analysis	41
Fig. 4.5 Analyzed bearing reaction forces of shafting system	43
Fig. 4.6 The result of analyzed bearing reaction forces comparison according to different program	43
Fig. 4.7 Full modeling for bearing reaction analysis	45
Fig. 4.8 Full modeling of main engine shaft	46
Fig. 4.9 Full finite element model of main engine shaft for bearing reaction forces analysis	46
Fig. 4.10 Comparison of analyzed bearing reaction forces between equivalent shaft and real engine model by ANSYS	47
Fig. 4.11 Comparison of analyzed bearing reaction forces between ABS and ANSYS full modeling	47

List of Tables

Table 3.1 Specifications of the propulsion shaft	21
Table 3.2 The vessel type for bearing reaction forces calculation	24
Table 3.3 Specifications of the propulsion shaft(1)	26
Table 3.4 Specifications of the propulsion shaft(2)	28
Table 3.5 Specifications of the propulsion shaft(3)	30
Table 3.6 Specifications of the propulsion shaft(4)	32
Table 3.7 Specifications of the propulsion shaft(5)	34
Table 4.1 Specifications of the propulsion shaft	40

Effect of the Shafting Alignment Modeling for Bearing Reaction Analysis

HeonKwon, Lee

Department of Mechanical Engineering
Graduate School, Korea Maritime University

Abstract

Recently, low speed large diesel engines which are two stroke type used in ship have been increased bearing damage at aft side of main engine due to the effects of inadequate shafting alignment. A double bottom of engine room including a main engine is growing tendency so that the hull thickness which is optimized is getting thin that the hull deforms easily and a propulsion shaft can't follow in deformations of the hull and main engine the reason is that the propulsion shaft has a opposite tendency, so bearings which are located in main engine should be occur damages.

A shafting alignment calculation is the first step in a shafting alignment process. The one of important problems is how can be estimated exactly for bearing reaction forces in the static state. It has to estimate exactly for bearing reaction to ensure stability about results of the shafting alignment work.

Main engine bearings have margin of load so that they prevent before damage and it needs to design flexibly so that it copes with the several

situations. It needs to calculate alignment which is including main engine bearings and to do alignment calculation of high accuracy including them when measures are considered .

Main bearings which are considered in alignment calculation including main engine bearings and shapes of engine internal modelling should be reviewed. On this review is investigated calculating method of exact bearing reaction, further.

There are not any regulations about number of main engine bearings to consider shafting alignment calculation. And commonly, shafting alignment considered by around four main engine bearings is calculated in tail of hull. Bearing reaction forces which is considered in variable shafting alignment is that depend on main engine bearing, so that it needs to review. On this wise, as stands on reviewed results it is investigated to search for bearing reaction forces exactly to number of main bearings in shafting alignment calculation.

The shafting alignment calculation dose not correspond with the real modeling of engine internal shapes. Most of the shafting alignment calculations assume that a crank shaft is continuous beams and it is calculated by offering data from engine maker.

On this wise, when shafting alignment is calculated bearings reaction forces which are depended on main engine bearing and engine modeling shapes are reviewed so that it is investigated to search for methods for exact bearing reaction forces. As the results of the methods, results which are about shafting alignment work ensure stability.

제 1 장 서 론

1.1 연구의 배경

선박의 추진 축계 정렬 계산 시에 베어링 반력의 부정확한 평가를 통한 축계 정렬로 추진축 베어링의 이상마멸, 중간축 베어링의 무부하 상태, 또는 과열, 감속치차 치의 마멸, 파손 등의 문제가 발생할 수 있다. 축계 베어링 반력의 정확한 계산을 통한 축계정렬 작업을 수행하여 각 지지 베어링을 단위 높이만큼 변화시켰을 때의 하중변화량 즉, 반력영향계수를 계산해서 각 베어링의 위치를 수직 및 전후방향으로 조절함으로써 처짐곡선에 가깝게 정렬할 수 있다. 또한, 이러한 정렬이 되어야만 여러 가지 축계정렬에 영향을 미치는 변화에 대해 둔감하고 안정하게 된다. 이에 관한 연구는 1950년대 후반부터 미국 해군에서 시작하여 점차 일반 선박으로 확대되었으며 1960년대 후반부터 1970년대 초반에 걸쳐 각 조선소, 선급협회에서 활발히 진행되어 왔다.^{[1]-[11]}

최근에는 대형저속 2행정기관을 탑재한 선박에서 축계정렬의 잘못에 기인하는 메인 엔진 선미측 베어링의 손상이 증가하는 경향이 있다. 축계 정렬과 관련된 축계의 손상은 불충분한 분석, 선박의 설계 과정에서의 설계 변경과 축계 정렬 작업을 수행하는 조선소의 실무 경험 부족 그리고 제대로 정의되지 않은 분석적인 기준에서 대부분이 유래한다. 이를 방지하기 위하여 선급협회에서는 선급 규정 이외에 축계 정렬에 대한 지침서를 제공하고 있다.^{[12]-[14]}

잘못된 축계 정렬로 인한 축계 손상의 다른 원인으로는 흘수의 변화에 의한 기관실 이중저(double bottom) 및 메인 엔진 베드의 변형, 온도 변화에 의한 메인 엔진 자신의 열변형, 메인 엔진 베드의 강성 저하, 고출력화에 의한 추진축의 강성 증가 등의 영향을 생각할 수 있다. 결국, 메인 엔진을 포함한 기관실 이중저는 선체 최적화에 의해 두께가 얇아져 변형하기 쉬운 경향이 있고 추진축계는 이것과는 반대경향에 있기 때문에 선체 및 메인 엔진의 변형에 추

진축이 추종할 수 없고, 여기에 더하여 베어링 간격이 좁을 경우 정렬 변화에 대한 감도가 대단히 높게 되어 중간축 베어링, 선미관 베어링 및 메인 엔진 베어링에 손상이 발생하는 상황에 이르게 된다.

중래의 축계정렬에 기인하는 손상은 후부 선미관 베어링의 끝부분에 과도한 부하가 발생하여 베어링이 마멸되는 경우가 대부분을 차지하고 있었으며 축계 정렬은 후부 선미관 베어링에 있어 선미쪽 끝부분 하중의 완화를 주된 목적으로 하여 설계되어 왔다. 후부 선미관 베어링의 부하를 적절히 분배하기 위해 베어링 자체의 잘못된 정렬이 선급협회에서 규정하는 기준치 이상인 경우 베어링을 경사보어링 함으로써 후부 선미관 베어링의 부하가 균등하게 분포되도록 하고 있다. 후부 선미관 베어링의 분포하중에 관한 연구^{[15],[16]}는 각 선급이나 조선소에서 계속되고 있으며 현재로서는 선미관 베어링에 관한 정렬설계가 어느 정도 확립이 되어 큰 문제가 되지 않는다.

이것에 비해 메인 엔진 베어링의 손상은 기관실 이중저 및 메인 엔진과 관련된 변형에 대해 아직 불명확한 것이 많기 때문에 정밀도가 높은 정렬계산 방법이 확립되어있지 않다. 이것은 선체 변형과 연관된 부분이 많고, 확실한 예측이 어렵다. 그래서 조선소와 선급에서 축계 정렬과 선체 변형에 연관된 문제에 대한 연구^{[17]~[23]}를 진행 중에 있다.

메인 엔진 베어링의 손상을 미연에 방지하기 위하여 메인 엔진 베어링에 발생하는 하중에 여유를 가지면서, 여러 상황에 대응할 수 있는 유연한 설계를 하는 것이 필요하다. 이와 같은 대책을 강구할 때 메인 엔진 베어링과 엔진 내부 장치들을 포함한 높은 정밀도의 정렬 계산을 수행하여야한다. 이에 대해 대형 2행정 디젤 엔진에서의 크랭크축에 대한 기준의 개발^[24], 축계 정렬 계산에 있어 크랭크축의 강성 및 등가축경에 대한 연구^[25] 그리고 축계 정렬계산의 정밀도를 높이기 위한 연구^[26]가 일본 조선소와 선급에 의하여 소개되었으며, 추진 축계 정렬 해석을 위한 크랭크축 모델링에 관한 연구도 최근 한국 조선소에서 수행되었다.^[27]

최근에는 선체 최적화와 선박의 고출력화로 인해 발생하고 있는 축계 손상 방지를 위한 대책이 요구되고 있다. 따라서 축계 정렬 작업 결과의 안정성을 보장하기 위하여 축계 정렬 작업 이전에 축계 베어링 반력에 대한 정확한 해석의 필요성이 증대되고 있다.

1.2 연구의 목적

추진 축계 정렬 절차를 수행하기 위한 바람직한 상태는 선박이 진수되기 바로 전 드라이독 상태다. 선박이 진수 된 후에 축계 정렬을 최적화하기 위한 축계의 조정은 힘든 작업이다. 선박의 진수 이전에 축계 베어링 반력의 정확한 평가를 통해서 축계 정렬 절차를 수행해야만 축계 정렬 작업의 안정성이 확보될 수 있으므로 축계 정렬 설계 시에 정확한 베어링 반력을 해석하는 작업이 중요하다.

축계 정렬 해석 시에 고려되는 메인 베어링 및 크랭크 케이스 내부를 모델링 하는 형태에 따라 베어링의 반력은 다르게 평가된다. 실제와 다르게 평가된 베어링 반력 값을 기초로 하여 축계정렬을 할 경우 베어링이 손상되는 문제가 발생할 가능성이 있다.

통상적으로 선미측에서 4개 정도의 메인 베어링을 포함 시켜서 축계 정렬 계산을 수행하고 있지만, 축계 정렬 계산 시에 고려해야 되는 메인 베어링의 수에 대한 규정은 따로 정해져 있지 않다. 축계 정렬 해석 시 고려하는 메인 베어링의 수에 따라 베어링 반력이 다르게 평가될 수 있으므로 축계의 베어링 전체를 모델링 하여 베어링 반력을 해석했을 때와 그 수를 달리하여 해석하였을 때의 차이를 비교하고, 이를 검토하여 모델링에 사용한 메인 베어링의 수가 베어링 반력에 미치는 영향에 대해 알아본다. 이를 위해 메인 엔진과 축계 사양이 다른 실제 5개 선박에 대해 축계 정렬 해석 결과에 메인베어링의 수가 베어링 반력 해석에 미치는 영향을 검토한다.

축계 정렬 계산 시에 크랭크축, 피스톤, 연접봉, 크로스헤드 등과 관련된 엔진 내부 장치들을 연속보로 가정한 등가환봉으로 치환하여 베어링 반력을 해석한다. 기존의 프로그램들도 이와 같이 엔진 내부를 등가환봉으로 치환하여 베어링 반력을 해석하고 있으나 실제 엔진 내부는 복잡한 형상을 하고 있으므로 해석상 차이가 발생할 수 있다. 따라서 등가환봉으로 엔진 내부 장치들을 치환하여 베어링 반력을 구하였을 때와 크랭크축과 피스톤, 연접봉, 크로스헤드 등과 관련된 장

치들을 실제 형상에 따라 모델링하고 범용유한요소해석 프로그램을 이용하여 축계 정렬 계산을 수행했을 때를 비교하고 그 결과를 검토한다.

따라서 본 논문에서는 축계 정렬 계산 시에 고려되는 메인 베어링의 수 및 엔진 내부 모델링 형태에 따라 달라지는 베어링 반력을 비교 및 검토하여, 이들이 베어링 반력 해석에 미치는 영향을 알아본다. 그 결과를 바탕으로 축계 정렬 계산 시에 보다 정확한 베어링 반력을 구하기 위한 방법을 제시하고자 한다.

1.3 논문의 내용 및 구성

본 논문은 총 5장으로 구성되어 있고 1장에서는 연구의 배경 및 목적, 논문의 내용과 구성에 대하여 소개하고 있다.

2장은 축계 배치의 이론적 해석 방법에 대해서 설명한다. 이러한 해석에 이용되는 방법에는 여러 가지가 소개되고 있으나 일반적으로 일반재료역학에서 부정정보 문제를 다루는데 많이 이용되는 3연모멘트정리에 의한 방법, 복잡한 구조물해석에 널리 이용되는 매트릭스 구조해석법에 의한 방법 및 보의 응력이나 진동해석에 이용되는 전달매트릭스법에 의하는 방법 등이 널리 이용되고 있다.^{[28]-[30]} 이 장에서는 본 연구에서 적용한 매트릭스 구조해석법에 대해서 설명한다.

3장에서는 축계 정렬 계산에서 크랭크축 부분을 등가환봉으로 치환하는 간단한 수식을 소개한다. 그 등가환봉을 이용하여 선박 축계의 베어링 반력을 해석하는 방법을 설명하고, 그 결과를 보여준다. 등가환봉을 이용한 축계 정렬 해석에서 고려되는 메인 베어링 수와 그 수를 달리 하였을 때 다르게 평가되는 베어링 반력 값을 실제 선박에 적용해 분석한다. 각각의 메인 엔진과 축계 사양이 다른 선박, 즉 17만 5천톤급 살물선, 32만톤급 대형 원유 운반선, 15만 9천톤급 원유 운반선, 4만 6천톤급 석유/화학 운반선, 10만 5천톤급 정유 운반선에 대해 메인 베어링 수에 따른 베어링 반력을 해석하고 평가한다. 이러한 계산의 결과를 검토하여 축계 정렬 계산 시에 정확한 베어링 반력을 구하기 위한 메인 베어링 수에 대해 각 호선 별로 알아본다.

4장에서는 유한요소 해석 프로그램을 이용하여 베어링 반력을 구하는 방법에 대해 알아본다. 우선 유한요소 해석의 기본 이론에 대해 기술한다. 실제 선박의 축계에 범용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 구한 베어링 반력 값의 결과를 보여준다. 이를 기존의 계산 결과와 검토하여 그 타당성을 입증하고, 이를 이용하여 크랭크축, 피스톤, 크로스헤드, 연접봉 등의 엔진

내부 장치들을 실제에 근접하게 모델링 하여 베어링 반력을 구한다. 기존의 프로그램에서 고려하지 못하는 엔진 내부의 실제 모델링에 따른 베어링 반력 계산 값의 차이를 비교 및 검토한다.

마지막으로 5장에서 본 연구에서 얻은 결과를 요약한다.

제 2 장 축계 정렬의 이론적 해석

베어링 반력의 이론적 해석에 이용되는 방법에는 여러 가지가 소개되고 있으나 본 논문에서는 복잡한 구조 해석에 널리 이용되는 매트릭스 구조해석법에 의한 방법이 축계 정렬 해석에 사용되었으며 이에 관하여 설명하고자 한다.

2.1 기본식의 유도

2.1.1 횡하중과 모멘트하중을 받는 부등 단면보의 절점방정식

최근 프레임이나 연속체의 구조 역학적 해석법으로서 매트릭스법이 많이 이용되고 있는데 이것의 기초가 되는 것은 강성 매트릭스(stiffness matrix)이다.

Fig. 2.1(a)와 같은 부등 단면보를 등단면으로 간주할 수 있을 정도까지 미세한 구간으로 세분하고 각 구간마다 강성매트릭스를 비롯하여 외력의 벡터, 단면력의 벡터 등을 구하면 절점방정식은 식(2.1)과 같이 나타낼 수 있다.

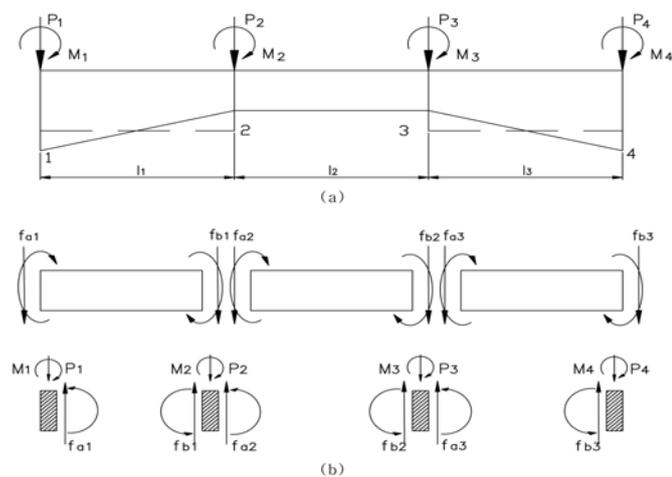


Fig. 2.1 Nonuniform section beam

$$\begin{aligned}
f_{a1} &= k_{aa1}U_{a1} + k_{ab1}U_{b1} + f_{fa1} \\
f_{b1} &= k_{ba1}U_{a1} + k_{bb1}U_{b1} + f_{fb1} \\
f_{a2} &= k_{aa2}U_{a2} + k_{ab2}U_{b2} + f_{fa2} \\
f_{b2} &= k_{ba2}U_{a2} + k_{bb2}U_{b2} + f_{fb2} \\
f_{a3} &= k_{aa3}U_{a3} + k_{ab3}U_{b3} + f_{fa3} \\
f_{b3} &= k_{ba3}U_{a3} + k_{bb3}U_{b3} + f_{fb3}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

여기서, $f_{a1}, f_{b1}, \dots, f_{b3}$ 은 각 절점에 작용하는 외력, k_{aa1} 은 a점에 단위변위를 일으키기 위하여 a1점에 가하여야할 힘, U_{a1} 은 a1점의 변위, k_{ab1} 은 a점에 단위변위를 일으키기 위하여 b1점에 가하여야할 힘, U_{b1} 은 b1점의 변위이다. f_{fa1} 은 a1단의 고정단 단면력(양단 a, b를 고정하였을 때 작용외력에 의하여 a, b단에 생기는 단면력)이다. 여타의 식에서도 동일하게 정의된다. Fig. 2.1(b)를 참조하면 식(2.2)와 같이 된다.

$$f_{a1} = P_1, f_{b1} + f_{a2} = P_2, f_{b2} + f_{a3} = P_3, f_{b3} = P_4 \tag{2.2}$$

또한, 부재단의 변위는 이것이 연결되는 절점의 변위와 같으므로 식(2.3)과 같이 된다.

$$U_{a1} = U_{p1}, U_{b1} = U_{a2} = U_{p2}, U_{b2} = U_{a3} = U_{p3}, U_{b3} = U_{p4} \tag{2.3}$$

여기서 $P_1 \sim P_4$ 는 절점에 작용하는 외력, $U_{p1} \sim U_{p4}$ 는 절점의 변위로서 각각 f_a, f_b 와 U_a, U_b 와 같은 내용의 성분을 갖는 벡터이다. 식(2.1)을 식(2.2)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
k_{aa1}U_{a1} + k_{ab1}U_{b1} &= P_1 - f_{fa1} \\
k_{ba1}U_{a1} + k_{bb1}U_{b1} + k_{aa2}U_{a2} + k_{ab2}U_{b2} &= P_2 - f_{fa2} - f_{fb1} \\
k_{ba2}U_{a2} + k_{bb2}U_{b2} + k_{aa3}U_{a3} + k_{ab3}U_{b3} &= P_3 - f_{fa3} - f_{fb2} \\
k_{ba3}U_{a3} + k_{bb3}U_{b3} &= P_4 - f_{fb3}
\end{aligned}$$

위의 식 U_{a1}, U_{b1}, \dots 을 식(2.3)을 이용하여 $U_{p1} \sim U_{p4}$ 로 치환하면 다음 식 (2.4)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} k_{aa1} & k_{ab1} & 0 & 0 \\ k_{ba1} & k_{bb1} + k_{aa2} & k_{ab2} & 0 \\ 0 & k_{ba2} & k_{bb2} + k_{aa3} & k_{ab3} \\ 0 & 0 & k_{ba3} & k_{bb3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{P1} \\ U_{P2} \\ U_{P3} \\ U_{P4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{fa1} + 0 \\ f_{fa2} + f_{fb1} \\ f_{fa3} + f_{fb2} \\ 0 + f_{fb3} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

식(2.4)가 Fig. 2.1(a)의 보의 절점방정식이다. 우변의 최초의 벡터는 절점에 작용하는 외력이고 제2의 벡터는 각 부재의 고정단 단면력을 절점마다 모은 것으로서 각 부재의 중간에 작용하는 외력을 절점하중으로 변환한 것이다. 좌변의 계수 행렬은 보 전체의 강성 매트릭스이다. 식(2.1)에 대입하면 각 부재의 부재단 단면력 $f_{fa1} \sim f_{fb3}$ 등을 구할 수 있다.

2.1.2 횡하중과 모멘트하중을 받는 보의 강성매트릭스

부재 AB에 대하여 Fig. 2.2와 같이 좌표계를 정하고 좌표의 방향과 부재에 작용하는 단면력의 방향을 일치시킨다.

보의 길이를 l , 종탄성계수를 E , 단면 2차 모멘트를 I 라 하면 강성매트릭스는 식(2.5)와 같이 된다. 이러한 관계식은 Castigliano의 정리와 Maxwell-Betti의 상반정리를 이용하면 비교적 간단하게 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} S_a \\ M_a \\ S_b \\ M_b \end{bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ \theta_a \\ V_b \\ \theta_b \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

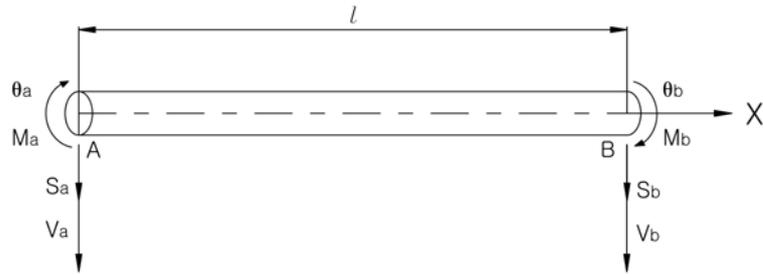


Fig. 2.2 Coordinates system of beam element and forces of end-section

따라서 횡하중(S_a, S_b)과 모멘트하중(M_a, M_b)을 받는 보의 기본식은

$$\begin{bmatrix} S_a \\ M_a \\ \dots \\ S_b \\ M_b \end{bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ \theta_a \\ \dots \\ V_b \\ \theta_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{fa} \\ M_{fa} \\ \dots \\ S_{fb} \\ M_{fb} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

여기서, $S_{fa}, S_{fb}, M_{fa}, M_{fb}$ 는 각 절점에서의 외력에 의한 횡하중과 모멘트 하중을 나타낸다. 식(2.6)을 간략하게 표시하면 식(2.7)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{fa} \\ f_{fb} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

연속보를 임의의 부재로 n분할하였을 때 각 부재에 대하여 식(2.5)를 구하고 이들을 합성하여 전체 보에 대한 종합 강성 매트릭스를 구한다. 종합강성

매트릭스는 식(2.4)의 좌변에 보이는 바와 같이 첫 번째 부재와 두 번째 부재의 강성매트릭스를 합성하여 구한다. 이때 첫 번째 부재의 U_b 는 두 번째 부재의 U_a 와 같으므로 첫 번째 부재의 강성매트릭스의 k_{bb} 와 두 번째 부재의 강성매트릭스의 k_{aa} 을 합하면 된다. 이와 같이 순차적으로 종합하면 전체구조물에 대한 종합강성매트릭스를 구할 수 있다.

2.1.3 횡하중과 모멘트하중을 받는 보의 고정단 단면력

식(2.6)의 등은 다음과 같이 계산되며 식(2.8)~식(2.11)의 각 기호는 Fig 2.3에 의한다.

$$S_{fa} = - \int_0^l \frac{(l-x)^2(l+2x)}{l^3} p(x) dx + \int_0^l \frac{6(l-x)x}{l^3} N(x) dx \quad (2.8)$$

$$M_{fa} = -l \int_0^l \frac{(l-x)^2 x}{l^3} p(x) dx - \int_0^l \frac{(l-x)(l-3x)}{l^2} N(x) dx \quad (2.9)$$

$$S_{fb} = - \int_0^l \frac{x^2(3l-2x)}{l^3} p(x) dx - \int_0^l \frac{6x(l-x)}{l^3} N(x) dx \quad (2.10)$$

$$M_{fb} = -l \int_0^l \frac{x^2(l-x)}{l^3} p(x) dx + \int_0^l \frac{x(2l-3x)}{l^3} N(x) dx \quad (2.11)$$

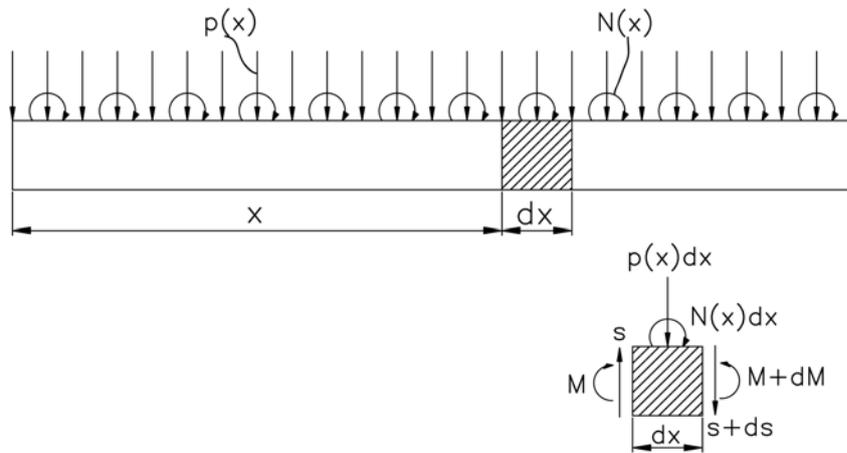


Fig. 2.3 Beam loaded with horizontal forces and moments

2.2 절점방정식의 해법

2.2.1 절점방정식의 해법

횡하중과 모멘트하중을 받는 부등단면보를 n 분할하여 앞의 방법으로 구한 절점방정식의 차수는 $(2n+2)$ 이다. 따라서 통상의 박용기관 축계에 있어 단면의 변화가 있는 곳과 지지점등에 절점을 설치할 경우 절점방정식에 포함되는 매트릭스의 차수는 최소한 수 십차로 되기 때문에 사실상 전자계산기의 도움 없이는 계산수행이 불가능하다. 식(2.4)를 간단하게 표현하면 식(2.12)와 같다.

$$KU = P - f \quad (2.12)$$

여기에서 f 를 좌변으로 이항하여 정리하면 식 (2.13)과 같이 된다.

$$P = KU + f \quad (2.13)$$

여기에서, K 의 역 매트릭스는 유연 매트릭스(flexibility matrix)가 되는데 이를 식(2.12)의 좌측에 곱하면 식(2.14)가 된다.

$$U = K^{-1}(P - f) \quad (2.14)$$

식(2.14)로부터 각 절점의 변위(상하변위와 각변위)가 구하여진다.

각 지지베어링의 반력은 일반적으로 일종의 외력이므로 P 항 중에 포함되며, 따라서 식(2.14)의 결과를 식(2.13)에 대입하면 P 항, 즉 미지의 지점반력이 구하여진다.

2.2.2 지점의 처리

Fig. 2.4와 같이 절점 ①에 지점이 있는 경우에는 변위 V_1 이 영이고 지점 반력 $-R_1$ (아래 방향의 힘을 +로 취하고 있으므로 반력은 -이다.)이 생긴다. 반력도 작용외력의 일종이므로 하중항 P 에 포함시켜야 한다. 그러나 계산 초기에 있어 반력은 미지수이므로 이것을 우변에 그대로 둘 수 없으며 좌변으로 옮기든가 R_1 을 포함하는 방정식을 제거할 필요가 있다. 제거하는 것이 강성매트릭스가 대칭으로 되어 계산이 편리하게 된다.

행을 제거하는 조작은 강성매트릭스의 제1행의 요소를 영으로 놓으면 된다(Fig 2.4(b)참조), 또한 변위를 영으로 하는 대신에 강성매트릭스의 제1열을 영으로 한다.

이상의 결과를 정리하면 지점의 처리는 그 지점과 같은 번호의 강성매트릭스의 행과 열의 요소를 영으로 놓으면 된다. 이 때 행과 열이 모두 영으로 된 강성매트릭스는 역매트릭스 계산이 불가능하므로 이것을 축소시켜 역

매트릭스를 계산한 다음 다시 원상태로 확대하면 된다. 그러나 실제 전산프로그램 작성상에 이 조작은 상당히 번잡하므로 행과 열을 영으로 한 다음 대각요소만을 1로 놓아 역매트릭스를 계산하는 것이 편리하다.

지점이 절점⑤와 같이 탄성 지지되는 경우에는 절점의 변위에 비례하는 반력 $R_5 = KV_5$ (K 는 스프링정수)가 생긴다. 이것도 하중항 P 에 포함시켜야 하는데 V_5 을 포함하는 항을 우변에 둘 수 없다. 이것을 좌변으로 옮겨서 강성매트릭스의 (5.5)요소에 K 를 합산하면 된다. 이와 같은 방법으로 각 지지점의 반력을 계산할 수 있다.

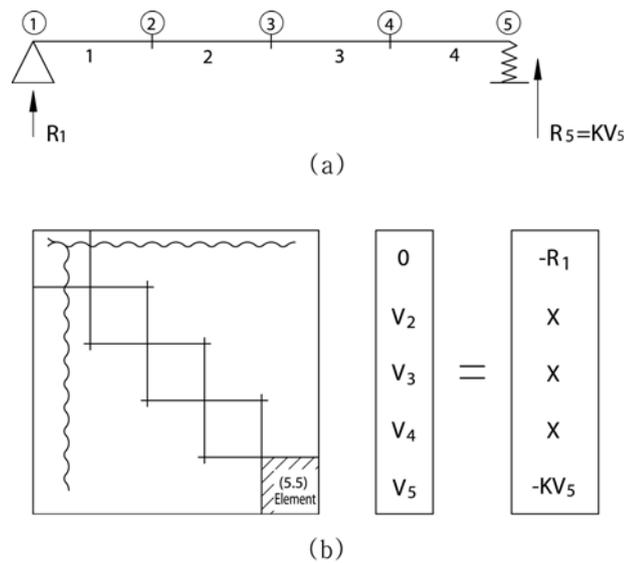


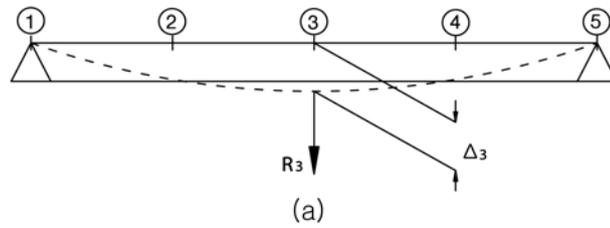
Fig. 2.4 Management processing of supporting points

2.3 반력 영향계수의 계산

지금 어떤 절점이 주어진 양만큼 이동하였을 경우 다른 절점의 상대치는 어떻게 변할 것인가 하는 문제를 생각하여 보기로 한다. 가령 축계의 중간 지점이 침하하였을 경우 각 부분의 단면력, 또는 다른 지점의 지지하중변화

를 구하는 문제가 여기에 해당한다.

Fig. 2.5(a)에 보이는 바와 같이 절점 ③이 Δ_3 만큼 변위한다고 한다. 이 변위를 일으키기 위해서는 절점 ③에 외력 R_3 을 작용시킬 필요가 있다. 따라서 이 경우의 식(2.13)은 Fig 2.5(b)와 같이 된다. Δ_3 은 기지량, R_3 은 미지량이다. 기지량은 우변으로 옮기고 미지량을 포함하는 방정식을 제거하면 Fig. 2.5(c)와 같이 변형된다.



•	•	k_{13}	•	•	V_1	=	0						
•	•	k_{23}	•	•				V_2	0				
k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{33}	k_{33}						Δ_3	R_3		
•	•	k_{43}	•	•								V_4	0
•	•	k_{53}	•	•									

(b)

•	•	0	•	•	V_1	=	$-k_{13}\Delta_3$						
•	•	0	•	•				V_2	$-k_{13}\Delta_3$				
0	0	1	0	0						V_3	Δ_3		
•	•	0	•	•								V_4	$-k_{13}\Delta_3$
•	•	0	•	•									

(c)

Fig. 2.5 Nodal point displacement

구체적으로 설명하면 식(2.12)의 강성매트릭스의 제3열에 $-\Delta_3$ 을 곱하여 우변의 하중항을 만들어서 절점3에 대한 지점의 처리를 행하면 된다. 다만 강성매트릭스의 3행과 3열의 요소를 모두 0으로 하면 V_3 의 값(이것은 Δ_3 이다)이 바르게 구하여지지 않는다. 이 모순을 피하기 위하여 Fig. 2.5(c)와 같이 강성매트릭스의 (3.3)요소를 1, 하중항 벡터의 제 3요소를 Δ_3 으로 하여 풀거나 강성매트릭스의 (3.3)요소를 0으로 한 채 뿐 다음 V_3 를 Δ_3 으로 변경하도록 한다.

이와 같은 방법으로 각 지점이 순차적으로 단위변위 만큼 변화를 일으킬 경우 각 지점의 지지하중(반력)의 변화가 반력영향계수이다.^[32]

제 3 장 메인 베어링 모델링과 축계 베어링 반력

이 장에서는 등가축계를 이용하여 축계의 베어링 반력을 해석하는 방법을 소개한다. 그리고 축계 정렬 해석 시에 메인 베어링 수 전체를 고려하여 축계 베어링 반력을 해석한 결과와 그 수를 달리 하였을 때 달라지는 베어링 반력 해석 결과를 비교 검토해 메인 베어링이 축계 베어링 반력 해석에 미치는 영향에 대해 알아본다.

이 장에서 해석 대상으로 하는 선박은 총 5개 호선이다. 여러 호선에 대해 해석을 실시한 이유는 각 선박마다 엔진 형식과 축계의 전체 길이 등이 다르므로, 이러한 차이로 인해 달라지는 결과를 검토하여 다양한 선박에 대해 베어링 반력을 구하는 방법에 대해 알아보고, 이를 동종 또는 유사 선박에 적용하기 위함이다.

3.1 크랭크축의 등가환봉

대부분의 조선소에서 축계정렬 계산을 수행할 때 등가환봉을 사용하고 있다. 이러한 등가환봉에 대한 정보는 메인 엔진 제작사에서 제공하고 있다. 본 절에서는 축계 정렬 계산에 사용하는 등가환봉을 구하는 법에 대해 간단히 설명한다.

재료역학적 방법에 의해 크랭크축에 대한 등가환봉의 직경을 산출하는 간이식을 다음에 보인다. 이것은 크랭크축 1스로우를 Fig. 3.1에 보이는 것처럼 $mnp'n'm'$ 라 가정하고, 축의 자유단 m' 점에 하중 W 를 주고, 이 m' 점에 있어서의 변위가 크랭크축과 환봉이 같게 되도록 환봉의 직경을 도출한 것이다. 여기서 크랭크축의 핀·저널·암의 굽힘, 전단, 비틀림을 고려하였다.

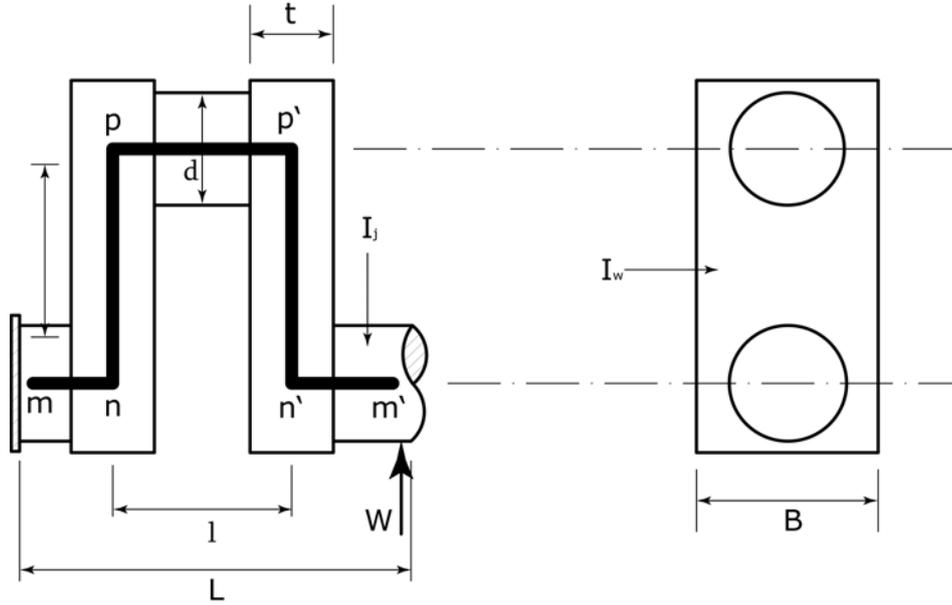


Fig. 3.1 Crank shaft of 1-throw beam model

$$\left(\frac{d_{eq}}{d_j}\right)^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+A_w} \cdot \frac{1}{1+B_w+B_p} \right) \quad (3.1)$$

식(3.1)의 각 항은 식(3.2)로 정의된다.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_w = \frac{3E_j I_j}{2E_w I_w} \cdot \frac{q_1 r}{L} / \left(1 + 0.65 \frac{d_j^2}{L^2}\right) \\ B_w = \frac{3E_j I_j}{2G_w I_\varphi} \cdot \frac{q_2 r}{L} \left(1 + \frac{l^2}{L^2}\right) / \left(1 + 0.65 \frac{d_j^2}{L^2}\right) \\ B_p = \frac{3E_j I_j}{2G_w I_{pp}} \cdot \frac{r^2 l}{L^3} / \left(1 + 0.65 \frac{d_j^2}{L^2}\right) \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{1,2} = 1 - \frac{1 - k_{1,2}}{\left(\frac{r}{d}\right)} \\ k_{1,2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{d^4}{bt^3}\right)K_{1,2}} \end{array} \right. \quad (3.3)$$

$$K_1 = 0.1, K_2 = 0.45$$

$$I_j = \frac{\pi d^4}{64}, I_w = \frac{Bt^3}{12}$$

I_j, I_w	: 단면2차 모멘트	d_j	: 저널의 직경
D_{eq}	: 등가환봉의 직경	$E_w I_w$: 웹의 굽힘강성
$E_j I_j$: 저널의 굽힘강성	$G_w I_{wp}$: 핀의 비틀림강성
$G_{wp} I_{wp}$: 웹의 비틀림강성		

3.2 크랭크축 등가환봉을 이용한 실선 축계의 베어링 반력 해석

이 절에서는 실선 축계의 베어링 반력 해석을 위한 축계 모델링 기법과 크랭크축을 등가환봉으로 치환하여 축계의 베어링 반력을 해석하는 방법을 소개한다. 해석 대상 선박은 32만톤급 원유 운반선으로 일반 사항은 Table 3.1과 같다. 이 선박은 메인 엔진으로 MAN B&W 6S90MC-C 엔진을, 프로펠러 직경은 9.9m인 대형 원유 운반선이다. Fig. 3.2는 해석에 사용된 대상 선박의 축계를 나타낸다.

대상 선박의 축계는 총 11개의 베어링으로 지지되어 있다. 축계 정렬 계산 시에 고려되는 베어링은 선미관 전·후부 베어링, 중간축 베어링, 메인 베어링 4개 정도를 고려하여, 총 7개이다.

축계는 크게 프로펠러축, 중간축, 크랭크축으로 구성되어 있다. 그림과 같이 각 축은 베어링으로 지지되어 있고, 축 단면의 직경이 다르다. 이러한 축계의 부등 단면보를 등 단면보로 간주할 수 있도록 세분한 그림을 Fig. 3.3~5로 내었다. 나타내었다.

이렇게 나누어진 축계의 길이, 지름, 밀도 및 외력을 프로그램의 입력 데이터로 넣어서 베어링 반력을 해석한다. 축계를 세분한 각 구간마다 강성매트릭스를 비롯하여 외력의 벡터, 단면력의 벡터 등을 구하여 2장에서 소개된 질점 방정식을 풀어서 베어링 반력을 구한다. 크랭크축은 Fig. 3.5와 같이 실제 형상을 고려하지 않고, 3.1절에 설명한 등가환봉으로 치환하여 엔진 제작사에서 제공하는 데이터를 기초로 하여 해석을 수행하였다.

Fig. 3.3은 해석을 위해 프로펠러축을 16개의 요소로, Fig. 3.4는 중간축을 9개의 요소로, Fig. 3.5는 크랭크축을 11개의 요소로 나눈 그림이다.

Table 3.1 specifications of the propulsion shaft

Vessel Type	320,000 DWT Crude Oil carrier
Main Engine	B&W 6S90MC-C, MCR 40,000BHP at 76rpm
Crankshaft Dia.(OD/ID)	990 [mm]/ 495 [mm]
Intermediate Shaft Dia.	725 [mm]
Propeller Shaft Dia.	810 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch, Dia. 9900 [mm]

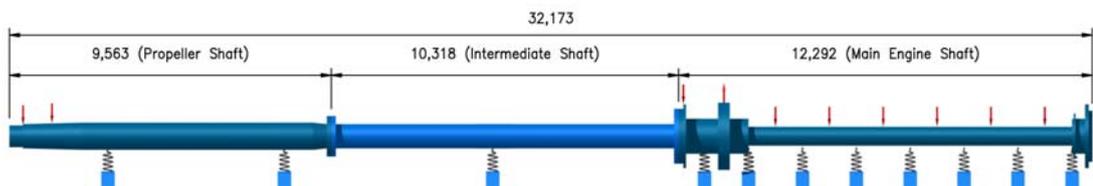


Fig. 3.2 The shafting system

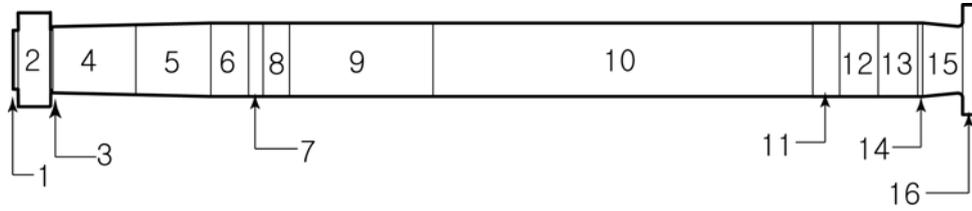


Fig. 3.3 Division of propeller shaft for input

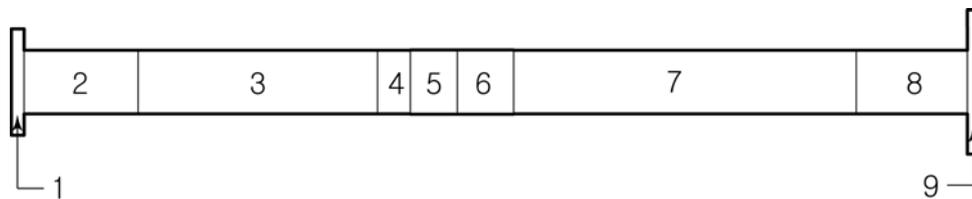


Fig. 3.4 Division of intermediate shaft for input

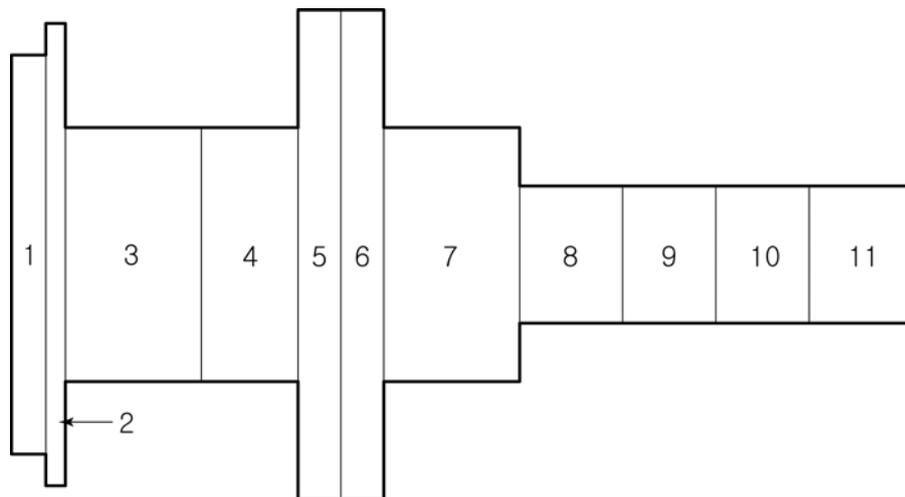


Fig. 3.5 Division of crank shaft for input

Fig. 3.6은 해석 대상 선박의 베어링 반력 해석 결과이다. 그래프에서 가로축은 베어링의 위치를 나타내고, 세로축은 베어링의 반력 값[N]을 나타낸다. 그래프 가로축의 왼쪽부터 후부 선미관 베어링(A/S), 전부 선미관 베어링(F/S), 중간축 베어링(I/M), 1번 메인 베어링(No.1)~4번 메인 베어링(No.4)을

나타내고 있다. 메인 베어링은 메인 엔진의 선미측 베어링을 1번으로 정하고, 그 다음부터 2번·3번 메인 베어링 순으로 하였다.

실제로 6기통 메인 엔진의 경우 메인 베어링이 총 8개로 되어 있다. 일반적인 축계 정렬 계산에서 고려하고 있는 메인 베어링의 수는 4개 정도이다. 조선소나 선급에서 메인 베어링 모두를 고려해서 계산하는 경우는 거의 없다.

본 논문에서 축계 정렬 계산을 수행할 때 축계 전체의 베어링을 고려하여 계산한 결과와 그렇지 않은 경우를 비교해 축계의 베어링 반력 해석 시 고려한 메인베어링의 수가 해석 결과에 미치는 영향을 검토해 보고자 한다. 이를 위해 여러 선박의 축계에 대해 베어링 반력을 해석하고 축계 정렬 계산 시에 고려한 메인 베어링 수가 베어링 반력 해석에 어떠한 값을 주고 있으며 어느 정도까지 고려하는 것이 바람직한지 검토하고자 한다.

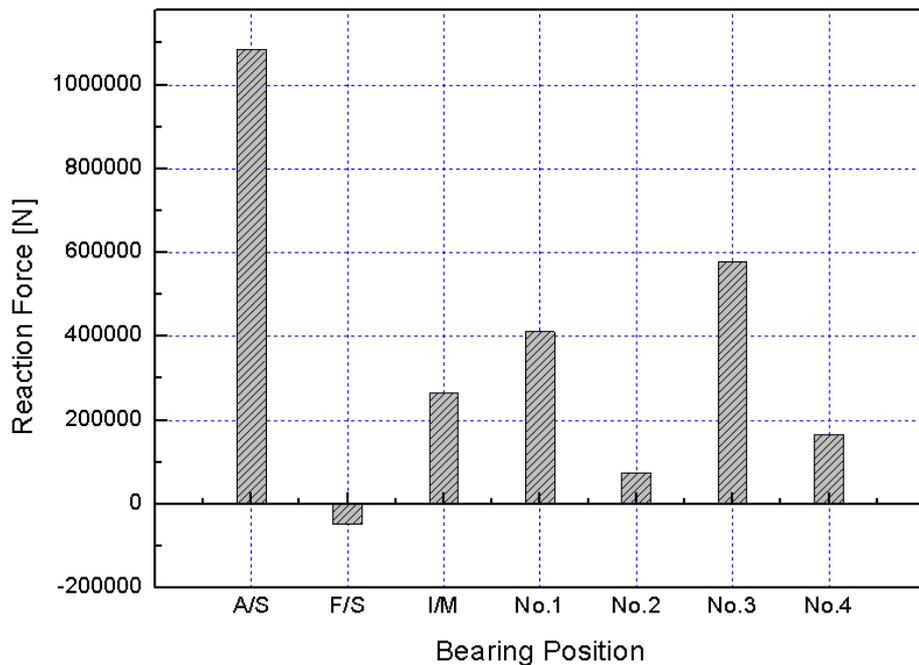


Fig. 3.6 Analyzed output of bearing reaction forces

3.3 메인 베어링 수에 따른 베어링 반력

이 절에서는 축계 정렬 계산에서 메인 베어링 수에 따른 베어링 반력을 다양한 선종에 따라 검토한다. 해석 대상 선종을 Table 3.2에 보인다. 이들은 각각 엔진 형식과 프로펠러의 직경 및 축계 길이가 다른 총 5개 선박으로 이들 축계에 대해 베어링 반력을 해석하고 분석한다.

Table 3.2 Vessel types for bearing reaction forces calculation

	Vessel Type
1	175,000 DWT Bulk Carrier
2	320,000 DWT Crude Oil carrier
3	159,000 DWT Crude Oil Carrier
4	46,000 DWT Product/Chemical Tanker
5	105,000 DWT Product Carrier

(1) 17만 5천톤급 살물선

첫 번째 해석 대상 선박의 일반 사항을 Table 3.3에 정리하였다. 이 선박의 주기는 MAN B&W사의 6S70MC 엔진이며 81rpm에서 20,400BHP이다. 프로펠러 직경은 8.35m 이며, 축계 전체 길이는 28.206m인 살물선이다.

Fig. 3.7은 이 선박의 축계 해석에 사용된 선박의 축계를 나타내고 있다. 대상 선박의 축계는 프로펠러 축(Propeller shaft), 중간 축(Intermediate shaft), 메인 엔진 축(Main engine shaft)으로 구성되어 있다. 프로펠러축은 선미관 후부 및 전부 베어링으로 지지되어 있으며, 중간축은 하나의 중간축 베어링으로 지지되어 있고, 메인 엔진 축은 8개의 메인베어링으로 지지되고

있다. 본 논문에서는 메인 엔진 선미측 최후부 베어링을 1번으로 하여, 다음은 2번~8번의 순서로 정하였다. Fig. 3.7에서 축계 상부에 표시된 화살표는 축계 정렬 계산 시에 입력되는 각 외력의 위치를 나타내고 있다.

이 선박은 축계 정렬 해석에서 메인 베어링 8개 전체를 모델링하여 구한 베어링 반력 해석 값과 그 수를 다르게 하였을 때 구한 베어링 반력 값을 비교한다. 통상적으로 축계 정렬 계산 시에 고려되는 메인 베어링은 4개 정도이다. 축계 정렬 계산 시에 고려해야 될 메인 베어링의 수에 대한 규정은 따로 정해져 있지 않다. 조선소는 주로 엔진 제작사에서 제공하는 데이터를 바탕으로 해서 계산을 수행하고 있다.

Fig. 3.8은 첫 번째 해석 대상 선박의 축계 정렬 해석 시에 메인 베어링 수에 따른 베어링 반력 해석 결과를 나타내고 있다. 그래프에서 가로축은 축계에서 각 베어링의 위치를 나타내고, 가로축의 좌측부터 선미관 후부 베어링(A/S), 선미관 전부 베어링(F/S), 중간축 베어링(I/S)이고 메인 베어링 1번, 2번순으로 나타내었다. 그래프의 세로축은 계산된 베어링 반력 값(kN)을 나타낸다. 축계 정렬 계산에서 고려하는 메인 베어링의 수는 전체를 고려한 8개에서 최소 2개까지로 하였다. 메인 베어링 8개 모두를 고려하여 계산 하였을 때의 값을 실제에 가장 가까운 값으로 가정하고 그 결과 값을 비교하였다.

최근 축계 정렬의 잘못으로 인해 주로 문제가 되는 부분은 선미측 메인 베어링이다. 따라서 해석에 고려한 메인베어링 수가 선미측 메인 베어링의 반력에 미치는 영향을 검토하였다.

Fig. 3.8을 분석해 보면 이 선박의 축계는 해석에 고려한 메인베어링의 수에 따라 베어링 반력에 차이가 있음을 알 수 있다. 선미측 1번 및 2번 메인 베어링의 반력 값은 6개 이상의 메인 베어링을 고려하는 것이 바람직함을 알 수 있다. 일반적으로 축계 정렬 해석 시 고려하는 4개의 메인 베어링으로 계산된 반력 값은 메인 베어링 전체를 고려하여 해석한 반력 값과 약간의 차이가 있다. 축계 정렬 계산에서 보다 정확한 베어링 반력의 평가를 위해서는 이

부분에 대한 주의가 필요 하다. Fig. 3.8의 결과에서 중간축이나 선미관 베어링의 반력은 메인 베어링 2개만을 고려하여 베어링 반력 해석을 수행하여도 메인 베어링 전체를 고려하여 계산한 결과와 거의 동일한 결과가 나올 수 있다.

Table 3.3 specifications of the propulsion shaft(1)

Vessel Type	175,000 DWT Bulk Carrier
Main Engine	B&W 6S70MC, MCR 20,400 BHP at 81rpm
Crankshaft Dia.(OD/ID)	784 [mm]/ 115 [mm]
Intermediate Shaft Dia.	550 [mm]
Propeller Shaft Dia.	650 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch, Dia. 8350 [mm]

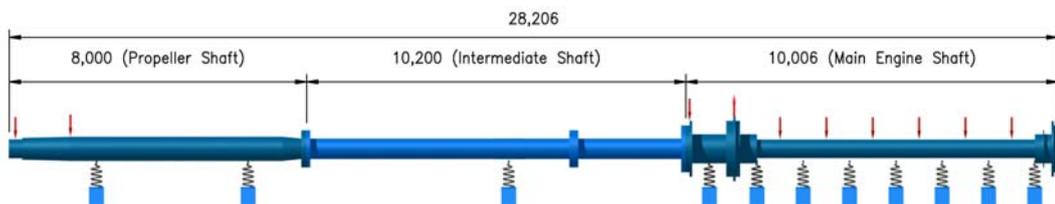


Fig. 3.7 Shafting system of 175,000 DWT bulk carrier

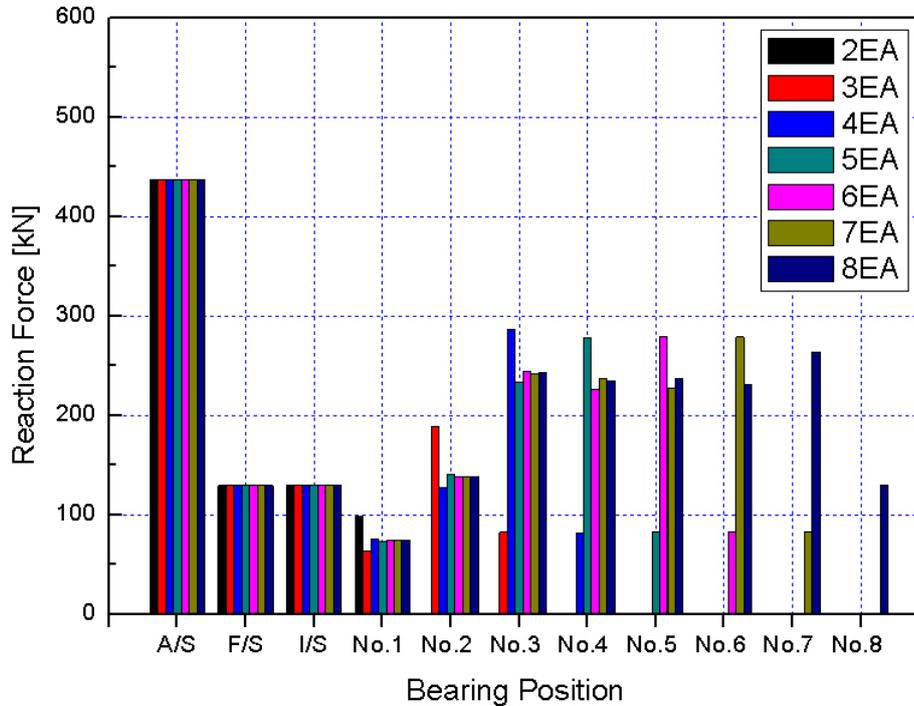


Fig. 3.8 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number

(2) 32만톤급 원유 운반선

해석 대상 32만톤급 원유운반선의 일반 사항을 Table 3.4에 보인다. 이 선박의 주기는 MAN B&W사의 6S90MC-C 엔진이며 마력은 76rpm에서 40,000BHP이고, 프로펠러 직경은 9.9m인 대형 원유 운반선이다. Fig. 3.9는 이 선박의 축계 계산 과정에 사용된 축계를 나타내며, 총 길이는 32.173m이다. Fig. 3.9에서 알 수 있듯이, 프로펠러축은 2개의 베어링, 중간축은 1개의 베어링, 메인 엔진 축은 8개의 베어링으로 지지되어 있다.

Fig. 3.10은 32만톤급 원유 운반선의 축계 정렬 해석 시에 메인 베어링 수에 따른 베어링 반력 해석 결과를 나타내고 있다. 축계 정렬 계산 시에 메인 베어링 8개 전체를 고려하여 계산한 결과를 실제에 가장 가까운 값으로 가정

하였다. 축계 정렬 계산에서 고려되는 메인 베어링의 수를 최대 8개에서 최소 2개로 하여 그 결과를 비교하였다.

이 그림을 검토하여 보면 선미측 메인 베어링의 반력을 평가하기 위해서는 6개 이상의 메인베어링을 고려해야 메인 베어링 전체를 고려한 베어링 반력 해석 결과와 유사한 값을 얻을 수 있다. 축계 정렬 계산에서 중간축이나 선미관 베어링만의 반력을 해석 할 때에는 2개 이상의 메인 베어링을 고려하여도 메인 베어링 전체를 고려하여 계산했을 때와 유사한 결과를 보여준다.

축계 정렬 계산 시에 통상적으로 고려하는 4개의 메인베어링으로 선미측 메인베어링 반력을 해석한 값은 메인 베어링 전체를 고려했을 때와는 근소한 차이가 남을 알 수 있다.

Table 3.4 specifications of the propulsion shaft(2)

Vessel Type	320,000 DWT Crude Oil carrier
Main Engine	B&W 6S90MC-C, MCR 40,000BHP at 76rpm
Crankshaft Dia.(OD/ID)	990 [mm]/ 495 [mm]
Intermediate Shaft Dia.	725 [mm]
Propeller Shaft Dia.	810 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch, Dia. 9900 [mm]

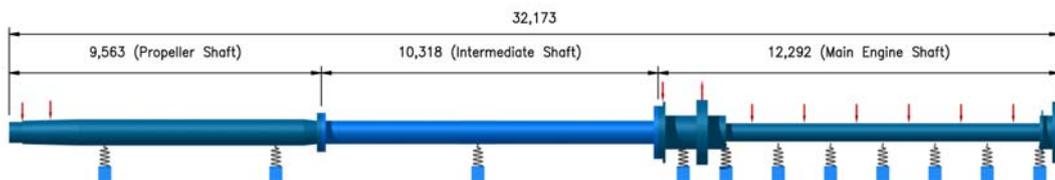


Fig. 3.9 Shafting system of 320,000 DWT crude oil carrier

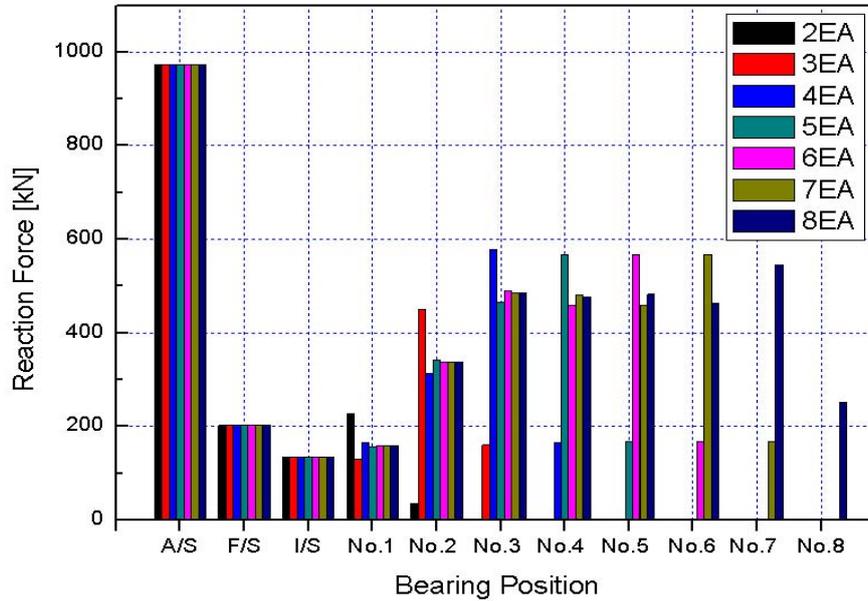


Fig. 3.10 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number

(3) 15만 9천톤급 원유 운반선

15만 9천톤급 원유운반선의 일반사항은 Table 3.5과 같다. 이 선박의 주기는 MAN B&W사의 6S70MC-C 엔진이며, 마력은 91rpm에서 25,320BHP이다. 이 대상 선박은 프로펠러 직경이 8.2m이고 축계 전체 길이가 25.241m인 원유 운반선이다. Fig. 3.11은 축계 정렬 계산에 사용된 선박의 축계를 나타내고 있다. 본 선박의 축계는 선미관 베어링 2개, 중간축 베어링 1개 그리고 8개의 메인 베어링으로 구성되어 있다.

Fig. 3.12는 메인 베어링 수에 따른 각 베어링의 반력을 해석한 결과이다. 이 그림을 검토하여 보면 본 축계의 정렬 해석에서 선미축 베어링의 반력을 정확하게 평가하기 위해서는 6개 이상의 메인 베어링을 고려하는 것이 바람직함을 알 수 있다. 중간축이나 선미관 베어링만의 반력을 구하고자 할 때에는 메인 베어링을 2개 이상만 고려하여 구하여도 전체 메인 베어링을 고려하

여 계산한 결과와 거의 유사한 결과를 주고 있다.

Table 3.5 specifications of the propulsion shaft(3)

Vessel Type	159,000 DWT Crude Oil Carrier
Main Engine	B&W 6S70MC-C, MCR 25,320BHP at 91rpm
Crankshaft Dia.(OD/ID)	840 [mm]/ 150 [mm]
Intermediate Shaft Dia.	590 [mm]
Propeller Shaft Dia.	655 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch, Dia. 8200 [mm]

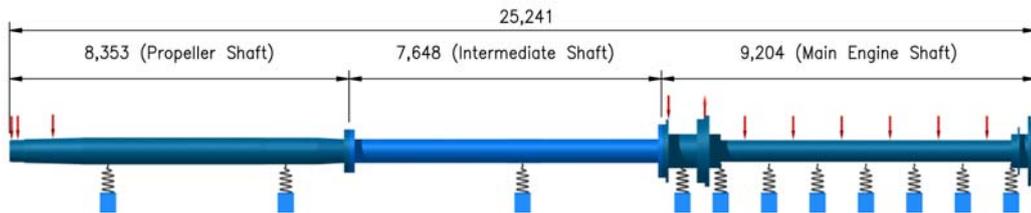


Fig. 3.11 Shafting system of 159,000 DWT crude oil carrier

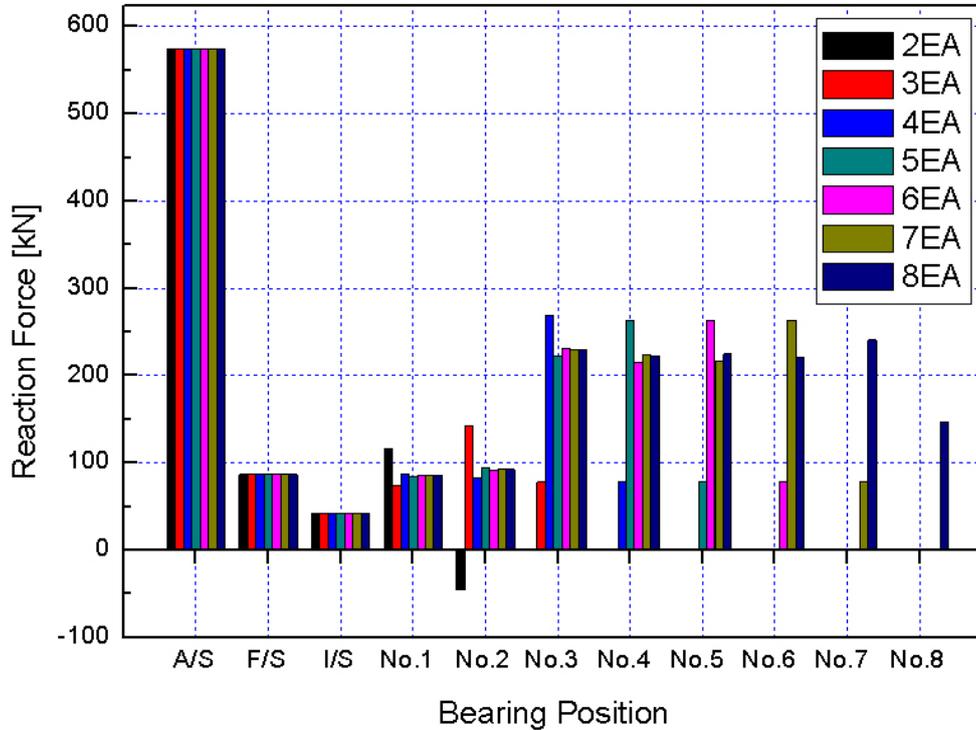


Fig. 3.12 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number

(4) 4만 6천톤급 석유/화학 운반선

4만 6천톤급 석유/화학 운반선의 일반사항은 Table 3.6에 보인다. 이 선박의 주기는 MAN B&W사의 6S50MC이며 127rpm에서 11,500BHP이다. 프로펠러 직경은 5.8m이고 축계 전체 길이는 21.769m이다. Fig. 3.13은 축계 정렬 계산에 사용된 축계의 형태를 나타내고 있다. 본 선박의 축계는 선미관에 2개의 베어링, 중간축에 1개의 베어링 및 메인 엔진 축에 8개의 베어링으로 구성되어 있다.

Fig. 3.14는 4만 6천톤급 석유/화학 운반선의 축계 정렬 해석에서 메인 베어링 전체를 고려하여 계산한 베어링의 반력과 그 수를 다르게 하였을 때의

베어링의 반력을 나타내고 있다. 이 그림을 검토하여 보면 고려한 메인 베어링 수에 따라 중간축 베어링과 선미관 전부 베어링의 반력 해석 결과가 다르게 평가된 것을 알 수 있다. 이는 앞서 해석한 선박의 경우와 달리 축계 정렬 계산 시에 고려되는 메인 베어링 수에 따라 중간축이나 선미관 베어링의 반력이 다르게 평가될 수 있음을 의미한다. 이 축계에 대해서는 중간축과 선미관 베어링만의 반력을 구할 때에는 메인 베어링 3개 이상을 고려하는 것이 바람직하고, 선미축 메인 베어링 반력을 평가 하고자 할 때에는 메인 베어링 6개 이상을 고려하면 전체 메인 베어링을 고려하여 계산한 값과 유사한 결과를 보여준다.

Table 3.6 specifications of the propulsion shaft(4)

Vessel Type	46,000 DWT Product/Chemical Tanker
Main Engine	B&W 6S50MC, MCR 11,500 BHP at 127rpm
Crankshaft Dia.(OD/ID)	560 [mm]/ 80 [mm]
Intermediate Shaft Dia.	410 [mm]
Propeller Shaft Dia.	470 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch, Dia. 5800 [mm]

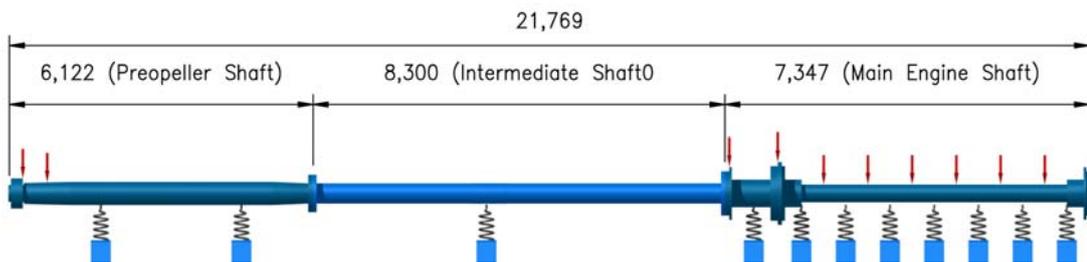


Fig. 3.13 Shafting system of 46,000 DWT product/chemical tanker

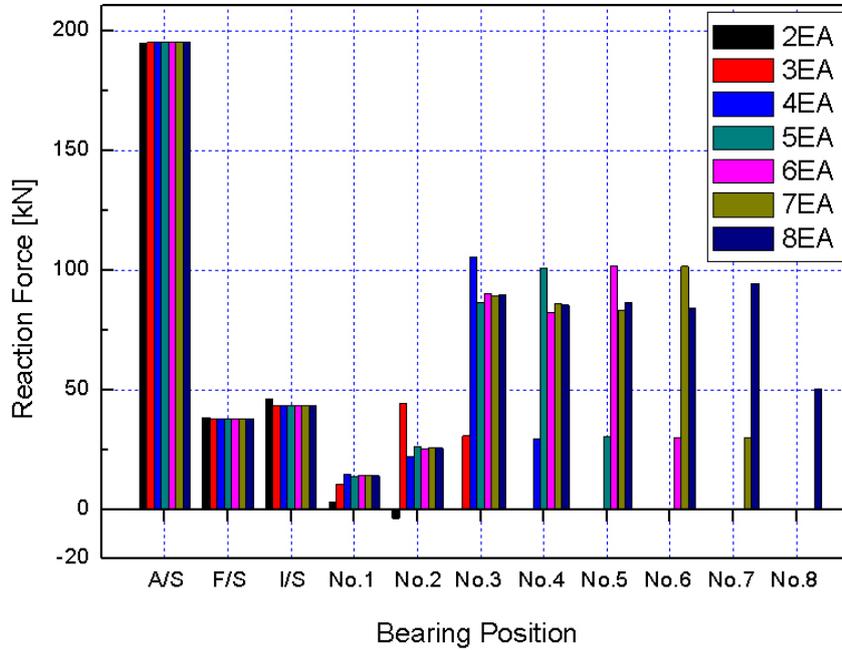


Fig. 3.14 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number

(5) 10만 5천톤급 정유 운반선

10만 5천톤급 정유 운반선의 일반 사항을 Table 3.7에 나타내었다. 이 선박의 주기는 MAN B&W사의 7S60MC-C 엔진이며 105rpm에서 21,490BHP이다. 프로펠러 직경은 7.45m 이고, 축계 전체 길이는 25.905m이다.

Fig. 3.15는 이 선박의 축계 정렬 해석에 사용된 축계를 나타내고 있다. 이 축계는 선미관 2개의 베어링, 중간축 1개의 베어링, 메인 엔진 축 9개의 베어링으로 구성되어 있다.

Fig. 3.16은 10만 5천톤급 정유 운반선의 축계 정렬 해석에서 메인 베어링 전체 9개를 고려하여 계산한 베어링 반력 값과 그 수를 달리하였을 때 해석한 베어링 반력을 나타내고 있다. 이 그림을 검토하여 보면 축계 정렬 계산에서 고려한 메인 베어링 수에 따라 중간축 베어링과 선미관 전후 및 후부 베어링

링의 반력이 다른 값을 가짐을 알 수 있다. 중간축과 선미관 베어링만의 반력을 구하고자 할 때에는 메인 베어링 3개 이상을 고려하면 전체 메인 베어링을 고려하여 계산한 값과 유사한 결과를 준다. 선미측 메인 베어링의 반력을 평가하고자 할 때에는 메인 베어링 6개 이상을 고려하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

Table 3.7 specifications of the propulsion shaft(5)

Vessel Type	105,000 DWT Product Carrier
Main Engine	B&W 7S60MC-C, MCR 21,490BHP at 105rpm
Crankshaft Dia.(OD/ID)	720 [mm]/ 115 [mm]
Intermediate Shaft Dia.	510 [mm]
Propeller Shaft Dia.	760 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch, Dia. 7450 [mm]

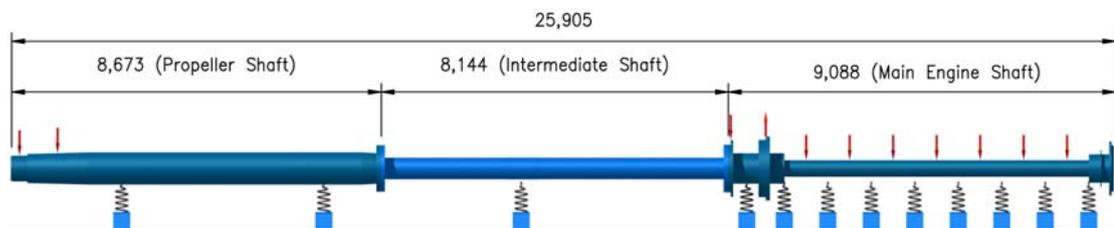


Fig. 3.15 Shafting system of 105,000 DWT product carrier

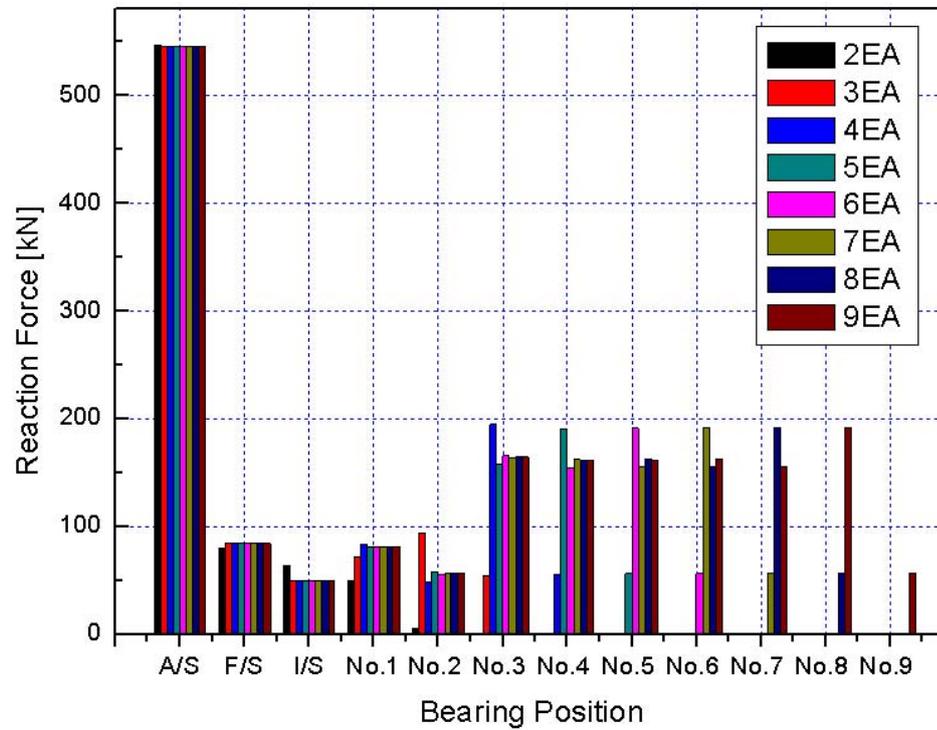


Fig. 3.16 Comparison of analyzed bearing reaction forces according to the main bearing number

제 4 장 ANSYS를 이용한 베어링 반력 해석

이 장에서는 유한요소법에 의한 축계 베어링 반력 해석 방법에 대해 기술한다. 유한요소법에 대한 기본적인 이론^[33]을 제시하고, 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 실선 축계의 베어링 반력을 해석을 실시한다. 또한 조선소나 선급에서 사용하고 있는 프로그램으로 해석한 결과와 비교하여 ANSYS를 통한 베어링 반력 해석과의 차이를 알아본다. 그리고 엔진 내부 형상을 ANSYS로 모델링하여 베어링 반력을 해석하고 기존의 결과와 비교 검토한다.

4.1 기본 이론

유한요소해석은 먼저 구조물 내의 무한개의 미지수 점들을 유한개의 이산화 된 위치들을 절점(node)으로 나타내고, 이들 간에 서로 유기적인 관계를 맺어주는 요소(element)를 이용하여 전체 구조물이나 실제의 물리적 시스템을 절점들의 변위를 미지수로 하는 연립방정식을 유도한다. 그리고 이를 계산하여 각 절점에서의 변위를 구함으로써 구조물 내의 임의의 점에서의 변위, 응력, 변형률 등의 결과 값을 수치적인 근사화를 통해서 얻어내는 것을 말한다. 요소라는 것은 도식적으로 Fig. 4.1과 같이 절점과 절점들을 연결하는 블록의 형태를 가지고 있지만 실제로는 각 절점들 간의 정보를 나타내는 정보의 집합이라고 할 수 있다.

유한요소해석의 흐름을 이해하기 위한 기본적인 이론식이 있다. 우선 재질이 등방성(Isotropic)인 선형탄성 재료에 대하여 응력과 변형률의 관계를 후크의 법칙(Hook's Law)에 의하여 다음 식(4.1)~(4.6)과 같이 나타낼 수 있다.

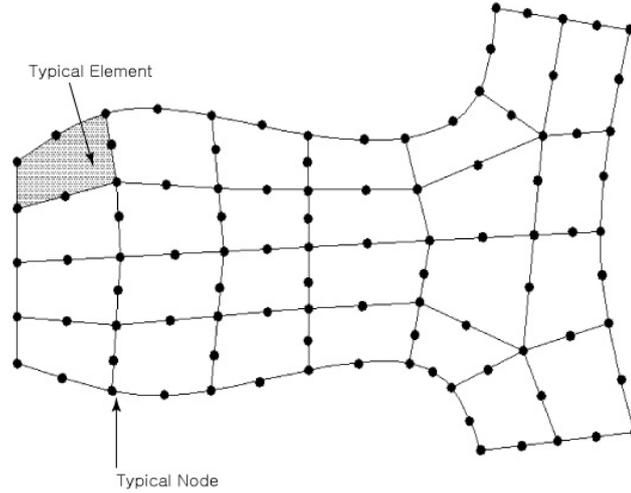


Fig. 4.1 Element and node

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (4.1)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \quad (4.2)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (4.3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} \quad (4.4)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{yz} \quad (4.5)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{zx} \quad (4.6)$$

여기서, E는 재료의 탄성계수(Young's modulus), ν 는 프와송비(Poisson ratio)이며, 이 값들은 실험을 통해 얻어진 상수 값이다. 위 식들을 나중에 유한요소해석에 사용하기 위하여 선형대수(행렬)식으로 표현하면 식(4.7)과 같이 정리할 수 있으며, 이 행렬식의 역은 다음 식(4.8)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

이 식에서 E 와 ν 는 상수이므로 임의 점에서의 변형률을 구하면 그 점에서의 응력도 쉽게 계산할 수 있음을 알 수 있다. 식(4.8)을 간단히 축약하여 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (4.9)$$

여기에서, $\{\sigma\}$ 와 $\{\epsilon\}$ 는 응력과 변형률 벡터, $[D]$ 는 탄성행렬(Elasticity matrix)이다.

2차원 응력의 상태에서 임의의 점에서의 변형률을 구하면 되는데, 다음의 식으로 나타낼 수 있고 행렬식으로 표현을 하면 식(4.10)으로 쓸 수 있다. 이 식에서는 임의 점에서의 변위량을 안다면 그 점에서의 변형률을 구할 수 있다는 것을 보여주고 있다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\{\underline{\epsilon}\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

4.2 ANSYS에 의한 베어링 반력 해석

본 논문에서는 축계 정렬 해석을 위한 베어링 반력을 구하기 위해 범용 구조 유한요소해석 프로그램인 ANSYS(version 10.0)을 사용하였다. 해석 과정에서는 국제단위(SI unit)를 사용하여 표기하였다.

4.2.1 해석 대상 선박의 일반 사항

본 연구에서 해석 대상 선박의 일반 사항을 Table 4.1에 나타내었다. 이 선박의 주기는 MAN B&W사의 6S90MC-C 엔진이며 76rpm에서 40,000BHP의 출력을 갖고 있다. 프로펠러 직경은 9.9m이며 해석 대상의 축계 길이는 25.259m인 대형 원유 운반선이다.

Fig. 4.2는 해석 대상 선박의 축계 도면이다. 여기서 선미관 후부 베어링(A/S Brg.), 선미관 전부 베어링(F/S Brg.), 중간축 베어링(I/S Brg.), 선미축 최후부 메인 베어링을 1번(No.1 Brg.)으로 정한다. 그리고 그 다음 베어링을 2번, 3번, 4번순으로 표기한다.

2행정 기관을 주기로 갖는 선박에서 축계 정렬 해석 시에 고려되는 베어링의 수는 7개 정도이다. 그것은 선미관 전부 및 후부 베어링, 중간축 베어링 메인 베어링 4개이다. 본 연구에서도 7개의 베어링에 대하여 베어링 반력을

해석하였다.

Fig. 4.3은 대상 선박의 베어링 반력 해석을 위해 3차원으로 모델링한 축계를 보여주고 있다. 이는 Fig. 4.2의 실제 도면을 기초로 하여 모델링 하였다. Fig. 4.4는 해석 대상 축계의 유한 요소 모델이며, 위에서부터 프로펠러축, 중간축, 크랭크축을 나타내고 있다.

베어링 반력 해석에서 축계가 해수와 접촉하는 부분의 밀도를 6825kg/m^3 , 기름과 접촉하는 부분의 밀도는 6950kg/m^3 , 공기와 접촉하는 부분의 밀도는 7850kg/m^3 으로 하여 해석을 수행하였다.

Table 4.1 specifications of the propulsion shaft

Vessel type	320,000 DWT VLCC
Diesel engine	6S90MC-C
	MCR 40,000 BHP × 76 rpm
	Journal diameter : 840 [mm] / 150 [mm]
	Crankpin diameter : 840 [mm]
Propeller	4 blade fixed pitch
	Diameter : 9,900 [mm]
	Materials : Ni-Al-Bronze
	Mass : 74,958 [kg]
	Cap mass : 820 [kg]
Flywheel	Mass : 5,230 [kg]
	Number of teeth : 80

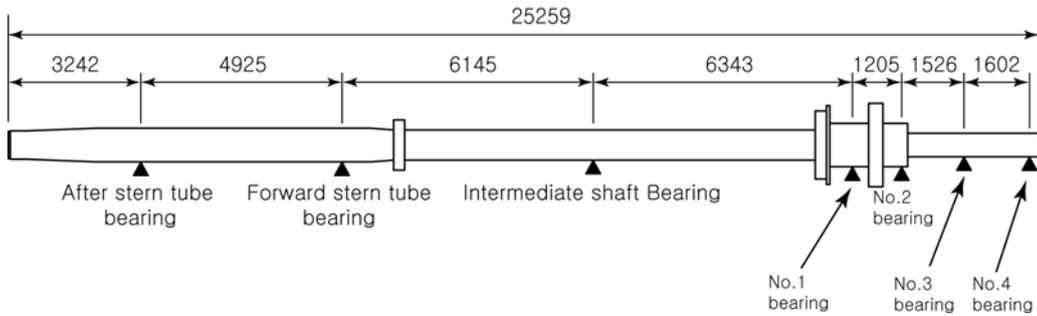


Fig. 4.2 Drawing of shafting



Fig. 4.3 The shafting 3D-modeling for bearing reaction analysis

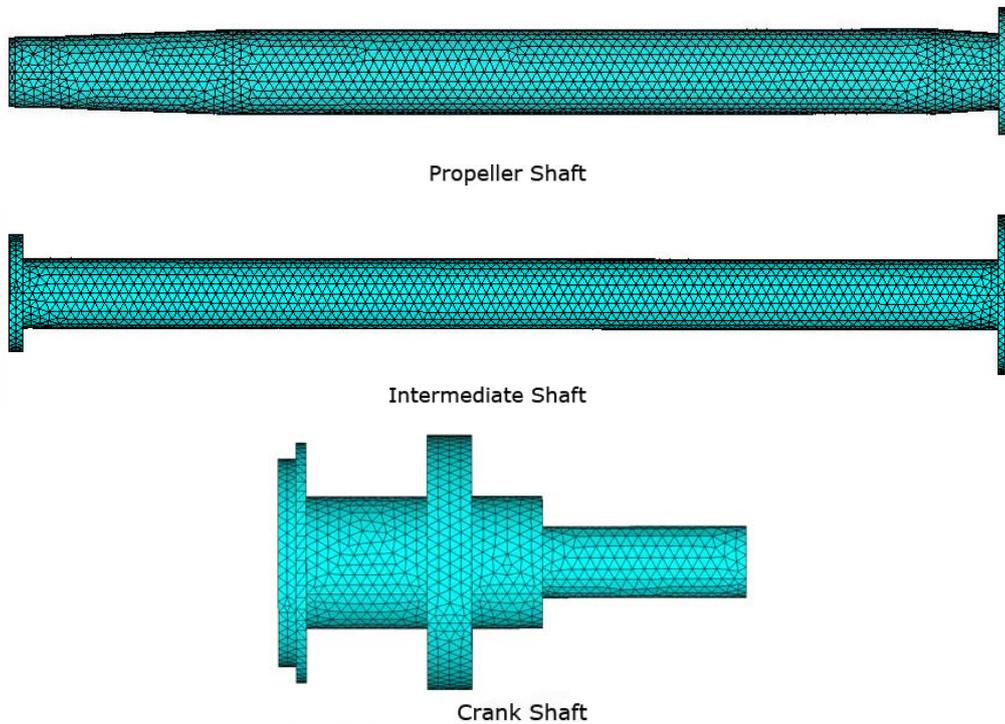


Fig. 4.4 Finite element model(FEM) for bearing reaction analysis

해석 대상 선박의 축계에 대한 베어링 반력 해석 결과를 Fig. 4.5에 보인다. 이 그림에서 가로축은 각 베어링의 위치를, 세로축은 해석으로 구한 베어링 반력 값[N]을 의미한다. 그리고 베어링 반력은 전부 및 후부 선미관 베어링, 중간축 베어링, 선미측으로부터 메인베어링 4개만을 보여준다. 이는 현재 조선소나 선급에서 축계 정렬 해석 시에 검토하는 베어링 반력과 같다. 또한 이 결과는 베어링 옵셋을 조정하기 전 상태의 축계 베어링 반력 해석으로, 전부 선미관 베어링에 부하가 걸리지 않음을 알 수 있다. 추후에 모든 베어링에 적절한 부하가 걸리도록 하기 위해서는 베어링의 옵셋 조정이 필요하다.

Fig. 4.6은 서로 다른 프로그램을 사용하여 해석한 베어링 반력 결과를 나타내고 있다. 여기에서는 3가지 해석프로그램으로 베어링 반력을 구하였으며, 이는 Fortran code로 만들어진 전산프로그램(ALFINE), 선급협회에서 제작하여 사용하고 있는 프로그램(ABS) 및 범용 유한요소해석 프로그램(ANSYS)이다. 이 그림에서 가로축은 베어링의 위치를, 세로축은 베어링 반력 값[N]을 나타내고 있다.

이 그림을 검토하여 보면 ALFINE과 ABS를 이용해 해석한 베어링 반력 값은 거의 동일함을 알 수 있다. ANSYS를 이용한 해석 결과와는 약간의 차이가 있다. 이들 결과를 비교해 보면 중간축과 메인베어링 3번, 4번의 경우에는 베어링 반력이 거의 같은 결과를 주고 있다. 그러나 선미관 베어링에 대한 해석은 ANSYS의 결과가 다른 해석 결과에 비해 선미관 전부 베어링의 반력이 작고, 후부 선미관 베어링의 반력이 크게 나옴을 알 수 있다. 이를 종합적으로 분석해 볼 때 전체적인 베어링 반력 해석 결과는 거의 유사해 어느 방법을 적용하여도 실용상 문제가 없어 보이나 추후 베어링 반력의 실측을 통한 검증은 필요하리라 생각된다.

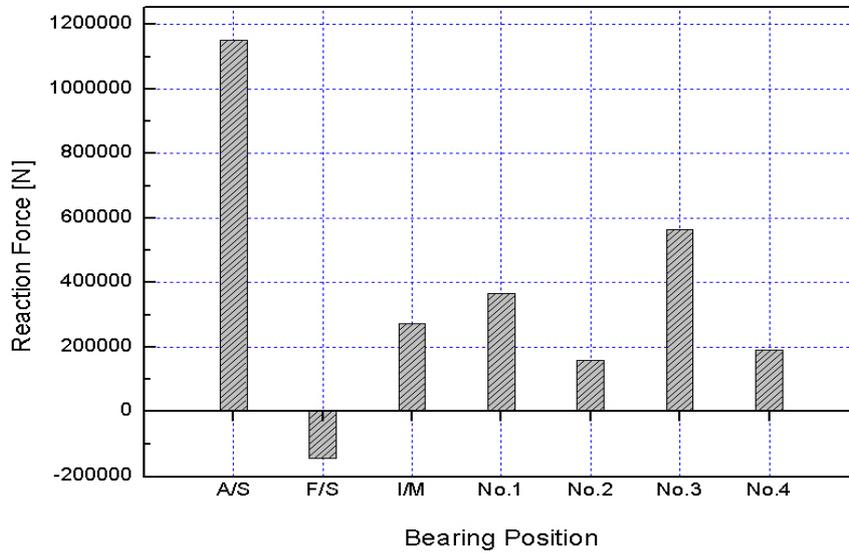


Fig. 4.5 Analyzed bearing reaction forces of shafting system

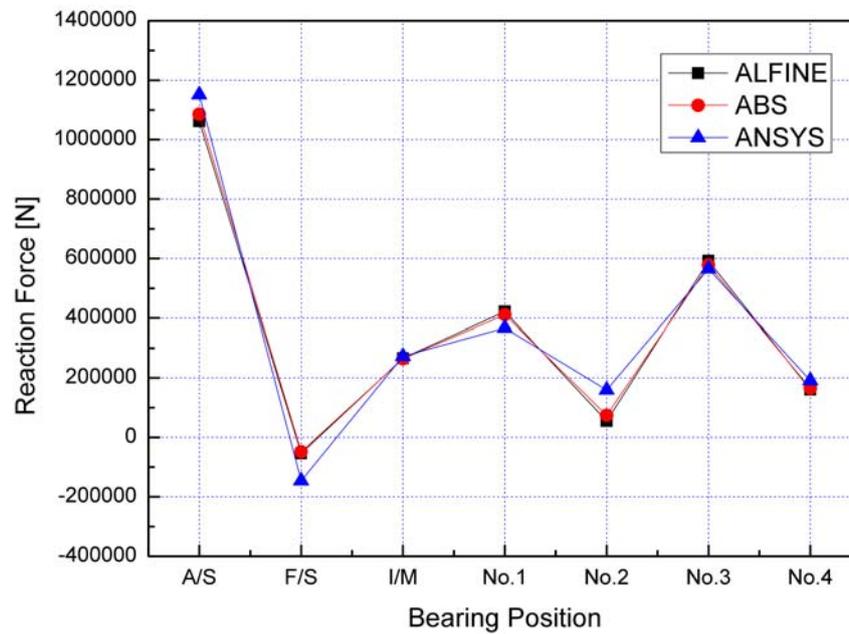


Fig. 4.6 The result of analyzed bearing reaction forces comparison according to different programs

4.3 전체 모델링 베어링 반력 해석

일반적으로 축계의 베어링 반력을 해석할 때에는 축계를 등가환봉으로 치환하여 해석하고 있다. 그러나 실제 엔진을 등가환봉으로 해석하기에는 무리가 있으므로 이 절에서는 엔진 내부를 실제와 같이 모델링을 하여 축계 베어링 반력을 해석하고 기존의 방법과 비교한다. 해석 대상은 32만톤급 원유 운반선의 축계로 앞 절의 Table 4.1과 같은 사양이다.

Fig. 4.7은 해석을 위한 3차원 모델링을 보여주고 있다. 이것은 실제 도면을 바탕으로 하여 원형에 근접하게 모델링 하였고, 이를 축계 정렬 해석에 사용하였다. 본 절의 해석대상 축계는 선미관 전부 및 후부 베어링, 중간축 베어링, 메인 베어링 8개로 총 11개의 베어링을 갖는다.

유한요소해석을 위해 엔진 내부는 3차원 솔리드요소로 모델링하고 이를 유한개의 요소로 분할하여 각 요소내의 변형에 대해 요소해석을 수행하였다. 실제 베어링 반력을 정확하게 계산하기 위해서 실제 형상에 근접한 모델링이 요구된다. Fig. 4.8은 엔진 내부 3차원 모델링 결과를 보이고 있다. 이 그림으로 알 수 있는 바와 같이 엔진 내부를 실제의 형상에 가깝게 모델링하여 유한개의 요소로 나누었다. Fig. 4.9는 베어링 반력 해석을 위한 엔진 내부의 3차원 솔리드 유한요소 모델을 보이고 있다.

Fig. 4.10은 축계를 등가환봉으로 치환하고 ANSYS로 모델링하여 구한 베어링 반력과 엔진 내부를 실제와 유사하게 모델링하여 ANSYS로 구한 베어링 반력 비교한 그래프이다. 이 그림에서 가로축은 각 베어링의 위치를, 세로축은 베어링의 반력값[N]을 나타내고 있다. 이들 결과를 검토해 보면 전체적으로 거의 같은 결과를 주고 있으나 엔진 내부 형상을 토대로 모델링하여 베어링 반력을 해석한 결과가 약간 작은 값을 주고 있다. 또한 이 결과는 베어링 읍셋 조정 이전의 축계에 대해 해석을 실시하였으므로, 전부 선미관 베어링에 하중이 걸리지 않는 결과를 주고 있다. 추후의 베어링 읍셋

조정을 통한 적절한 베어링 하중의 분배가 되도록 하는 작업이 필요하다.

Fig. 4.11은 ANSYS를 이용하여 엔진 내부의 실제 형상을 고려하여 해석한 베어링 반력과 기존의 프로그램을 사용하여 해석한 결과를 비교한 그래프이다. 그래프의 가로축은 베어링의 위치를 나타내고, 세로축은 베어링 반력값[N]을 나타내고 있다.

여기서는 메인베어링 8개 모두를 고려해 베어링 반력을 해석하였다. 기존의 프로그램에서는 등가환봉으로 치환한 축계를 이용해 베어링 반력을 구하였고, ANSYS를 이용한 해석에서는 도면을 기초로 하여 엔진 내부 형상을 실제와 유사하게 모델링하여 베어링 반력을 해석하였다. 이 결과를 검토해보면 선미관 베어링과 1번 및 2번 메인 베어링의 반력 값에 차이가 있음을 알 수 있다. 다른 부분에서도 약간의 차이는 있으나 거의 유사한 결과를 주고 있다. 이에 대해서는 추후 실측을 통한 평가가 필요한 부분이라 생각된다.

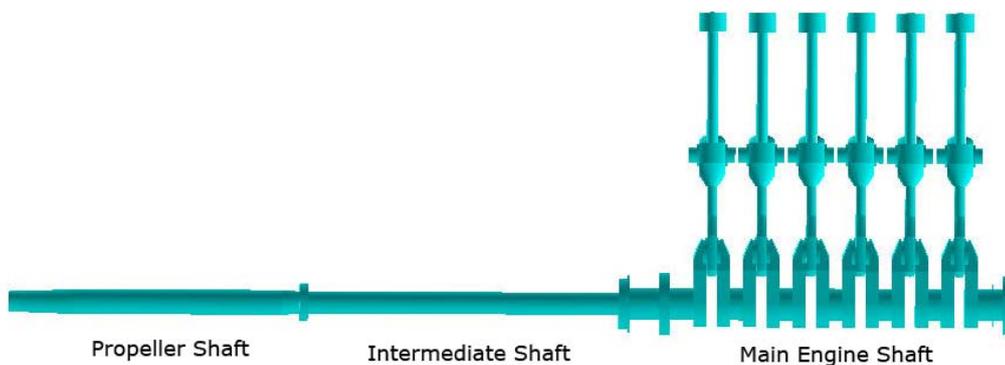


Fig. 4.7 Full modeling for bearing reaction analysis

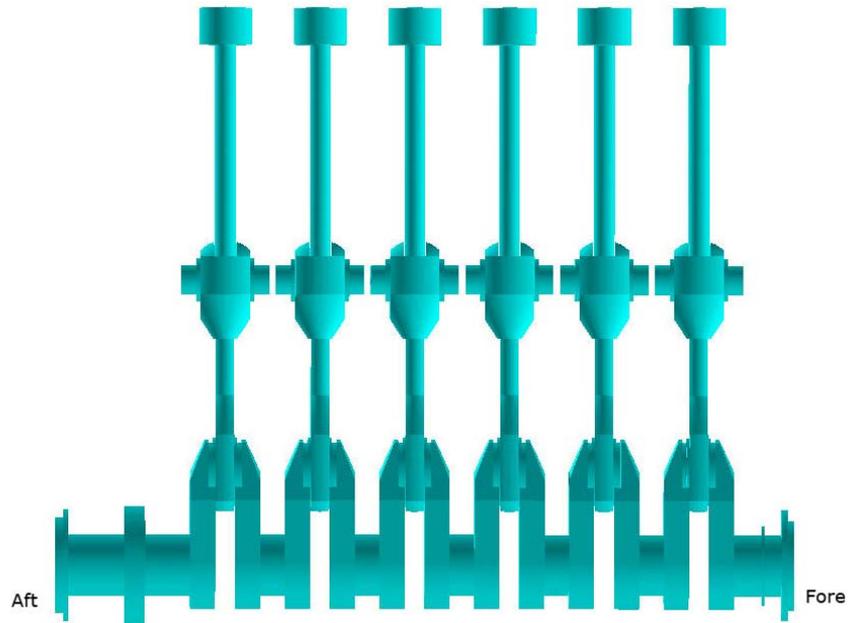


Fig. 4.8 Full modeling of main engine shaft

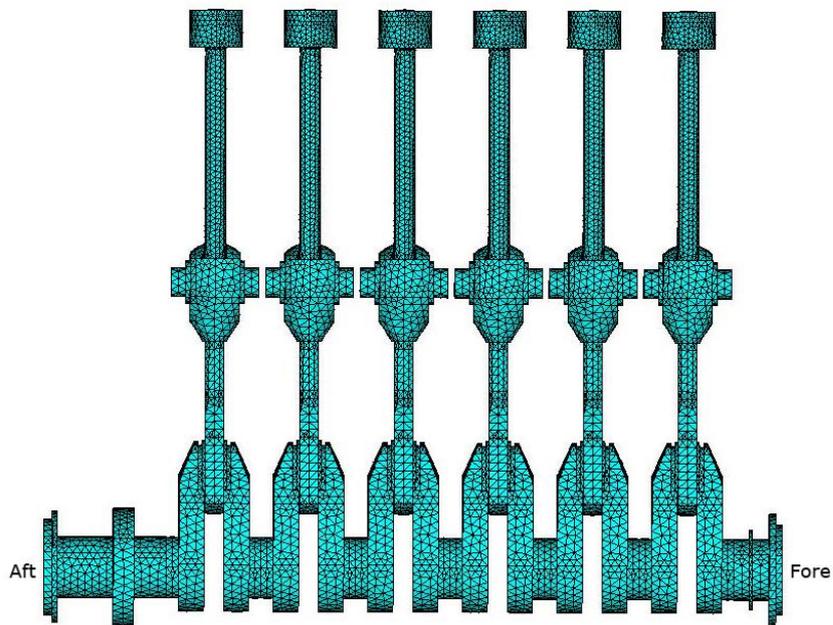


Fig. 4.9 Full finite element model of main engine shaft for bearing reaction analysis

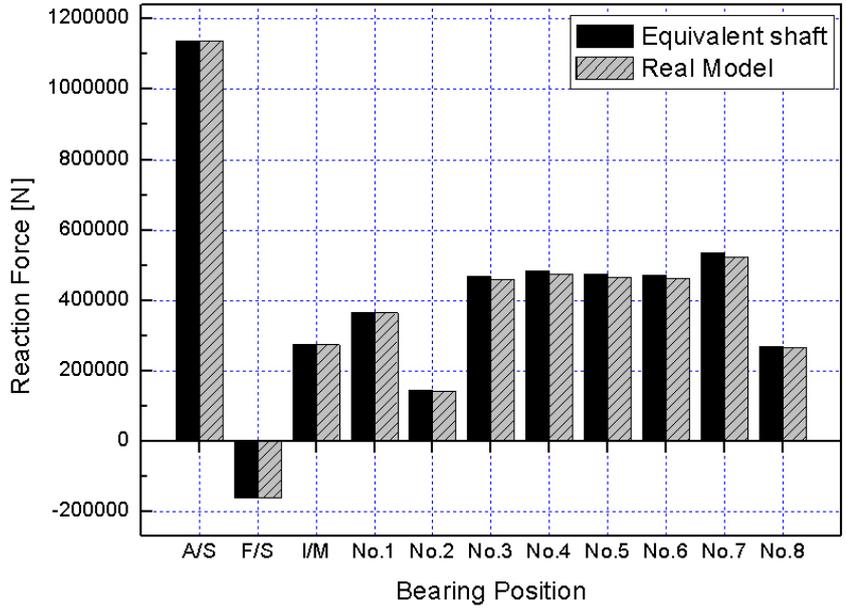


Fig. 4.10 Comparison of analyzed bearing reaction forces between equivalent shaft and real engine model by ANSYS

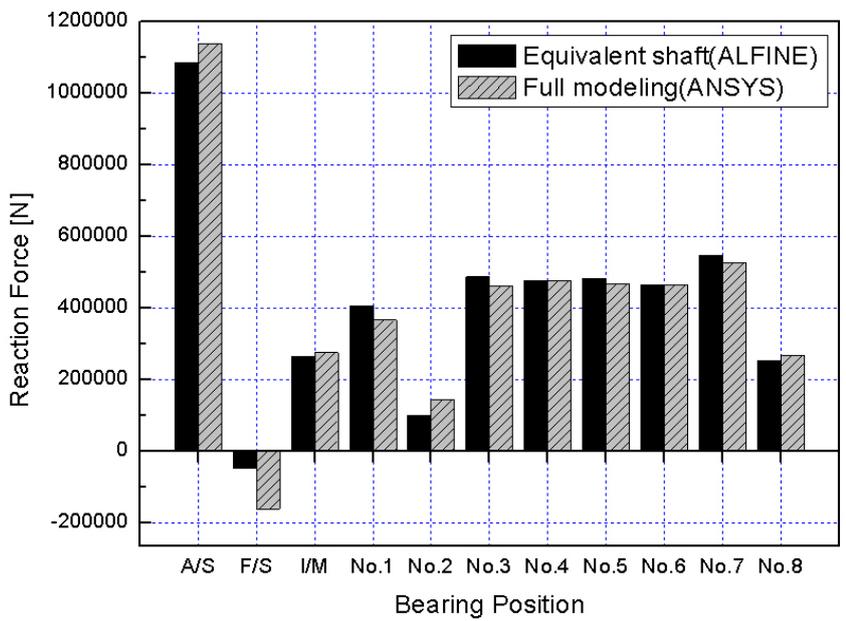


Fig. 4.11 Comparison of analyzed bearing reaction forces between ABS and ANSYS full modeling

제 5 장 결 론

축계의 베어링 반력은 선박의 안전 항해와 베어링의 수명에 중대한 영향을 미친다. 따라서 설계 단계에서 베어링 반력의 정확한 예측과 평가가 중요하다. 축계 정렬 해석 시에 축계 모델링 방법에 따라 다른 결과가 주어진다. 일반적으로 엔진 축계에 대해서는 엔진 제작사에서 제공하는 데이터를 기본으로 해석을 수행하나 해석시 고려하는 메인 베어링의 수에 따라 베어링 반력에 차이가 발생할 수 있다. 또한 축계를 등가환봉으로 치환하여 베어링 반력을 해석하기 보다는 엔진 내부를 실제와 똑같이 모델링 하여 베어링 반력을 평가하는 것이 바람직 하다.

따라서 본 연구에서는 선박 축계의 베어링 반력을 보다 정확하게 해석하기 위해 메인 베어링의 수가 베어링 반력에 미치는 영향을 17만 5천톤급 살물선, 32만톤급 원유 운반선, 15만 9천톤급 원유 운반선, 4만 6천톤급 석유/화학 운반선의 축계에 적용해 검토하였다. 그리고 엔진 내부를 실제와 같은 형태로 모델링하고 베어링 반력을 해석해 기존의 방법에 의한 결과와 비교 검토하였다. 또한 이를 실제 선박의 축계에 적용해 평가하였다.

본 연구에서 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

1) 일반적으로 축계의 베어링 반력 해석시 메인 베어링을 선미측 4개만을 고려하여 해석하나 메인 베어링의 수에 따라 No.1, No.2의 베어링 반력이 다르게 평가됨을 확인하였다.

2) 5개의 실선 축계에 대해 베어링 반력을 해석한 결과 메인 베어링의 수를 6개 이상 고려하여 해석하는 것이 바람직함을 알 수 있었다.

3) 일반적으로 선미관 전부 및 후부 베어링, 중간축 베어링의 반력은 메인 엔진 베어링을 3개이상 고려하여 해석하면 차이가 발생하지 않음을 확인하였다.

4) 엔진 내부를 실제와 같이 모델링 하여 베어링 반력을 해석하고 기존의 결과와 비교한 결과 차이가 있음을 확인하였다. 이는 축계 정렬의 안정성을 확보하기 위해 기존의 해석결과와 엔진 내부의 실제 모델링을 바탕으로 한 축계 정렬 해석 결과를 병용해 검토하는 것이 바람직하다고 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] Rudolph Michel, "A Quarter Century of Propulsion Shafting Design Practice and Operating Experience in the U.S. Navy" Naval Engineers Journal, p. 153, February 1959.
- [2] Anderson H. C. et al., "Considerations in the Design of Marine Propulsion System", SNAME, Vol. 67, 1959.
- [3] Anderson H. C., Zrodowski, J. J., et al. "Co-ordinated Alignment of Line Shaft, Propulsion gear, and Turbines" SNAME, Trans. 67, pp. 449-523, 1959.
- [4] Lehr W.E., et al., "Considerations in the Design of Marine Propulsion Shaft System", SNAME, Vol. 69, p. 555, 1961.
- [5] Graeme Mann, "Design of Propulsion Shaft Systems Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, p. 851, December 1964.
- [6] Graeme Mann, "Analysis of Shafting Problems Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, p. 117, February 1965.
- [7] Graeme Mann, "Shipyards Alignment of Propulsion Shafting Using Fair Curve Alignment Theory", Naval Engineers Journal, p. 651, August 1965.
- [8] Rolf Kvamsdal, "Shaft Alignment Part 1", European Shipbuilding, p. 12, 1961.
- [9] Rolf Kvamsdal, "Shaft Alignment Part 2", European Shipbuilding, p. 20, 1969.
- [10] Wilkin T.A., et al., "Some Theoretical and Practical Aspects of Shaft Alignment", IMAS 73, Group 9.
- [11] Mott I. K., et al., "Design Aspects of Marine Propulsion Shafting Systems", Inst. Mar. Engrs. Trans. Vol. 79, p. 177, April 1967.
- [12] DnV, "Calculation of Shafts in Marine Applications" Classification Notes, No. 41.4, May 2002.

- [13] V. M. Kozousek and P. G. Davies, "Analysis and Survey Procedures of Propulsion Systems: Shaft Alignment", LR Technical Association: Paper No. 5, Session 1999-2000.
- [14] American Bureau of Shipping, "Guidance Notes on Propulsion Shafting Alignment", April 2004.
- [15] 신상훈, 정주모, 최익홍, "선박추진축 선미 베어링 압력 분포 해석", Proceedings of the Annual Autumn Meeting, SNAK, Gyeongju, 30 Oct. 2003.
- [16] 강동춘, 박건우, 김경호, "초대형 컨테이너선의 축계 정렬 계산 사례 소개", 대한조선학회 특별 논문집, pp. 138-143, 2005년 6월.
- [17] 신장룡, 허주호, "선체 변형이 추진축계에 미치는 영향" 대한조선학회, 추계학술대회 논문집, pp. 428-431, 2002.
- [18] 신장룡, 허기선, 허주호 "추진축계에 대한 VLCC 선체변형의 영향 평가", 대한조선학회, 선박설계 연구회 논문집, pp. 177-182, 2002.
- [19] Davor Sverko, "Hull Deflections Shaft Alignment Interaction, a Case Study", Proceedings of the 7th International Symposium on Marine Engineering, Tokyo, October 24th to 28th, 2005.
- [20] Davor Sverko, "Investigation on Hull Deflection and Its Influence on Propulsion Shaft Alignment", SMTC&E; October 2005 - Houston.
- [21] Yong-Jin Lee, Ue-Kan Kim, "A Study on Hull Deflection and Shaft Alignment Interaction in VLCC", Journal of the Korean Society of Marine Engineering, Vol.29, No.7, pp. 785-794, 2005(ISSN 1226-9549).
- [22] 이용진, 김의간, "살물선 축계의 굽힘모멘트와 베어링 반력을 이용한 선체 변형 해석", 한국마린엔지니어링학회 후기학술대회 논문집, pp. 5-6, 2005.
- [23] Yong-Jin Lee, Ue-Kan Kim, "A Study on Hull Deflection and Shaft Alignment Interaction in Oil Carrier", International Symposium on Marine Engineering(ISMT-CE-TS05), pp. 12-21, 2005.
- [24] Iwao Sugimoto, "Development of the Criteria for Crankshaft Alignment

- in Large 2-Stroke Marine Diesel Engines", International Council On Combustion Engines, CIMAC, Hamburg. pp. 784-795, Congress 2001.
- [25] Class NK 技術セミナー, “軸系アライメント計算におけるクランク軸の剛性及び等價軸徑について”, ヌリンエンジニア, pp. 19~25, January 2003.
- [26] 白木 大輔, “軸系アライメント計算の高精度化について”, Class NK 研究発表講演集, pp. 1~16, 2003.
- [27] 김광식, 연정흠, 강중규, 허주호, “추진축계 정렬해석에서 엔진내부 축 모델에 관한 연구, 대한조선학회 특별 논문집, pp. 206-210, 2005년 6월.
- [28] 전효중, 이종원, “마트릭스계산에 의한 추진기축계배치의 계산에 관한 연구”, 한국해양대학교 논문집 제13권, 1978년 3월.
- [29] 문덕홍, 전효중, “삼연모먼트정리의 매트릭스계산에 의한 박용추진축계 배치계산에 관한 연구”, 한국기관학회지 제5권 1호, 1981.
- [30] 전효중, 박진길, 최재성, “유한요소법에 의한 박용기관축계장치의 최적배치에 관한 연구” 한국박용기관학회지, 제2권 1호, 1978.
- [31] Walter D. Pilkey, STRESS, STRAIN, AND STRUCTURAL MATRICES, John Wiley & Sons, Inc., pp. 1343~1345, 1994.
- [32] 전효중, 동력전달장치, 태화출판사, pp. 283-284, 1986.
- [33] 태성에스엔이 FEA사업부, 유한요소해석 입문과 선형해석, (주)태성에스엔이, pp. 25~29, 2003.